NUEVAS FRONTERAS DE LA FISICA ELEMENTAL

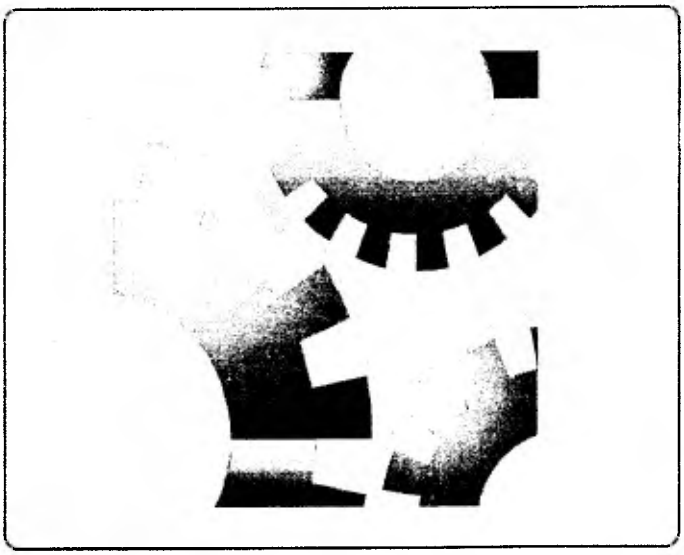
FISICA

La mejor didáctica al servicio de la educación

ING. CUSTODIO GARCIA ANDRES

FÍSICA

NUEVAS FRONTERAS DE LA FÍSICA ELEMENTAL



IMPECUS

Una nueva generación
de libros didácticos

MERCADOTECNIA : *J. CASTILLO SILVA.*

SUPERVISIÓN PRODUCCIÓN : *M. VASQUEZ GARCÍA.*

GERENTE DE PRODUCCIÓN : *F. CONTRERAS VEGA.*

FINANCIAMIENTO : *A.C.S.D.*

FÍSICA : NUEVAS FRONTERAS DE LA FÍSICA ELEMENTAL

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o método sin autorización por escrito del autor.

DERECHOS RESERVADOS © RESPECTO A LA PRIMERA EDICIÓN EN ESPAÑOL PUBLICADA POR:

EDITORIAL IMPECUS : *MOQUEGUA 624 - LIMA - PERÚ*

DIAGRAMACIÓN : *DANIEL TORRES*

FOTOMONTAJE : *JORGE TRAVEZAÑO*

CARÁTULA : *RAPIMAGEN*

IMPRESIÓN OFFSET : *GRAFITEXT*

ENCUADERNACIÓN : *SERVIGRAF*

INDICE

CAPITULO 1 : Introducción 7

CAPITULO 2 : Análisis Dimensional 11

CAPITULO 3 : Análisis Vectorial 27

CAPITULO 4 : Cinemática 52

CAPITULO 5 : Movimiento Rectilíneo Uniforme 61

CAPITULO 6 : Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado 73

CAPITULO 7 : Gráficas del Movimiento 85

CAPITULO 8 : Caída Libre Vertical 100

CAPITULO 9 : Movimiento Parabólico 112

CAPITULO 10 : Movimiento Circular Uniforme 124

CAPITULO 11 : Movimiento Circular Uniformemente Variado 137

CAPITULO 12 : Estática I 146

CAPITULO 13 : Rozamiento 163

CAPITULO 14 : Estática II 177

CAPITULO 15 : Centro de Gravedad 190

CAPITULO 16 : Dinámica Lineal 202

CAPITULO 17 : Dinámica Circular 216

CAPITULO 18 : Trabajo, Potencia y Eficiencia 227

CAPITULO 19 : Energía Mecánica 239

CAPITULO 20 : Cantidad de Movimiento 250

CAPITULO 21 : Gravitación 260

CAPITULO 22 : Movimiento Armónico Simple 273

CAPITULO 23 : Péndulo Simple 288

CAPITULO 24 : Movimiento Ondulatorio 296

CAPITULO 25 : Estática de Fluídos 309

INDICE

CAPITULO 26 Termometría y Dilatación 325

CAPITULO 27 Calorimetría 336

CAPITULO 28 Cambio de Fase 348

CAPITULO 29 Leyes de los Gases Ideales 359

CAPITULO 30 Termodinámica 1 370

CAPITULO 31 Termodinámica 2 383

CAPITULO 32 Fuerza Eléctrica 394

CAPITULO 33 Campo Eléctrico 405

CAPITULO 34 Potencial Eléctrico 415

CAPITULO 35 Capacidad Eléctrica 424

CAPITULO 36 Resistencia Eléctrica 437

CAPITULO 37 Efecto Joule 453

CAPITULO 38 Leyes de Kirchhoff 460

CAPITULO 39 Teoría de Magnetismo 469

CAPITULO 40 Campo Magnético 476

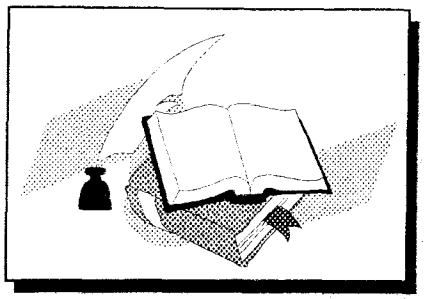
CAPITULO 41 Fuerza Magnética 486

CAPITULO 42 Inducción Electromagnética 496

CAPITULO 43 Reflexión de la Luz 508

CAPITULO 44 Refracción de la Luz 524

1 Capítulo



INTRODUCCION

OBJETIVOS	
1.	*Comprender la importancia de la observación.*
2.	*Conocer el método, objetivo y campo de aplicación de la Física como ciencia natural.*

©DHDV

1.1.- LA NATURALEZA Y EL HOMBRE

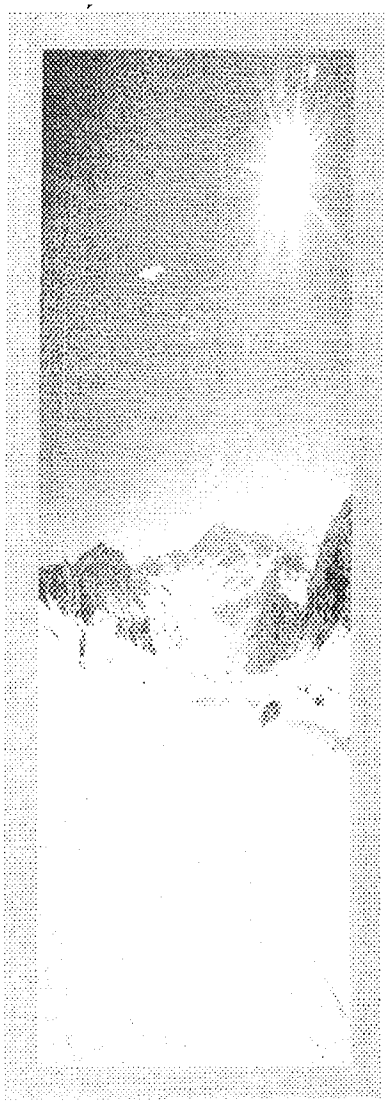
A través de los cinco sentidos podemos obtener una información adecuada de lo que ocurre en el medio que nos rodea; el viento, la transparencia del agua, el día caluroso, la dureza del acero, ... y de todo el mundo material que no rodea.

El aire, el agua, la tierra, las personas, los vegetales, el sol, el universo y todo el mundo material de nuestro alrededor recibe el nombre de ***NATURALEZA.***

El hombre ha fabricado herramientas y maquinarias, ha construido aldeas y ciudades, ha levantado grandes fábricas, ha arado y sembrado la tierra, entonces entendemos que :

Gracias a la inteligencia, trabajo y al espiritu inquieto, el hombre ha introducido cambios en la naturaleza.

Podemos ver que la naturaleza está en constante movimiento y que estos cambios pueden suceder expontaneamente o



Aristóteles (384 - 322 a. de C., griego) Habiendo quedado huérfano en su primera infancia, Aristóteles fue educado en Macedonia por un amigo de su familia. A la edad de diecisiete años lo enviaron a Atenas para que recibiera una educacion avanzada bajo la tutela de Platón. Ya de edad madura, fue llamando de nuevo a su tierra para educar al hijo del rey. Este muchacho sucedió después a su padre en el trono y con sus conquistas se convirtió en el hombre más poderoso del mundo antiguo: Alejandro Magno. Así, el mayor erudito de la Antigüedad fue maestro del más ilustre soldado de la época. Los pensamientos de Aristóteles se reunieron y guardaron en muchos volúmenes que virtualmente guiaron el pensamiento académico hasta la llegada de Galileo.

Las fuentes del conocimiento físico son:
Las observaciones y los experimentos

por acción de la mano del hombre, estos cambios que suceden en la naturaleza son llamados ***fenómenos*** y pueden ser físicos, químicos, biológicos o de corte sociopolítico. El impulso del hombre en su deseo de saber interpretar y aprovechar los fenómenos dados en la naturaleza dió origen al surgimiento de la ***ciencia***, por ejemplo:

a) Cuando el hombre quiso conocer la causa de la caída de los cuerpos descubrió la atracción gravitacional.

b) Entendió que el día y la noche se produce por la rotación de la tierra.

Estos ejemplos justifican que :

La ciencia es el conjunto de conocimientos a cerca de los fenómenos según sus causas y principios, esta acumulación de conocimientos es el trabajo abnegado de muchos científicos de diferentes naciones y pueblos.

1.2.- EL METODO CIENTIFICO

Es el mecanismo empleado por la ciencia para tratar de descubrir y generalizar mediante sus leyes; las características, los principios y causas de los fenómenos dados en la naturaleza, consta de las siguientes etapas:

Nº	ETAPA	DESCRIPCION
1	OBSERVACION	• Se observa los cambios en la naturaleza. • Se especifican las magnitudes que cambian en el suceso.
2	HIPOTESIS	• Se busca si entre varios hechos hay una idea común y se enuncia una formulación resumida tratando de dar una explicación de las observaciones.
3	EXPERIMEN-TACION	• Se comprueba la veracidad de la hipótesis mediante la simulación controlada del fenómeno observado.
4	LEY	• Comprobada la hipótesis en la experimentación repetida, se generaliza y formula conclusiones cualitativas y/o cuantitativas del fenómeno.

1.3.- LA FISICA COMO CIENCIA NATURAL

No existe una definición concreta de lo que es la física, ni cuales son los temas que pertenecen a su campo, el examen del contenido de este libro dará una idea de los tópicos que el autor considera que pertenecen a este campo, pero nos atrevemos a decir sencillamente que :

La física es una de las ciencias sobre la naturaleza que estudia los fenómenos mecánicos, térmicos, eléctricos. Todos estos reciben el nombre de fenómenos físicos.

Una hipótesis es una suposición hecha para explicar o relacionar, un conjunto de fenómenos observados.

Una ley es una generalización de ciertas relaciones ordenadas entre los fenómenos y que ha sido confirmada por las pruebas experimentales.

Hay otras ciencias que también estudian la naturaleza, tales como: astronomía, geografía, química, botánica, zoología. Todas estas ciencias utilizan las leyes de la física.

El objetivo de la física como ciencia natural consiste en descubrir y analizar las leyes de un fenómeno de modo que posteriormente sean utilizadas para satisfacer las necesidades de la humanidad. Utilizando estas leyes y la tecnología adecuada se han podido diseñar y construir aparatos y maquinarias que han hecho que la vida cotidiana sea más confortable, por ejemplo: telefonía, televisión, satélite, estufas, bombillas eléctricas, aire acondicionado, motores, turbinas, radio, ... etc, todos estos funcionan de acuerdo con las leyes de la física.

La física es experimental, filosófica, influye en nuestra cultura y esta constituida por leyes cualitativas y cuantitativas.

1.4.- SUBDIVISIONES DE LA FISICA

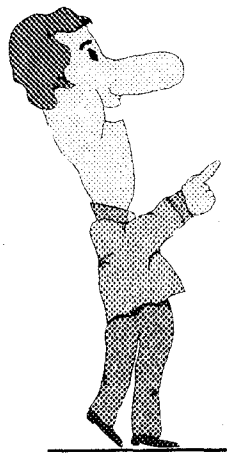
En el desarrollo de esta ciencia natural se fueron juntando hechos o fenómenos que guardaban cierta relación, así surgieron.

I	LA MECANICA	• Interacciones que producen un cambio de movimiento.
II	EL CALOR	• Interacciones en el interior de la materia.
III	LA OPTICA	• Interacciones entre la luz y la materia.
IV	LA ACUSTICA	• Interacciones entre partículas en movimiento.
V	LA ELECTRICIDAD	• Interacciones entre las cargas eléctricas.
VI	LA FISICA ATOMICA	• Interacciones en el interior del átomo.
VII	LA FISICA NUCLEAR	• Interacciones en el interior del núcleo.

La física moderna es la física de las grandes velocidades.

La física clásica es la física de las pequeñas velocidades comparadas con la de la luz.

La ingeniería tiene por objetivo fundamental las aplicaciones prácticas de todas las leyes de la física para el mejoramiento de la vida humana.

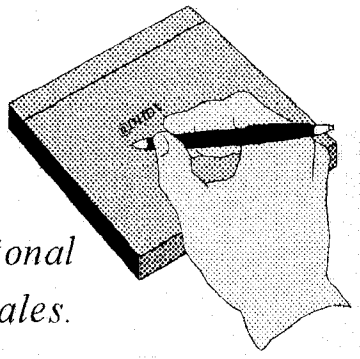


CUESTIONARIO

1º *¿Cómo nace la física como ciencia natural?*
2º *¿Puede el hombre introducir cambios en la naturaleza?*
3º *¿Qué entiende por ciencia?*
4º *¿En qué consiste el método científico?*
5º *¿Cuáles son las etapas del método científico?*
6º *¿Cuál es el objetivo de la física como ciencia natural?*
7º *¿Qué estudia la electricidad?*

2 Capítulo

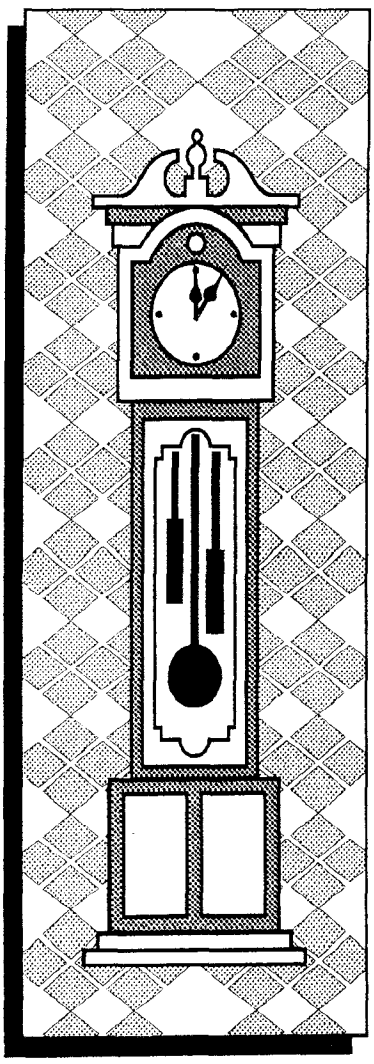
ANALISIS Dimensional



OBJETIVOS

- *Conocer las magnitudes y el sistema internacional*
- *Usar correctamente las ecuaciones dimensionales.*

2.1.- MAGNITUDES FISICAS



En nuestra vida cotidiana todos tenemos la necesidad de medir longitudes, contar el tiempo o pesar cuerpos, por ejemplo podemos medir la longitud de una tuberia, el volumen de un barríl, la temperatura del cuerpo humano, la fuerza de un atleta, la velocidad del bus; todas estas son magnitutes o cantidades físicas, luego:

> *Magnitud es todo aquello que podemos medir directa o indirectamente y asignarle un número y unidad.*

Existe una gran cantidad de magnitudes, en forma general estas se clasifican de acuerdo a su origen y de acuerdo a su naturaleza.

I. **POR SU ORIGEN :**
- Magnitudes fundamentales
- Magnitudes derivadas

II. **POR SU NATURALEZA :**
- Magnitudes escalares
- Mangitudes vectoriales

Medir una magnitud es compararla con otra magnitud homogenea tomado como unidad de medida.

2.2.- MAGNITUDES FUNDAMENTALES :

Las magnitudes fundamentales son aquellas que no se pueden expresar en función de otras, estas se toman arbitrariamente y sirven de base para el desenvolvimiento de la ciencia.

Las magnitudes fundamentales son aquellas tomadas convencionalmente y sirven de base para las demás mangitudes.

La física se desarrolla en función de las 7 magnitudes fundamentales y las 2 auxiliares. En mecánica 3 magnitudes fundamentales son necesarias: longitud, masa y tiempo. En electricidad, sumaremos una cuarta magnitud.

En función de estas magnitudes fundamentales pueden escribirse muchas otras magnitudes como: El área, la velocidad, la densidad, la presión..... etc.

Cuando se mezclan las magnitudes fundamentales se obtienen otras magnitudes denominadas DERIVADAS.

Actualmente se emplea un sistema fundamental denominado ***Sistema Internacional de Unidades*** (SI), que esta basado en el sistema métrico decimal, en este sistema se consideran siete magnitudes fundamentales y dos auxiliares.

La siguiente tabla muestra las unidades del sistema internacional (SI).

Nº	MAGNITUD FUNDAMENTAL		UNIDAD	
	NOMBRE	SIMBOLO	NOMBRE	SIMBOLO
1	LONGITUD	L	metro	m
2	MASA	M	kilogramo	kg
3	TIEMPO	T	segundo	s
4	TEMPERATURA	θ	kelvin	K
5	INTENSIDAD DE CORRIENTE	I	ampere	A
6	INTENSIDAD LUMINOSA	J	candela	cd
7	CANTIDAD DE SUSTANCIA	N	mol	mol

Conforme la ciencia se desarrolla es necesario medir nuevas magnitudes, luego el número de magnitudes fundamentales debe ir aumentando, en el siglo XVI solamente se conocían y empleaban; la longitud (L), la masa (M) y el tiempo (T).

También se emplean dos magnitudes auxiliares:

Nº	MAGNITUD AUXILIAR	UNIDAD	
	NOMBRE	NOMBRE	SIMBOLO
1	ANGULO PLANO	radián	rad
2	ANGULO SOLIDO	estereorradián	sr

2.3.- ECUACIONES DIMENSIONALES [ ]

Empleando las magnitudes fundamentales se pueden escribir otras magnitudes denominadas derivadas, la ecuación dimensional muestra simplemente la relación que existe entre la magnitudes derivadas y las fundamentales, matematicamente:

NOTACION
[B] : Se lee ecuación dimensional de la magnitud **B**.

$$[M \cdot DERIVADA] = L^a M^b T^c \theta^d I^e J^f N^g$$

Las ecuaciones dimensionales tienen el siguiente objetivo:

I. Escribir las magnitudes derivadas en función de las magnitudes fundamentales.

II. Demostrar la validez de una fórmula

III. Determinar fórmulas empíricas

EJEMPLOS :

a) Hallar la ecuación dimensional de la ***velocidad [V]*** :

Sabemos que : $V = \frac{d}{t}$, luego $[V] = \frac{[d]}{[t]}$

$$[V] = \frac{L}{T}$$

$$[V] = LT^{-1}$$

b) Calculemos la ecuación dimensional de la ***aceleración*** **[a]**:

Por definición : $a = \frac{\Delta V}{t}$, luego $[a] = \frac{[\Delta V]}{[t]}$

$$[a] = \frac{LT^{-1}}{[T]}$$

$$[a] = LT^{-2}$$

NOTA
La ecuación dimensional de una magnitud fundamental es la misma magnitud fundamental :

[longitud] = L
[masa] = M
[tiempo] = T
[temperatura] = θ
[intensidad de corriente] = I
[intensidad luminosa] = J
[Cantidad de sustancia] = N

c) Hallemos la ecuación dimensional del ***área*** [A] conociendo que equivale a la base (b) por la altura (h).

$$A = b \cdot h \text{ , luego } [A] = [b]\,[h]$$

La base y la altura son longitudes : $[A] = L \cdot L$

$$[A] = L^2$$

d) Hallamos la ecuación dimensional del **volumen** [V] :

El volumen de una tabla es : V = largo • ancho • espesor

$$[V] = L \cdot L \cdot L$$

$$[A] = L^3$$

e) Posteriormente veremos que la ***fuerza*** es el producto de la masa (m) y la aceleración (a) :

Luego $F = m \cdot a$, luego $[F] = [m] \cdot [a]$

$$[F] = M \cdot LT^{-2}$$

$$[F] = LMT^{-2}$$

El peso (W) es la fuerza con la cual la tierra atrae a los cuerpos, luego su fórmula dimensional es igual que la fuerza :

$[W] = LMT^{-2}$

f) La ***densidad*** (ρ) de un cuerpo es la relación entre la masa (m) y su respectivo volumen (V).

$$\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{m}{V} \text{ , luego } [\rho] = \frac{[m]}{[V]}$$

$$[\rho] = \frac{M}{L^3}$$

$$[\rho] = L^{-3}M$$

g) El ***Trabajo*** (W) es el producto entre la fuerza (F) y la distancia (d).

$$W = F \cdot d \text{ , luego : } [W] = [F] \cdot [d]$$

La distancia es longitud (L) : $[W] = (LMT^{-2})(L)$

$$[W] = L^2MT^{-2}$$

El trabajo (W), la energía (E) y el calor (Q) tienen la misma fórmula dimensional.

L^2MT^{-2}

h) La ***potencia*** (P) es la relación entre el trabajo (W) y el tiempo (t).

$$P = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}} = \frac{W}{t} \; ; \text{ luego } [P] = \frac{[W]}{[t]}$$

$$[P] = \frac{L^2MT^{-2}}{T}$$

$$\boxed{[P] = L^2MT^{-3}}$$

i) La ***Presión*** (P) relaciona la fuerza (F) y el área (A) sobre la cual actúa :

$$[P] = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Area}} = \frac{F}{A} \text{ , luego : } [P] = \frac{[F]}{[A]}$$

$$[P] = \frac{LMT^{-2}}{L^2}$$

$$\boxed{[P] = L^{-1}MT^{-2}}$$

j) La ***frecuencia*** (f) es la inversa del período (T)

$$f = \frac{1}{\text{periodo}} = \frac{1}{T} \; ; \text{ luego : } [f] = \frac{1}{T}$$

$$\boxed{[f] = T^{-1}}$$

La fórmula dimensional de la velocidad angular (W) también es T^{-1} , luego dos magnitudes diferentes pueden tener la misma fórmular dimensional.

$$\boxed{[W] = [f] = T^{-1}}$$

- Hasta ahora la ecuaciones dimensionales se han escrito en función de la longitud (L), la masa (M) y el tiempo (T), pero también se pueden emplear las otras cuatro magnitudes fundamentales: la temperatura (θ), la intensidad de corriente eléctrica (I), la intensidad luminosa (J) y la cantidad de sustancia (N), por ejemplo:

k) La ***carga eléctrica*** (q) es el producto de la intensidad (I) de corriente y el tiempo (t) :

$$q = I \cdot t \text{ , luego : } [q] = [I] \cdot [t]$$

$$\boxed{[q] = IT}$$

l) La ***iluminación*** (Y) es la relación de entre la intensidad luminosa (J) y el cuadrado de la distancia :

$$Y = \frac{\text{Intensidad luminosa}}{(\text{distancia})^2} = \frac{J}{d^2} \text{ , Luego : } [Y] = \frac{J}{L^2}$$

$$\boxed{[Y] = L^{-2}J}$$

2.4.- REGLAS DE LAS ECUACIONES DIMENSIONALES :

REGLA Nº 1

La adición o sustracción no se aplican a las ecuaciones dimensionales, sino que sumando o restando magnitudes de la misma naturaleza obtendremos otra de la misma naturaleza; ejemplo:

* $LT^{-2} + LT^{-2} = LT^{-2}$ (no se cumple la suma)
* $L^{-3}M - L^{-3}M = L^{-3}M$ (observe que no da cero)

REGLA Nº 2

Las leyes de la multiplicación y la división son aplicables a las ecuaciones dimensionales, ejemplo :

$* \dfrac{LM}{T} = LMT^{-1}$ $* L \bullet LT = L^2T$ $* \dfrac{M^4T^2}{MT^{-1}} = M^3T^3$

REGLA Nº 3

Las constantes matemáticas (números) son aquellas que carecen de unidades, luego :

> *La ecuación dimensional de un número es la unidad.* ***[Número] = 1***

Ejemplos :

a) La ***"función trigonométrica"*** es un número :

$$[Cos\alpha] = 1$$

b) La ***"función logarítmica"*** es un número :

$$[logN] = 1$$

Como "N" también es un número, tendremos [N] = 1

c) La ***"exponentes"*** son número :

Dado : $y = e^x$ tendremos que : $[x] = 1$

d) La ***"constantes matemáticas"*** en sus diferentes formas son adimensionales (no tienen unidades)

$* [\pi] = 1$ $* [\sqrt{2}] = 1$ $* [50] = 1$

En el lenguaje de la física se pueden emplear hasta dos tipos de constantes :

I. ***Constante matemática :*** aquellas que no tienen unidades y por tanto su ecuación dimensional es 1.

II. ***Constantes físicas :*** Aquellos que si tienen unidades, ejemplo:

$$K = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

La constante matemática π se obtiene dividiendo la longitud de una circunferencia entre su diámetro.

$$\pi = 3{,}1416$$

e) Los *"ángulos"* son considerados cantidades adimensionales:

* $[\pi rad] = 1$ * $[40°] = 1$

2.5.- PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD

En una ecuación homogénea de adición o sustracción todos los términos tienen la misma ecuación dimensional.

El principio de homogeneidad indica que a una fuerza solamente podremos sumarle fuerzas.

Sea una ecuación de adición :

$S = A + B + C$ tendremos que :

$$[S] = [A] = [B] = [C]$$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

En la siguiente ecuación halle [x] conociendo que :
a : aceleración
V : Volumen
t : tiempo

$$x = \frac{at}{V}$$

RESOLUCION :

Usando las ecuaciones dimensionales :

$$[x] = \frac{[a][t]}{[V]} \quad .....(1)$$

Recordemos que :

$[a] = LT^{-2}$ y $[V] = L^3$

Reemplazando en (1).

$$[x] = \frac{(LT^{-2})(T)}{L^3}$$

$$[x] = L^{-2}T^{-1}$$

PROBLEMA 02

Según la ley de la gravitación universal, enunciada por Newton, la fuerza de atracción entre dos partículas de masas m_1 y m_2 separadas por una distancia "r" es :

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Calcule [G] :

RESOLUCION :

$$[F] = [G]\frac{[m_1][m_2]}{[r]^2} \quad .....(1)$$

Para la fuerza sabemos que $[F] = LMT^{-2}$

En (1) :

$$LMT^{-2} = [G]\frac{M \cdot M}{L^2}$$

Despejando [G]:

$$[G] = \frac{LMT^{-2} \cdot L^2}{M^2}$$

$$[G] = L^3M^{-1}T^{-2}$$

PROBLEMA 03

En la siguiente ecuación, ¿qué magnitud puede representar Y?, se sabe que P es presión, A es área y m es masa.

$$Y = \pi \frac{P \cdot A}{m Sen\alpha}$$

RESOLUCION :

$$[Y] = [\pi] \frac{[P][A]}{[m][Sen\alpha]} \ldots\ldots (1)$$

Recordemos que :

[P] : $L^{-1}MT^{-2}$ ..... presión
[A] : L^2 ..... área
[m] : M ..... masa
[π] : 1 ..... constante matemática
[Senα] : 1 ..... función trigonométrica

Reemplazando en (1)

$$[Y] = (1) \frac{L^{-1}MT^{-2} \cdot L^2}{M \cdot (1)}$$

$$[Y] = LT^{-2} \ldots\ldots (2)$$

Sabemos que para la aceleración:

$$[a] = LT^{-2} \ldots\ldots (3)$$

Luego:

[Y] : aceleración

PROBLEMA 04

En la ley de Hooke se establece que la fuerza aplicada a un resorte elástico es directamente proporcional a su deformación (x):

$$F = Kx$$

Hállese [K].

RESOLUCION :

En la ley de Hooke, "K" es la constante de rigidez y la deformación (x) es una distancia (L), luego:

$$[F] = [K] [x]$$

$$LMT^{-2} = [K] \cdot L$$

$[K] = MT^{-2}$

PROBLEMA 05

En la ecuación, determine [B] sabiendo que "C" es adimensional:

$$\frac{DE}{FB} = C$$

D : densidad
E : energía cinética
F : fuerza

RESOLUCION :

La ecuación dimensional de C es 1

$$[C] = 1 \ldots\ldots \text{(adimensional)}$$

Luego:

$$\frac{[D][E]}{[F][B]} = [C]$$

$$[D]\,[E] = [F]\,[B] \ldots\ldots (1)$$

Recordemos que:

[D] = $L^{-3}M$ ..... densidad
[E] = L^2MT^{-2} ..... (igual que el trabajo)
[F] = LMT^{-2} ..... fuerza

Reemplazando en (1):

$$(L^{-3}M)\,(L^2MT^{-2}) = LMT^{-2} \cdot [B]$$

$[B] = L^{-2}M$

PROBLEMA 06

Se muestra una ecuación homogénea en donde B y C son magnitudes desconocidas, D es densidad, hállese [S].

$$A = B + C^{SDSen\theta}$$

RESOLUCION :

Recordemos que el exponente "SDSenθ" es un número y su ecuación dimensional es uno

$[SDSen\theta] = 1$ ..... (exponente)

$[S][D][Sen\theta] = 1$

$[S] \cdot L^{-3}M \cdot (1) = 1$

$$[S] = \frac{1}{L^{-3}M}$$

$$\boxed{[S] = L^3M^{-1}}$$

PROBLEMA 07

En la ecuación de los gases ideales:

$$PV = nRT$$

encuentre [R], conociendo que:

P : presión absoluta del gas
V : volumen del gas
n : moles de gas
T : temperatura absoluta del gas
R : constante universal de los gases ideales:

RESOLUCION :

$$[P][V] = [n][R][T] \text{ ..... } (1)$$

Recordemos que:

$[P] = L^{-1}MT^{-2}$ ..... presión
$[V] = L^3$ ..... volumen
$[n] = N$ ..... cantidad de sustancia
$[T] = \theta$ ..... temperatura

Reemplazando en (1):

$$L^{-1}MT^{-2} \cdot L^3 = N[R]\theta$$

Luego: $$[R] = \frac{L^2MT^{-2}}{N\theta}$$

$$\boxed{[R] = L^2MT^{-2}\theta^{-1}N^{-1}}$$

PROBLEMA 08

Si la ecuación dada es dimensionalmente correcta, donde S:area, a:aceleración y V:velocidad, halle la ecuación dimensional de y.

$$\pi y = sx\log\left(\frac{ax}{V}\right)$$

RESOLUCION :

Usando las ecuaciones dimensionales:

$$[\pi][y] = [s][x][\log(ax/v)]$$
$$(1)[y] = L^2[x](1)$$
$$[y] = L^2[x] \text{ ..... } (1)$$

La función logaritmo se aplica a los número: luego:

$\frac{ax}{v}$: número

$$\frac{[a][x]}{[v]} = 1$$

$$[x] = \frac{[v]}{[a]}$$

$$[x] = \frac{LT^{-1}}{LT^{-2}}$$

$$[x] = T \text{ ..... } (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$\boxed{[y] = L^2T}$$

PROBLEMA 09

En la ley cuantitativa de Coulomb determine [K]:

F : fuerza
q_1 y q_2 : cargas eléctricas
r : distancia

$$F = K\frac{q_1q_2}{r^2}$$

RESOLUCION :

$$[F] = [K]\frac{[q_1][q_2]}{[r^2]} \text{ .....} (1)$$

Recordemos que:

$[F] = LMT^{-2}$ ..... fuerza
$[q_1] = [q_2] = IT$ ..... carga eléctrica
$[r] = L$ ..... distancia

Reemplazando en (1):

$$LMT^{-2} = [K]\frac{(IT)(IT)}{L^2}$$

$$\frac{L^3MT^{-2}}{I^2T^2} = [K]$$

$$\boxed{[K] = L^3MT^{-4}\,I^{-2}}$$

PROBLEMA 10

Determine las dimensiones que deben tener A y B en la siguiente ecuación homogénea.

V : volumen
P : peso
m : masa
a : aceleración

$$10VP = mA + aB$$

RESOLUCION :

Usamos el principio de homogeneidad en la suma:

$$\underbrace{[10VP]}_{1°} = \underbrace{[mA]}_{2°} = \underbrace{[aB]}_{3°}$$

Igualando el 1° y 2° términos:

$$[10][V][P] = [m][A]$$

$$(1)L^3 \bullet LMT^{-2} = M[A]$$

$$\boxed{[B] = L^3M}$$

Igualando el 1° y 3° términos:

$$[10][V][P] = [a][B]$$

$$(1)L^3 \bullet LMT^{-2} = LT^{-2}[B]$$

$$\boxed{[B] = L^3M}$$

PROBLEMA 11

En la ecuación homogénea determine las ecuaciones dimensionales de A y B.

$$W = AgH + BP$$

W : trabajo
g : aceleración de la gravedad
H : altura
P : potencia

RESOLUCION :

Usamos el principio de homogeneidad en la suma:

$$\underbrace{[W]}_{1°} = \underbrace{[AgH]}_{2°} = \underbrace{[BP]}_{3°}$$

Igualando el 1° y 2° términos:

$$[W] = [A]\,[g]\,[H]$$

$$L^2MT^{-2} = [A]LT^{-2} \bullet L$$

$$\boxed{[A] = M}$$

Igualando el 1° y 3° términos:

$$[W] = [B]\,[P]$$

$$L^2MT^{-2} = [B] \bullet L^2MT^{-3}$$

$$\boxed{[B] = T}$$

PROBLEMA 12

Si la ecuación cumple con la regla de la homogeneidad, halle [X] y [y].

$$DX = \frac{a_1 - a_2}{T} - \frac{F_1 - F_2}{y}$$

D : densidad
a_1 y a_2 : aceleraciones
F_1 y F_2 : fuerzas
T : tiempo

RESOLUCION :

La resta de dos aceleraciones debe dar otra aceleración (a_3):

$$a_1 - a_2 = a_3 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

La resta de dos fuerzas debe dar otra fuerza (F_3):

$$F_1 - F_2 = F_3 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Reemplazando en la ecuación dada:

$$DX = \frac{a_3}{T} - \frac{F_3}{y}$$

El principio de la homogenidad también se emplea en la resta:

$$\underbrace{[DX]}_{1°} = \underbrace{\left[\frac{a_3}{T}\right]}_{2°} = \underbrace{\left[\frac{F_3}{y}\right]}_{3°}$$

Igualando el 1° y 2° términos:

$$[D][X] = \frac{[a_3]}{T}$$

$$L^{-3}M[X] = \frac{LT^{-2}}{T}$$

$$\boxed{[X] = L^4M^{-1}T^{-3}}$$

Igualando el 2° y 3° términos:

$$\frac{[a_3]}{T} = \frac{[F_3]}{[y]}$$

$$\frac{LT^{-2}}{T} = \frac{LMT^{-2}}{[y]}$$

$$\boxed{[y] = MT}$$

PROBLEMA 13

En la ecuación dimensionalmente correcta halle la ecuación dimensional de y.

m : masa
P : potencia
W : trabajo
V : velocidad

$$xy = \frac{\sqrt{mP + Wx}}{v}$$

RESOLUCION :

Dentro de la raíz cuadrada hay una suma y podemos usar el principio de homogenidad.

$$[mP] = [Wx]$$

$$[m][P] = [W][x]$$

$$M \cdot L^2MT^{-3} = L^2MT^{-2} \cdot [x]$$

$$[x] = MT^{-1} \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Reemplazando en la misma ecuación:

$$xy = \frac{\sqrt{mP + Wx}}{v}$$

$$[x][y] = \frac{\sqrt{[m][P] + [W][x]}}{[v]}$$

$$MT^{-1} \cdot [y] = \frac{\sqrt{M \cdot L^2MT^{-3} + L^2MT^{-2} \cdot MT^{-1}}}{LT^{-1}}$$

$$MT^{-1} \cdot [y] = \frac{\sqrt{L^2M^2T^{-3}}}{LT^{-1}}$$

$$MT^{-1} \cdot [y] = \frac{LMT^{-3/2}}{LT^{-1}}$$

$$[y] = \frac{MT^{-1/2}}{MT^{-1}}$$

$$\boxed{[y] = T^{1/2}}$$

PROBLEMA 14

La energía cinética de un móvil de masa "m" y velocidad "v" es:

$$E = km^av^b$$

Si k es una constante matemática, halle los exponentes a y b.

RESOLUCION :

$$[E] = [K][m]^a[v]^b$$

$$L^2MT^{-2} = (1)M^a(LT^{-1})^b$$

$$L^2MT^{-2} = L^bM^aT^{-b}$$

Comparando la base L:

$$\boxed{b = 2}$$

Comparando la base M:

$$\boxed{a = 1}$$

PROBLEMA 15

En un movimiento circular de radio "R", si la velocidad del móvil es "V" la aceleración centrípeta se halla con

$$a_c = KV^aR^b$$

Siendo K una constante matemática, halle los exponentes a y b.

RESOLUCION :

$$[a_c] = [k][V]^a[R]^b$$
$$LT^{-2} = (1)(LT^{-1})^a (L)^b$$
$$LT^{-2} = L^aT^{-a} \bullet L^b$$
$$LT^{-2} = L^{a+b}T^{-a}$$

Comparando la base T:

$$\boxed{a = 2}$$

Comparando la base L:

$$a + b = 1$$
$$(2) + b = 1$$

$$\boxed{b = -1}$$

AUTOEVALUACION

01 Decimos magnitud de aquello que podemos _____ en forma directa o indirecta.

a) observar b) agrupar c) medir
d) asociar e) fraccionar

02 De las siguientes magnitudes, ¿cuántas no son fundamentales en el SI?
Peso, área, temperatura, longitud, intensidad de luz y fuerza.

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

03 Las fórmulas dimensionales de la frecuencia y la velocidad angular son:

a) diferentes b) Iguales
c) No existen d) equivalentes a 1
e) Equivalentes a LT

04 ¿Cuál es la fórmula dimensional de la presión?

a) LMT b) LMT^{-2} c) L^2MT^{-2}
d) L^2MT^{-3} e) $L^{-1}MT^{-2}$

05 Si V: velocidad, ρ: densidad y Q:Calor, ¿qué fórmulas dimensionales son correctas?

I) $[V] = LT^{-2}$
II) $[\rho] = L^{-3}M$
III) $[Q] = L^2MT^2$

a) I b) I y II c) II
d) Todas e) Ninguna

06 La ecuación dimensional de la temperatura es:

a) T b) IT c) θ d) J e) θI

07 ¿Cuántas magnitudes fundamentales tiene el SI?

a) 3 b) 5 c) 7 d) 9 e) Muchas

08 Señale la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones con respecto a las ecuaciones dimensionales:

I) $[Sen\theta] = [Tan\alpha]$
II) $[30°] = L$
III) $[LogN] = 1$

a) VVV b) FVV c) VFV
d) FVF e) FFF

09 Usando las reglas de las ecuaciones dimensionales son verdaderas:

I) $LMT^2 - LMT^2 = 0$

II) $LT^{-1} + LT^{-1} = LT^{-1}$

III) $\frac{LMT}{MT^{-1}} = LT^2$

a) I y II b) II y III c) III
d) I y III e) Todas

10 Señale con V si la afirmación es verdadera o con F si es falsa.

I) π es adimensional
II) La carga eléctrica es una magnitud fundamental
III) La masa y el peso tienen la misma fórmula dimensional.

a) VFF b) VVF c) VFV
d) FFV e) VVV

11 Generalmente, mediante las ecuaciones dimensionales expresamos las magnitudes _____ en función de las magnitudes _____

a) fundamentales, derivadas
b) fundamentales, auxiliares
c) auxiliares, fundamentales
d) derivadas, fundamentales
e) derivadas, auxiliares

12 Si "W" es peso y "m" es masa podemos afirmar que:

I) $[W] = [m]$
II) $[W] = LMT^{-2}$
III) $[m] = M$

a) I y II b) II y III c) I y III
d) II e) III

13 La ecuación dimensional de la intensidad de corriente es:

a) J b) LT c) LM d) I e) N

14 Si la siguiente ecuación es homogénea podemos asegurar que:

$$x = yz^k$$

a) $[x] = 1$ b) $[y] = 1$ c) $[z] = 1$
d) $[k] = 1$ e) N.A.

15 Complete correctamente:
"La magnitud fundamental _____ se mide con la unidad _____"

a) Longitud, segundo
b) Masa, metro
c) Intensidad luminosa, amperio
d) Intensidad de corriente, candela
e) Cantidad de sustancia, mol

16 Sea F: fuerza, W: trabajo, Q: Calor y E: energía; se cumplirá que:

a) $[F] = [Q]$ b) $[F] = [W]$
c) $[F] = [E]$ d) $[Q] + [E] = [W]$
e) $[F] + [W] = [E]$

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 17

En la ecuación homogénea determine la ecuación dimensional de x:
v : velocidad
a : aceleración

$$VX = a\log 300$$

a) T b) LT c) T^{-2} d) T^{-1} e) LT^{-1}

PROBLEMA 18

Si un alambre es calentado, éste se dilata según la siguiente ley, halle $[\alpha]$

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \Delta T$$

en donde:

ΔL : variación de longitud
L_o : longitud inicial
ΔT : variación de temperatura

a) θ b) θ^2 c) θ^{-1} d) T^{-1} e) L^{-1}

PROBLEMA 19

El peso específico (γ) es la relación entre el peso de un cuerpo y el volumen que éste ocupa, halle su respectiva fórmula dimensional.

$$\gamma = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}}$$

a) LMT^{-2} b) $L^{-1}MT^{-2}$ c) $LM^{-1}T^{-2}$
d) $L^{-2}MT^{-2}$ e) LMT^{-1}

PROBLEMA 20

La aceleración angular (α) mide la variación de velocidad angular con respecto al tiempo, determínese [α]

$$\alpha = \frac{\Delta W}{t}$$

a) θT^{-1} b) θT^{-2} c) T
d) T^{-1} e) T^{-2}

PROBLEMA 21

La siguiente fórmula determina el calor (Q) que debe entregarse a una masa "m" para que su temperatura se incremente en "ΔT", halle la fórmula dimensional del calor específico [Ce]

$$Q = mCe \cdot \Delta T$$

a) $L^2T^{-2}\theta^{-1}$ b) $LT^{-2}\theta$ c) $LT\theta^{-2}$
d) $L^2T^{-2}\theta$ e) $LT\theta^{-1}$

PROBLEMA 22

Determine la ecuación dimensional de x, sabiendo que P: peso y Q: calor:

$$200x = \frac{PT\tan 30°}{Q}$$

a) L b) L^{-1} c) LT d) $L^{-1}T$ e) T

PROBLEMA 23

En la ecuación homogénea, ¿qué magnitud podría ser P?

D : densidad
F : fuerza
L : longitud
m : masa

$$P = \frac{DFL}{m}$$

a) peso b) potencia c) presión
d) trabajo e) fuerza

PROBLEMA 24

En la ecuación dimensionalmente correcta determine la ecuación dimensional de x.

M : Masa
F : fuerza
C y D : Magnitudes desconocidas.

$$\mathbf{Mx = F + CD}$$

a) LT b) L^2T c) LT^2
d) LT^2 e) LT^{-1}

PROBLEMA 25

Si la ecuación mostrada cumple con el principio de homogeneidad podremos afirmar que: V: verdadero y F: falso:

$$\frac{A}{B} = C + DF$$

I) [A] = [B][C]
II) [F] = [D] / [C]
III) Si [A] = [D] $\rightarrow$ [B][F] = 1

a) VVV b) VFV c) FVV
d) FFV e) VFF

PROBLEMA 26

Hállese [B] y [C] considerando que la siguiente ecuación cumple con el principio de homogeneidad.

$$BSen30° = AV + CDlogN$$

A: área, V: volumen y D: densidad

a) L^3 y L^5M b) L^5 y L^8M^{-1} c) L^4 y L^7M
d) L^5 y LM^{-1} e) L^3 y M^{-1}

NIVEL II

PROBLEMA 27

La intensidad de campo eléctrico (E) es la fuerza eléctrica (F) por unidad de carga, calcule [E]:

$$E = \frac{F}{q}$$

a) $LMT^{-2}I$ b) $LMT^{-3}I^{-1}$ c) $LMT^{-2}I^{-2}$
d) $LMTI^{-1}$ e) $LMT^{3}I$

PROBLEMA 28

La energía potencial de una masa "m" suspendida hasta una altura "h" es:

$$E = m^a g^b h^c$$

hallar a+b+c si "g" es la aceleración de la gravedad.

a) 0 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

PROBLEMA 29

Un pulso; en una cuerda, viaja con una velocidad "V", la fuerza de tensión en la cuerda es "T", "m" es su masa y "L" su longitud, determine a, b y c.

$$V = T^a m^b L^c$$

a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}$ c) 1, 2 y $-\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$, 1 y 1 e) $1, -\frac{1}{2}, 1$

PROBLEMA 30

Si consideramos que la siguiente ecuación es homogénea "S" podría ser la magnitud .....

$$x = \sqrt[3]{\pi F - \frac{S}{R}\text{Tan}\theta}$$

F : fuerza
R : radio

a) aceleración b) energía c) presión
d) potencia e) velocidad

PROBLEMA 31

Dada la igualdad homogénea, halle [B]

$$\frac{B}{F} = D - e^{PD}$$

F : fuerza
P : potencia

a) LT b) LT^{-1} c) $L^{-1}T$ d) LT^{2} e) L

PROBLEMA 32

En la expresión correcta, halle la ecuación dimensional de x.

$$S = S_O \cdot \log\left(Z + \frac{\alpha t}{x}\right)$$

α : aceleración angular
t : tiempo

a) T b) T^2 c) T^{-2} d) T^{-1} e) 1

PROBLEMA 33

En la expresión homogénea, D: densidad, F: Fuerza hállese [y]:

$$(N + \text{Tan}\theta)Dy = \pi NFSen\alpha$$

a) $L^{-3}T^{-2}$ b) $L^{3}T^{-2}$ c) LT^{-2}
d) $L^{4}T^{-2}$ e) T^{-2}

PROBLEMA 34

Dado que en la ecuación podemos usar el principio de la homogeneidad, hallar x.

Q : calor
m : masa
v : velocidad

$$Q = \pi \text{Tan}\theta m v^x$$

a) 2 b) −2 c) 3 d) −3 e) 1/2

PROBLEMA 35

La fuerza de lorentz puede calcularse con:

$$F = qv\beta Sen\theta$$

q: carga eléctrica, v: velocidad de la carga, β: inducción magnética y θ: ángulo entre $\overline{V}$ y $\overline{\beta}$. Halle [β]

a) $MT^{-2}I^{-1}$ b) MTI^{-1} c) $MT^{-2}I$
d) MTI^{-2} e) M^2TI^{-2}

PROBLEMA 36

En la ecuación homogénea halle [P]

$$PR + P = \frac{1}{R}$$

a) 0 b) 1 c) −1
d) F. Datos e) N.A.

PROBLEMA 37

Usando el principio de la homogeneidad, determine [B] en la siguiente ecuación considerando que "S" es una superficie.

$$\frac{\sqrt{B^2 - C\,Cos\theta}}{S} = \pi C$$

a) L^2 b) L^{-1} c) L^{-2}
d) LT e) LT^{-2}

PROBLEMA 38

En la ecuación homogénea, la magnitud "D" podría ser:
W: Trabajo, F: Fuerza, P: Potencia

$$AW\log(N + SF) = (\pi + SD)P$$

a) área b) fuerza c) potencia
d) presión e) Faltan datos

PROBLEMA 39

La energía cinética molécular de los gases monoatómicos está dado por la siguiente ley:

$$E = \frac{3}{2}KT$$

en donde:
K : constante de Boltzmann
T : temperatura absoluta
Hallar [K]

a) $L^2MT^{-2}\theta^{-1}$ b) $L^2MT^{-2}\theta$ c) $LMT^{-1}\theta^{-1}$
d) $LMT\theta^{-1}$ e) $L^2MT^{-2}\theta^2$

PROBLEMA 40

En la ley de Ohm (V = I R) tenemos que:
V : tensión eléctrica
I : intensidad de corriente
R : resistencia eléctrica
R : resistencia eléctrica
determine [R]

a) $L^2MT^{-2}I$ b) $LMT^{-1}I^{-2}$ c) $LMTI^2$
d) $L^2MT^{-3}I$ e) $L^2MT^{-3}I^{-2}$

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	B	E	C	C	C	C	B	A	D	B	D	D	E	D	D	C	D	E
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	B	C	D	B	B	B	C	B	B	C	D	D	A	A	B	C	B	A	E

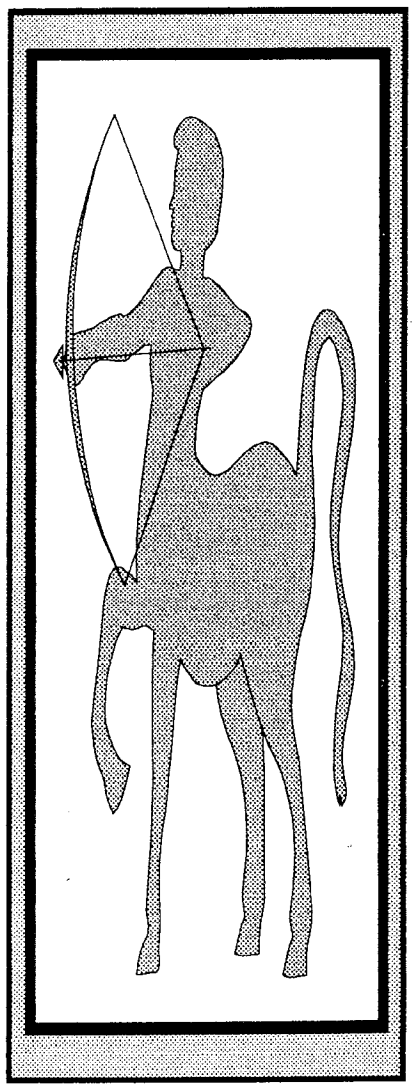
3 Capítulo Análisis VECTORIAL

OBJETIVOS

1. ***Usar vectores en la descripción de las magnitudes vectoriales.***
2. ***Sumar y descomponer vectores***

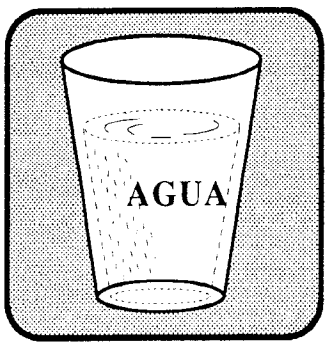
@DHDV

Las cantidades o magnitudes físicas por su naturaleza o forma geométrica pueden ser agrupadas como ***escalares o vectoriales.***



3.1.- MAGNITUDES ESCALARES:

Existen cantidades físicas como el volumen, la densidad, la energía, el trabajo, la potencia, la masa, ... etc que para tener una idea clara de esta magnitud solamente debemos conocer el valor y la unidad.



Si decimos que en un vaso el volumen de agua es 0,3 litros tendremos un concepto claro de esta magnitud física:
el valor será 0,3 y la unidad el litro.

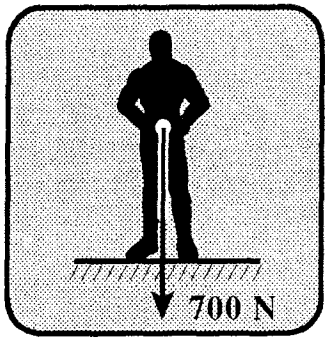
Las magnitudes escalares son aquellas que quedan bién establecidas conociendo solamente su valor y unidad.

- El tiempo
- La temperatura
- La carga eléctrica
- La longitud
- La resistencia eléctrica
- La tensión eléctrica

Son magnitudes escaleres.

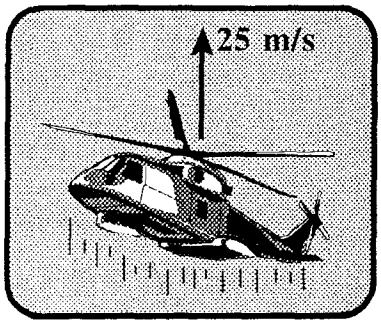
3.2.- MAGNITUDES VECTORIALES:

Para mejorar la descripción de las magnitudes algunas de éstas requieren, aparte de su valor y unidad, cierta orientación: Ejemplos:



Cuando decimos que el ***peso*** de una persona es ***700 N***, entendemos que el valor del peso es ***700*** y la unidad el Newton (N), pero sabemos también que el peso se dirige hacia ***ABAJO***, siendo esta su ***dirección.***

Cuando mencionamos que la velocidad de un helicóptero es de 25 m/s, también debemos mencionar ***hacia donde*** está orientada esta velocidad (arriba, abajo, derecha, izquierda, ... etc). osea debemos dar a conocer una dirección.

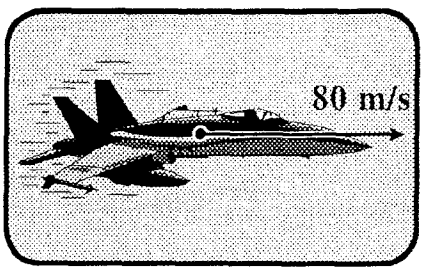


Así como el peso y la velocidad, otras cantidades físicas como; la aceleración, el impulso, el desplazamiento, la fuerza y algunas más requieren una DIRECCION, aparte de su valor y unidad.

Las magnitudes vectoriales son aquellas que aparte de valor y unidad requieren de cierta dirección para quedar bién definidas.

3.3.- VECTORES

Para representar la velocidad de un avión podemos hacer lo siguiente:

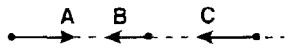


- Empleamos una ***flecha*** o zaeta que indicará que la dirección de la velocidad es hacia la **derecha**.
- Una escala adecuada indicará que esta velocidad es de 80 m/s.

Luego; estas flechas o zaetas son los llamados **VECTORES.**

VECTORES COLINEALES

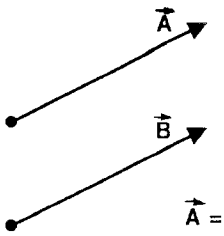
Cuando se hallan contenidos en una misma linea de acción.



Los vectores son segmentos de recta orientados que se emplean para representar la dirección de las magnitudes vectoriales, y usando una escala adecuada también pueden representar la medida de las magnitudes vectoriales.

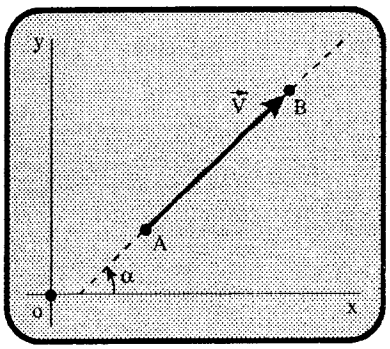
VECTORES IGUALES

Cuando tienen el mismo módulo y dirección (sentido) pero no necesariamente el mismo punto de aplicación.



Ejemplo :

Representación de un vector en el plano:



$\vec{v}$: Se lee vector "v"
x : eje de abscisas
y : eje de ordenadas
o : origen de coordenadas
A : origen del vector
B : extremo del vector

Los elementos de un vector son:

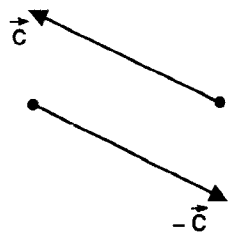
El módulo o magnitud $|\vec{v}|$; es la longitud o medida AB del vector.

En el plano, ***la dirección*** del vector se representa con el ángulo (α) antihorario medido desde el eje x positivo hasta la ubicación del vector.

Todo vector queda bien definido conociendo su módulo y dirección, siendo estos sus elementos.

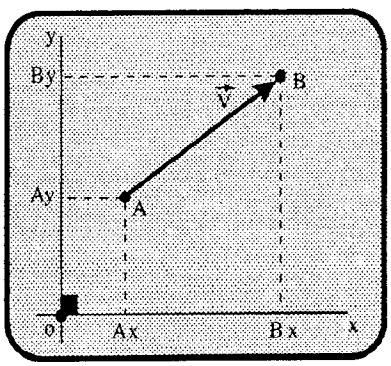
VECTORES OPUESTOS

Cuando los vectores tienen, igual módulo, dirección contraria (sentido) pero no siempre el mismo punto de aplicación.



3.4.- REPRESENTACION ANALITICA

En el plano cartesiano, un vector queda bién definido conociendo su origen (A) y extremo (B):



El vector $\vec{V}$ será:

$\vec{V}$ = extremo − origen

$$\vec{V} = B - A$$

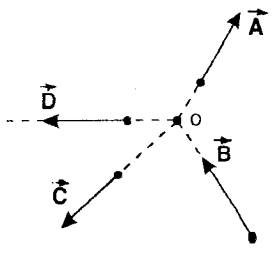
Reemplazando:

$\vec{V} = (Bx ; By) - (Ax ; Ay)$

$$\vec{V} = (Bx - Ax ; By - Ay)$$

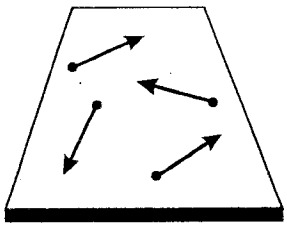
VECTORES CONCURRENTES

Cuando sus lineas de acción concurren en un mismo punto (o).



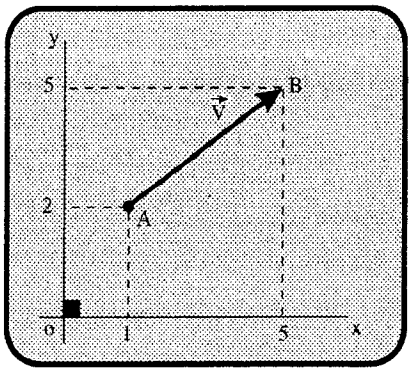
VECTORES COPLANARES

Cuando están contenidos en un mismo plano.



Ejemplo 1

En el plano cartesiano se ha representado un vector $\vec{V}$, determine el vector $\vec{V}$:



RESOLUCION :

El extremo del vector es:

$B = (5; 5)$

El origen será:

$A = (1; 2)$

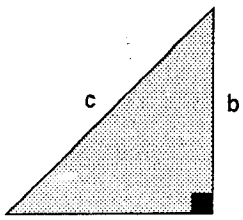
El vector se halla restando el extremo y el origen:

$$\vec{V} = B - A = (5; 5) - (1;2)$$

$$\boxed{\vec{V} = (4; 3)}$$

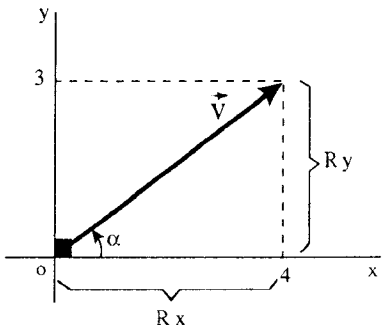
TEOREMA DE PITAGORAS

En un triángulo rectángulo de catetos "a" y "b" y de hipotenusa "c" se cumple:



$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

* Usando las componentes de este vector $\vec{V} = (4; 3)$, puede ser graficado desde el origen de coordenadas.



* Para hallar el módulo del vector $\vec{V}$ se emplea la fórmula de pitágoras, sea:

$$\vec{V} = (Rx; Ry)$$

Luego:

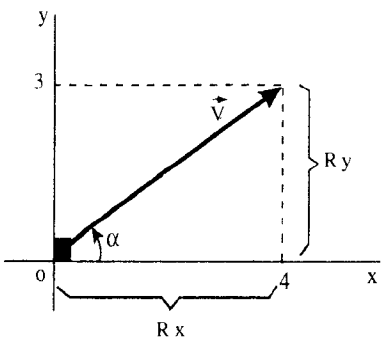
$$\boxed{|\vec{V}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}}$$

* Para el vector $\vec{V} = (4; 3)$, con el teorema de pitagóras tendremos:

$$|\vec{V}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$$

$$\boxed{|\vec{V}| = 5}$$

* Para hallar la dirección del vector se emplea la función trigonométrica tangente:



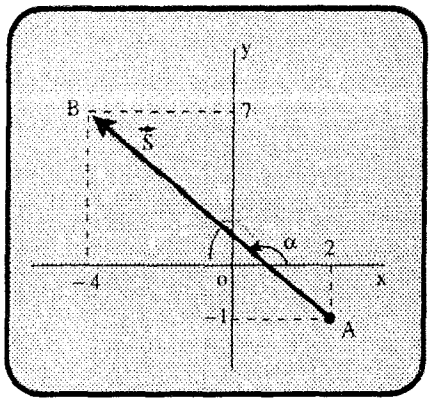
Si $\vec{V} = (Rx; Ry)$

Luego : $\text{Tan}\alpha = \dfrac{Ry}{Rx} = \dfrac{3}{4}$

$$\boxed{\alpha = 37°}$$

Ejemplo ❷

En el plano cartesiano se muestra un vector $\vec{S}$, halle:



a el vector $\vec{S}$

b el módulo del vector $\vec{S}$

c la dirección del vector $\vec{S}$

RESOLUCION :

Extremo : B = (−4; 7)
Origen : A = (2; −1)

a El vector S será:

$$\vec{S} = B - A = (-4; 7) - (2; -1)$$

$$\boxed{\vec{S} = (-6; 8)}$$

b Para hallar el módulo del vector $\vec{S}$ empleamos el teorema de pitágoras.

$$|\vec{S}| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100}$$

$$\boxed{|\vec{S}| = 10}$$

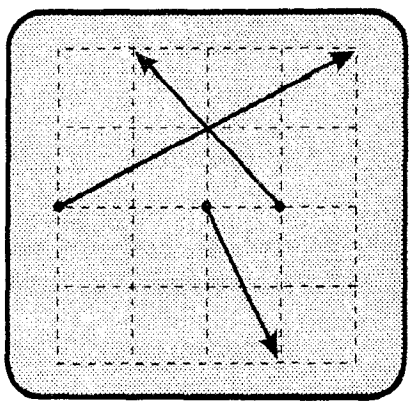
c Cálculo de la dirección (α):

$$\text{Tan}\alpha = \frac{Ry}{Rx} = \frac{8}{-6} = -\frac{4}{3}$$

$$\boxed{\alpha = 127°}$$

Ejemplo ❸

Se muestra un cuadrado de 4 unidades de lado dividido uniformemente en 16 cuadrados pequeños, para los 3 vectores mostrados, halle:

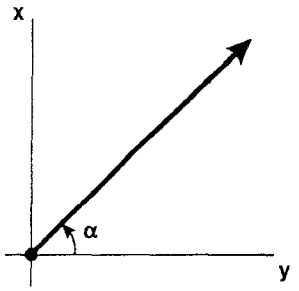


a El vector resultante

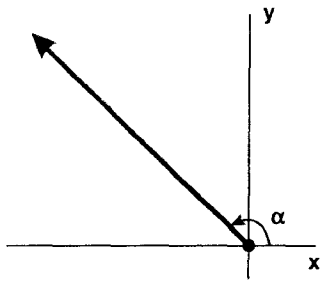
b El módulo del vector resultante

En los siguientes ejemplos ud. observará como debe medir el ángulo (α) de dirección de un vector.

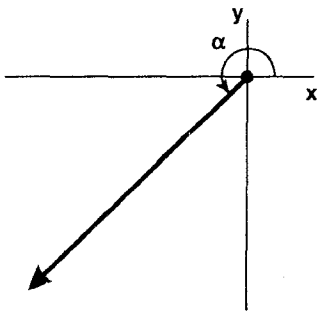
PRIMER CASO



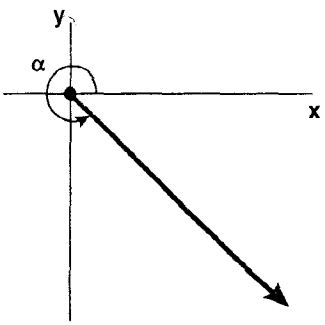
SEGUNDO CASO



TERCER CASO



CUARTO CASO



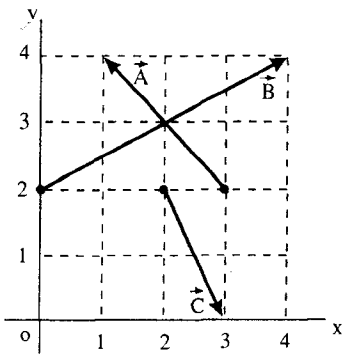
NOTA:

$\vec{R}$: Se lee "vector resultante"

$|\vec{R}|$: Se lee "módulo del vector resultante"

RESOLUCION :

Ubicando el cuadrado en un sistema de ejes "x" y "y":



* Hallamos el vector $\vec{A}$:

$\vec{A}$ = extremo – origen

$\vec{A} = (1; 4) - (3; 2) = (-2; 2)$

* Hallamos el vector $\vec{B}$:

$\vec{B}$ = extremo – origen

$\vec{B} = (4; 4) - (0; 2) = (4; 2)$

* Hallamos el vector $\vec{C}$:

$\vec{C} = (3; 0) - (2; 2) = (1; -2)$

a El vector resultante $(\vec{R})$ es la suma de todos los vectores:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (-2; 2) + (4; 2) + (1; -2)$$

$$\boxed{\vec{R} = (3, 2)}$$

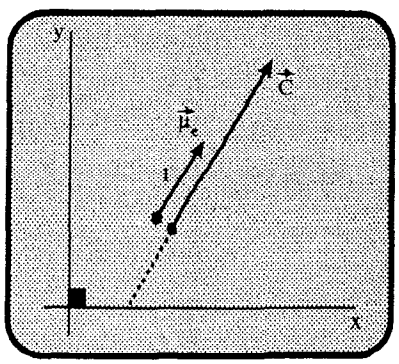
b El módulo del vector resultante $|\vec{R}|$ se halla con el teorema de pitágoras.

$$|\vec{R}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4}$$

$$\boxed{|\vec{R}| = \sqrt{13}}$$

3.5.- VECTOR UNITARIO

En el diagrama se observa un vector $\vec{C}$; si en la misma dirección de $\vec{C}$ trazamos otro vector $(\vec{\mu}_c)$ de módulo igual a la unidad diremos que $\vec{\mu}_c$ es el vector unitario de $\vec{C}$.



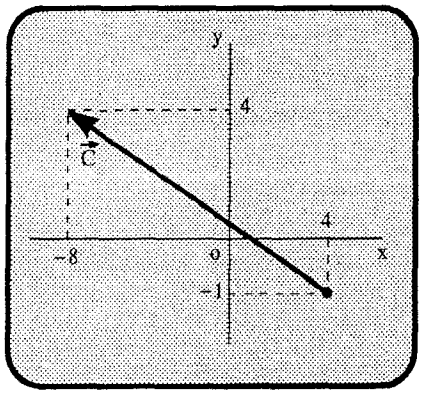
El vector unitario de un vector es otro vector en la misma dirección cuyo módulo es la unidad.

Matemáticamente el vector unitario se halla dividiendo el vector entre su respectivo módulo.

$$\boxed{\vec{\mu}_c = \frac{\vec{C}}{|\vec{C}|}}$$

Ejemplo ❹

Dado el vector $\vec{C}$ en el plano cartesiano, determine:



a El vector $\vec{C}$

b El módulo del vector $\vec{C}$

c El vector unitario de $\vec{C}$

RESOLUCION :

a Hallamos el vector $\vec{C}$:

$\vec{C}$ = extremo − origen = (−8; 4) − (4; −1)

$$\boxed{\vec{C} = (-12; 5)}$$

b Para hallar el módulo del vector $\vec{C}$ usamos el teorema de Pitágoras:

$$|\vec{C}| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169}$$

$$\boxed{|\vec{C}| = 13}$$

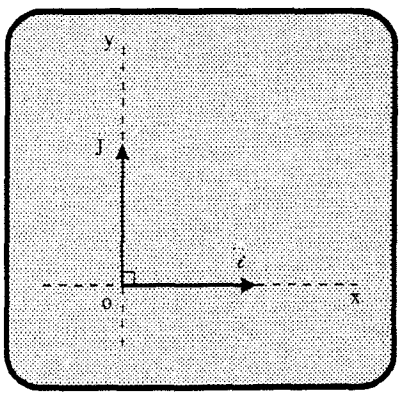
c El vector unitario de $\vec{C}$ ($\vec{\mu}_c$) se halla dividiendo el vector $\vec{C}$ entre el módulo $|\vec{C}|$:

Luego: $$\vec{\mu}_c = \frac{\vec{C}}{|\vec{C}|} = \frac{(-12,5)}{13}$$

$$\boxed{\vec{\mu}_c = \left(-\frac{12}{13}; \frac{5}{13}\right)}$$

3.6.- VECTORES UNITARIOS PRINCIPALES:

En cualquier dirección es posible diterminar el respectivo vector unitario, en el plano cartesiano, en las direcciones "x" y "y", los vectores unitarios reciben nombres especiales, estos son $\vec{\imath}$ y J respectivamente.

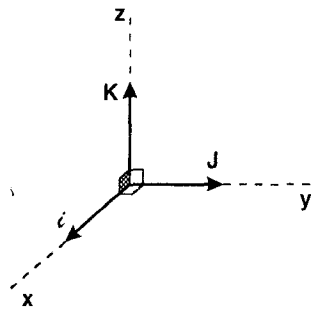


$\boxed{\vec{\imath} = (1; 0)}$ ..... en la dirección horizontal.

$\boxed{J = (0; 1)}$ ..... en la dirección vertical.

NOTA

En el espacio se emplean 3 vectores unitarios principales; i, J y K. El vector unitario K se representa sobre el eje z:



Cualquier vector puede ser expresado en función de los vectores unitarios principales i y J

Ejemplo ❺

Expresar el vector $\vec{C} = (-3; 4)$ en función de los vectores unitarios i y J.

RESOLUCION :

$$\vec{C} = (-3; 4) = (-3; 0) + (0; 4)$$

$$\vec{C} = -3\underbrace{(1; 0)}_{i} + 4\underbrace{(0; 1)}_{J}$$

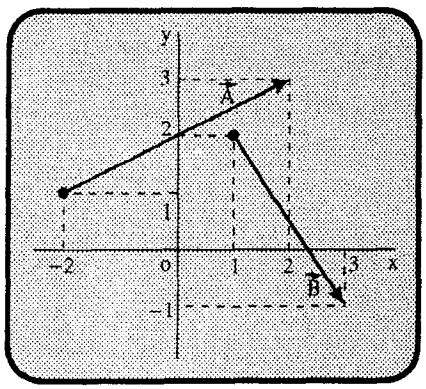
$$\vec{C} = -3i + 4J$$

Luego:

$$\boxed{\vec{C} = (-3; 4) = -3i + 4J}$$

Ejemplo ❻

Para los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ representados en la figura, hallar:



a El vector resultante en función de los vectores unitarios principales.

b El módulo del vector resultante.

c El vector unitario del vector resultante.

RESOLUCION :

* Hallamos el vector $\vec{A}$: $\vec{A} = (2; 3) - (-2; 1) = (4; 2)$

* Hallamos el vector $\vec{B}$: $\vec{B} = (3; -1) - (1; 2) = (2; -3)$

a El vector resultante $\vec{R}$ es la suma de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (4; 2) + (2; -3) = (6; -1)$$

$$\boxed{\vec{R} = 6i - J}$$

b El módulo del vector resultante $|\vec{R}|$ se halla con el teorema de pitágoras:

$$|\vec{R}| = \sqrt{6^2 + (-1)^2} = \sqrt{36+1}$$

$$\boxed{|\vec{R}| = \sqrt{37}}$$

c) El vector unitario del vector resultante μ_R, es la resultante $\vec{R}$ entre el módulo |R|

$$\vec{\mu}_R = \frac{\vec{R}}{|R|} = \frac{(6;-1)}{\sqrt{37}}$$

$$\boxed{\vec{\mu}_R = \left(\frac{6}{\sqrt{37}}; -\frac{1}{\sqrt{37}}\right)}$$

3.7.- SUMA GEOMETRICA DE VECTORES:

Conocidos dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, la suma de estos no solo dependerá de sus módulos, sino también de sus respectivas direcciones, osea del ángulo que estos forman.

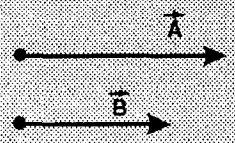
Existen varios métodos geométricos para sumar o restar vectores:

3.7.1.- METODO DEL PARALELOGRAMO:

Se emplea para sumar o restar dos vectores coplanares concurrentes.

La suma o resta de dos vectores depende de sus módulos y también del ángulo que estos forman.

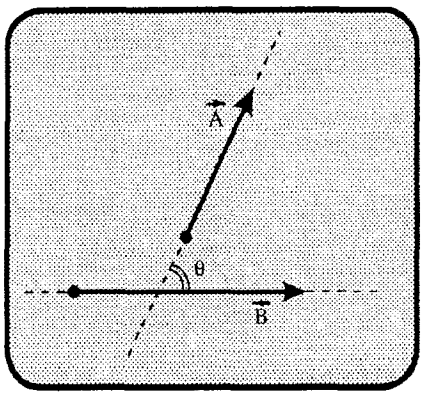
La resultante (suma máxima de dos vectores sucede cuando tienen el mismo sentido.



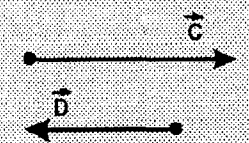
$R_{max} = A + B$

A.- SUMA DE DOS VECTORES:

Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ los vectores y θ el ángulo que estos forman, para sumar estos vectores debemos proceder del siguiente modo:



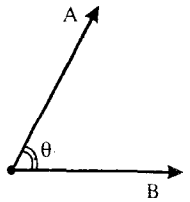
La resistencia (suma) mínima de dos vectores sucede cuando tienen sentidos contrarios.



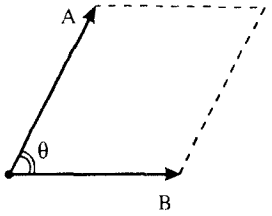
$R_{min} = C - D$

PROCEDIMIENTO

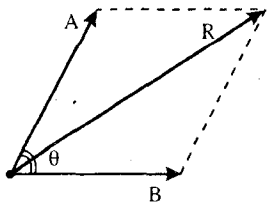
a Juntar los orígenes de los vectores A y B observando el ángulo "θ" que estos forman.



b Por el extremo de cada vector trace una paralela al otro vector, formando el paralelogramo.



c El vector restultante R es el vector que parte del origen común y que se halla sobre una de las diagonales del paralelogramo.



Vectorialmente: **R = A + B** ..... (*)

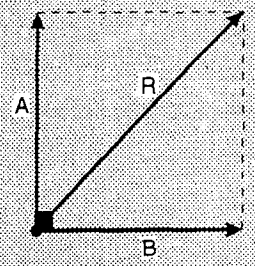
En esta ecuación (*) no debe reemplazarse los módulos de A o B.

d Para hallar el módulo del vector resultante |R| se debe usar la fórmula del paralelogramo.

$$|R|^2 = A^2 + B^2 + 2ABCos\theta$$

La fórmula de pitágoras es un caso especial de la fórmula del paralelogramo cuando:

$\theta = 90°$



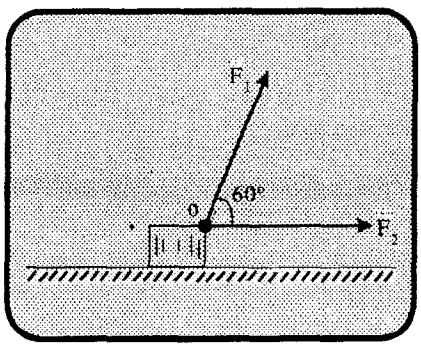
$R^2 = A^2 + B^2 + 2ABCos90°$

$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB(0)$

$R^2 = A^2 + B^2$

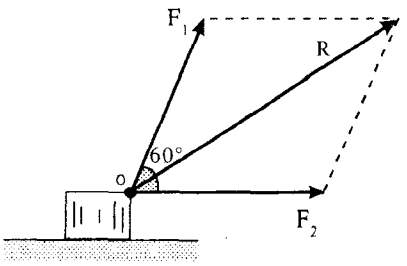
Ejemplo ❼

Las fuerzas $F_1 = 3N$ y $F_2 = 5N$ están aplicadas en el mismo punto "O" formando 60°, halle el módulo de la fuerza resultante.



RESOLUCION :

Usando el método del paralelogramo:

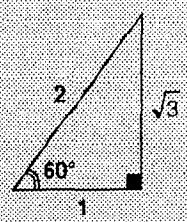


$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2Cos60°$

$R^2 = 3^2 + 5^2 + 2(3)(5)(1/2)$

R = 7N

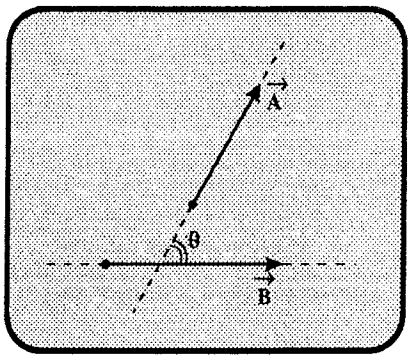
Recuerde las funciones trigonométricas de 60°.



$Cos60° = \frac{1}{2}$

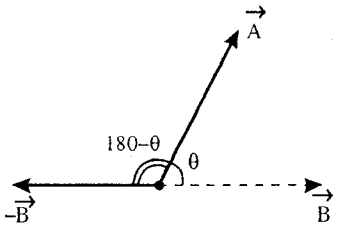
B.- DIFERENCIA DE DOS VECTORES

Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ los vectores y θ el ángulo que estos forman, para hallar la diferencia $\vec{A} - \vec{B}$ debemos:

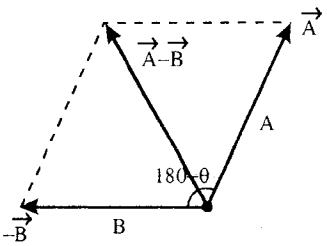


PROCEDIMIENTO:

a Invertir el sentido del vector $\vec{B}$ con el objeto de obtener el vector opuesto $-\vec{B}$ y poder construir la diferencia.



b Seguir el procedimiento del método del paralelogramo.



En la fórmula del paralelogramo:

$$|\vec{A} - \vec{B}|^2 = A^2 + B^2 + 2ABCos(180 - \theta)$$

De la trigonometría se sabe que: $Cos(180 - \theta) = -Cos\theta$

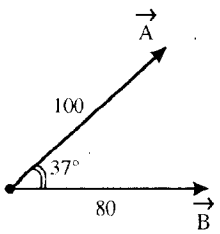
Luego: $$\boxed{|\vec{A} - \vec{B}|^2 = A^2 + B^2 - 2ABCos\theta}$$

Ejemplo 8

Un hombre y un muchacho empujan un fardo haciendo fuerzas de 100 N y 80 N, las direcciones de las fuerzas forman 37°, hállese el módulo del vector diferencia.

RESOLUCION :

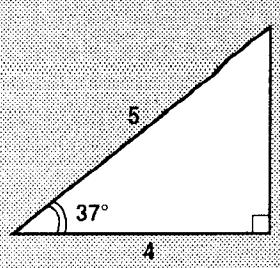
Graficamos las fuerzas del hombre y del muchacho:



$$|\vec{A} - \vec{B}|^2 = A^2 + B^2 - 2ABCos37°$$
$$|\vec{A} - \vec{B}|^2 = 100^2 + 80^2 - 2(100)(80)(4/5)$$
$$|\vec{A} - \vec{B}|^2 = 20^2[5^2 + 4^2 - 2(5)(4)(4/5)]$$
$$|\vec{A} - \vec{B}| = 20\sqrt{5^2 + 4^2 - 2(5)(4)(4/5)}$$
$$|\vec{A} - \vec{B}| = 20\sqrt{25 + 16 - 32} = 20\sqrt{9}$$

$$\boxed{|\vec{A} - \vec{B}| = 60\ N}$$

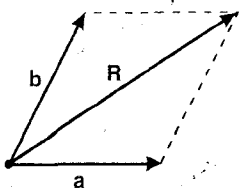
Recuerde las funciones trigonométricas de 37°



$$Cos37° = \frac{4}{5}$$

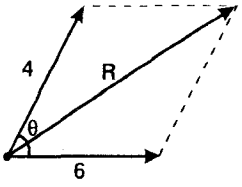
PROPIEDAD

En el paralelogramo el valor de R varia desde a–b hasta a + b



$$a - b \leq R \leq a + b$$

Ejemplo:



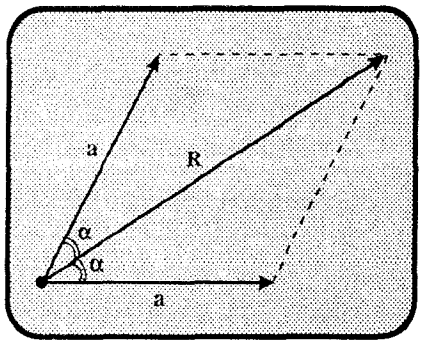
"R", dependiendo de θ, debe tomar un valor entre 2 y 10.

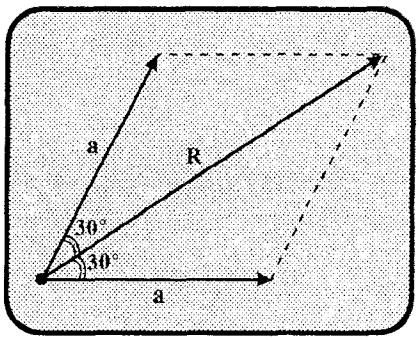
$$2 \leq R \leq 10$$

PROPIEDADES

1 Para dos vectores de igual módulo, el vector resultante R biseca el ángulo que forman los vectores.

$$R = 2a\cos\alpha$$



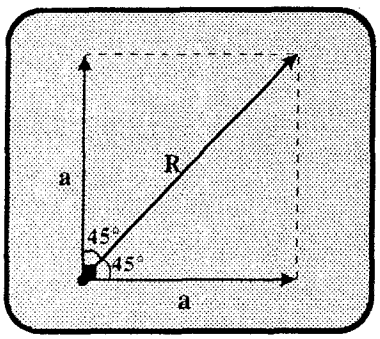


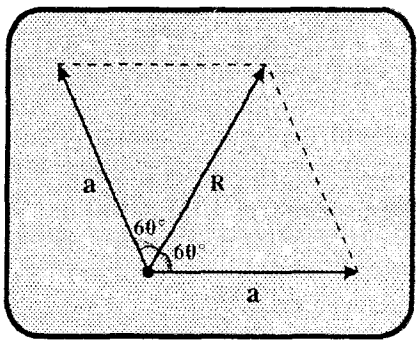
2 Para dos vectores de igual módulo que forman entre si un ángulo de 60° tendremos que:

$$R = a\sqrt{3}$$

3 Para dos vectores de igual módulo que forman un ángulo de 90° tendremos que:

$$R = a\sqrt{2}$$



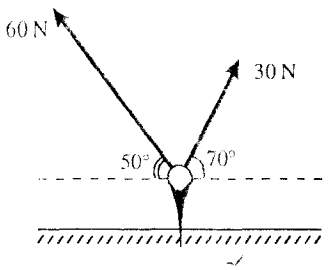


4 Para dos vectores de igual módulo que forman un ángulo de 120° tendremos que:

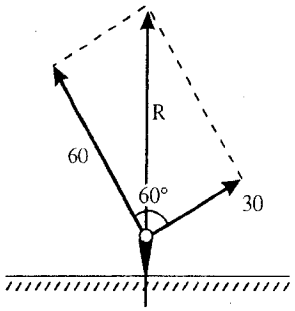
$$R = a$$

PROBLEMA 9

Sobre una argolla actúan dos fuerzas, como se puede ver en el diagrama, calcule el módulo de la fuerza resultante.



RESOLUCION :



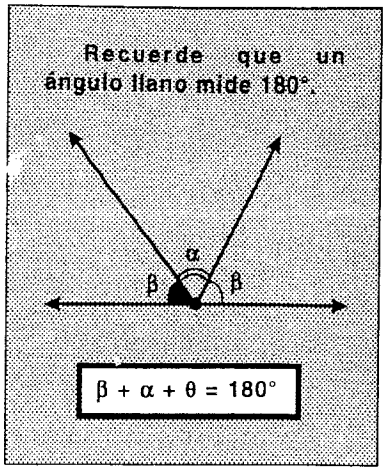
* Usando el método del parelogramo:

$$R^2 = 60^2 + 30^2 + 2(60)(30)\cos 60°$$

$$R^2 = 30^2\,[2^2 + 1^2 + 2(2)(1)(1/2)]$$

$$R = 30\sqrt{2^2 + 1^2 + 2(2)(1)(1/2)}$$

$$\boxed{R = 30\sqrt{7}\ N}$$

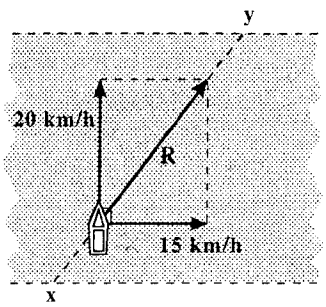


PROBLEMA 10

En un bote se intenta cruzan perpendicularmente un río cuya corriente tiene una velocidad de 15 km/h, halle la velocidad resultante del bote en el río, si en aguas tranquilas su velocidad es de 20 km/h.

RESOLUCION :

Representamos el movimiento del bote en el río.



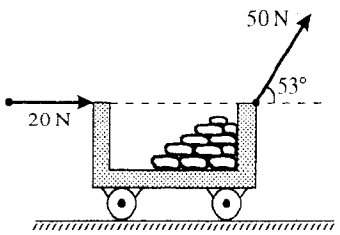
El bote seguirá el camino xy debido a la velocidad resultante (R); con el teorema de pitágoras:

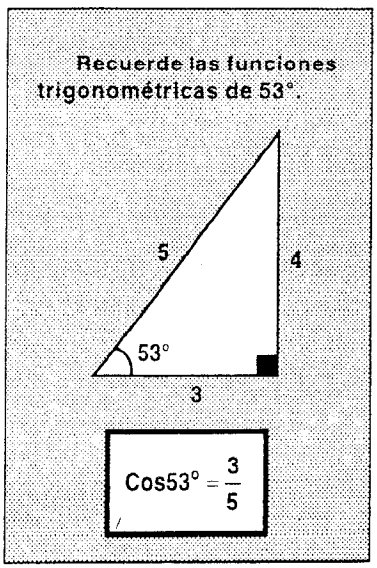
$$R^2 = 20^2 + 15^2$$

$$\boxed{R = 25\ km/h}$$

PROBLEMA 11

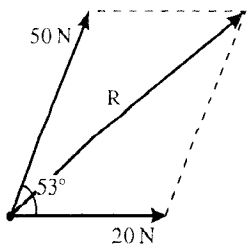
Un vagón de carga se empuja y jala como podemos ver en la figura, determínese el módulo de la fuerza resultante.





RESOLUCION :

Juntando los orígenes de los vectores:



$$R^2 = 50^2 + 20^2 + 2(50)(20)\cos 53°$$

$$R^2 = 10^2\,[5^2 + 2^2 + 2(5)(2)(3/5)]$$

$$R = 10\sqrt{5^2 + 2^2 + 12}$$

$$\boxed{R = 10\sqrt{41}}$$

PROBLEMA 12

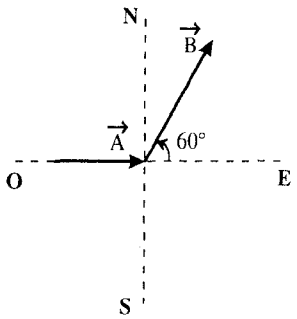
Un yate navega 30 km hacia el este y luego navega 60 km en la dirección E60°N, hállese la distancia neta que avanzó el yate.

RESOLUCION :

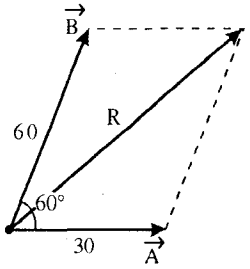
Representamos los desplazamientos (vectores) del yate.

$\vec{A}$: 30 km al este

$\vec{B}$: 60 km en la dirección E60°N



Juntando los orígenes de $\vec{A}$ y $\vec{B}$:



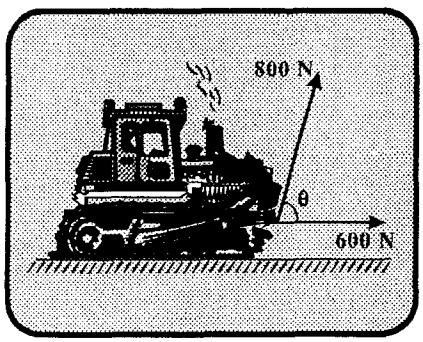
$$R^2 = 60^2 + 30^2 + 2(60)(30)\text{Cos}60°$$

$$R^2 = 30^2\,[2^2 + 1^2 + 2(2)(1)(1/2)]$$

$$\boxed{R = 30\sqrt{7}\text{ km}}$$

PROBLEMA 13

Empleando dos cuerdas con las cuales se hacen fuerzas de 600 N y 800 N es jalado un tractor, si el módulo de la diferencia de estas fuerzas es 1000 N, halle el ángulo θ.



RESOLUCION :

El módulo de la diferencia de dos vectores es:

$$|\vec{A} - \vec{B}|^2 = A^2 + B^2 - 2AB\text{Cos}\theta$$

$$1000^2 = 600^2 + 800^2 - 2(600)(800)\text{Cos}\theta$$

Factorizando 200^2 :

$$200^2(5^2) = 200^2[3^2 + 4^2 - 2(3)(4)\text{Cos}\theta]$$

$$25 = 9 + 16 - 24\text{Cos}\theta$$

$$24\text{Cos}\theta = 0$$

$$\text{Cos}\theta = 0$$

$$\boxed{\theta = 90°}$$

PROBLEMA 14

Determine el ángulo entre dos vectores conociéndose que el módulo de la suma de estos vectores es igual al módulo de la diferencia.

RESOLUCION :

Por dato: $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$

Elevando al cuadrado: $|\vec{A} + \vec{B}|^2 = |\vec{A} - \vec{B}|^2$

Reemplazando: $A^2 + B^2 + 2ABCos\theta = A^2 + B^2 - 2ABCos\theta$

$$4ABCos\theta = 0$$

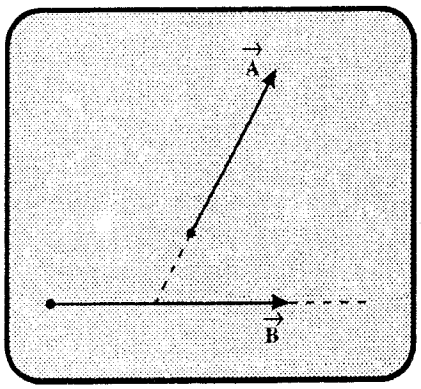
$$Cos\theta = 0$$

$$\boxed{\theta = 90^\circ}$$

3.7.2.- METODO DEL TRIANGULO:

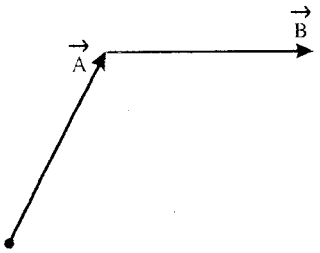
Se emplea para sumar dos vectores ordenándolos secuencialmente, el vector resultante se trazará desde el primer origen hasta el último extremo.

Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ los vectores que deben sumarse según el método del triángulo.



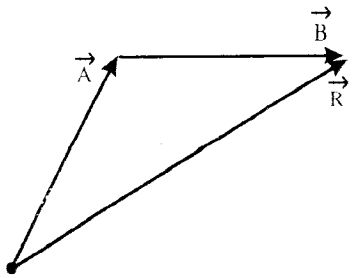
PROCEDIMIENTO

1. Ordenar los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ colocando un vector después de otro.



2. El vector resultante $\vec{R}$ se traza desde el primer origen hasta el último extremo.

   Vectorialmente:

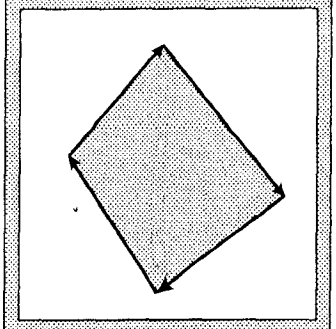


$$\boxed{\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}}$$

En esta ecuación no se debe reemplazar los módulos de los vectores $\vec{A}$ o $\vec{B}$.

3.7.3.- METODO DEL POLIGONO:

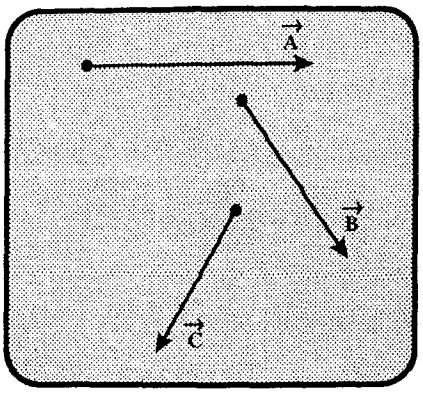
Si los vectores forman un polígono cerrado ordenado la resultante es cero.



o $\vec{R} = \vec{0}$

Si ordenamos secuencialmente 3 ó más vectores tal como se hace en el método del triángulo, el método se denomina POLIGONO.

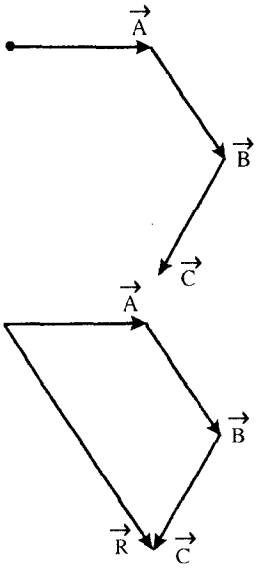
Sean $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ los vectores que sumaremos según este método:



PROCEDIMIENTO

1. Ordenamos los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ uno a continuación de otro uniendo extremos con orígenes.

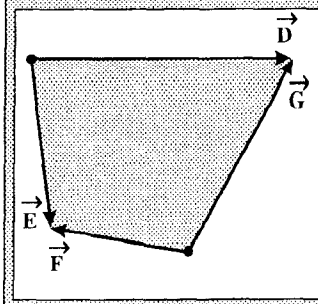
2. El vector resultante $\vec{R}$ se traza desde el primer origen hasta el último extremo.
Vectorialmente:



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

En esta ecuación no se debe reemplazarse los módulos de $\vec{A}$, $\vec{B}$ o $\vec{C}$.

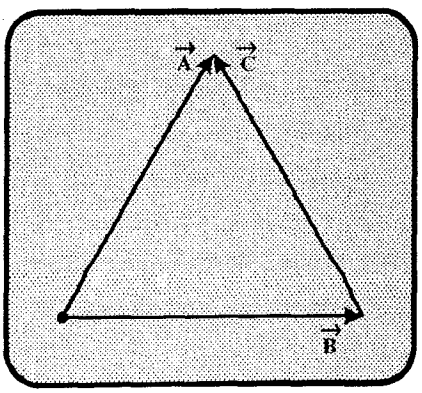
Cuando el polígono cerrado no es ordenado la resultante es diferente de cero:



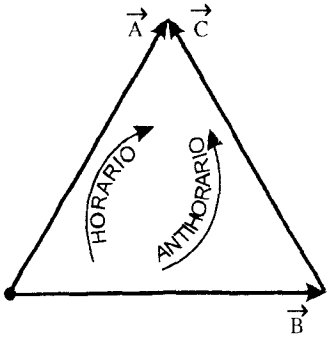
$R \neq 0$

PROBLEMA 14

Se muestra un triángulo formado por tres vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$, ¿qué relación vectorial se puede establecer entre estos vectores?



RESOLUCION :



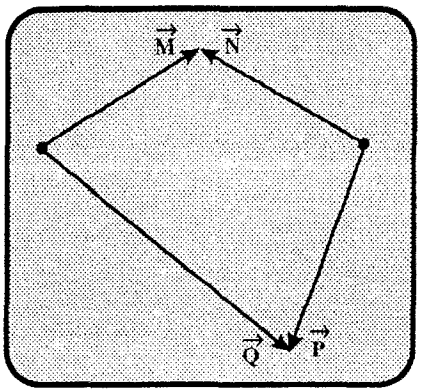
En el triángulo se iguala la suma de los vectores HORARIOS a la suma de los vectores ANTIHORARIOS.

$\vec{A}$: horario

$\vec{B}$ y $\vec{C}$: antihorario

Luego: $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$

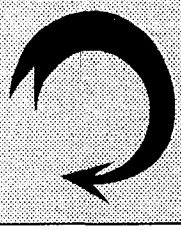
PROBLEMA 16



En el polígono se muestran los vectores $\vec{M}$, $\vec{N}$, $\vec{P}$ y $\vec{Q}$. ¿Qué relación vectorial se puede establecer entre estos?

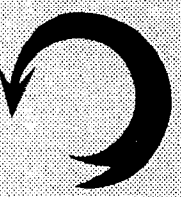
SENTIDO HORARIO

Es el giro en el mismo sentido que las agujas del reloj.

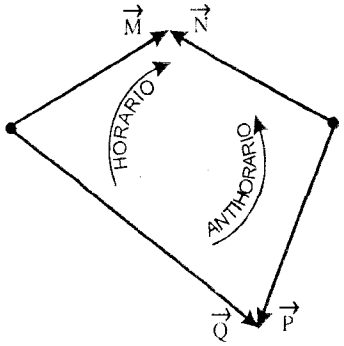


SENTIDO ANTIHORARIO

Es el giro en el sentido contrario que las agujas del reloj.



RESOLUCION :



Igualamos los vectores horarios a los antihorarios

$\vec{M}$ y $\vec{P}$: horarios

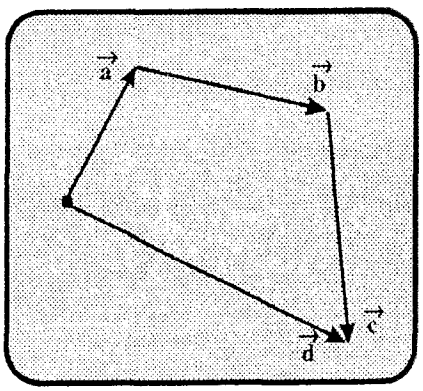
$\vec{Q}$ y $\vec{N}$: antihorarios

Luego: $\vec{M} + \vec{P} = \vec{Q} + \vec{N}$

En esta ecuación no se debe reemplazar los módulos de los vectores.

PROBLEMA 17

Halle el vector resultante $\vec{R}$ para los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ y $\vec{d}$ que se muestran en el diagrama.

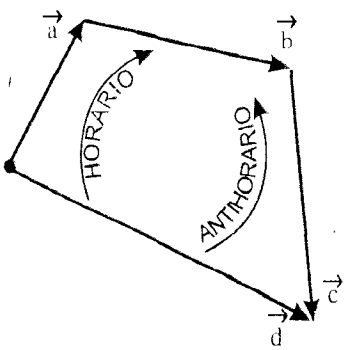


RESOLUCION :

El vector resultante es la suma de todos los vectores:

$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$ ..... (1)

En el polígono cerrado igualamos los vectores horarios a los antihorarios:



$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ ..... (2)

Reemplazando (2) en (1):

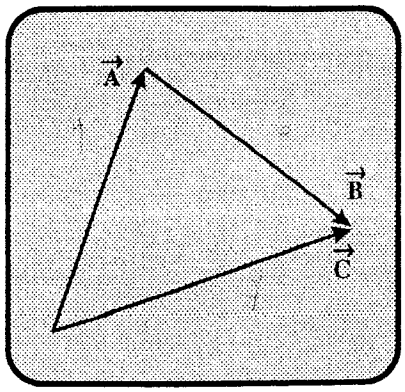
$\vec{R} = (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) + \vec{d}$

$\vec{R} = \vec{d} + \vec{d}$

$\vec{R} = 2\vec{d}$

PROBLEMA 18

Usando el triángulo vectorial determine $|\vec{C} - \vec{B}|$, si además $|\vec{A}| = 4$, $|\vec{B}| = 6$ y $|\vec{C}| = 7$



RESOLUCION :

Igualando los horarios a los antihorarios:

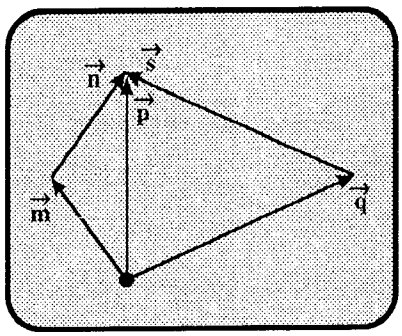
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C} \Rightarrow \vec{A} = \vec{C} - \vec{B}$$

Luego: $|\vec{A}| = |\vec{C} - \vec{B}|$

Por lo tanto: $\boxed{|\vec{C} - \vec{B}| = |\vec{A}| = 4}$

PROBLEMA 19

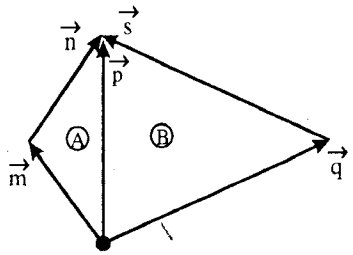
Encuentre el vector resultante en el conjunto de vectores que se muestra:



RESOLUCION :

El vector resultante es la suma de todos los vectores:

$$\vec{R} = \vec{m} + \vec{n} + \vec{p} + \vec{q} + \vec{s} \ldots\ldots (1)$$



En el triángulo Ⓐ

$$\vec{m} + \vec{n} = \vec{p} \ldots\ldots\ldots (2)$$

En el triángulo Ⓑ

$$\vec{p} = \vec{s} + \vec{q} \ldots\ldots\ldots (3)$$

Reemplazando (2) y (3) en (1):

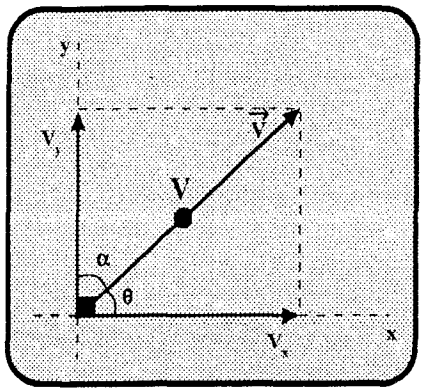
$$\vec{R} = \underbrace{(\vec{m} + \vec{n})}_{\vec{p}} + \vec{p} + \underbrace{(\vec{q} + \vec{s})}_{\vec{p}}$$

$$\vec{R} = \vec{p} + \vec{p} + \vec{p}$$

$$\boxed{\vec{R} = 3\vec{p}}$$

3.8.- DESCOMPOSICION RECTANGULAR:

Es la representación de un vector en función de otros vectores ubicados sobre dos direcciones mutuamente perpendiculares.



"x" y "y": son las direcciones perpendiculares

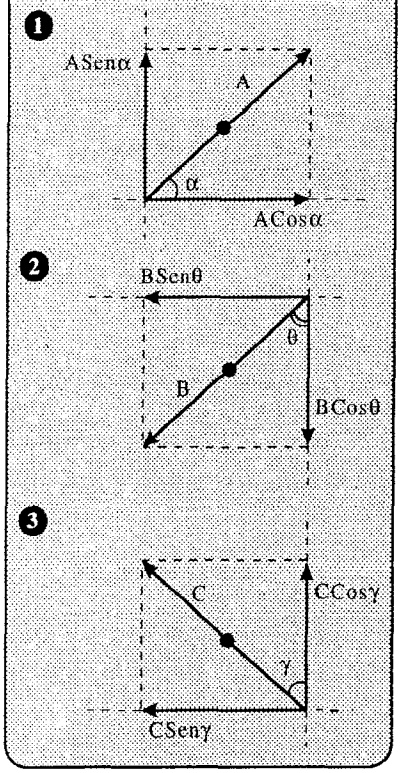
V_x y V_y :son las componentes del vector $\vec{V}$.

Las componentes se pueden hallar usando el ángulo "θ" o el ángulo "α"

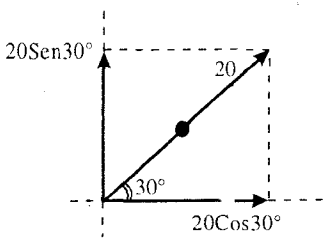
$$V_x = V\text{Cos}\theta = V\text{Sen}\alpha$$

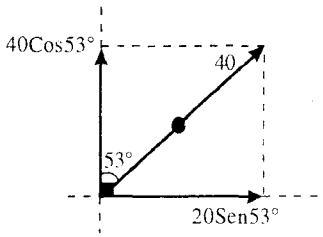
$$V_y = V\text{Sen}\theta = V\text{Cos}\alpha$$

En los siguientes diagramas observe la ubicación de los ángulos α, θ y γ para llevar a cabo la descomposición rectangular.



Ejemplos:

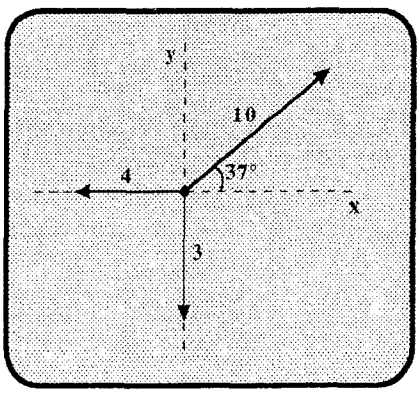




3.9.- CALCULO DE UNA RESULTANTE USANDO LA DESCOMPOSICION RECTANGULAR

PROBLEMA 20

En el esquema se muestran los módulos de tres vectores ubicados en un sistema de ejes "x" y "y". Calcule el módulo del vector resultante.



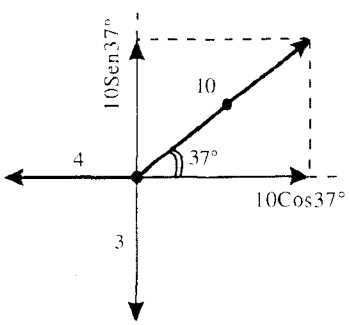
RESOLUCION :

- Descomponemos rectangularmente el vector que está fuera de los ejes:
- Hallamos una resultante parcial en cada eje:

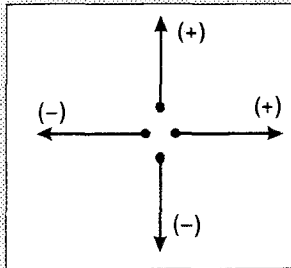
En el eje x .....

$R_x = 10\text{Cos}37° - 4$

$R_x = 10(4/5) - 4 = 4$ .... (1)



Para calcular la resultante en cada eje debemos usar la siguiente regla de signos para los vectores.

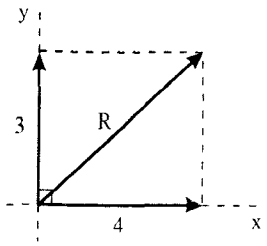


En el eje y .....

$$R_y = 10Sen37° - 3$$

$$R_y = 10(3/5) - 3 = 3 \ldots. (2)$$

- Estas resultantes parciales pueden ser graficadas sobre los ejes "x" y "y":



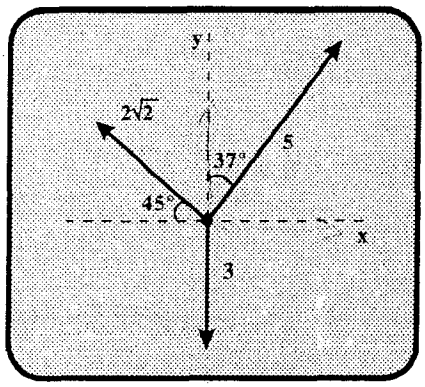
* El módulo de la resultante total se halla con el teorema de Pitágoras:

$$R^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16$$

R = 5

PROBLEMA 21

Para el siguiente conjunto de vectores determine el módulo del vector resultante.

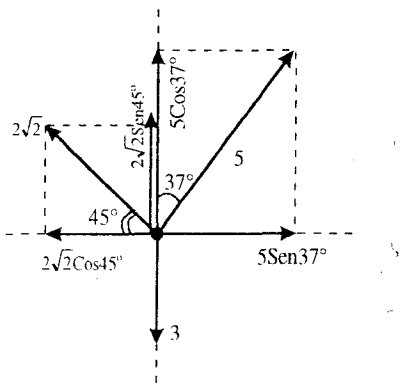


- Descomponemos rectangularmente los vectores que están fuera de los ejes:
- Hallamos una resultante parcial en cada eje:

En el eje x .....

$$R_x = 5Sen37° - 2\sqrt{2}\,Cos45°$$

$$R_x = 5\left(\frac{3}{5}\right) - 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1 \ldots. (1)$$

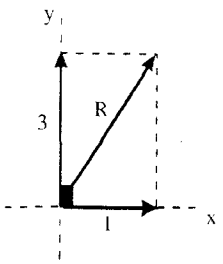


En el eje y .....

$$R_y = 2\sqrt{2}Sen45° + 5Cos37° - 3$$

$$R_y = 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 5\left(\frac{4}{5}\right) - 3 = 3 \ldots. (2)$$

- Las resultantes parciales son graficadas sobre los ejes "x" y "y":

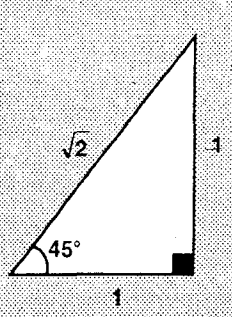


* El módulo de la resultante se halla con el teorema de Pitágoras:

$$R^2 = 1^2 + 3^2 = 1 + 9$$

$R = \sqrt{10}$

Recuerde las funciones trigonométricas de 45°.



$$Cos45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$Sen45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

AUTOEVALUACION

01 De las siguientes magnitudes, ¿Cuántas son vectoriales?

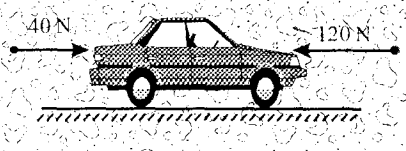
Volumen, fuerza, trabajo, desplazamiento, potencia e impulso.

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

02 Mediante el uso de los vectores podemos representar a las magnitudes.....

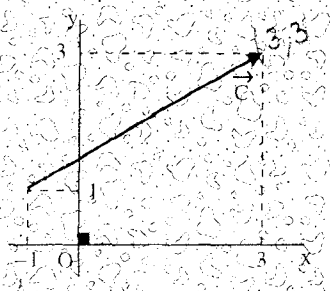
a) escalares b) auxiliares
c) fundamentales d) vectoriales
e) derivadas

03 En el esquema, encuentre el módulo del vector resultante:



a) 40 N
b) 60 N
c) 80 N
d) 120 N
e) 160 N

04 Dado el plano cartesiano, halle el vector $\vec{C}$.



a) (3; 3)
b) (2; 2)
c) (2; 3)
d) (4; 2)
e) (4; 3)

05 En el plano cartesiano los vectores A y B tienen direcciones tales como 50° y 10° respectivamente, halle el ángulo entre estos vectores.

a) 10° b) 40° c) 50° d) 60° e) 0°

06 Señale con verdad (V) o falsedad (F)

I) El módulo de cualquier vector unitario es 1.
II) Solamente hay vectores unitarios $\vec{i}$ y J.
III) Todo vector puede expresarse en función de los vectores unitarios principales.

a) VFF b) VVF c) FFF
d) VFV e) VVV

07 Con respecto a los vectores unitarios $\vec{i}$ y J podemos afirmar que:

I) $|\vec{i}| = |J|$
II) $\vec{i} = J$
III) $|\vec{i} + J| = \sqrt{2}$

a) VFV b) FFV c) VFF
d) FVV e) VVV

08 Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ dos vectores, luego las afirmaciones correctas son:

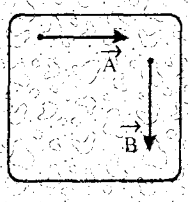
I) Si $|\vec{A}| = |\vec{B}| \rightarrow \vec{A} = \vec{B}$ F
II) Si $\vec{A} = \vec{B} \rightarrow |\vec{A}| = |\vec{B}|$ V
III) $|\vec{A}| + |\vec{B}| = |\vec{A} + \vec{B}|$ F

a) I b) II c) III
d) I y III e) II y III

09 La suma de dos vectores es un procedimiento.....

a) escalar b) aritmético c) geométrico
d) analítico e) N.A.

10 Se muestran dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, ¿Cuál de las alternativas representa mejor a $\vec{A}-\vec{B}$?



a) b) c)
d) e) N.A.

11 La diferencia entre una magnitud escalar y una magnitud vectorial es:

a) El módulo b) La unidad
c) La dirección d) El módulo y la unidad
e) N.A.

12 Para que una magnitud escalar quede bien definida es necesario conocer el _____ de la magnitud y la _____

a) Valor, dirección

b) módulo, intensidad
c) valor, unidad
d) origen, unidad
e) fundamento, dirección

13 Señale con verdadero (V) o falso (F)

I) Solamente es posible sumar vectores de dos en dos.
II) La suma de varios vectores puede tener módulo igual a cero.
III) La suma de vectores puede tener menor módulo que los vectores.

a) VVF b) VFV c) VVV
d) FVV e) VFF

14 Para dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ se sabe que $|\vec{A}|=4$ y $|\vec{B}|=7$ luego podemos afirmar que $|\vec{A}+\vec{B}|$

a) puede ser 12 b) puede ser 2,5
c) siempre es 11 d) puede ser 9
e) siempre es 8

15 La resultante máxima de dos vectores mide 9 mientras que la resultante mínima de estos vectores es 3, halle el módulo de uno de los vectores.

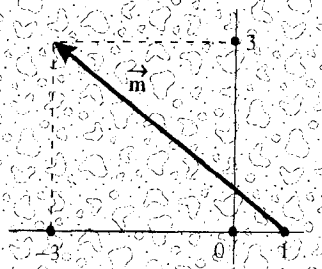
a) 2 b) 4 c) 6 d) 7 e) 8

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 16

Usando el esquema determine el vector $\vec{m}$:



a) (4; 3)
b) (−3; −3)
c) (4; −3)
d) (−4; −3)
e) (−4; 3)

PROBLEMA 17

En el problema anterior, halle el vector unitario de $\vec{m}$.

a) $\left(-\frac{4}{5};\frac{3}{5}\right)$ b) $\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$ c) $\left(-\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$

d) $\left(\frac{4}{5};-\frac{3}{5}\right)$ e) $\left(\frac{4}{5};\frac{3}{5}\right)$

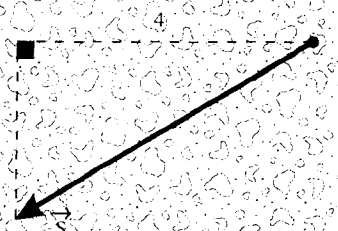
PROBLEMA 18

Halle, en el plano cartesiano, la dirección del vector $\vec{C} = 6i + 8J$

a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°

PROBLEMA 19

Haciendo uso del diagrama calcule el vector unitario del vector $\vec{S}$.



a) $\frac{1}{\sqrt{5}}(-2;-1)$
b) $\frac{1}{\sqrt{5}}(2;-1)$
c) $\frac{1}{\sqrt{5}}(2;1)$
d) $\frac{1}{\sqrt{5}}(-2;1)$ e) N.A.

PROBLEMA 20

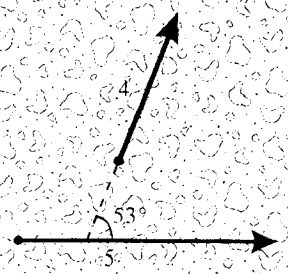
En el recuadro se muestran las componentes (x; y) de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, halle el módulo del vector resultante.

	$\vec{A}$	$\vec{B}$
x	4	2
y	−11	3

a) 6
b) 7
c) 8
d) 9
e) 10

PROBLEMA 21

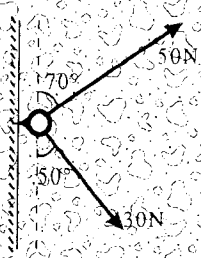
Calcule el módulo del vector resultante en el diagrama mostrado.



a) $\sqrt{59}$
b) $\sqrt{61}$
c) $\sqrt{63}$
d) $\sqrt{65}$
e) $\sqrt{67}$

PROBLEMA 22

Sobre una argolla, fija en la pared, se aplican dos fuerzas, calcule el módulo de la fuerza resultante.



a) 40 N
b) 50 N
c) 60 N
d) 70 N
e) 80 N

PROBLEMA 23

Hallar el ángulo entre dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, conociéndose que $|\vec{A}| = |\vec{B}| = 25$ y que $|\vec{A}+\vec{B}| = 25\sqrt{3}$

a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°

PROBLEMA 24

Con los siguientes datos, halle $|\vec{m}|$

$|\vec{n}| = 3$

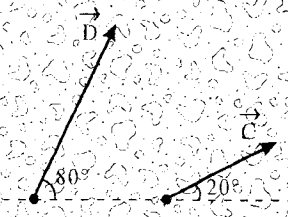
$|\vec{m}+\vec{n}| = \sqrt{13}$

ángulo entre $\vec{m}$ y $\vec{n}$: 120°

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

PROBLEMA 25

En la figura $|\vec{C}| = 20$ y $|\vec{D}| = 40$, determine $|\vec{C}+\vec{D}|$



a) 20
b) $20\sqrt{3}$
c) $20\sqrt{5}$
d) $20\sqrt{7}$
e) 60

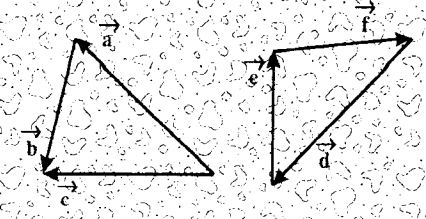
PROBLEMA 26

Un automóvil viaja 3 km hacia el Norte y 2 km hacia el Este encuentre la magnitud del vector desplazamiento resultante, en km.

a) $\sqrt{5}$ b) 5 c) 7 d) $\sqrt{13}$ e) $\sqrt{14}$

PROBLEMA 27

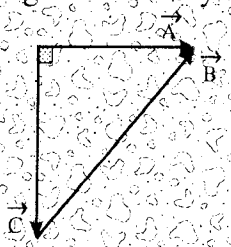
Mostrados dos triángulos vectoriales, calcule el vector resultante en cada caso:



a) $2\vec{a}$, $\vec{o}$
b) $2\vec{c}$, $2\vec{f}$
c) $2\vec{b}$, $\vec{o}$
d) $2\vec{c}$, $\vec{o}$
e) $-2\vec{c}$, $2\vec{d}$

PROBLEMA 28

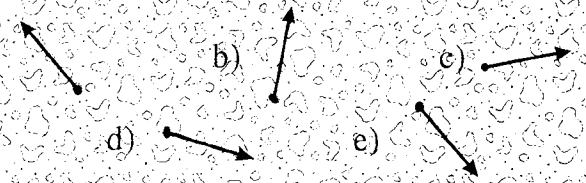
En la figura $|\vec{A}| = 3$ y $|\vec{B}| = 5$, hállese $|\vec{A}-\vec{B}|$



a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 8

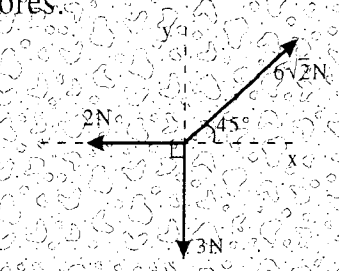
PROBLEMA 29

Se dispone de tres fuerzas de igual módulo dos de ellos apuntan hacia el Este, mientras que el tercero apunta hacia el Norte, señale el esquema que mejor represente al vector resultante.



PROBLEMA 30

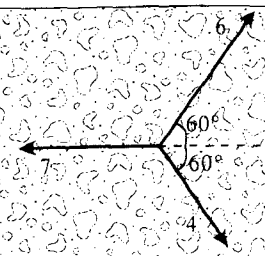
Haciendo uso de la descomposición rectangular, halle el módulo de la suma de vectores.



a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

PROBLEMA 31

Calcule $|\vec{R}|$ para los vectores coplanares que se muestran



a) $\sqrt{3}$
b) $\sqrt{5}$
c) $\sqrt{6}$
d) $\sqrt{7}$
e) $\sqrt{8}$

NIVEL II

PROBLEMA 32

Tres vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ tienen componentes "x" y "y" como se muestra en la tabla, halle la dirección del vector resultante.

	$\vec{A}$	$\vec{B}$	$\vec{C}$
x	4	−1	5
y	−2	0	10

a) 30°
b) 37°
c) 45°
d) 53°
e) 60°

PROBLEMA 33

¿Cuales deberán ser las componentes de un vector para que, al sumarse a los siguientes dos vectores 10i - 7j y 4i + 2j dé lugar al vector 6j ?

a) (14; 11) b) (−14; 11) c) (10; 11)
d) (−14; 6) e) (6; −6)

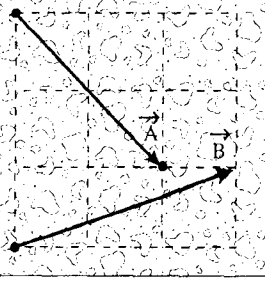
PROBLEMA 34

Si se realiza un desplazamiento de 4i − 3j a partir del punto (−2; 1), halle la posición de llegada.

a) (2; 0) b) (−2; 2) c) (−2; 1)
d) (2; −2) e) Faltan datos

PROBLEMA 35

Un cuadrado de 3 unidades de lado se ha dividido uniformemente en nueve secciones encuentre el módulo de la diferencia de vectores.



a) $\sqrt{5}$
b) $\sqrt{6}$
c) $\sqrt{7}$
d) $\sqrt{10}$
e) $\sqrt{11}$

PROBLEMA 36

En el problema anterior halle el vector unitario del vector diferencia $\vec{A} - \vec{B}$.

a) $\frac{(1;-3)}{\sqrt{10}}$ b) $\frac{(-1;-3)}{\sqrt{10}}$ c) $\frac{(-1;3)}{\sqrt{10}}$
d) $\frac{(1;3)}{\sqrt{10}}$ e) (0; 1)

PROBLEMA 37

Mediante dos cuerdas que forman 127° es arrastrado un cuerpo, haciendo fuerzas de 150 N y 70 N, determine el módulo de la diferencia de fuerzas.

a) 90 N b) 120 N c) 160 N
d) 200 N e) 220 N

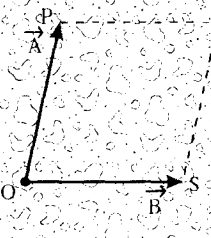
PROBLEMA 38

¿Cómo debe ser el ángulo entre dos vectores de manera que el módulo de la suma sea menor que el módulo de la diferencia?

a) Llano b) recto c) obtuso
d) llano e) N.A.

PROBLEMA 39

Los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ ocupan dos lados de un paralelogramo, luego podemos decir que:

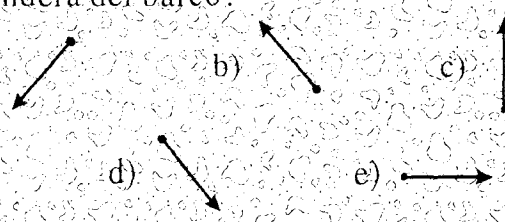


I) $\vec{OQ} = \vec{A} + \vec{B}$
II) $\vec{PS} = \vec{B} - \vec{A}$
III) $\vec{QS} = \vec{A}$

a) VVF b) VVV c) VFV
d) VFF e) FVF

PROBLEMA 40

En el mar un viento sopla en la dirección Este mientras que un barco navega hacia el Norte, ¿en qué dirección puede estar flameando la bandera del barco?



PROBLEMA 41

Dos vectores tienen una resultante máxima que mide 14 y una resultante mínima que mide 2. ¿Cuál es el módulo de la resultante de dichos vectores cuando formen 90°?

a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 14

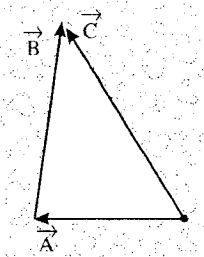
PROBLEMA 42

El ángulo entre dos fuerzas es 74°, cada fuerza es de 25 N. Halle el módulo de la suma de fuerzas.

a) 25 N b) 30 N c) 35 N d) 40 N e) 45 N

PROBLEMA 43

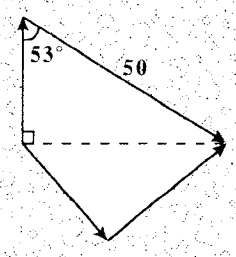
En el triángulo vectorial encuentre el módulo de la suma de vectores. $|\vec{A}| = 3$, $|\vec{B}| = 4$, $|\vec{C}| = 6$



a) 6
b) 8
c) 12
d) 13
e) 0

PROBLEMA 44

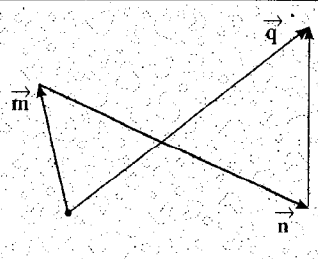
Varios vectores se muestran en el plano. Calcule el módulo del vector resultante.



a) 30
b) 40
c) 60
d) 80
e) 100

PROBLEMA 45

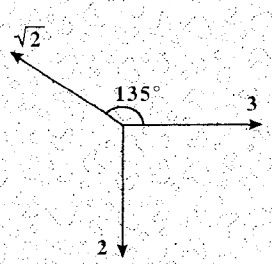
Dado un polígono cruzado, calcule el vector resultante.



a) $2\vec{m}$
b) $2\vec{n}$
c) $2\vec{p}$
d) $2\vec{q}$
e) 0

PROBLEMA 46

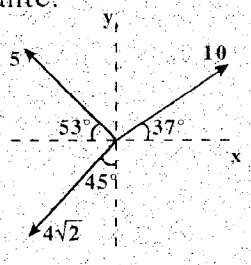
Usando ejes rectangular "x" e "y". Hallar el módulo de la suma de vectores.



a) 1
b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{5}$
e) $\sqrt{6}$

PROBLEMA 47

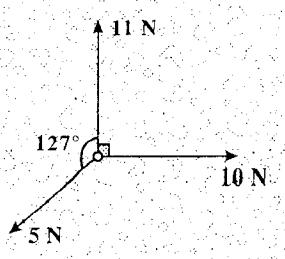
El diagrama muestra tres fuerzas coplanares concurrentes, calcule el módulo de la fuerza resulante.



a) 8
b) $\sqrt{21}$
c) $\sqrt{29}$
d) $\sqrt{35}$
e) $\sqrt{37}$

PROBLEMA 48

Sobre un anillo actúan tres fuerzas como se puede ver en el diagrama, calcule el módulo de la fuerza resulante.



a) 6 N
b) 7 N
c) 8 N
d) 9 N
e) 10 N

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	C	D	B	D	A	B	C	A	C	C	D	D	C	E	A	D	A	E
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	D	E	A	D	D	D	C	C	D	D	C	B	D	D	B	D	C	A	D
41	42	43	44	45	46	47	48												
C	D	C	D	D	D	E	E												

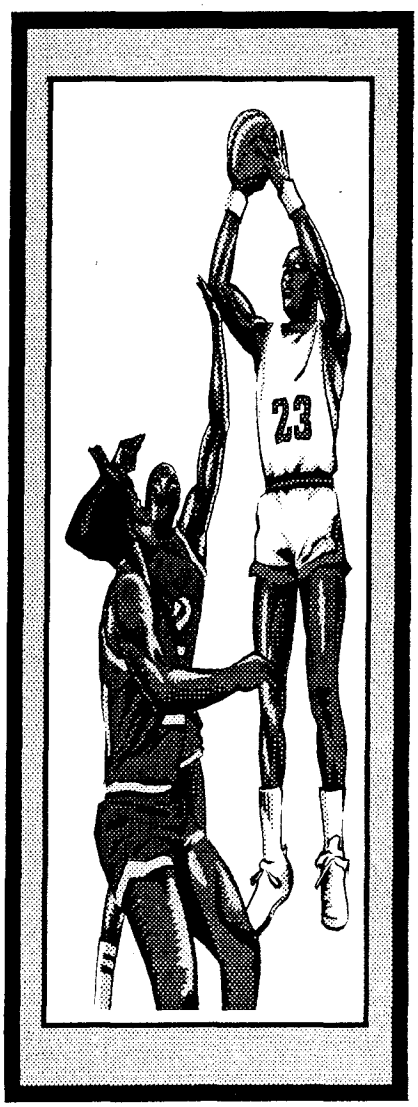
Capítulo 4

CINEMATICA

OBJETIVOS

1. *Conocer las características del movimiento y sus elementos.*
2. *Definir y diferenciar la velocidad media($\overline{V}$) y la rapidez media($\overline{v}$).*

©DJIDV

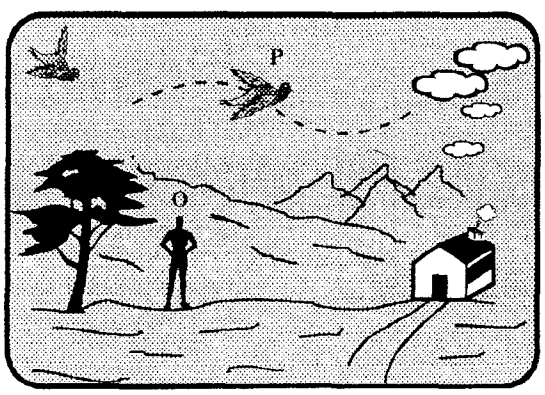


La cinemática estudia el movimiento de los cuerpos sin examinar las causas que lo provocan esto quiere decir que no es muy necesario conocer el origen del movimiento.

4.1.- EL MOVIMIENTO

Decimos comunmente que un automóvil se esta moviendo si con respecto a la pista esta cambiando de posición, hacia adelante o hacia atrás. Si el automóvil no cambia de posición con respecto a la pista decimos que el automóvil esta en reposo, luego:

> *Un cuerpo estará moviendose si cambia de posición con relación a otros puntos que son considerados fijos, estos puntos fijos son llamados sistemas de referencia y se representan mediante ejes "x" "y"*



El observador(o) dice que el pajarillo(P) está moviendose porque con respecto a él, cambia continuamente de posición con forme transcurre el tiempo.

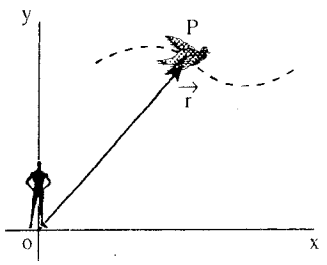
4.2.- ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO

4.2.1.- SISTEMA DE REFERENCIA(SR):

Es lugar o punto en el cual se considera ubicado el observador(o), se representa mediante ejes "x" "y".

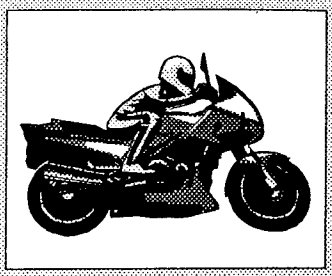
4.2.2.- VECTOR POSICION($\vec{r}$)

Llamado también radio vector, es aquel vector trazado desde el origen de coordenadas hasta la posición del móvil.



En el diagrama se representa el observador(o) en el sistema de referencia (ejes "x" "y") y uno de los vectores posición ($\vec{r}$) del pajarillo en pleno vuelo.

El movimiento es relativo, osea depende del observador.



La motocicleta con respecto al conductor no se mueve, esto quiere decir que está en reposo relativo.

4.2.3.- MOVIL

Es todo cuerpo que realiza movimiento, de aqui en adelante será representado por un punto material.

4.2.4.- TRAYECTORIA

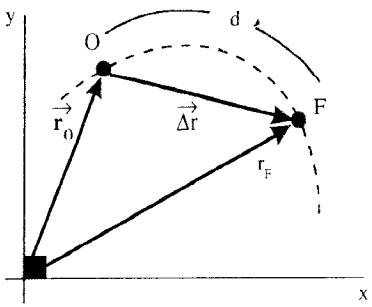
Es la linea que describe el móvil.

4.2.5.- DISTANCIA RECORRIDA (d)

Es la medida de la longitud de la trayectoria.

4.2.6.- DESPLAZAMIENTO ($\vec{\Delta r}$)

Es el vector que representa el cambio de posición, se traza desde el punto inicial(o) hasta el punto final(F).



En el esquema se representa:

$\vec{r}_o$: vector posición inicial

$\vec{r}_F$: vector posición final

$\vec{\Delta r}$: desplazamiento

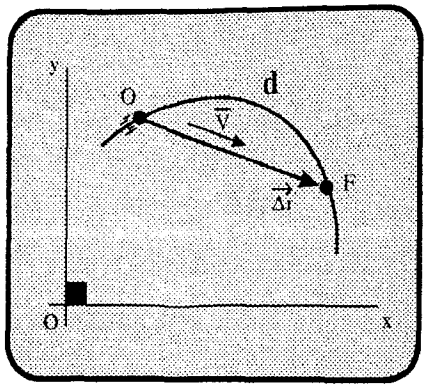
d : distancia recorrida.

4.3.- VELOCIDAD MEDIA ($\overline{V}$)

En un movimiento, la velocidad media es la relación entre el desplazamiento ($\vec{\Delta r}$) y el tiempo empleado.

La barra sobre la velocidad media $\overline{V}$ indica que es una velocidad promedio.

$$\overline{V} = \frac{\vec{\Delta r}}{t}$$



El vector velocidad $\overline{V}$ tiene la misma dirección que el desplazamiento ($\vec{\Delta r}$).

Llamamos *rapidez* al módulo de la velocidad.

Por hallar el módulo de la velocidad media emplearemos.

$$|\overline{V}| = \frac{\Delta r}{t}$$

La barra sobre la rapidez media ($\overline{v}$) indica que es una rapidez promedio.

4.4.- RAPIDEZ MEDIA ($\overline{v}$)

En el diagrama anterior se observa que cuando el móvil se traslada desde O hasta F recorre una distancia "d" mientras transcurre un tiempo "t", luego la rapidez media es:

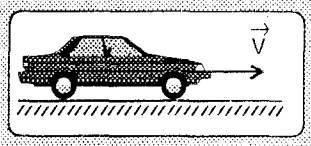
$$\overline{v} = \frac{d}{t}$$

• La rapidez media también es llamada rapidez promedio.

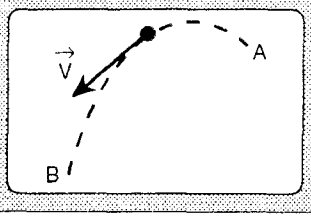
4.5.- VELOCIDAD INSTANTANEA ($\vec{V}$)

La velocidad instantanea señala la dirección del movimiento, Ejemplos:

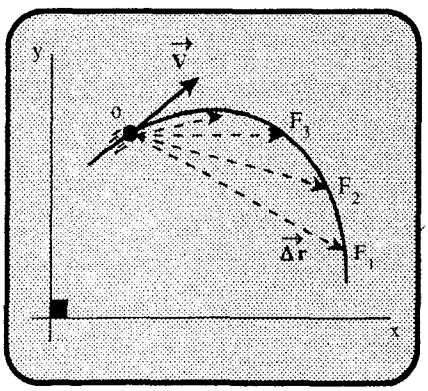
a) El vector velocidad ($\vec{V}$) indica que el móvil se mueve hacia la derecha



b) El vector velocidad ($\vec{V}$) indica que el móvil se mueve de A hacia B.



Si disminuimos progresivamente el tiempo de recorrido la dirección secante (OF) del desplazamiento se va acercando (OF_1, OF_2, OF_3, ...) a la dirección tangente, luego diremos que para un tiempo muy pequeño (instante) el desplazamiento y la velocidad resultan ser tangentes a la trayectoria.



La velocidad instantanea es tangente a la trayectoria, por esto también es llamada velocidad ***tangencial.***

4.6.- CLASIFICACION DEL MOVIMIENTO

4.6.1.- POR SU TRAYECTORIA:

- Rectilíneo
- Circular
- Parabólico
- Elíptico

4.6.2.- POR SU RAPIDEZ:

- ***Uniforme:*** Cuando el módulo de la velocidad permanece constante.
- ***Variado:*** Cuando el módulo de la velocidad cambia al transcurrir el tiempo.

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

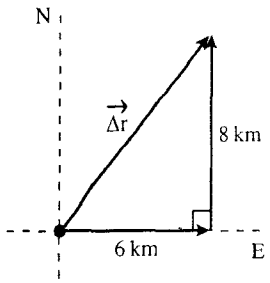
Un bus avanza 6 km hacia el Este y posteriormente se dirigira hacia el Norte recorriendo 8 km más, empleando un tiempo total de 10 h, halle:

a) El módulo de la velocidad media $|\overline{V}|$

b) La rapidez media $\overline{v}$

RESOLUCION :

Representando los 6 km hacia el Este y los 8 km hacia el norte.



Pitágoras:

$\Delta r^2 = 6^2 + 8^2$

$\Delta r^2 = 100$

$\Delta r = 10$ km

a) El desplazamiento ($\vec{\Delta r}$) se mide independientemente de la trayectoria y se traza desde el punto de partida hasta el punto de llegada, luego.

$$|\overline{V}| = \frac{\Delta r}{t} = \frac{10\text{ km}}{10\text{ h}}$$

$$\boxed{|\overline{V}| = 1\text{ km/h}}$$

b) La distancia recorrida (d) siempre se mide sobre la trayectoria que sigue el móvil.

$$d = 6\text{ km} + 8\text{ km} = 14\text{ km}$$

Luego: $\overline{v} = \frac{d}{t} = \frac{14\text{ km}}{10\text{ h}}$

$$\boxed{\overline{v} = 1{,}4\text{ km/h}}$$

La rapidez media también es llamada rapidez promedio.

PROBLEMA 02

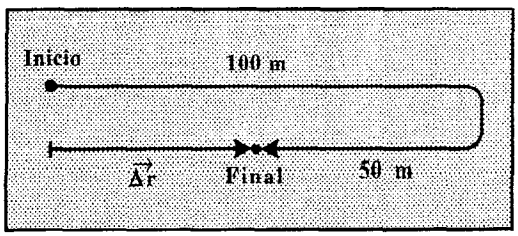
La longitud de una piscina es de 100 m, cuando un nadador parte desde un extremo y al llegar hasta el otro extremo regresa hasta la mitad de la piscina empleando 2 minutos, calcule:

a) El módulo de la velocidad media $|\overline{V}|$.

b) La rapidez media $\overline{v}$.

RESOLUCION :

Representamos el trayecto en la piscina



a El desplazamiento ($\vec{\Delta r}$) se mide desde el inicio hasta el final:

$$\Delta r = 50\ m$$

Luego: $|\overline{V}| = \dfrac{\Delta r}{t} = \dfrac{50\ m}{2\ min} = \dfrac{50\ m}{120\ s}$

$$\boxed{|\overline{V}| = 0.42\ m/s}$$

b La distancia recorrida (d) se mide sobre la trayectoria.

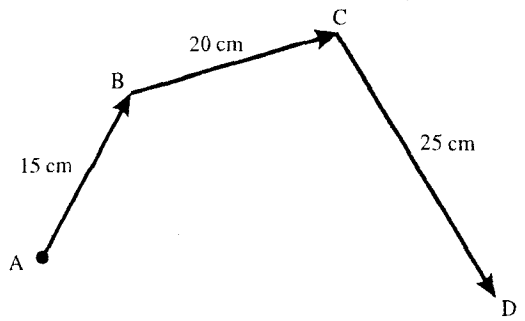
$$d = 100\ m + 50\ m = 150\ m$$

Luego: $\overline{v} = \dfrac{d}{t} = \dfrac{150\ m}{2\ min} = \dfrac{150\ m}{120\ s}$

$$\boxed{\overline{v} = 1.25\ m/s}$$

PROBLEMA 03

Sobre una mesa una hormiga ha descrito el siguiente recorrido (ver figura), los tiempos empleados fueron de: $t_{AB} = 18\ s$, $t_{BC} = 25\ s$ y $t_{CD} = 17\ s$, halle la rapidez media para el trayecto ABCD.



RESOLUCION :

La distancia recorrida (d) se mide sobre el trayecto:

$$d = 15\ cm + 20\ cm + 25\ cm = 60\ cm$$

El tiempo total será:

$$t = t_{AB} + t_{BC} + t_{CD}$$

$$t = 18\ s + 25\ s + 17\ s = 60\ s$$

Luego: $\overline{v} = \dfrac{d}{t} = \dfrac{60\ cm}{60\ s}$

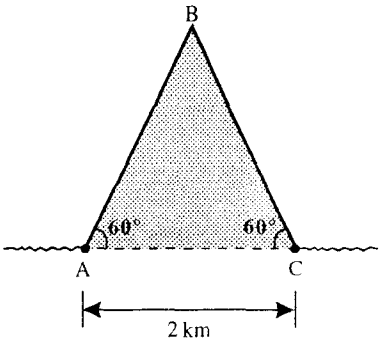
$$\boxed{\overline{v} = 1\ cm/s}$$

PROBLEMA 04

La vista frontal de un pico tiene la forma de un triángulo equilátero de 2 km de base, cuando un alpinista sube (AB) emplea 3h mientras que cuando baja (BC) emplea 2h, halle:

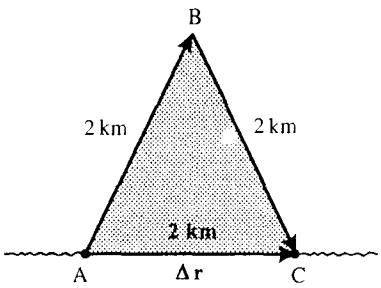
a El módulo de la velocidad media $|\overline{V}|$

b La rapidez media $\overline{v}$



RESOLUCION :

Graficamos la subida y bajada:



a Cálculo del módulo de la velocidad media:

$$|\overline{V}| = \dfrac{\Delta r}{t} = \dfrac{2\ km}{3h + 2h} = \dfrac{2\ km}{5h}$$

$$\boxed{|\overline{V}| = 0.4\ km/h}$$

b Cálculo de la rapidez media

$$\overline{v} = \dfrac{d}{t} = \dfrac{2\ km + 2\ km}{3h + 2h} = \dfrac{4\ km}{5h}$$

$$\boxed{\overline{v} = 0.8\ km/h}$$

PROBLEMA 05

Por una pista recta un atleta corre con una velocidad de 8 m/s mientras que cuando

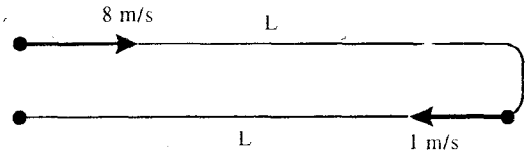
vuelve hasta el punto de partida lo hace caminando con una velocidad de 1 m/s, encuentre:

a El módulo de la velocidad media $|\overline{V}|$

b La rapidez media $\overline{v}$.

RESOLUCION :

Sea "L" la longitud de la pista.
La trayectoria de ida y vuelta será:



a Como el atleta vuelve hasta el punto de partida tendremos que $\Delta r = 0$.

Luego: $$|\overline{V}| = \frac{\Delta r}{t} = \frac{0}{t}$$

$$\boxed{|\overline{V}| = 0}$$

b La distancia (d) se mide de ida y vuelta:

$$d = L + L = 2L \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

El tiempo total será la suma del tiempo de ida y el tiempo de vuelta.

$$t = t_{IDA} + t_{VUELTA}$$

$$t = \frac{L}{V_{IDA}} + \frac{L}{V_{VUELTA}}$$

$$t = \frac{L}{8} + \frac{L}{1} = \frac{9L}{8} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Luego: $$\overline{v} = \frac{d}{t} = \frac{2L}{\frac{9L}{8}}$$

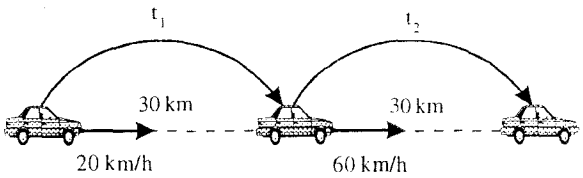
$$\boxed{\overline{v} = 1.78 \text{ m/s}}$$

PROBLEMA 06

Un carro realiza un viaje de 60 km viajando a razón de 20 km/h los primeros 30 km y a 60 km/h los últimos 30 km, halle la rapidez media ($\overline{v}$).

RESOLUCION :

Representamos el viaje realizado:



La distancia recorrida (d) será:

$$d = 30 \text{ km} + 30 \text{ km} = 60 \text{ km} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

El tiempo total será:

$$t = t_1 + t_2$$

$$t = \frac{30 \text{ km}}{20 \text{ km/h}} + \frac{30 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 2 \text{ h} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

La rapidez media será:

$$\overline{v} = \frac{d}{t} = \frac{60 \text{ km}}{2 \text{ h}}$$

$$\boxed{\overline{v} = 30 \text{ km/h}}$$

AUTOEVALUACION

01 La cinemática es una rama de la mecánica que estudia.

I) El origen del movimiento
II) Las fuerzas que actúan en el movimiento
III) El movimiento sin examinar las causas.

a) VFF b) FVF c) FFV
d) VFV e) VVV

02 El movimiento de una partícula viene a

ser el cambio de _____ con respecto a un sistema de referencia considerando _____.

a) velocidad, fijo b) velocidad, móvil
d) posición, móvil d) posición, fijo
e) N. A.

03 La distancia recorrida es la medida:

a) del vector posición
b) del desplazamiento
c) de la distancia
d) de la trayectoria
e) de la velocidad

04 Señale con verdad (V) o falsedad (F)

I) Al módulo de la velocidad llamamos rapidez.
II) La velocidad media es paralela al desplazamiento.
III) La distancia recorrida depende de la trayectoria del móvil.

a) VVF b) VFV c) VVV
d) FVV e) VFF

05 De las siguientes afirmaciones podemos decir que:

I) La distancia recorrida es una magnitud escalar.
II) El vector posición equivale al desplazamiento.
III) La velocidad instantanea es tangente a la trayectoria del móvil.

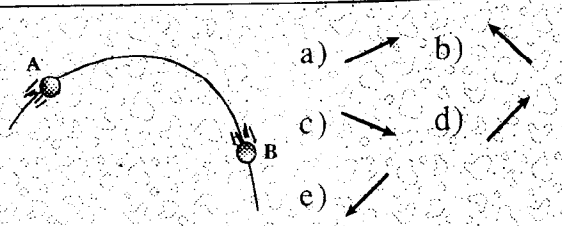
a) VFV b) VFF c) VVF
d) FVV e) VVV

06 Haciendo cierto cálculo resultó que el módulo de la velocidad media es cero; luego, podemos afirmar sin equivocarnos que:

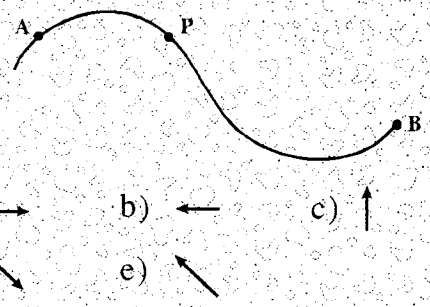
I) No hay movimiento
II) La rapidez media también es cero
III) No hay desplazamiento

a) I y III b) II y III c) I y II
d) Sólo III e) I, II y III

07 Se muestra una trayectoria curvilínea, para el tramo AB la velocidad media esta mejor representada por el vector.



08 La gráfica muestra la trayectoría curvilínea de un móvil, de A hacia B, ¿Cuál es el vector que mejor señala la velocidad del móvil en el punto P?



09 De las afirmaciones, ¿Cuales son ciertas?

I) Los movimientos curvilíneos pueden ser uniformes.
II) Solamente el movimiento rectilíneo es uniforme
III) Todo movimineto curvilíneo es variado

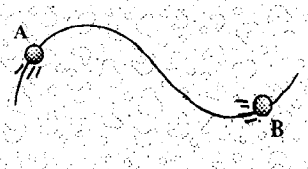
a) I b) II c) III
d) I y III e) I y II

10 Señalar con V(verdadero) o F(falso) las siguientes afirmaciones.

I) Todo movimiento curvilíneo es circular
II) Todo movimiento variado es curvilíneo
III) En los movimientos uniformes la rápidez permanece constante independientemente de la trayectoria.

a) VFV b) FFV c) VVV d) FVV e) VFF

11 En la figura representamos la trayectoria de un movimiento curvilineo uniforme; luego, se puede afirmar que: V: velocidad.



a) $|\vec{V}_A| \neq |\vec{V}_B|$
b) $|\vec{V}_A| < |\vec{V}_B|$
c) $|\vec{V}_A| > |\vec{V}_B|$
d) $|\vec{V}_A| = |\vec{V}_B|$
e) N.A.

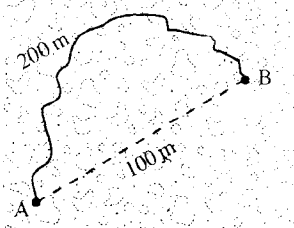
PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

Una partícula sigue un camino curvilíneo de 200 m partiendo en A y llegando hasta B en 20 s, halle el módulo de la velocidad media y la rápidez media, en m/s.

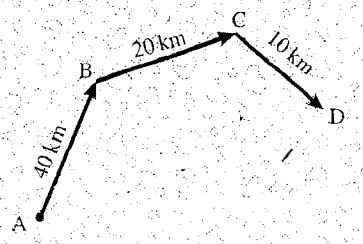
a) 5 y 15
b) 5 y 5
c) 10 y 15
d) 5 y 10
e) 10 y 10



PROBLEMA 13

En una caminata; el tramo AB se realiza en 15 h, el tramo BC en 12 h y el tramo CD en 8 h. Halle la rapidez media para el recorrido total ABCD.

a) 1 km/h
b) 2 km/h
c) 3 km/h
d) 4 kmh
e) 5 km/h



PROBLEMA 14

Cuando un autmóvil avanza 90 m y retrocede 30 m emplea un tiempo total de 60 s; determine;

a) rapidez promedio, en m/s
b) módulo de la velocidad media, en m/s

a) 1 y 3 b) 2 y 3 c) 2 y 1
d) 0 y 1 e) N.A.

PROBLEMA 15

Los marcos de una ventana rectángular miden 30 cm y 40 cm, cuando un insecto vuela de una esquina hasta la esquina opuesta del marco demora 4 s, hállese el módulo de la velocidad media que desarrolla, en cm/s.

a) 7,5 b) 10 c) 12,5
d) 15 e) 17,5

PROBLEMA 16

El camino desde una ciudad A hasta otra ciudad B mide 400 km, en el viaje de ida, desde A hacia B, un auto demora 9 h mientras que para el regreso empleó solamente 7 h. Halle la rapidez media, en km/h.

a) 30 b) 35 c) 40 d) 45 e) 50

PROBLEMA 17

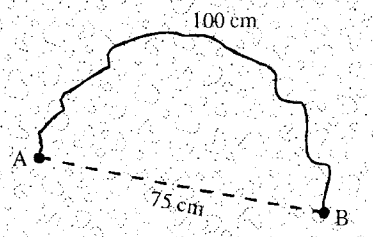
Las medidas de un campo deportivo rectangular son de 50 m de ancho y 75 m de largo, un atleta logra dar una vuelta completa en 50 s, encuentre el módulo de la velocidad media y la rapidez media, en m/s.

a) 0 y 10 b) 0 y 5 c) 5 y 5
d) 10 y 5 e) 10 y 10

NIVEL II

PROBLEMA 18

Con una rapidez uniforme de 4 cm/s una hormiga sigue el camino curvilíneo de A hacia B, halle el módulo de la velocidad media.



a) 2 cm/s
b) 3 cm/s
c) 4 cm/s
d) 5 cm/s
e) 6 cm/s

PROBLEMA 19

Un barco navega hacia el Este avanzando 9 km en 2,5 h; luego voltea hacia el Norte recorriendo 8 km en 1,5 h, y finalmente se dirige hacia el Oeste recorriendo 3 km más en 1 h. Halle el módulo de la velocidad media, en km/h.

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

PROBLEMA 20

En un yate se navega la misma distancia hacia el Sur que hacia el Oeste conservando

una rapidez uniforme "V", encuentre el módulo de la velocidad media para todo este recorrido.

a) V b) $V\sqrt{2}$ c) $V\sqrt{3}$

d) $\frac{V}{2}\sqrt{2}$ e) $\frac{V\sqrt{3}}{3}$

PROBLEMA 21

Cuando un bus va desde Lima hasta Ica la mitad del recorrido lo hace con una velocidad de 60 km/h, debido a una falla mecánica la otra mitad del recorrido lo hace a razón de 40 km/h, encuentre la rapidez media, en km/h.

a) 40 b) 48 c) 50 d) 58 e) 60

PROBLEMA 22

Un ciclista viaja en una región montañosa, su rapidez de subida es siempre 5 km/h y su rapidez de bajada es de 20 km/h, ¿Cuál será su rapidez media si los caminos de subida son de la misma longitud que los de bajada?, en km/h.

a) 4 b) 5 c) 8 d) 10 e) 12,5

PROBLEMA 23

La velocidad de un bote en un viaje en contra de la corriente es 4 m/s, mientras que cuando el viaje es a favor de la corriente la velocidad es de 10 m/s, halle la rapidez media en un viaje de ida y vuelta, en m/s.

a) 4,7 b) 5,7 c) 6,7 d) 7,7 e) 8,7

PROBLEMA 24

En una misma línea se hallan los puntos A, B y C de modo que AB = 20 m y BC = 10 m. Un móvil recorre el tramo AB con una velocidad de 3 m/s y el tramo BC con 6 m/s. Calcule la rapidez media para todo el recorrido ABC, en m/s.

a) 1,6 b) 2,6 c) 3,6 d) 4,6 e) 5,6

PROBLEMA 25

En un inmenso lago un bote navega 10 km con una dirección N37°E y luego se dirige hacia el Sur recorriendo 2 km más. Si emplea un tiempo total de 6 h. Halle el módulo de la velocidad media, en km/h.

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) 2 d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt{6}$

PROBLEMA 26

La distancia recta entre dos ciudades es 400 km, un avión emplea 2 h para viajar entre estas ciudades. La rapidez media del avión en este viaje es en km/h.

a) 200 km/h
b) Menor que 200 km/h
c) Mayor que 200 km/h
d) Un poco menos que 200 km/h
e) N.A.

PROBLEMA 27

El velocímetro de los automóviles señala

a) La rapidez promedio
b) La velocidad media
c) El módulo de la velocidad media
d) La rapidez instantánea
e) La velocidad instantánea

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	D	C	A	D	C	D	A	B	D	D	B	C	C	E	B	B	C	D

21	22	23	24	25	26	27
B	C	B	C	B	C	D

5 Capítulo

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

OBJETIVOS

1. *Diferenciar una velocidad constante de una velocidad variable.*
2. *Conocer las características y las leyes que gobiernan a un movimiento rectilineo uniforme(MRU)*

@ DHDV

El movimiento rectilineo uniforme (MRU) es uno de los movimientos más simples de la cinemática, tiene las siguientes características.

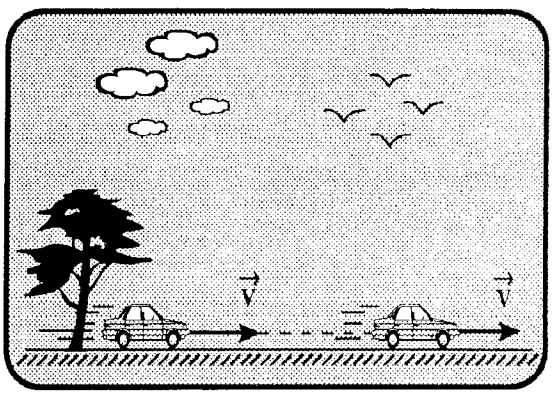
a La trayectoria que describe el móvil es una linea recta

b La velocidad del móvil es constante ($\vec{V}$: constante)

Decimos que una velocidad es constante cuando su módulo (rapidez) y su dirección no cambian.

Basta que la dirección de la velocidad cambie, a pesar de que su módulo sea constante, para decir que la velocidad no es constante.

En los diagramas se observan ejemplos de velocidad constante y variable:

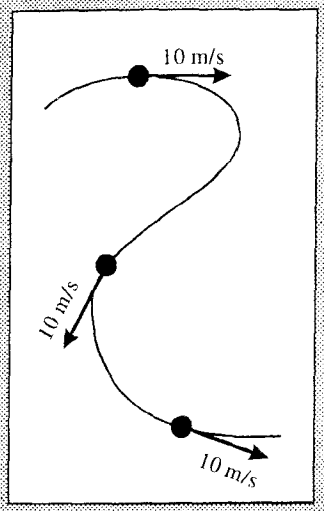


La velocidad es constante porque conserva su módulo ($\vec{V}$) y su dirección (linea recta).

IMPORTANTE

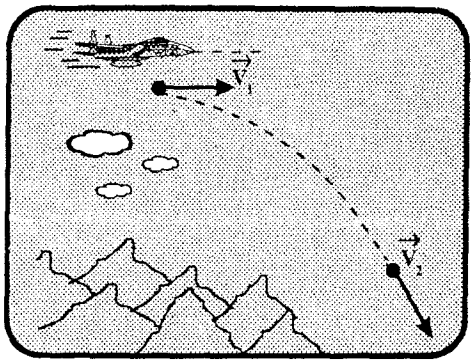
Un movimiento es UNIFORME cuando el módulo de la velocidad (rapidez) del móvil no cambia a pesar que puede estar cambiando su dirección.

Ejemplo:



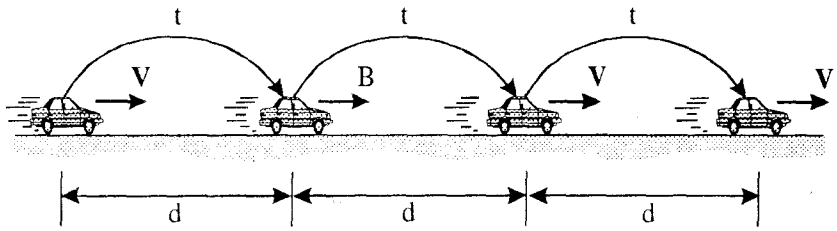
En el diagrama observamos que:

*** La dirección de la velocidad cambia, pero la rapidez (10 m/s) es constante, luego el movimiento es *UNIFORME*.**



La velocidad de un proyectil soltado desde un avión, no es constante porque cambia de módulo y su dirección, entonces decimos que es ***VARIABLE.***

a El móvil recorre distancias (d) iguales en tiempos (t) iguales.

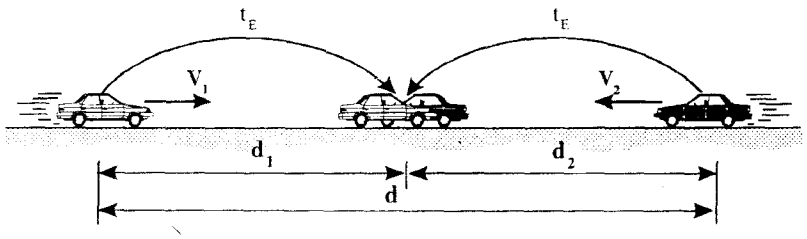


Observamos que la distancia recorrida es directamente proporcional al tiempo.

$$V = \frac{d}{t}$$

5.1.- TIEMPO DE ENCUENTRO (t_E)

En el diagrama se observa a dos móviles que en cierto instante están separados en una distancia (d) y que se acercan con velocidades constantes V_1 y V_2, luego el posterior tiempo para su encuentro será:.



d_1 y d_2 son las distancias recorridas por cada móvil hasta el encuentro, luego tendremos que:

$$d_1 + d_2 = d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Pero $d_1 = V_1 t_E$ y $d_2 = V_2 t_E$

Reemplazando en (1)

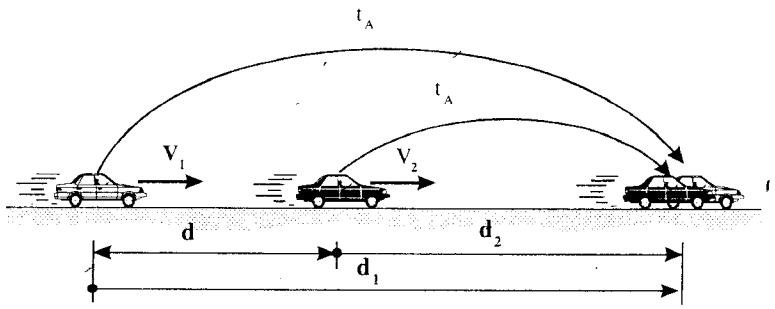
$$V_1 t_E + V_2 t_E = d$$

factorizando: $t_E (V_1 + V_2) = d$

$$t_E = \frac{d}{V_1 + V_2}$$

5.2.- TIEMPO DE ALCANCE (t_A)

En el diagrama observamos que en cierto instante la separación entre dos móviles es "d" y que la velocidad del primer móvil (V_1) es mayor que la velocidad del segundo (V_2), luego tendremos que el primer móvil alcanzará al segundo, si suponemos que estas velocidades son constantes el tiempo de alcance (t_A) será:



d_1 y d_2 son las distancias recorridas por cada móvil hasta el alcance, entonces:

$$d_1 - d_2 = d$$

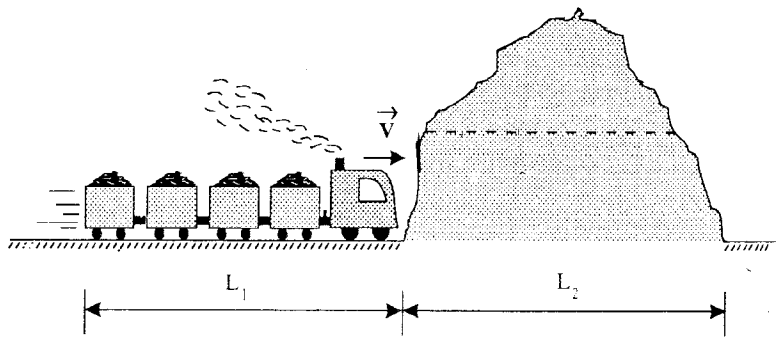
$$V_1 t_A - V_2 t_A = d$$

$$t_A(V_1 - V_2) = d$$

$$\boxed{t_A = \frac{d}{V_1 - V_2}}$$

5.3.- TIEMPO DE CRUCE (t_C)

En el diagrama observamos un tren con velocidad "V" que debe cruzar un túnel, sea "L_1" la longitud del tren y "L_2" la longitud del túnel, tendremos que el tiempo para que el tren pase por el túnel será:

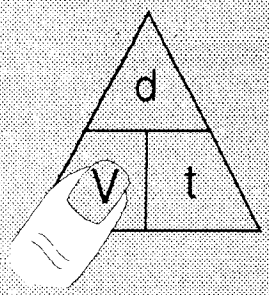


$t_C = \frac{d}{V}$ luego: $\boxed{t_C = \frac{L_1 + L_2}{V}}$

MNEMOTECNIA

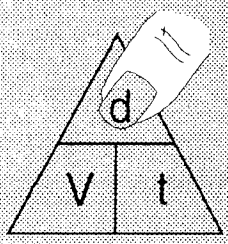
Si con el dedo tapamos una letra del MRU, obtenemos una de sus fórmulas:

a Tapando la velocidad (V) obtenemos.



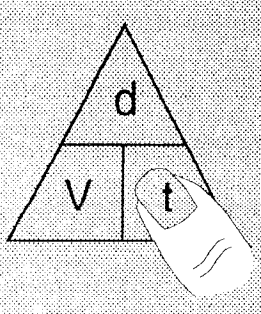
$$V = \frac{d}{t}$$

b Tapando la distancia recorrida (d) obtenemos:



$$d = v \bullet t$$

c Tapando el tiempo (t) obtenemos:



$$t = \frac{d}{v}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Un automóvil viajó 86.4 km con una velocidad constante de 8 m/s, ¿Cuántas horas se requirieron para el viaje?

RESOLUCION:

La distancia, en metros que recorrió el automóvil es:

$$d = 86.4(1\,000\ m) = 86\,400\ m$$

Hallamos el tiempo:

$$t = \frac{d}{V} = \frac{86\,400\ m}{8\ m/s}$$

$$t = 10\,800\ s \quad \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

Convertimos el tiempo a horas:

$$t = 10\,800\ s\left(\frac{1}{3\,600\ s}\right)$$

t = 3 h

PROBLEMA 02

El sonido viaja por el aire con una rapidez de 340 m/s, disparando un cañon, ¿en cuánto tiempo más se oirá el disparó a 1360 m de distancia?

RESOLUCION:

El tiempo será:

$$t = \frac{d}{V} = \frac{1\,360\ m}{340\ m/s}$$

t = 4 s

PROBLEMA 03

La velocidad de un avión es de 980 km/h, mientras que un segundo avión tiene una velocidad de 300 m/s. ¿Cuál es más veloz?

RESOLUCION:

Convertimos la primera velocidad:

$$V_1 = 980\frac{km}{h}\left(\frac{1\ h}{3\,600\ s}\right)\left(\frac{1\,000\ m}{1\ km}\right)$$

$$V_1 = \frac{980 \cdot 1\,000}{3\,600}\ m/s$$

$$V_1 = 272.2\ m/s$$

Como el segundo avión tiene $V_2 = 300$ m/s diremos que será más veloz:

Rpta: El Segundo

PROBLEMA 04

A las 9:30 horas se informa en la estación que un avión se halla a 108 km del aeropuerto, halle la velocidad del avión, supuesta constante, sabiendo que aterrizará en el aeropuerto a las 11 horas.

RESOLUCION:

De 9:30 horas hasta las 11 horas hay un tiempo de 1.5 horas:

$$t = 1.5\ h \quad \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

La velocidad supuesta constante será:

$$V = \frac{d}{t} = \frac{108\ km}{1.5\ h}$$

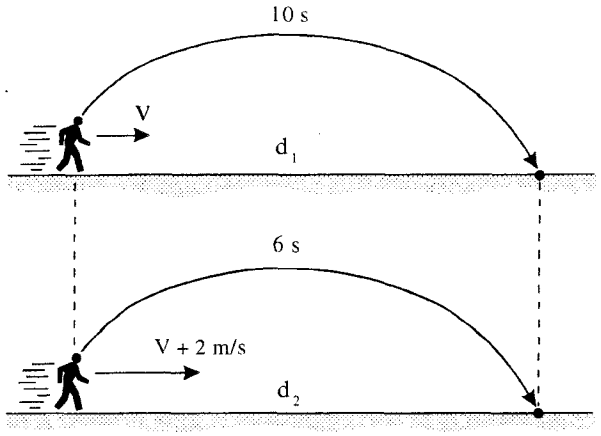
V = 72 km/h

PROBLEMA 05

Un corredor, con velocidad constante, cubre cierta distancia en 10 s, si aumentara su velocidad en 2 m/s esta misma distancia será cubierta en 6 s, halle la primera velocidad del corredor.

RESOLUCION:

Graficamos las dos velocidades y los tiempos empleados:



En cada caso el atleta cubre la misma distancia:

$$d_1 = d_2 \text{ ..... } (d = Vt)$$

$$V_1 t_1 = V_2 t_2$$

Reemplazando:

$$V(10\ s) = (V + 2\ m/s)(6\ s)$$

$$5V = 3V + 6\ m/s$$

$$\boxed{V = 3\ m/s}$$

PROBLEMA 06

Un estudiante, para llegar a la escuela, camina 3 cuadras al este y 4 cuadras al norte, esto le toma alrededor de 20 minutos, conociendo que el estudiante tiene una rapidez de 0.8 m/s. Calcule la longitud de cada cuadra supuesta de igual medida.

RESOLUCION :

Sea "L" la longitud de cada cuadra, la distancia recorrida será:

$$d = 3L + 4L = 7L$$

El tiempo es $t = 20(60\ s) = 1\ 200\ s$

Para una rapidez uniforme tendremos:

$$V = \frac{d}{t}$$

$$0.8\ m/s = \frac{7L}{1\ 200\ s}$$

$$\boxed{L = 137.1\ m}$$

PROBLEMA 07

¿A qué distancia de Lima se halla una ciudad norteña sabiendo que en motocicleta el viaje dura 2 h más que un automóvil?

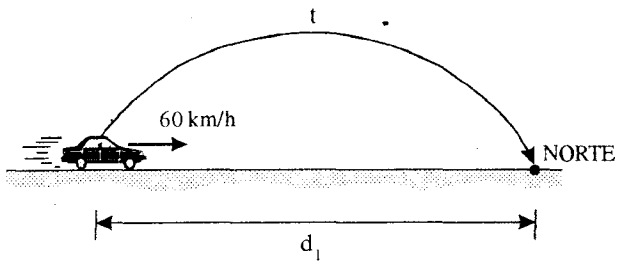
Velocidad en motocicleta : 40 km/h

Velocidad en automóvil : 60 km/h

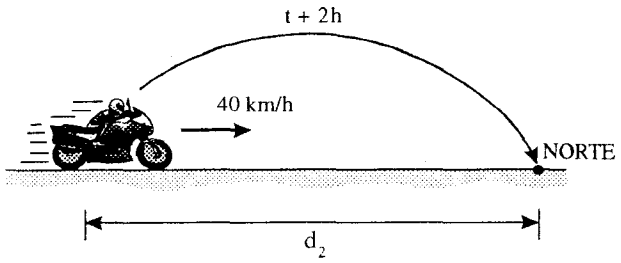
RESOLUCION :

Representamos los viajes en automóvil y en motocicleta:

En automóvil:



En motocicleta el viaje dura 2 h más.



Los viajes en automóvil o motocicleta cubren la misma distancia, luego:

$$d_1 = d_2$$

$$V_1 t_1 = V_2 t_2$$

$$(60\ km/h)(t) = (40\ km/h)(t + 2h)$$

$$3t = 2t + 4h$$

$$t = 4h \text{ ..... } (1)$$

La distancia será:

$$d_1 = V_1 t_1$$

$$d_1 = (60\ km/h)(4h)$$

$$\boxed{d_1 = 240\ km}$$

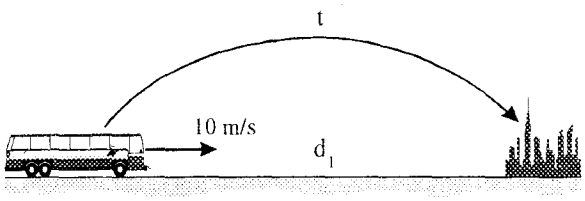
PROBLEMA 08

Cuando un obrero va caminando a la empresa llega 54 minutos después que cuando viaja

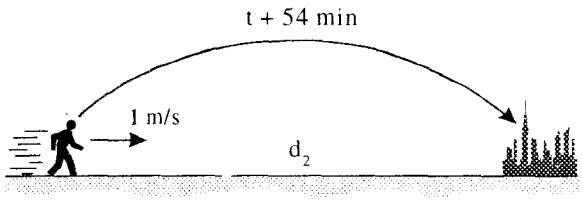
en bus, halle la distancia que camina el obrero cuando va a la empresa.
Velocidad del bus: 10 m/s
Velocidad del hombre caminando: 1 m/s

RESOLUCION :

Representamos el viaje en bus:
Consideremos que el viaje dura un tiempo "t"



caminando, el viaje demora 54 minutos más, osea el tiempo será t + 54 min:



En bus o caminando, el obrero recorre la misma distancia:

$$d_1 = d_2$$

$$V_1 t_1 = V_2 t_2$$

Reemplazando:

$$(10\ m/s)t = (1\ m/s)(t + 54 min)$$

$$10\ t = (t + 54 \times 60\ s)$$

$$9\ t = 54 \times 60\ s$$

$$t = 360\ s \ldots\ldots\ldots (1)$$

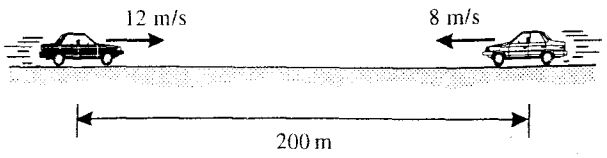
Hallamos la distancia que camina el hombre:

$$d_2 = V_2 t_2 = (1\ m/s)(360\ s + 54 \bullet 60\ s)$$

$$\boxed{d_2 = 3\ 600\ m}$$

PROBLEMA 09

El diagrama muestra el instante en que dos automóviles cuyas velocidades son 12 m/s y 8 m/s están separados en 200 m, ¿en cuánto tiempo más se encontrarán?



RESOLUCION :

Recordemos que el tiempo de encuentro es:

$$t_E = \frac{d}{V_1 + V_2}$$

$$t_E = \frac{200\ m}{12\ m/s + 8\ m/s}$$

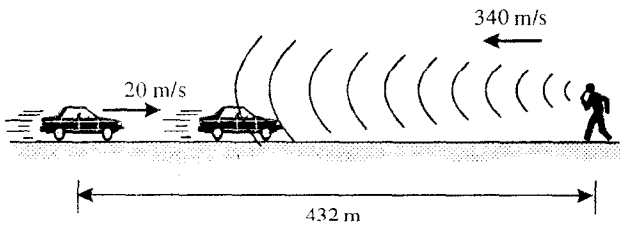
$$\boxed{t_E = 10\ s}$$

PROBLEMA 10

Un piloto en su automóvil se acerca a un policía de transito con una velocidad constante de 20 m/s, cuando el policía ve el automóvil a 432 m hace sonar su silbato, ¿en cuánto tiempo más el piloto oirá el silbato? La velocidad del sonido en el aire es 340 m/s

RESOLUCION :

El sonido emanado del silbato va al encuentro del automóvil como se puede ver en el diagrama:



El tiempo de encuentro será:

$$t_E = \frac{d}{V_1 + V_2}$$

$$t_E = \frac{432\ m}{20\ m/s + 340\ m/s} = \frac{432\ m}{360\ m/s}$$

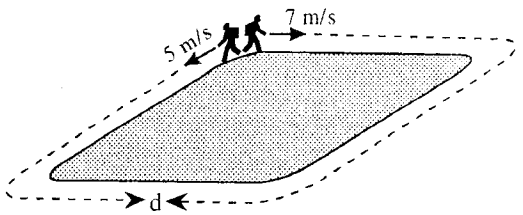
$$\boxed{t_E = 1.2\ s}$$

PROBLEMA 11

El perímetro de un campo deportivo mide 300 m, siguiendo este perímetro corren dos atletas con rapideces de 5 m/s y 7 m/s en sentidos contrarios, ¿cada cuánto tiempo se encontrarán?

RESOLUCION :

Representamos el encuentro de los atletas:



El tiempo de encuentro será:

$$t_E = \frac{d}{V_1 + V_2} = \frac{300\ m}{5\ m/s + 7\ m/s}$$

$$\boxed{t_E = 25\ s}$$

PROBLEMA 12

Un gato se halla a 2 m de un ratón, las velocidades del gato y ratón son respectivamente 5 m/s y 4 m/s, ¿qué tiempo requiere el gato para atrapar al ratón?

RESOLUCION :

Usemos el tiempo de alcance:

$$t_A = \frac{d}{V_1 - V_2}$$

$$t_A = \frac{2\ m}{5\ m/s - 4\ m/s} = \frac{2\ m}{1\ m/s}$$

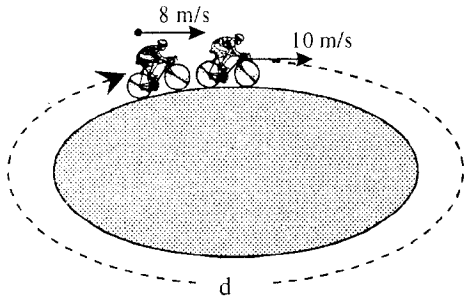
$$\boxed{t_A = 2s}$$

PROBLEMA 13

Por una pista circular corren dos ciclistas con rapideces uniformes de 10 m/s y 8 m/s en el mismo sentido observandose que cada 2 minutos el ciclista más veloz adelanta al más lento, ¿cuánto mide el perímetro de la pista circular?

RESOLUCION :

Cuando los ciclistas corren por una pista circular en el mismo sentido, el ciclista más veloz ALCANZARA al más lento.



El tiempo de alcance será:

$$t_A = \frac{d}{V_1 - V_2}$$

$$2(60\ s) = \frac{d}{10\ m/s - 8\ m/s}$$

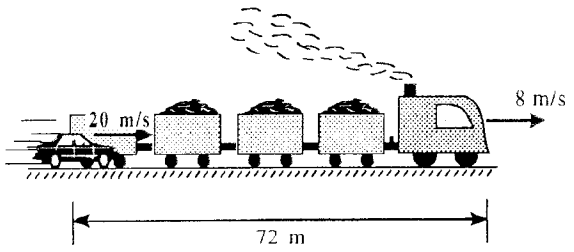
$$\boxed{d = 240\ m}$$

PROBLEMA 14

Un pequeño coche viaja por una pista paralela a la vía de un tren, las velocidades del coche y el tren son respectivamente 20 m/s y 8 m/s, ¿cuánto tiempo tarda el coche en adelantar al tren cuando viajan en el mismo sentido?, la longitud del tren es de 72 m.

RESOLUCION :

Cuando el coche llega hasta la cola del tren para que logre adelantarlo debe alcanzar la trompa del tren.



El tiempo de alcance (hasta la trompa) será:

$$t_A = \frac{d}{V_1 - V_2} = \frac{72\ m}{20\ m/s - 8\ m/s}$$

$$\boxed{t_A = 6\ s}$$

PROBLEMA 15

La longitud de un bus mide 12 m y marcha con una velocidad de 72 km/h, encuentre el tiempo que emplea este bus para pasar por un puente de 110 m.

RESOLUCION :

Convertimos la velocidad del bus:

$$V = 72\ km/h = \frac{72}{3.6}\ m/s = 20\ m/s$$

luego el tiempo de cruce será:

$$t_C = \frac{L_1 + L_2}{V}$$

$$t_C = \frac{12\ m + 110\ m}{20\ m/s} = \frac{122\ m}{20\ m/s}$$

$$\boxed{t_C = 6.1\ s}$$

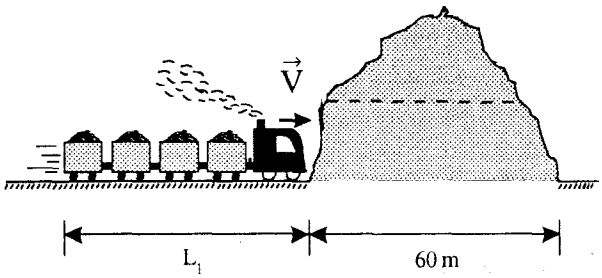
PROBLEMA 16

Un tren tarda 12 s para pasar a través de un túnel de 60 m de longitud y 8 s para pasar junto a un semáforo, halle la longitud del tren y su respectiva velocidad.

RESOLUCION :

Recordemos que el tiempo de cruce es:

$$t_C = \frac{L_1 + L_2}{V} \quad \ldots\ldots (1)$$



L_1 : longitud del tren

V : Velocidad del tren.

* Cuando el tren pasa a través del túnel; $L_2 = 60$ m , luego en (1):

$$12\ s = \frac{L_1 + 60\ m}{V}$$

$$V = \frac{L_1 + 60\ m}{12\ s} \quad \ldots\ldots (2)$$

* Cuando el tren pasa junto al semáforo; $L_2 = 0$, luego en (1):

$$8\ s = \frac{L_1 + 0}{V}$$

$$V = \frac{L_1}{8\ s} \quad \ldots\ldots (3)$$

* Igualando (2) y (3)

$$\frac{L_1 + 60\ m}{12\ s} = \frac{L_1}{8\ s}$$

$$2L_1 + 120\ m = 3L_1$$

$$\boxed{L_1 = 120\ m}$$

* Para hallar la velocidad del tren reemplazamos en (3)

$$V = \frac{L_1}{8\ s} = \frac{120\ m}{8\ s}$$

$$\boxed{V = 15\ m/s}$$

AUTOEVALUACION

01 Cuando un coche de carreras vira en una curva decimos que su velocidad no es constante porque por lo menos cambia _____ de la velocidad.

a) el módulo b) la dirección
c) el valor d) No se puede opinar
e) N.A.

02 La velocidad de la Luna alrededor de la Tierra es ...

a) cero b) constante
c) variable d) cada vez menor
e) cada vez mayor

03 Para que un movimiento sea considerado uniforme solamente es necesario que:

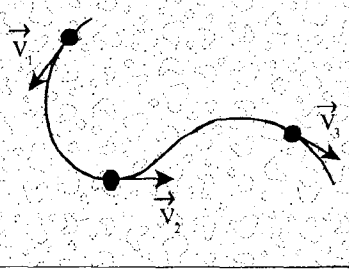
a) Su trayectoria sea una recta
b) No cambie la dirección de su velocidad
c) No cambie el módulo de su velocidad
d) No cambie el módulo ni la dirección de su velocidad
e) Su trayectoria sea una curva

04 Señale las afirmaciones como verdaderas (V) o falsas (F)

I) Un movimiento rectilineo siempre es uniforme
II) Un movimiento curvilineo puede ser uniforme.
III) La Luna alrededor de la Tierra tiene movimiento uniforme.

a) VVV b) VFF c) VFV
d) FVV e) FVV

05 En el diagrama se muestra la trayectoria de un movimiento uniforme, luego se cumplirá que:



a) $|\vec{V}_1| \neq |\vec{V}_2| \neq |\vec{V}_3|$
b) $|\vec{V}_1| > |\vec{V}_2| > |\vec{V}_3|$
c) $|\vec{V}_1| < |\vec{V}_2| < |\vec{V}_3|$
d) $|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2| = |\vec{V}_3|$
e) $|\vec{V}_1| > |\vec{V}_2| < |\vec{V}_3|$

06 En el MRU se cumple que el móvil recorre distancias ____ en tiempos ____

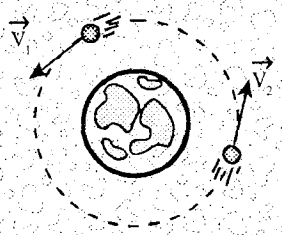
a) iguales; diferentes
b) diferentes; iguales
c) mayores; iguales
d) iguales; menores
e) iguales; iguales

07 De las siguientes afirmaciones, son ciertas:

I) El MRU es un movimiento uniforme
II) En el MRU no cambia el módulo ni la dirección de la velocidad.
III) El MRU es el movimiento más simple del universo.

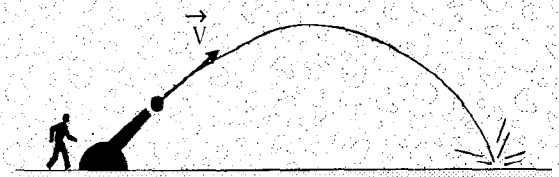
a) I y II b) I y III c) II y III
d) III e) Todas

08 El diagrama representa el movimiento uniforme de un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra entonces se cumplirá que:



a) $\vec{V}_1 \neq \vec{V}_2$ y $|\vec{V}_1| \neq |\vec{V}_2|$
b) $\vec{V}_1 = \vec{V}_2$ y $|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2|$
c) $\vec{V}_1 = \vec{V}_2$ y $|\vec{V}_1| \neq |\vec{V}_2|$
d) $\vec{V}_1 \neq \vec{V}_2$ y $|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2|$
e) $|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2| = 0$

09 Se muestra el camino que sigue un proyectil disparado desde un cañón, la afirmaciones ciertas son:



I) La velocidad del proyectil es constante
II) El movimiento del proyectil es uniforme
III) La velocidad del proyectil cambia en módulo y en dirección.

a) I y III b) II y III c) I y II
d) Sólo III e) No hay ciertas

10 Un ciclista cubre una distancia de 14 m en 4 segundos, la rapidez del ciclista, en m/s será.

a) 1.5 b) 2.5 c) 3.5
d) 4.5 e) 5.5

11 Después de 4 s de ver el resplandor de un relámpago se oye el trueno, ¿a qué distancia se produjo el rayo?, en el aire la velocidad del sonido es 340 m/s

a) 1160 m b) 1360 m c) 1560 m
d) 1760 m e) 1960 m

12 La velocidad de un bus es de 15 m/s mientras que un coche de paseo marcha a razón de 54 km/h, ¿Cuál de los móviles tiene mayor rapidez?.

a) El auto b) El bus
c) Iguales d) puede ser el auto
e) puede ser el bus

13 El reloj de una plaza pública empieza a dar sus campanadas exactamente a las 12 del medio día, entonces diremos que los ciudadanos escuchan el inicio de las campanadas _____

a) justo a las doce
b) un poco antes de las doce
c) un poco después de las doce
d) No se puede predecir
e) Faltan datos

14 Cuando en el crepúsculo vemos ocultarse el Sol podemos afirmar sin equivocarnos que el Sol.

a) se está ocultando
b) dentro de un poco se ocultará
c) hace un poco que se ocultó
d) no se ocultará
e) no se puede afimar

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 15

En los 100 m planos un atleta olímp ico emplea 9.75 s, halle el nuevo record en m/s, aproximadamente.

a) 10.20 b) 10.23 c) 10.26
d) 10.28 e) 10.30

PROBLEMA 16

¿Cuántas horas dura un viaje hasta una ciudad sureña ubicada a 540 km, si el bus marcha a razón de 45 km/h?

a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

PROBLEMA 17

Un obrero está convencido que la sirena de la fábrica en la cual labora suena todos los días a las 7 de la mañana; cierto día el obrero, estando en su casa, oye la sirena a las 7 de la mañana con 6 segundos, encuentre la distancia entre la casa y la fábrica. En el aire la velocidad del sonido es de 340 m/s.

a) 2 040 m b) 2 000 m c) 1 940 m
d) 1 800 m e) 1 700 m

PROBLEMA 18

Cerca a una zona montañosa, un cazador hace un disparo y a los 3 segundos oye el eco del disparo, ¿a qué distancia del cazador se ubica la montaña que produce el eco? Velocidad del sonido en el aire: 340 m/s.

a) 210 m b) 310 m c) 410 m
d) 510 m e) 1020 m

PROBLEMA 19

En contra de la corriente la velocidad neta de un bote es de 2 m/s, a favor de la corriente la velocidad neta viene a ser de 8 m/s, halle la velocidad real del bote, en m/s.

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

PROBLEMA 20

Viajando en motocicleta por un urbe nos percatamos que cada 8 segundos estamos pasando junto a un poste, la distancia entre dos poste consecutivos es 60 m, halle la velocidad de la motocicleta, en km/h.

a) 21 b) 23 c) 25 d) 27 e) 29

PROBLEMA 21

Un mendigo sentado en la acera ve que frente a él pasa un tren en 6 s, la velocidad del tren es de 30.6 km/h, con esto calcule la longitud del tren.

a) 45 m b) 47 m c) 49 m
d) 51 m e) 53 m

PROBLEMA 22

El chofer de un pequeño coche, que marcha a razón de 13 m/s, ve a 150 m a otro coche que se acerca, y luego de 6 s estos coches se están cruzando, ¿Cuál es la velocidad del segundo coche?, en m/s.

a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

PROBLEMA 23

¿Cuánto tiempo demora un tren de 200 m de longitud para pasar por un túnel de 150 m?. La velocidad del tren es de 25.2 km/h

a) 20 s b) 30 s c) 40 s d) 50 s e) 60 s

ROBLEMA 24

En cierto instante un atleta se halla corriendo con una rapidez de 8 m/s delante y a 28 m de un automóvil cuya rapidez es de 12 m/s, ¿en cuánto tiempo más el automóvil alcanzará al atleta?

a) 1.4 s b) 5 s c) 7 s d) 9 s e) 11 s

NIVEL II

PROBLEMA 25

Un coche de carreras se halla a 900 m de la meta, en 6 s más se halla a 660 m, ¿en cuántos segundos más arribará?

a) 11.5 b) 13.5 c) 14.5 d) 16.5 e) 33

PROBLEMA 26

Por un punto A pasan simultaneamente dos atletas con velocidades de 8 m/s y 8.1 m/s, ¿a qué distancia del punto A se halla la meta si uno de los atletas llegó 1 s después que el otro?

a) 618 m b) 628 m c) 638 m
d) 648 m e) 658 m

PROBLEMA 27

Con 10 minutos de diferencia parten dos buses, desde la misma estación, con velocidades de 40 km/h y 60 km/h respectivamente, ¿a qué distancia de la primera se halla la segunda estación si los buses llegan a ésta simultaneamente?

a) 5 km b) 10 km c) 15 km
d) 20 km e) 25 km

PROBLEMA 28

Cuando un obrero va al trabajo caminando a razón de 2 m/s llega con 10 minutos de retrazo, pero si viaja en bus a 12 m/s llega con 10 minutos de adelanto, ¿cuánto mide el camino que sigue el obrero hasta su trabajo? en m.

a) 2780 b) 2880 c) 2980
d) 3180 e) 3280

PROBLEMA 29

Compitiendo en la arena un caballo de carreras emplea 35 segundos, si su velocidad es aumentada en 3 m/s emplearía solamente 30 segundos, calcule la velocidad del caballo en m/s.

a) 15 b) 16 c) 17 d) 18 e) 19

PROBLEMA 30

Un bus se mueve con una rapidez de 54 km/h y pasa cerca de un árbol en 0.8 segundos, ¿en cuánto tiempo este bus logrará pasar junto a una estación de 18 m de frontera?

a) 1 s b) 1.5 s c) 2 s d) 2.5 s e) 3 s

PROBLEMA 31

Por vías paralelas viajan dos trenes con velocidades de 38 km/h y 34 km/h siendo su respectivas longitudes de 42 m y 58 m, cuando los trenes viajen en sentidos contrarios, ¿en cuánto tiempo se cruzarán?

a) 4 s b) 5 s c) 6 s d) 7 s e) 8 s

PROBLEMA 32

En un viaje, un tren sostiene una velocidad constante y logra pasar un tunel de 80 m en 8 s, mientras que en un puente de 30 m empleó 4 s, hállese la longitud del tren, en m.

a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50

PROBLEMA 33

En una persecución, un patrullero se halla a 300 m del auto sospechoso, transcurridos 40 s más la separación entre estos es 140 m, ¿en cuánto tiempo más sucederá el alcance?

a) 30 s b) 35 s c) 38 s
d) 40 s e) 45 s

PROBLEMA 34

Un atleta corre por una pista recta manteniendo una rapidez uniforme de 8m/s e inmediatamente regresa caminando a razón de 2 m/s demorándose 150 s en el viaje de ida y vuelta, halle la longitud de la pista en metros.

a) 200 b) 210 c) 220 d) 230 e) 240

PROBLEMA 35

Un policía de tránsito oye el claxon de un coche y después de 4 s lo ve pasar junto a él con una velocidad de 20 m/s, ¿a qué distancia el policía el chofer del coche tocó el claxon?, la velocidad del sonido en el aire es 340 m/s

a) 75 m b) 80 m c) 85 m
d) 90 m e) 95 m

CLAVES

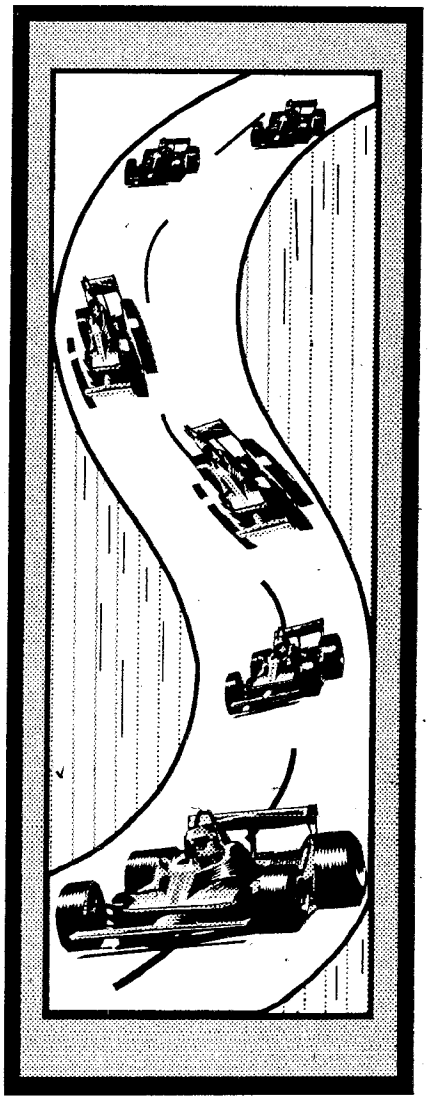
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	C	D	D	E	E	D	D	C	B	C	C	C	C	D	A	D	C	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35					
D	D	D	C	D	D	D	B	D	C	B	B	B	E	C					

6 Capítulo Movimiento RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO

OBJETIVOS	
1.	*Estudiar las cualidades de una aceleración constante.*
2.	*Conocer y ejercitar las leyes del MRUV*

©DHDV

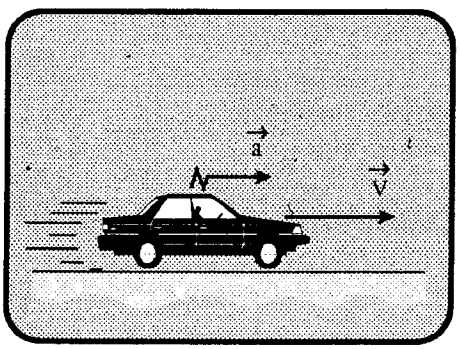
Un móvil tendrá un movimiento rectilineo uniformemente variado (MRUV) si al desplazarse describe una trayectoria recta y su rapidez aumenta o disminuye uniformemente. El MRUV tiene las siguientes características:



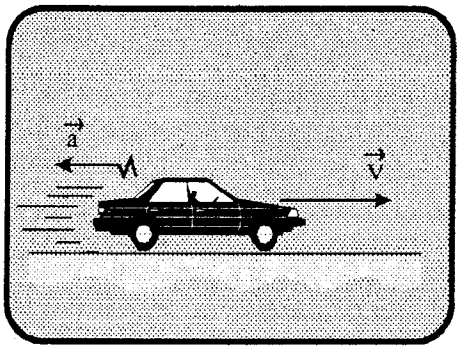
a La trayectoria que describe el móvil es una línea recta

b La aceleración ($\vec{a}$) del móvil es colineal con su velocidad ($\vec{V}$).

I) Si la rapidez del móvil está aumentando diremos que está acelerando. Su aceleración y velocidad tienen el mismo sentido:



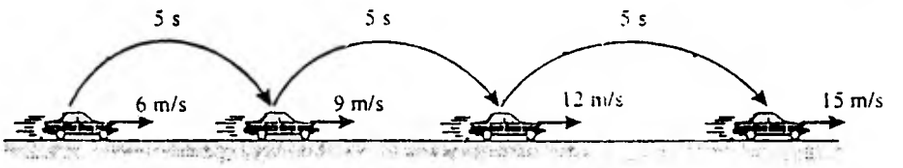
II) Si la rapidez del móvil está disminuyendo diremos que está desacelerando o retardando. Su aceleración tiene sentido contrario a la velocidad.



c. La aceleración del móvil es constante (a: cte)

> *En el MRUV reconocemos que la aceleración es constante cuando la velocidad del móvil experimenta cambios iguales en tiempos iguales.*

En el siguiente diagrama observamos que la aceleración constante permite que cada 5 s la velocidad varíe en 3 m/s.



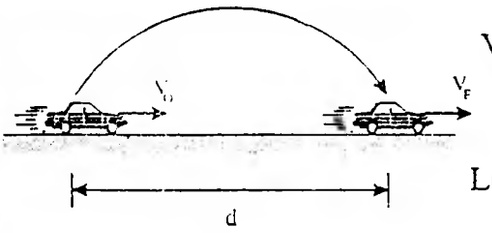
OBSERVACION

Cuando el móvil acelera consideramos que su aceleración es positiva (+a) y cuando desacelera será negativa (−a).

DEFINICION: En el MRUV la aceleración es la variación de la velocidad (ΔV) en cada unidad de tiempo.

V_0 : Velocidad inicial o origen

V_F : Velocidad final



ΔV : indica; variación de la velocidad y siempre se halla restando la velocidad final menos la inicial:

$$\Delta V = V_F - V_0$$

Luego: $$a = \frac{\Delta V}{t}$$

$$a = \frac{V_F - V_0}{t}$$

$$at = V_F - V_0$$

de donde obtenemos $$V_F = V_0 + at$$

En forma general, cuando el móvil acelera (+a) o desacelera (−a), la ecuación será:

$$\boxed{V_F = V_0 \pm at} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Para calcular la distancia (d) que recorre el móvil podemos usar la definición de la rapidez media ($\bar{v}$):

$$\bar{v} = \frac{d}{t} \quad \text{de donde tendremos: } d = \bar{v} \cdot t \ \ldots\ldots\ldots (*)$$

En el MRUV la rapidez media equivale a la media aritmética entre la velocidad inicial (V_0) y la velocidad final (V_F).

$$\bar{v} = \frac{(V_F + V_0)}{2}$$

reemplazando en (*) $\boxed{d = \frac{(V_F + V_0)}{2} t}$ ..... (2)

Con las fórmulas (1) y (2) demostramos las demás fórmulas del MRUV:

Reemplazando (1) en (2):

$$d = \frac{[(V_0 \pm at) + V_0]}{2} t$$

$$d = \frac{(2V_0 \pm at)\, t}{2}$$

$$d = \frac{(2V_0 t \pm a t^2)}{2}$$

$$\boxed{d = V_0 t \pm \frac{1}{2} a t^2} \quad \text{..... (3)}$$

Despejando el tiempo de la ecuación (1) tendremos que:

$$t = \frac{V_F - V_0}{\pm a}$$

Reemplazando el tiempo en la ecuación (2):

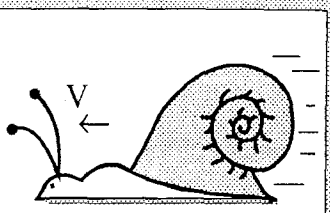
$$d = \frac{(V_F + V_0)}{2} \cdot \frac{(V_F - V_0)}{\pm a}$$

desarrollando: $d = \dfrac{V_F^2 - V_0^2}{\pm 2a}$

$$\pm 2ad = V_F^2 - V_0^2$$

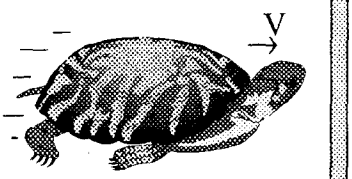
de donde: $\boxed{V_F^2 = V_0^2 \pm 2ad}$ ..... (4)

El caracol es el animalillo más lento del mundo.



V = 0.0015 m/s

El segundo animal más lento es la tortuga.



V = 0.02 m/s

En el trablero se muestra las unidades que se usarán en el MRUV:

d	m	km
t	s	h
V_0	m/s	km/h
V_F	m/s	km/h
a	m/s^2	km/h^2

RESUMEN

En el siguiente recuadro hacemos un resumen de las cuatro fórmulas del MRUV:

La fórmula número (2) se emplea siempre con el signo (+) así el móvil acelere a desacelere.

N°	MRUV (a: cte)
1	$V_F = V_o \pm at$
2	$d = \frac{(V_F + V_o)}{2} t$
3	$d = V_o t \pm \frac{1}{2} a t^2$
4	$V_F^2 = V_o^2 \pm 2ad$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Un chico empieza a resbalar por un tobogán adquiriendo una aceleración constante de 0.8 m/s^2, el descenso dura 3 s, halle el largo del tabogán.

RESOLUCION :

Anotamos los datos que nos dá el problema:
V_o = 0 (empieza a resbalar)
a = 0.8 m/s^2
t = 3 s
d = ?
En los datos no mencionamos V_F y la fórmula que no menciona V_F es la (3):

$$d = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$d = 0(3\,s) + \frac{1}{2}(0.8\ m/s^2)(3\,s)^2$$

$$d = (0.4\ m/s^2)\ (9s^2)$$

d = 3.6 m

PROBLEMA 02

Un tren va con una velocidad de 18 m/s; frena y se detiene en 15 segundos, calcule su desaceleración:

RESOLUCION :

Escribimos los datos:
V_o = 18 m/s
V_F = 0 (frena hasta detenerse)
t = 15
a = ? (desaceleración)
no se menciona la distancia (d), luego usaremos la fórmula (1)

$$V_F = V_o - at$$
$$0 = (18\ m/s) - a(15\ s)$$
$$a(15\ s) = 18\ m/s^2$$

a = 1.2 m/s^2

PROBLEMA 03

La velocidad de un bote salvavidas es de 8 m/s, al apagarse el motor la fricción con el agua produce una desaceleración media de 4 m/s^2, ¿qué distancia recorrerá el bote desde el instante en que fue apagado el motor hasta detenerse?

RESOLUCION :

La desaceleración media es aquella que se considerá contante en todo el frenado:
a = 4 m/s^2 (desaceleración)
V_o = 8 m/s
V_F = 0 (el bote se detendrá)
d = ?

Como no se menciona el tiempo (t) usamos la ecuación (4):

$$V_F^2 = V_o^2 - 2ad$$

$$0 = (8\ m/s)^2 - 2(4\ m/s^2)d$$

$$(8\ m/s^2)d = 64\ m^2/s^2$$

$$\boxed{d = 8\ m}$$

PROBLEMA 04

En un informe técnico se detalla que cierto automóvil es capaz de acelerar desde el reposo hasta 12 m/s necesitando una distancia de 48 m, calcule el tiempo empleado para esto.

RESOLUCION :

$V_o = 0$ (parte desde el reposo)
$V_F = 12$ m/s
$d = 48$ m
$t = ?$
no se menciona la aceleración (a). Usamos la fórmula (2):

$$d = \frac{(V_F + V_o)}{2}t$$

$$48\ m = \frac{(12\ m/s + 0)}{2}t$$

$$48\ m = (6m/s)t$$

$$\boxed{t = 8\ s}$$

PROBLEMA 05

Las partículas alfa se disparan con una rapidez de $4\cdot10^7$ m/s hacia el aire y viajan 8 cm antes de detenerse. Halle su desaceleración media y el tiempo que les toma detenerse.

RESOLUCION :

$V_o = 4\cdot10^7$ m/s
$d = 8$ cm $= 0.08$ m
$V_F = 0$ (se detiene)

hallamos el tiempo (t):

$$d = \frac{(V_F + V_o)}{2}t$$

$$0.08\ m = \frac{(0 + 4\cdot10^7\ m/s)}{2}t$$

$$0.08\ m = (2\cdot10^7\ m/s)t$$

$$t = \frac{0.08\ m}{2\cdot10^7\ m/s}$$

$$\boxed{t = 4\cdot10^{-9}\ s}$$

hallamos la desaceleración (a)

$$V_F = V_o - at$$

$$0 = (4\cdot10^7\ m/s) - a(4\cdot10^{-9}\ s)$$

$$a(4\cdot10^{-9}\ s) = 4\cdot10^7\ m/s$$

$$\boxed{a = 10^{16}\ m/s^2}$$

PROBLEMA 06

Un protón que se mueve con una rapidez de 10^7 m/s, pasa a través de una hoja de papel de 0.020 cm de espesor y sale con una rapidez de $2\cdot10^6$ m/s, halle la desaceleración que produce el papel considerándola uniforme.

RESOLUCION :

$V_o = 10^7\ m/s = 10\cdot10^6$ m/s
$d = 0.02\ cm = 2\cdot10^{-4}$ m
$V_F = 2\cdot10^6$ m/s
$a = ?$

$$V_F^2 = V_o^2 - 2ad$$

$$(2\cdot10^6\ m/s)^2 = (10\cdot10^6\ m/s)^2 - 2a(2\cdot10^{-4}\ m)$$

$$4\cdot10^{12} = 100\cdot10^{12} - 4a\cdot10^{-4}$$

$$4a\cdot10^{-4} = 96\cdot10^{12}$$

$$a = \frac{96\cdot10^{12}}{4\cdot10^{-4}}$$

$$\boxed{a = 24\cdot10^{16}\ m/s^2}$$

PROBLEMA 07

Una bala llega frontalmente a una pared blanda con una velocidad de 160 m/s y penetra durante 0.02 s, halle la distancia que penetró la bala.

RESOLUCION :

V_o = 160 m/s
t = 0.02 s
V_F = 0 (la bala llega a detenerse)
d = ?

$$d = \frac{(V_F + V_o)\,t}{2}$$

$$d = \frac{(0+160\ m/s)}{2}(0.02\ s)$$

d = 1.6 m

PROBLEMA 08

Desde un mismo lugar parten dos atletas siguiendo el mismo camino, el primero mantiene una velocidad constante de 4 m/s mientras que el segundo corredor arranca sin velocidad inicial y con aceleración constante de 0.2 m/s^2, si los altletas partieron juntos, ¿a qué distancia de la partida sucederá el alcance?

RESOLUCION :

Como los atletas parten del mismo lugar, cuando suceda el alcance ambos habrán recorrido la misma distancia.

$$d_1 = d_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

recordemos que el primer atleta mantiene una velocidad constante y que el segundo acelera, en (1):

$$V_1 t = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$(4)\,t = (0)\,t + \frac{1}{2}(0.2)\,t^2$$

$$4t = 0.1t^2$$

$$t = 40\ s \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

hallamos la distancia recorrida:

$$d_1 = V_1 t$$

$$d_1 = (4\ m/s)(40\ s)$$

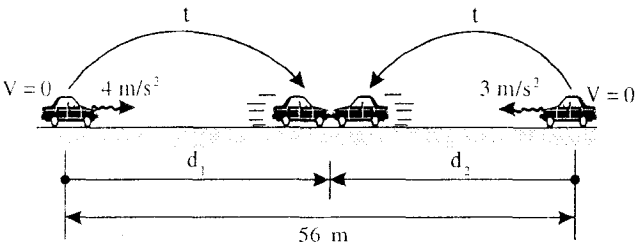
d_1 = 160 m

PROBLEMA 09

Dos móviles se hallan distanciados en 56 m, parten simultaneamente al encuentro siguiendo una pista recta con aceleraciones de 4 m/s^2 y 3 m/s^2, ¿qué tiempo se requiere para el encuentro de los móviles?

RESOLUCION :

Representamos el encuentro de los móviles



Sumamos las distancias que recorre cada móvil:

$$d_1 + d_2 = 56 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Como los móviles parten desde el reposo, la distancia se halla con:

$$d = \frac{1}{2} a t^2 \ldots\ldots\ldots (2)$$

(2) en (1):

$$\frac{1}{2}(4)\,t^2 + \frac{1}{2}(3)\,t^2 = 56$$

$$\frac{7}{2} t^2 = 56$$

t = 4 s

PROBLEMA 10

Un motociclista cuya velocidad constante es de 16 m/s pasa muy cerca de un patrullero en reposo, ¿qué distancia requiere el patrullero para dar alcance al motociclista si arranca en ese instante manteniendo una aceleración constante de 1 m/s^2?

RESOLUCION :

Como el motociclista pasa muy cerca del patrullero, hasta el alcance, los móviles habrán recorrido igual distancia:

$$d_{PATRULLERO} = d_{MOTOCICLISTA}$$

Recordemos que el patrullero acelera y el motociclista va a velocidad constante:

$$V_o t + \frac{1}{2} a t^2 = Vt$$

$$(0) + \frac{1}{2}(1)\, t^2 = (16)\, t$$

$$\frac{t^2}{2} = 16\, t$$

$$t = 32 \text{ s} \ldots\ldots\ldots (1)$$

hallamos la distancia que recorre el patrullero:

$$d = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$d = 0(32) + \frac{1}{2}(1)(32)^2$$

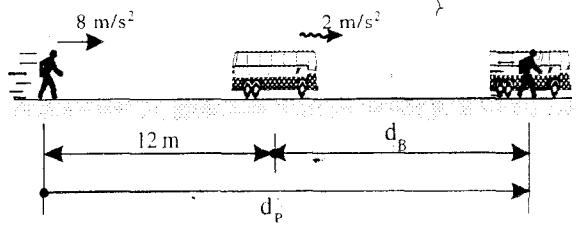
d = 512 m

PROBLEMA 11

Un peatón corre hacia un bus estacionado con una velocidad de 8 m/s y cuando le falta 12 m para llegar el bus arranca acelerando con 2 m/s^2, ¿Cuánto tiempo más debe correr el peatón para alcanzar el bus?

RESOLUCION :

Representamos los instantes en que al peatón le falta 12 m y cuando logra alcanzar al bus.



Comparando los segmentos:

$$d_p = 12 + d_B$$

Recordamos que el peatón corre a velocidad constante y que el bus acelera desde el reposo:

$$Vt = 12 + V_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$8t = 12 + 0(t) + \frac{1}{2}(2) t^2$$

$$8t = 12 + t^2$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

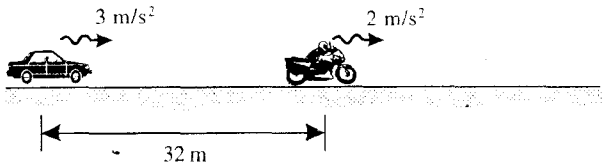
$$(t - 2)(t - 6) = 0$$

t = 2 s

Para t = 6s el bus estará alcanzando al peatón.

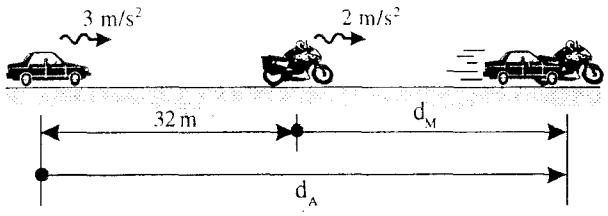
PROBLEMA 12

Se muestra una motocicleta a 32 m delante de un auto, estos deben arrancar hacia la derecha con aceleración constante de 2 m/s^2 y 3 m/s^2 respectivamente, si parten juntos, ¿Cuánto tiempo tarda el auto para alcanzar a la motocicleta?



RESOLUCION :

Representamos el alcance:



Del diagrama:

$$d_A = d_M + 32 \ldots\ldots\ldots (1)$$

Si el móvil parte desde el reposo, la distancia se halla con:

$$d = \frac{1}{2} a t^2$$

En (1):

$$\frac{1}{2}(3)\, t^2 = \frac{1}{2}(2)\, t^2 + 32$$

$$\frac{t^2}{2} = 32$$

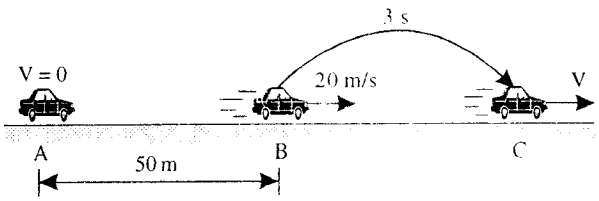
t = 8 s

PROBLEMA 13

Un auto de pruebas parte desde el reposo conduciéndose por una pista recta, cuando ha avanzado 50 m su velocidad es de 20 m/s, ¿qué velocidad tendrá cuando haya transcurrido 3 s más?, suponer que la aceleración del auto permanece constante.

RESOLUCION :

Hacemos una representación de los datos:



Usamos el tramo AB:

$$V_F^2 = V_o^2 + 2ad$$

$$20^2 = 0 + 2a(50)$$

$$400 = 100\ a$$

$$a = 4\ m/s^2 \ldots\ldots\ldots (1)$$

Usamos el tramo BC:

$$V_F = V_o + at$$

$$V = 20 + (4)(3)$$

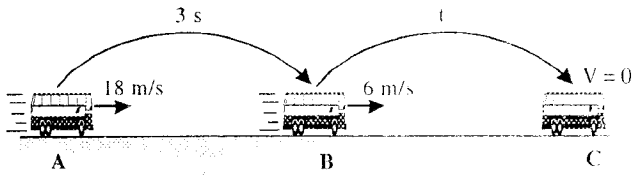
$$\boxed{V = 32\ m/s}$$

PROBLEMA 14

Un bus disminuye su velocidad uniformemente de manera que en 3 s su velocidad ha disminuido de 18 m/s hasta 6 m/s, ¿en cuánto tiempo más el bus se detendrá?

RESOLUCION :

Representamos los datos:



Usamos el tramo AB:

$$V_F = V_o - at$$

$$6 = 18 - a(3)$$

$$3a = 12$$

$$a = 4\ m/s^2 \ldots\ldots\ldots (1)$$

Usamos el tramo BC:

$$V_F = V_o - at$$

$$0 = 6 - 4(t)$$

$$4t = 6$$

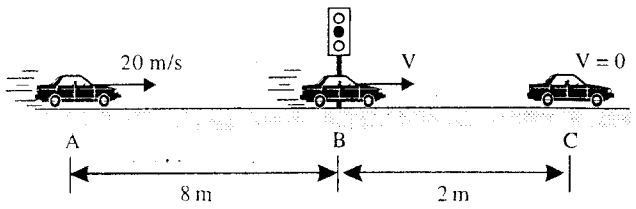
$$\boxed{t = 1.5\ s}$$

PROBLEMA 15

La velocidad de un coche es de 20 m/s, cuando el chofer de este coche observa a 8 m delante de él un semáforo en rojo, aplica los frenos logrando detener el pequeño coche a 2 m después del semáforo, ¿qué velocidad tenía el coche cuando pasó junto al semáforo?

RESOLUCION :

Graficamos los datos:
En B: Semáforo.



Usamos el tramo AC:

$$V_F^2 = V_o^2 - 2ad$$

$$0 = 20^2 - 2a(10)$$

$$20a = 400$$

$$a = 20\ m/s^2 \ldots\ldots\ldots (1)$$

Usamos el tramo BC:

$$V_F^2 = V_o^2 - 2ad$$

$$0 = V^2 - 2(20)(2)$$

$$V^2 = 80$$

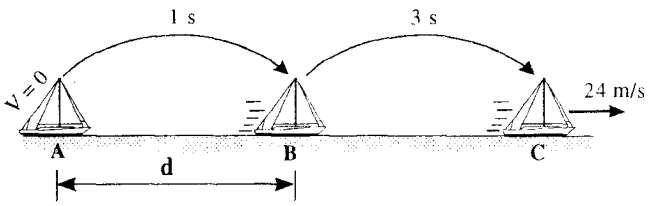
$$\boxed{V = 4\sqrt{5}\ m/s}$$

PROBLEMA 16

Un bote arranca desde el reposo con MRUV, halle la distancia que recorre el bote transcurrido el primer segundo conociéndose que cuando ha transcurrido 4 s desde la partida la velocidad del bote es 24 m/s.

RESOLUCION :

Graficamos los datos:



Usamos el tramo AC:

$$V_F = V_o + at$$
$$24 = 0 + a(4)$$
$$a = 6\ m/s^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Usamos el tramo AB:

$$d = V_o t + \frac{1}{2}at^2$$
$$d = 0 + \frac{1}{2}(6)(1)^2$$

d = 3 m

AUTOEVALUACION

01 El MRUV se caracteriza porque es constante su .....

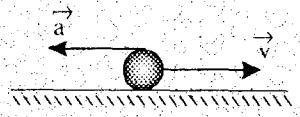
a) velocidad b) aceleración
c) rapidez d) desplazamiento
e) posición

02 Una aceleración constante de $+3m/s^2$ indica que:

I) la velocidad del móvil aumenta
II) cada segundo la velocidad aumenta en 3 m/s
III) cada segundo el móvil recorre 3 m

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo I e) Sólo II

03 Para cierto instante, se muesta la velocidad ($\vec{V}$) y la aceleración ($\vec{a}$) de un móvil, luego el correcto decir:



I) La velocidad aumenta.
II) El móvil se mueve en el sentido de la velocidad.
III) El móvil está en reposo.

a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

04 Señale si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

I) En el MRUV la aceleración es constante
II) Es posible que un móvil se dirija hacía el Norte acelerando hacia el Sur.
III) En el MRUV la velocidad es consante.

a) VFV b) VVF c) VVV
d) FVF e) FFF

05 En el movimiento rectilineo uniformemente variado (MRUV), ¿qué parámetro varía uniformemente?

a) La rapidez b) La aceleración
c) La posición d) La distancia
e) El desplazamiento

06 La siguiente cantidad $4\frac{km/h}{s}$, en el MRUV representa

a) Una velocidad b) Una distancia
c) Un tiempo d) Una aceleración
e) Una rapidez

07 Si en un MRUV decimos que la aceleración es negativa, entenderemos que:

I) La velocidad aumenta

II) Sus vectores velocidad ($\vec{V}$) y aceleración ($\vec{a}$) tienen sentidos contrarios

III) La velocidad es constante

a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

08 Señale la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I) La aceleración es una magnitud vectorial

II) En el MRUV acelerado la velocidad y la aceleración forman 0°

III) En el MRUV desacelerado la velocidad y la aceleración forman 180°.

a) VVF b) FVV c) VFV
d) VVV e) FFV

09 La aceleración de un móvil se relaciona con:

a) El cambio de posición
b) El desplazamiento
c) La distancia recorrida
d) El cambio de velocidad
e) El módulo del desplazamiento

10 Cuando en una pista recta un automóvil acelera, en cada segundo transcurrido las distancias que recorre el automóvil son cada vez:

a) menores
b) iguales
c) mayores
d) pueden ser iguales
e) pueden ser menores

11 En el MRUV decimos que la aceleración es constante porque en _____ iguales la velocidad varía cantidades _____

a) tiempos ; iguales
b) distancias ; iguales
c) distancias ; diferentes
d) condiciones ; diferentes
e) N.A.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

Los mejores coches deportivos son capaces de acelerar desde el reposo hasta alcanzar una velocidad de 100 km/h en 10 s. Halle la aceleración en km/h^2

a) 18 000 b) 28 000 c) 32 000
d) 34 000 e) 36 000

PROBLEMA 13

Un cuerpo que se mueve a una velocidad de 10 m/s es frenado hasta alcanzar el reposo en una distancia de 20 m. ¿Cuál es su desaceleración?, en m/s^2.

a) 2.0 b) 2.5 c) 3.0
d) 3.5 e) 4.0

PROBLEMA 14

Un auto se mueve con una velocidad de 15 m/s, cuando el conductor aplica los frenos desacelera uniformemente deteniéndose en 3 s, halle la distancia recorrida en el frenado, en metros.

a) 20.5 b) 21.5 c) 22.5
d) 23.5 e) 24.5

PROBLEMA 15

Cierto vehículo es capaz de acelerar desde el reposo hasta una rapidez de 10 m/s en un

tiempo de 8 s, la aceleración en m/s^2 y la distancia recorrida en metros, son respectivamente :

a) 1.5; 30 b) 1.25; 40 c) 2; 40
d) 2; 30 e) N.A.

PROBLEMA 16

Un electrón es disparado con una velocidad de $5 \cdot 10^6$ m/s contra una hoja de papel de $2.1 \cdot 10^{-4}$ cm de espesor, el electrón emerge del papel con una velocidad de $2 \cdot 10^6$ m/s. Halle la desaceleración que produce la hoja de papel, en m/s^2

a) $5 \cdot 10^{18}$ b) $6 \cdot 10^{18}$ c) $7 \cdot 10^{18}$
d) $8 \cdot 10^{18}$ e) $9 \cdot 10^{18}$

PROBLEMA 17

Un ciclista se mueve con una rapidez de 6 m/s, de pronto llega a una pendiente suave en donde acelera a razón de 0.4 m/s^2 terminando de recorrer la pendiente en 10 s, halle la longitud de la pendiente.

a) 60 m b) 65 m c) 70 m
d) 75 m e) 80 m

PROBLEMA 18

Para que un auto duplique su velocidad requiere de 10 s y una distancia de 240 m. Halle la aceleración del auto en m/s^2

a) 1.0 b) 1.2 c) 1.4
d) 1.6 e) 1.8

PROBLEMA 19

Un coche parte desde el reposo acelerando uniformemente con 1 m/s^2 , a los 16 segundos, ¿a qué distancia del punto de partida se hallará?

a) 118 m b) 128 m c) 138 m
d) 148 m e) 158 m

PROBLEMA 20

Una bala de fusil sale con una velocidad de 100 m/s, la longitud del cañón mide 0.5 m calcule la aceleración de bala, en m/s^2, en el cañón.

a) 10^4 b) 10^3 c) $2 \cdot 10^4$
d) $2 \cdot 10^3$ e) $3 \cdot 10^3$

PROBLEMA 21

En el espacio libre una nave que parte desde el reposo puede acelerar uniformemente a razón de 15 m/s^2, ¿Cuánto tiempo es necesario para que la nave logre una velocidad equivalente a la centésima parte de la velocidad de la luz?

a) 10^5 s b) $2 \cdot 10^5$ s c) $3 \cdot 10^5$ s
d) $4 \cdot 10^5$ s e) $5 \cdot 10^5$ s

NIVEL II

PROBLEMA 22

La velocidad de un coche pequeño es de 18 m/s en el instante en que el conductor ve a 10 m una grieta en el camino aplica los frenos generando una desaceleración 24 m/s^2, con esto podemos afirmar que el coche.....

a) cae en la grieta
b) se detiene a 10 m de la grieta
c) se detiene a 6.75 m de la grieta
d) se detiene a 3.25 m de la grieta
e) F. datos

PROBLEMA 23

Una partícula parte desde el reposo con aceleración constante, halle esta aceleración si se sabe que a 25 m del punto de reposo la velocidad de la partícula es 5 m/s menos que que cuando está a 100 m.

a) 0.5 m/s^2 b) 1.0 m/s^2 c) 1.5 m/s^2
d) 2.0 m/s^2 e) 2.5 m/s^2

PROBLEMA 24

Un atleta corre con una velocidad constante de 7 m/s y puede percatarse que a 18 m detrás de él viene un coche con una velocidad de 4 m/s y 2 m/s^2 de aceleración, ¿en cuánto tiempo más el coche estará pasando al atleta?

a) 3 s b) 4 s c) 5 s
d) 6 s e) 7 s

PROBLEMA 25

Para que una flecha salga de un arco con una velocidad de 14 m/s, recorre 0.7 m, halle la aceleración media que el arco produce sobre la flecha, en m/s^2.

a) 110 b) 120 c) 130 d) 140 e) 150

PROBLEMA 26

Unos caballos tiran una carreta con una velocidad constante de 12 m/s, al romperse las riendas la aspereza del camino desacelera la carreta con 6 m/s^2 mientras que los caballos siguen corriendo con la misma velocidad. Cuando la carreta llegue a detenerse, ¿a qué distancia de ésta se hallarán los caballos?, en metros.

a) 11 b) 12 c) 13 d) 14 e) 15

PROBLEMA 27

Desde el mismo lugar parten simultaneamente; un coche y un corredor de fondo, el corredor mantiene una velocidad constante de 6 m/s y el coche parte desde el reposo y acelera en la misma dirección con 4 m/s^2, ¿qué distancia separa a los móviles a los 8 s de la partida?

a) 80 m b) 90 m c) 128 m d) 176 m e) 196 m

PROBLEMA 28

Se lanza una pelota con una velocidad inicial de 12 m/s sobre una plataforma horizontal lisa, se sabe que en tal lugar existe un viento que sopla en contra del movimiento produciendo una desaceleración de 10 m/s^2 ¿a qué distancia del punto de lanzamiento se hallará al cabo de 2 s?

a) 24 m b) 16 m c) 8 m d) 4 m e) 0

PROBLEMA 29

La velocidad de un bus es de 24 m/s, al fallar el motor va deteniendose uniformemente hasta parar al cabo de 4 s, ¿a qué velocidad iba el bus cuando faltaba 3 m para detenerse? en m/s.

a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) 6

PROBLEMA 30

Cerca a un poste pasa un tren observandose que junto al poste la velocidad de la trompa es 16 m/s y luego de 7 s pasa la cola del tren con una velocidad de 22 m/s halle la longitud del tren.

a) 123 m b) 133 m c) 143 m
d) 153 m e) 163 m

PROBLEMA 31

La velocidad de una motocicleta es de 12.5 m/s si al llegar a un puente continúa con la misma velocidad para cruzar el puente tardaría 2 segundos más que si optará por cruzar el puente manteniendo una aceleración constante de 2 m/s^2. Halle la longitud del puente.

a) 67.5 m b) 77.5 m c) 87.5 m
d) 97.5 m e) 107.5 m

PROBLEMA 32

Un motociclista arranca hacia una pared que esta a 38 m con una aceleración constante de 3 m/s^2, al cabo de 4 s podemos afirmar que:

I) La velocidad de la moto es 14 m/s
II) La moto está a 14 m de la pared
III) En 1 s más llegará a la pared

a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	B	B	A	D	B	D	D	C	A	E	B	C	B	A	E	D	B	A

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
B	D	A	D	D	B	A	D	E	B	C	B

7 Capítulo

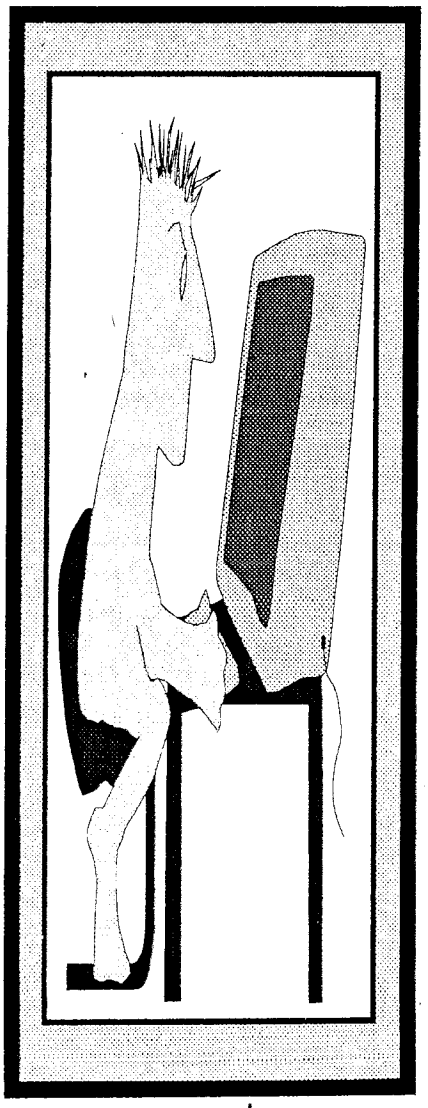
GRAFICAS DEL Movimiento

OBJETIVOS	
1.	*Establecer una dependencia entre los parámetros del movimiento y el tiempo.*
2.	*Empleo del área y la pendiente de la recta tangente*

©DHDV

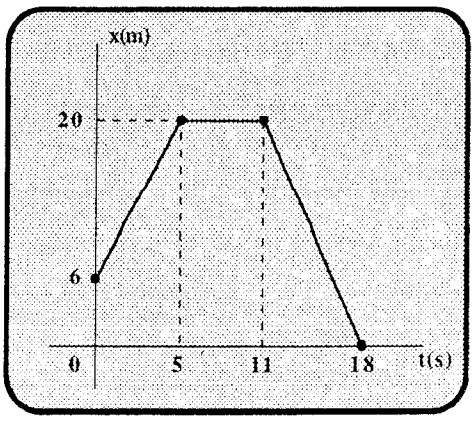
7.1.- INTRODUCCION

En un movimiento rectilineo la posición de un móvil (ubicacion) puede estar cambiando continuamente al transcurrir el tiempo, esto quiere decir que el móvil algunas veces está alejándose del punto de partida mientras que otras veces está acercándose, estas variaciones de posición con respecto al tiempo pueden ser representados en una gráfica: POSICION(X) – TIEMPO(t)



Ejemplo:

En la gráfica se puede observar que:



a) Para t = 0 el movimiento empieza en x = 6 m

b) Para t = 5 s el móvil está a x = 20 m del origen (0)

c) Para t = 18 s el móvil está en el origen x = 0

La velocidad (V) es otro de los parámetros del movimiento rectilineo que puede estar variando al transcurrir el tiempo. El móvil en ciertos instantes puede tener velocidades altas mientras que en otros instantes sus velocidades pueden ser bajas, estas variaciones se representa en una gráfica:
VELOCIDAD(V) – TIEMPO(t)

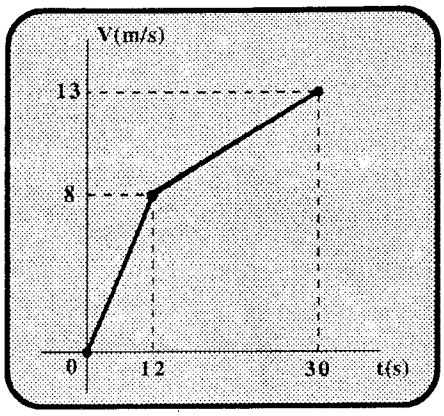
Ejemplo:

En la gráfica se puede observar que:

a) Para t = 0 la velocidad inicial es V = 0 (parte del reposo)

b) Para t = 12 s la velocidad del móvil es V = 8 m/s.

c) Para t = 30 s la velocidad del móvil es V = 13 m/s



La aceleración (a) de un móvil en el trayecto rectilineo puede también presentar variaciones, esto se representaría en una gráfica: ACELERACION(a) – TIEMPO(t)

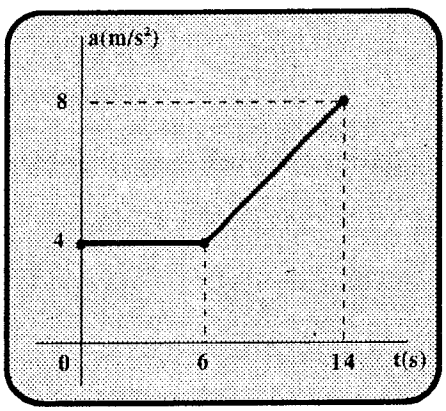
Ejemplo:

En la gráfica se puede observar que:

a) Para t = 0 la aceleración del móvil es a = 4 m/s^2

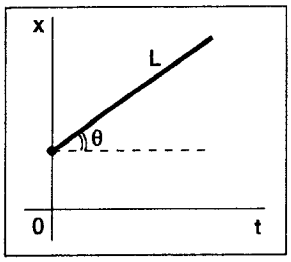
b) Para t = 6 s la aceleración del sigue siendo 4 m/s^2

c) Para t = 14 s la aceleración del móvil es a = 8 m/s^2



NOTA

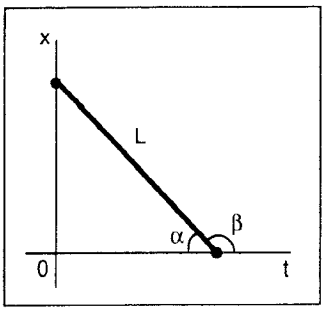
La pendiente (m) de la rectal (L) es la tangente del ángulo (θ) que forma la recta con la horizontal.



$$m = \tan\theta$$

IMPORTANTE

La pendiente (m) es negativa cuando la recta (L) forma un ángulo (β) obtuso.

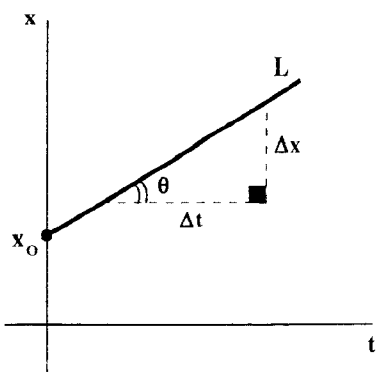


$$m = \tan\beta = -\tan\alpha$$

7.2.-GRAFICA POSICION (x) – TIEMPO (t)

En la gráfica x–t, la posición(x) puede aumentar, disminuir permanecer constante al transcurrir el tiempo; en estas gráficas siempre se emplean las pendientes de los segmentos rectos.

Dada la gráfica x–t tendremos que:



La pendiente (m) del segmento L será:

$$m = \tan\theta$$

$$m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Recuerde de $\Delta x/\Delta t$ es una velocidad (V)

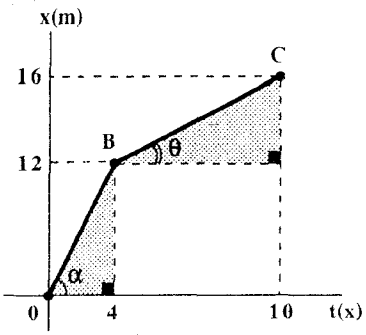
Luego: **Velocidad(V) = tanθ**

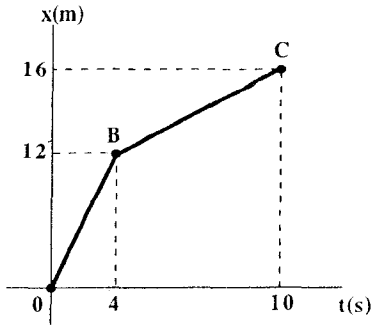
Resumen:

En cualquier gráfica x-t la pendiente de los segmentos rectos representan la velocidad del móvil:
Velocidad(V) = tanθ

PROBLEMA 01

En la gráfica x-t halle las velocidades que puede tener el móvil, conociendo que va por una pista recta.

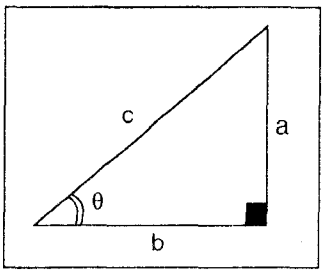




RESOLUCION :

En la gráfica x-t se observa que hay dos pendientes diferentes, luego calcularemos dos velocidades.

En un triángulo rectángulo la función trigonométrica tangente es:



$$\tan\theta = \frac{a}{b}$$

En la gráfica x–t la velocidad (V) equivale a la pendiente de los segmentos rectos:

Primera velocidad ..... $V_1 = \tan\alpha = \dfrac{12\ m}{4\ s}$

(TRAMO 0B)

$$\mathbf{V_1 = 3\ m/s}$$

Segunda velocidad ..... $V_2 = \tan\theta = \dfrac{4\ m}{6\ s}$

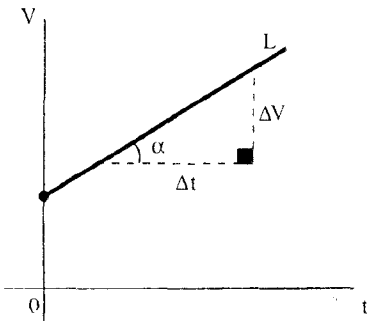
(TRAMO BC)

$$\mathbf{V_2 = 0.66\ m/s}$$

7.3.-GRAFICA VELOCIDAD(V) – TIEMPO(t)

En la gráfica V–t la velocidad puede aumentar, disminuir o permanecer constante mientras que el móvil se traslada siguiendo una trayectoria recta.

7.3.1. PENDIENTE(m) EN UNA GRAFICA V–t



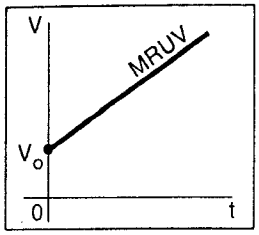
La pendiente(m) del segmento L será:

$$m = \tan\alpha$$

$$m = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

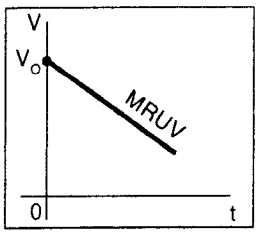
CASO 1

Cuando la velocidad aumenta (movimiento acelerado) la gráfica V–t es del siguiente modo:



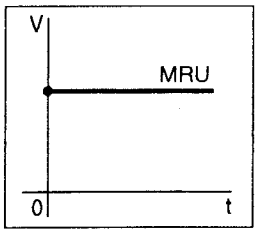
CASO 2

Cuando la velocidad disminuye (movimiento desacelerado) la gráfica V–t es del siguiente modo:



CASO 3

Cuando la velocidad es constante (MRU) la gráfica V–t es una recta horizontal:



Recuerde que $\Delta V/\Delta t$ es una aceleración(a)

Luego: **Aceleración(a) = tanα**

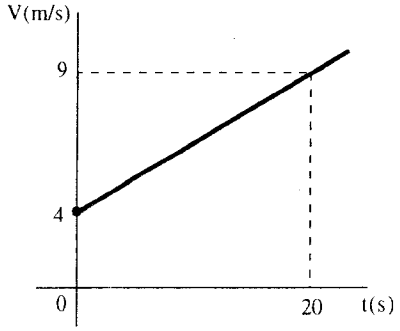
Resumen:

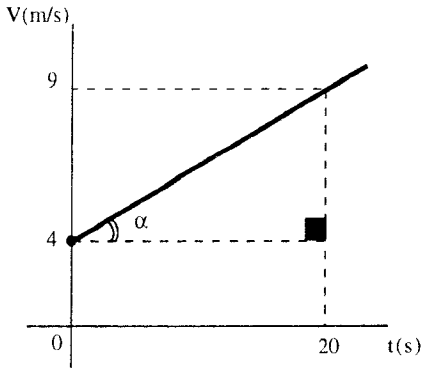
En cualquier gráfica V-t la pendiente de los segmentos rectos representan la aceleración del móvil:

Aceleración(a) = tanα

PROBLEMA 02

La velocidad de un automóvil que sigue un camino recto varía según la gráfica, halle la aceleración del automóvil.





RESOLUCION :

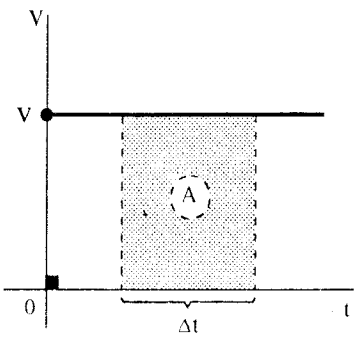
En una gráfica V-t la aceleración equivale a la pendiente de los segmentos rectos:

$$a = \tan\alpha = \frac{5\ m/s}{20\ s}$$

$a = 0.25\ m/s^2$

7.3.2. AREA(A) EN UNA GRAFICA V–t

Demostremos que si la velocidad del móvil es constante, el área "A" del rectángulo que se forma debajo de la gráfica equivale a la distancia (d) que recorre el móvil.



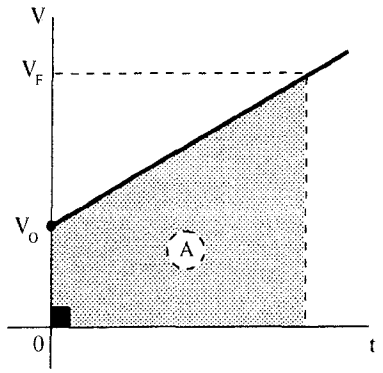
El área del rectángulo es:

$$A = V \bullet \Delta t$$

Recuerde que $V \bullet \Delta t$ es una distancia (d)

A = distancia(d)

También es posible demostrar que el área(A) debajo de cualquier gráfica V–t es la distancia que recorre el móvil.



Calculamos el área del trapecio

$$A = \frac{(V_F + V_o)}{2} \cdot t$$

Del MRUV sabemos que

$$\frac{(V_F + V_o)}{2} t = d$$

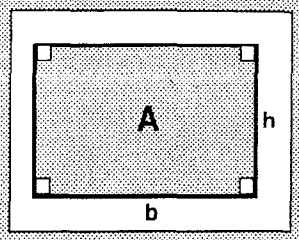
Luego: **A = distancia(d)**

Resumen:

> *En cualquier gráfica V–t el área debajo de la gráfica representa la distancia(d) que recorre el móvil:* *distancia(d) = Area*

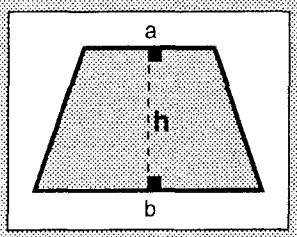
NOTA

El área (A) de un rectángulo es:



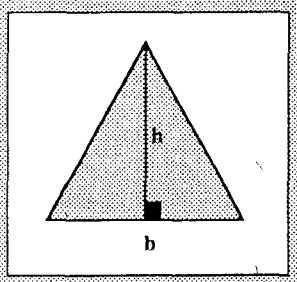
$A = b \cdot h$

El área de un trapecio es:



$A = \frac{(b+a)}{2} h$

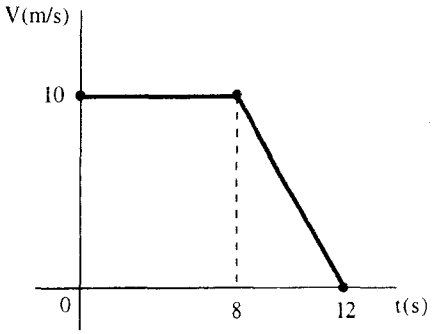
El área de un triángulo es:



$A = \frac{b \cdot h}{2}$

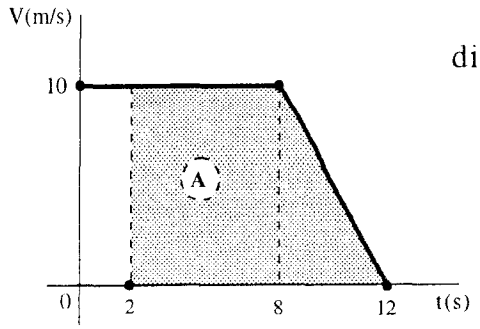
PROBLEMA 03

En un movimiento rectilineo la velocidad de un auto varía según la siguiente gráfica, halle la distancia que recorre el móvil desde el instante t = 2 s hasta el instante t = 12 s



RESOLUCION :

Para el intervalo de t_o = 2 s hasta t_F = 12 s sombreamos el área debajo de la gráfica V–t, esta área sería la distancia que recorre el móvil.



distancia = área del trapecio

$$d = \frac{(10\,s + 6\,s)}{2}(10\ m/s)$$

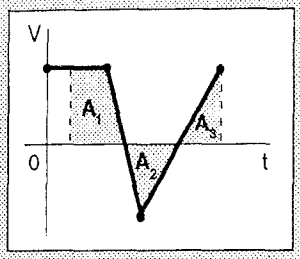
d = 80 m

7.3.3. CALCULO DE LA DISTANCIA RECORRIDA(d) Y EL DESPLAZAMIENTO (Δr) EN UNA GRAFICA (V–t)

Cuando en la gráfica V–t el móvil presenta velocidades negativas, se formarán áreas debajo del eje del tiempo (t) como podemos ver en el siguiente ejemplo:

IMPORTANTE

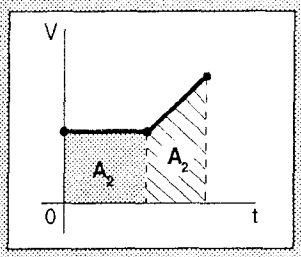
La distancia recorrida(d) y el desplazamiento(Δr) son diferentes cuando en la gráfica V–t hay velocidades negativas.



$$d = A_1 + A_2 + A_3$$

$$\Delta r = A_1 - A_2 + A_3$$

Si todas las áreas estuvieran sobre el eje del tiempo tendremos que Δr = d

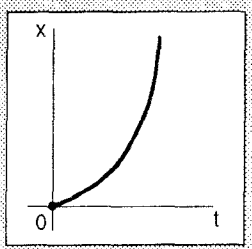


$$d = \Delta r = A_1 + A_2$$

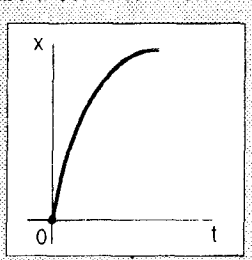
INTERESANTE

En el MRUV la gráfica x–t es una parabóla:

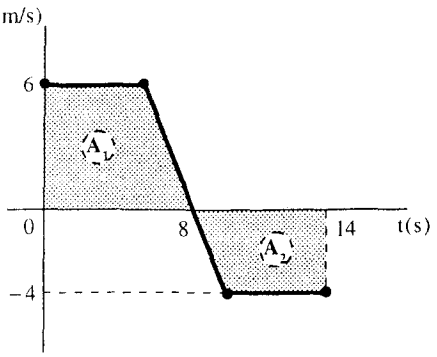
*** Cuando acelera es una parabola conocava hacia arriba:**



*** Cuando desacelera es una parabola concava hacia abajo**



OBSERVACIONES:



* De 0 a 8 s la velocidad es positiva.
* De 8 s a 14 s la velocidad es negativa.
* El área A_1 está sobre el eje del tiempo.
* El área A_2 está debajo del eje del tiempo.

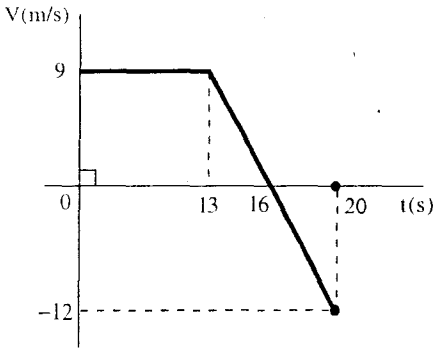
- Para calcular la distancia total recorrida(d) de 0 hasta 14 s sumaremos las areas.

$$d = A_1 + A_2$$

- Para calcular el desplazamiento total(Δr) desde 0 hasta 14 s restamos las áreas que están debajo del eje del tiempo.

$$\Delta r = A_1 - A_2$$

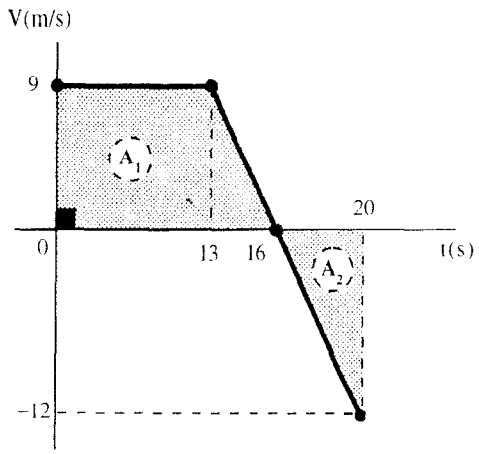
PROBLEMA 04



Un coche que sigue una trayectoria recta tiene una velocidad que varía con el tiempo según el siguiente diagrama halle la distancia recorrida y el desplazamiento desde que inicio su movimiento hasta los 20 s.

RESOLUCION :

En la gráfica V–t representamos las áreas desde 0 hasta los 20 s



* Cálculo de las áreas:

$$A_1 = \frac{(16+13)}{2}(9) = 130.5\text{m}$$

$$A_2 = \frac{(4)(12)}{2} = 24\text{ m}$$

* Cálculo de la distancia(d)

$$d = A_1 + A_2 = 130.5 + 24$$

$$\boxed{d = 154.5\text{ m}}$$

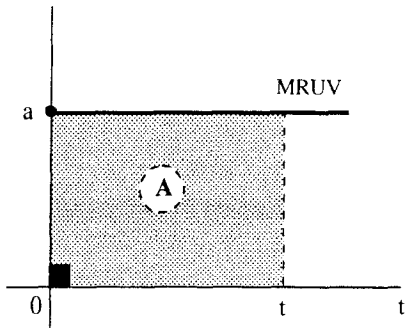
* Cálculo del desplazamiento

$$\Delta r = A_1 - A_2 = 130.5 - 24$$

$$\boxed{\Delta r = 106.5\text{ m}}$$

7.3.4. GRAFICA ACELERACION(a) - TIEMPO(t)

Una aceleración constante en una gráfica a–t se representa mediante una recta horizontal, el área (A) debajo de ésta expresa la variación de la velocidad que experimenta el móvil.



Demostración:

A = área del rectángulo

A = at ..... (1)

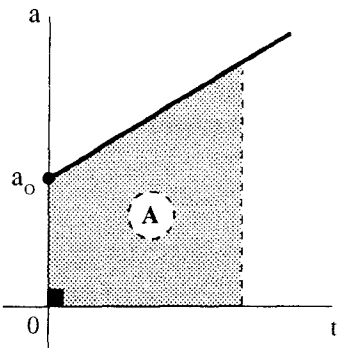
Recordemos que la primera fórmula del MRUV es:

$V_F = V_o + at$

de donde $at = V_F - V_o$ ... (2)

Reemplazando (2) en (1):

$$A = V_F - V_o$$



Cuando la aceleración es variable es fácil demostrar que el área (A) debajo de la gráfica también resulta ser un cambio de velocidad:

Area(A) = Cambio de velocidad

$$A = V_F - V_o$$

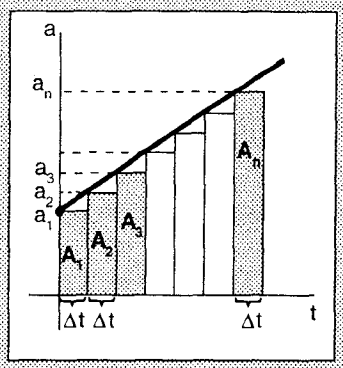
Resumen:

En cualquier gráfica a – t el área(A) debajo de la gráfica representa un cambio o variación de velocidad.

$$Area(A) = V_F - V_o$$

DEMOSTRACION

Para demostrar que en cualquier gráfica a–t el área representa el cambio de velocidad dividimos el área(A) en rectángulos angostos.



Δt: intervalo de tiempo pequeño, luego:

$A_1 = a_1 \cdot \Delta t = \Delta V_1$

$A_2 = a_2 \cdot \Delta t = \Delta V_2$

$A_3 = a_3 \cdot \Delta t = \Delta V_3$

$A_n = a_n \cdot \Delta t = \Delta V_n$

$A = \Delta V$

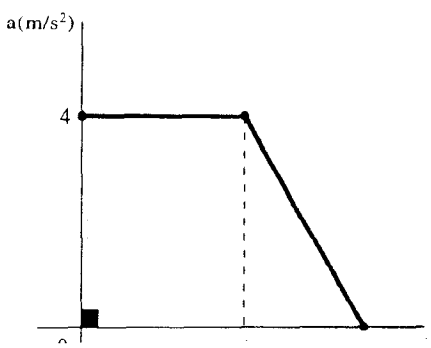
$$A = V_F - V_o$$

Sumando todas las áreas pequeñas obtendremos el área total (A).

Sumando todos los pequeños cambios de velocidad obtendremos el cambio total de velocidad (ΔV)

PROBLEMA 05

Un automóvil parte del origen de coordenadas para t = 0 con una velocidad de 3 m/s, su aceleración varía según la gráfica mostrada, determine su velocidad para el instante t = 10s

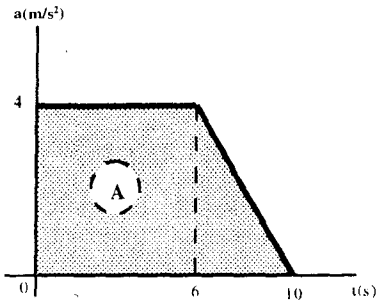


$$Area(A) = V_F - V_o$$

$$\frac{(10+6)}{2}(4) = V_F - 3\ m/s$$

$$32\ m/s = V_F - 3\ m/s$$

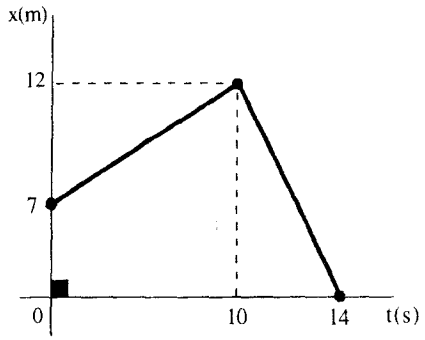
$$\boxed{V_F = 35\ m/s}$$



PROBLEMAS RESUELTOS

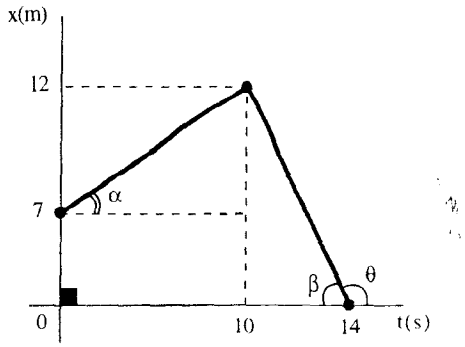
PROBLEMA 06

Se muestra la posición de un movimiento rectilineo con respecto al tiempo, calcule las velocidades que presenta el móvil.



RESOLUCION :

En una gráfica x – t las pendientes de los segmentos rectos representan las velocidades.



* Primera velocidad: $V_1 = \tan\alpha = \frac{5\ m}{10\ s}$

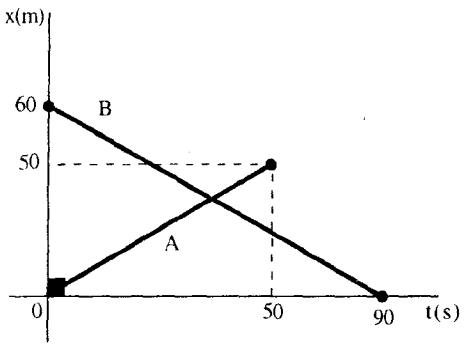
$$\boxed{V_1 = 0.5\ m/s}$$

* Segunda velocidad: $V_2 = \tan\theta = -\tan\beta = -\frac{12\ m}{4\ s}$

$$\boxed{V_2 = -3\ m/s}$$

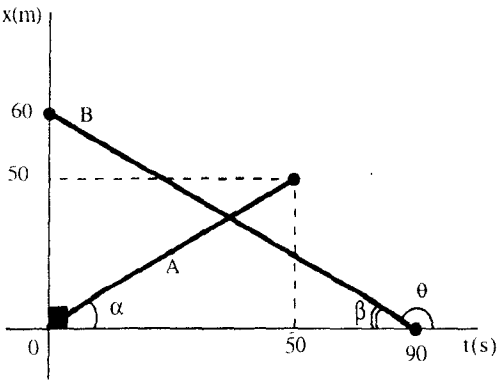
PROBLEMA 07

En la correspondencia x–t se muestra la posición de un auto (A) y de un bus (B) con respecto al tiempo, halle sus respectivas velocidades



RESOLUCION :

Las velocidades equivalen a las pendientes de los segmentos rectos.



* Velocidad del auto(A): $V_A = \tan\alpha = \dfrac{50\,m}{50\,s}$

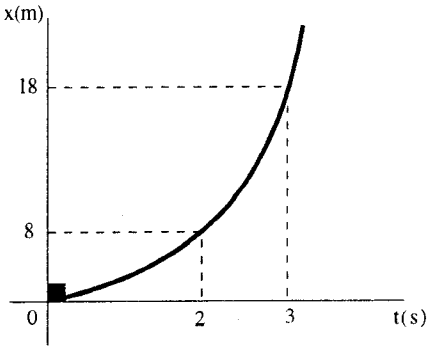
$$\boxed{V_A = 1\ m/s}$$

* Velocidad del bus(B): $V_B = \tan\theta = -\tan\beta = -\dfrac{60m}{90s}$

$$\boxed{V_B = -0.66\ m/s}$$

PROBLEMA 08

En el MRUV la gráfica x–t es una parábola, como se puede ver en el diagrama, encuentre su respectiva aceleración:



RESOLUCION :

Cuando tengamos una parábola en la gráfica x–t conviene usar la ecuación (3) del MRUV:

$$d = V_o t + \frac{1}{2}at^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

De x = 0 hasta x = 8 m tendremos que d = 8 m
Luego en (1):

$$8 = V_o(2) + \frac{1}{2}a(2)^2$$

$$4 = V_o + a$$

$$V_o = 4 - a \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

De x = 0 hasta x = 18 m tendremos que d = 18 m
Luego en (1):

$$18 = V_o(3) + \frac{1}{2}a(3)^2$$

$$V_o = 6 - \frac{3}{2}a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

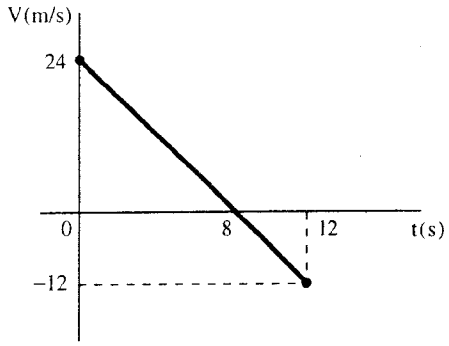
Igualando (2) y (3):

$$4 - a = 6 - \frac{3}{2}a$$

$$\boxed{a = 4\ m/s^2}$$

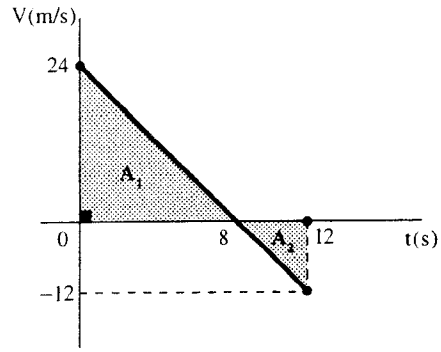
PROBLEMA 09

En la gráfica V–t de una partícula que se mueve en forma rectilinea, halle la distancia recorrida y el desplazamiento que recorre la partícula hasta los 12 segundos.



RESOLUCION :

En la gráfica V–t, la distancia recorrida y el desplazamiento se halla con las áreas:



* Calculamos las áreas:

$$A_1 = \frac{(8)(24)}{2} = 96\ m \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$A_2 = \frac{(4)(12)}{2} = 24\ m$$

* Cálculo de la distancia(d)

$$d = A_1 + A_2 = 96\ m + 24\ m$$

$$\boxed{d = 120\ m}$$

* Cálculo del desplazamiento (Δr)

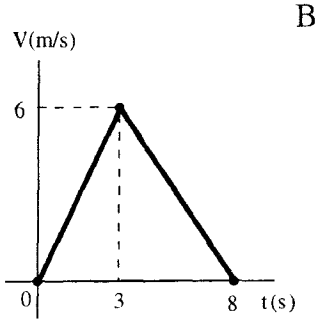
$\Delta r = A_1 - A_2 = 96\ m - 24\ m$

$\Delta r = 72\ m$

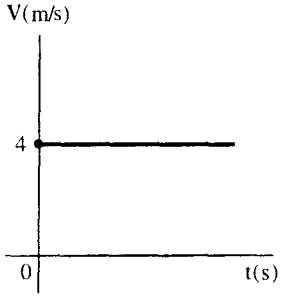
PROBLEMA 10

Por una pista recta transitan dos móviles A y B con velocidades que se muestran en las gráficas, halle la distancias que recorren los móviles hasta los 8 s

A)



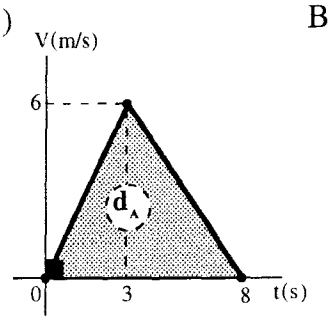
B)



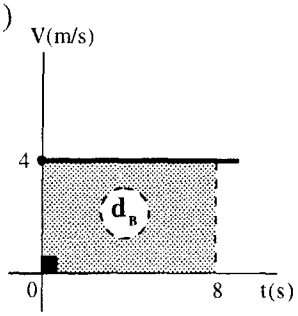
RESOLUCION :

En la gráfica V–t la distancia se halla con el área debajo de la gráfica:

A)



B)



* De la figura A:

d_A = área del triángulo $= \dfrac{(8)(6)}{2}$

$d_A = 24\ m$

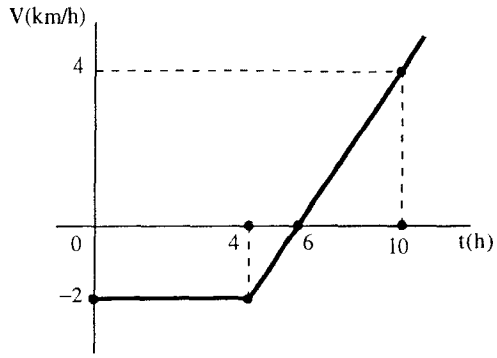
* De la figura B:

d_B = área del rectángulo = (8)(4)

$d_B = 32\ m$

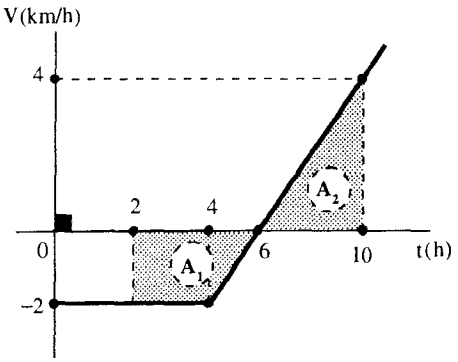
PROBLEMA 11

En una trayectoria recta la velocidad del móvil varía según la siguiente gráfica, halle el módulo de la velocidad media para el intervalo de t = 2 h hasta t = 10 h



RESOLUCION :

* En la gráfica v – t el desplazamiento(Δr) se calcula con las areas:



* Cálculo de las áreas:

$$A_1 = \frac{(4+2)}{2}(2) = 6\ km$$

$$A_2 = \frac{(4)(4)}{2} = 8\ km$$

* Cálculo del desplazamiento(Δr)

$\Delta r = -A_1 + A_2 = -6\ km + 8\ km = 2\ km$

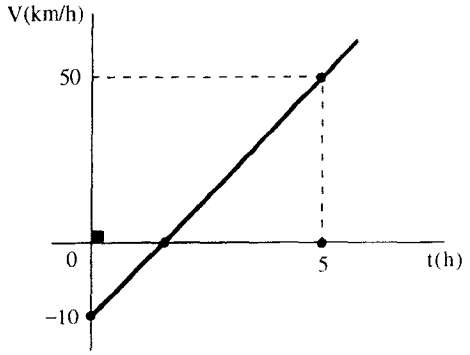
* Cálculo del módulo de la velocidad media:

$$\overline{V} = \frac{\Delta r}{t} = \frac{2\ km}{10\ h - 2\ h}$$

$\overline{V} = 0.25\ km/h$

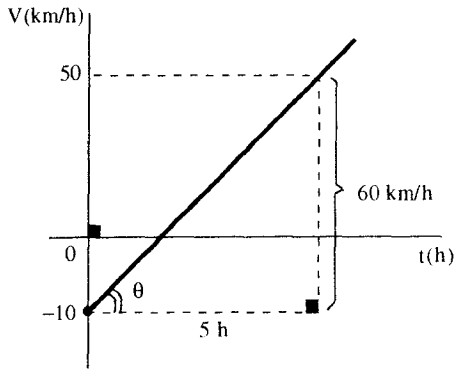
PROBLEMA 12

La velocidad de un auto varía según el siguiente diagrama V–t, calcule su respectiva aceleración



RESOLUCION :

En la gráfica V–t la pendiente del segmento recto representa la aceleración del auto



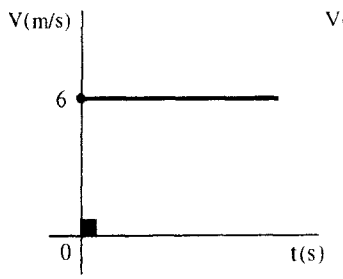
$$a = \tan\theta = \frac{60\ km/h}{5\ h}$$

a = 12 km/h²

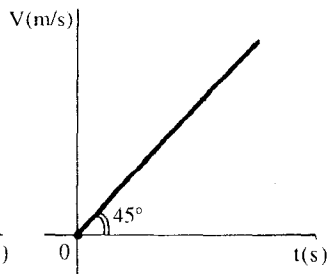
PROBLEMA 13

Desde un mismo lugar, en una pista recta, parten dos móviles A y B siguiendo la misma dirección, las velocidades de A y B muestran en las gráficas V–t. Halle el instante en que el móvil B da alcance al móvil A:

A)



B)



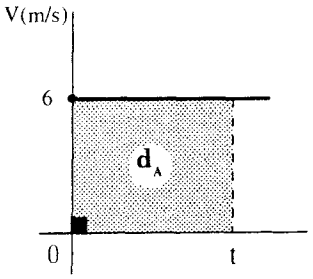
RESOLUCION :

Como los móviles parten desde el mismo lugar, el móvil B alcanzará al móvil A cuando ambos hayan recorrido igual distancia.

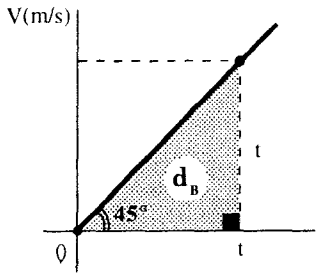
$$d_A = d_B \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

En la gráfica V–t la distancia se halla con las áreas:

A)



B)



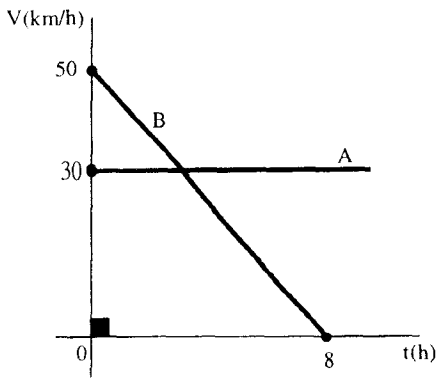
Reemplazando en (1):

$$6t = \frac{(t)(t)}{2}$$

t = 12 s

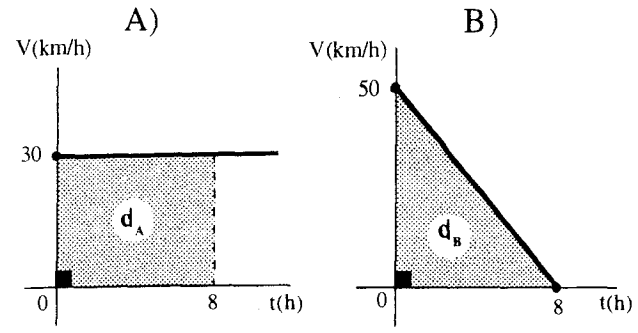
PROBLEMA 14

A las cero horas y del mismo terminal parten dos buses A y B, hacia el norte, con velocidades que se muestran en la gráfica V–t, ¿qué distancia separará a estos buses a las 8 h?



RESOLUCION :

La distancia que recorre cada móvil equivale al área, calculamos separadamente:



distancia que recorre el móvil A (d_A)

$$d_A = (8)(30) = 240 \text{ km} \ldots\ldots (1)$$

distancia que recorre el móvil B (d_B)

$$d_B = \frac{(8)(50)}{2} = 200 \text{ km} \ldots\ldots (2)$$

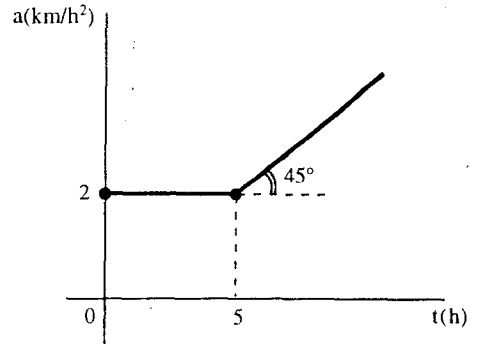
Como los móviles parten juntos, la distancia(d) que los separará a las 8 h viene a ser la diferencia de distancias recorridas:

$$d = d_A - d_B = 240 \text{ km} - 200 \text{ km}$$

d = 40 km

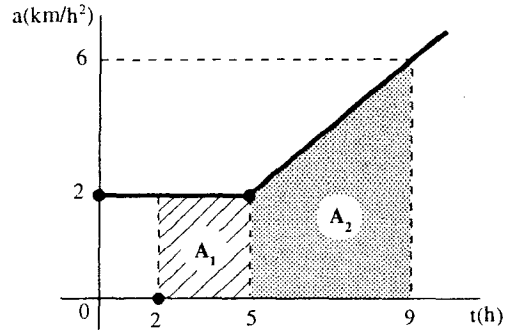
PROBLEMA 15

En el instante t = 2h la velocidad de un bus es de 28 km/h y mantiene una aceleración como lo muestra la dependencia a–t, calcule la velocidad del bus para el instante t =9 h.



RESOLUCION :

En la gráfica a–t el área (A) representa la variación de velocidad:



$$\text{área} = V_F - V_o$$

$$A_1 + A_2 = V_F - V_o$$

$$(3)(2) + \frac{(2+6)}{2}(4) = V_F - 28$$

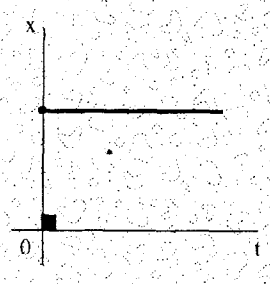
$$6 + 16 = V_F - 28$$

V_F = 50 km/h

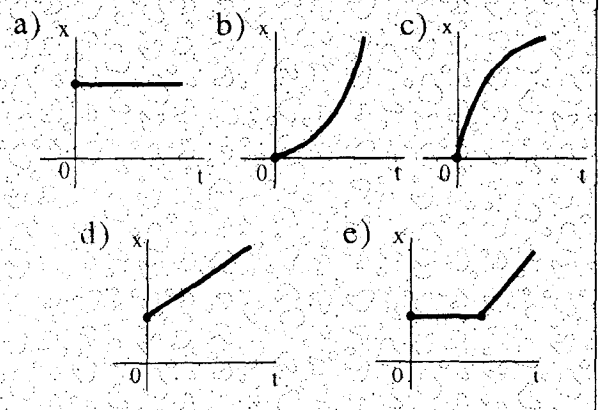
AUTOEVALUACION

01 La siguiente gráfica x – t representa que el móvil .....

a) acelera
b) desacelera
c) está en reposo
d) tiene velocidad constante
e) N.A.



02 ¿Cuál de las siguientes gráficas representa un MRU?

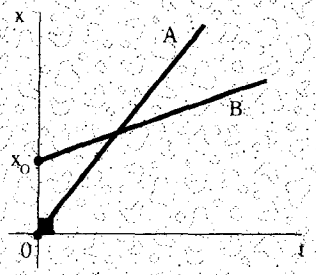


03 La gráfica x – t para un MRUV es un(a)

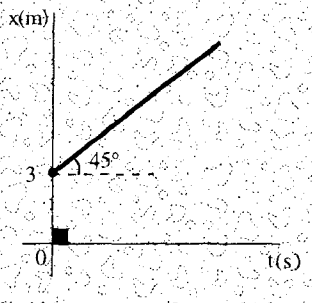
a) recta b) segmento c) parábola
d) arco e) circunferencia

04 Se muestra las gráficas x–t para dos móviles que siguen trayectorias rectas, si V_A es la velocdiad del móvil A y V_B es la velocidad del móvil B, se podrá afirmar que:

a) $V_A = V_B$
b) $V_A > V_B$
c) $V_A < V_B$
d) F. Datos
e) N.A.



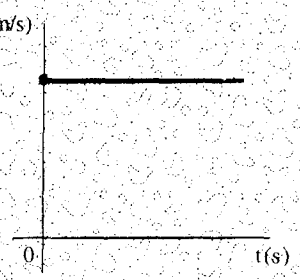
05 Señale las afirmaciones verdaderas(V) o falsas (F) con respecto a la siguiente grafica x–t



I) El móvil parte a 3 m del origen V
II) La velocidad del móvil es 1 m/s V
III) En el instante t = 6 s el móvil está a 9 m del origen V

a) VVF b) FVV c) FFV
d) VVV e) VFV

06 Para un móvil que viaja por una pista recta su gráfica V–t es la que se muestra, luego las afirmaciones ciertas son:

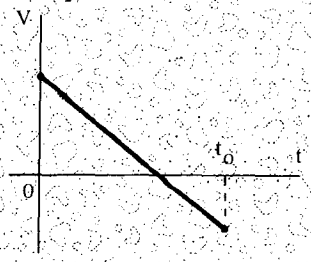


I) El móvil está en reposo
II) El móvil presenta un MRU
III) El móvil acelera

a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

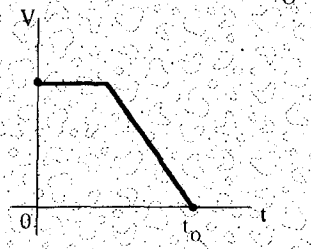
07 En la siguiente gráfica V–t, hasta el instante "t_0" con respecto a la distancia(d) y al desplazamiento(Δr) podemos asegurar que:

a) $d = \Delta r$
b) $d < \Delta r$
c) $d > \Delta r$
d) $d = 2\Delta r$
e) N.A.

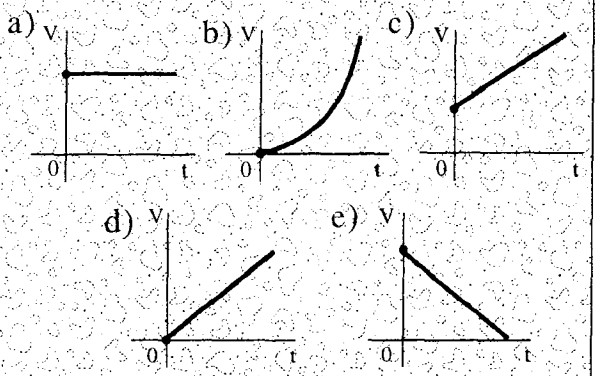


08 Dada la dependencia V–t relacione el desplazamiento(Δr) y la distancia (d) que recorre el móvil hasta el instante t_0

a) $\Delta r = d$
b) $\Delta r > d$
c) $\Delta r < d$
d) F. datos
e) N.A.

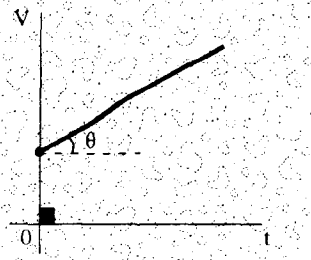


09 ¿Cuál de las siguientes gráficas representa un MRUV desacelerado?

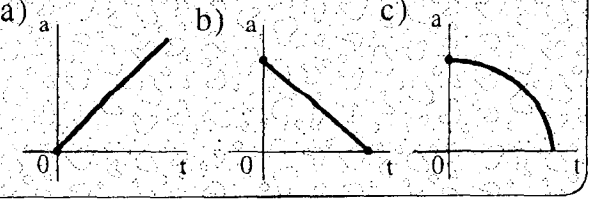


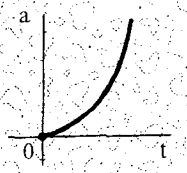
10 Usando la gráfica V–t, calcule la aceleración del movimiento rectilineo

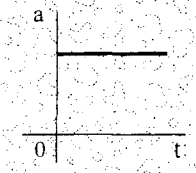
a) $\sen\theta$
b) $\cos\theta$
c) $\sec\theta$
d) $\tan\theta$
e) $\cot\theta$



11 Señale la gráfica a–t qué caracteriza a un MRUV.



d) 

e) 

12 El área debajo de una gráfica a–t equivale a un cambio de .....

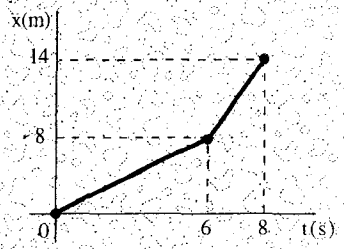
a) Posición b) Velocidad c) dirección
d) aceleración e) N.A.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 13

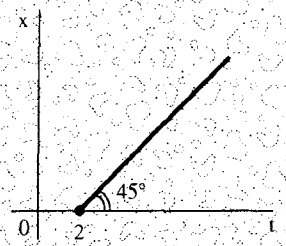
En la gráfica x–t halle la mayor velocidad.



a) 1 m/s
b) 1.33 m/s
c) 2 m/s
d) 2.33 m/s
e) 3 m/s

PROBLEMA 14

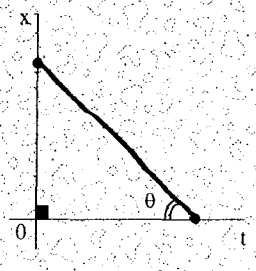
La posición de una partícula que se mueve sobre el eje x puede se observa la gráfica x–t halle la velocidad del móvil.



a) 0.5 m/s
b) 1 m/s
c) 1.5 m/s
d) 2 m/s
e) 2.5 m/s

PROBLEMA 15

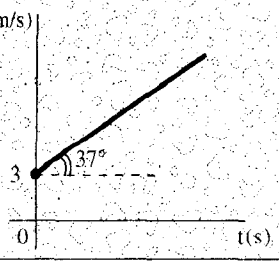
Usando la gráfica x–t calcule la velocidad de la partícula.



a) senθ
b) –senθ
c) cosθ
d) tanθ
e) –tanθ

PROBLEMA 16

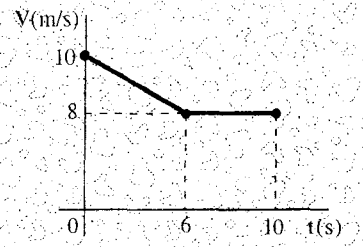
Halle la aceleración del móvil, en m/s^2



a) 0.25
b) 0.50
c) 0.75
d) 1.00
e) 1.33

PROBLEMA 17

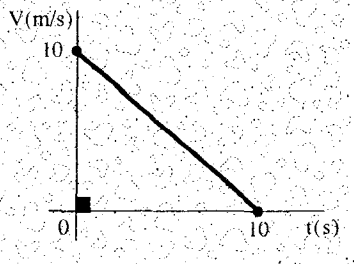
La velocidad de un atleta varía según la gráfica V–t, calcule la distancia que recorre hasta los 10 s



a) 74 m
b) 80 m
c) 86 m
d) 92 m
e) 98 m

PROBLEMA 18

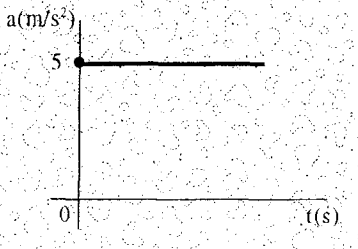
En la correspondencia v–t halle la distancia que recorre el móvil en los últimos 4 s



a) 4 m
b) 8 m
c) 12 m
d) 16 m
e) 50 m

PROBLEMA 19

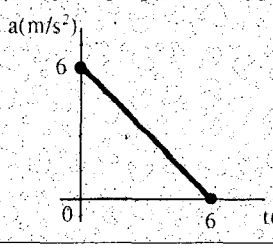
Conociendo la gráfica a–t halle la variación de la velocidad del móvil en el intervalo de t = 4 s hasta t = 10 s



a) 20 m/s
b) 22 m/s
c) 28 m/s
d) 30 m/s
e) 50 m/s

PROBLEMA 20

Encuentre la velocidad del móvil para t=6 s si para t = 0 la velocidad es de 5 m/s

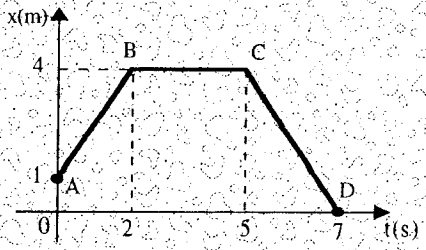


a) 18 m/s
b) 23 m/s
c) 36 m/s
d) 41 m/s
e) 51 m/s

NIVEL II

PROBLEMA 21

De la siguiente gráfica se deduce que:

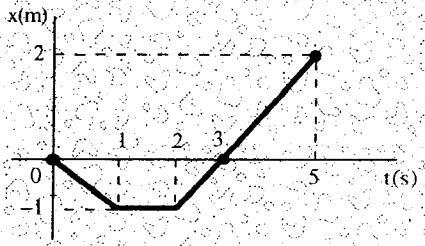


I) La posición inicial es $x_0 = 1$ m
II) En el tramo AB la velocidad es 1,5 m/s
III) En el tramo BC, el cuerpo está en reposo

a) VVF b) VFV c) FVV d) VVV e) VFF

PROBLEMA 22

Usando la siguiente gráfica x–t establecemos que:

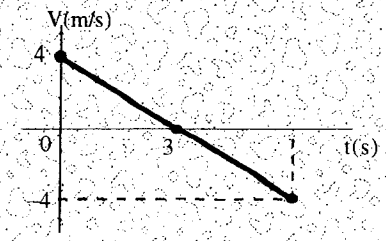


I) Para t = 0,5 s la velocidad es −1 m/s
II) Para t = 3 s el móvil esta pasando por el origen
III) Para t = 3 s la velocidad es 0,5 m/s

a) VVV b) VVF c) FVF d) FFF e) FVV

PROBLEMA 23

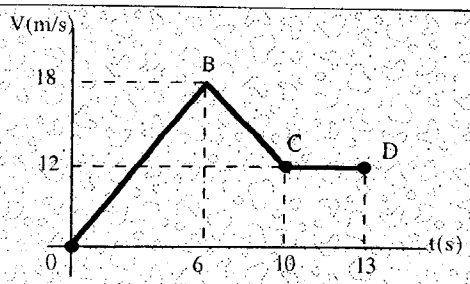
Del diagrama V–t la distancia y el desplazamiento miden respectivamente en metros.



a) 6 y 0
b) 12 y 6
c) 12 y 12
d) 6 y 12
e) 12 y 0

PROBLEMA 24

Según la gráfica V–t deducimos que:

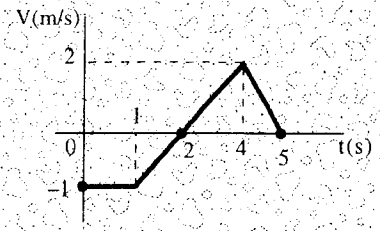


I) En el tramo OB la aceleración es 2 m/s²
II) En el tramo BC la aceleración es −1,5 m/s²
III) En el tramo CD el móvil recorre 36 m

a) VFV b) VVV c) FFF d) FVF e) FVV

PROBLEMA 25

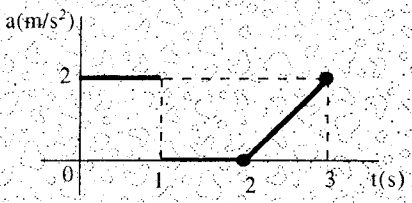
Determine el módulo de la velocidad media hasta los 5 s de recorrido.



a) 0,6 m/s
b) 0,5 m/s
c) 0,4 m/s
d) 0,3 m/s
e) 0,2 m/s

PROBLEMA 26

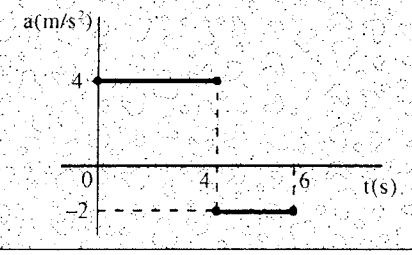
En t = 0 un móvil parte del reposo y mantiene una aceleración como se muestra en la gráfica a–t, halle la velocidad para este móvil en el instante t = 3 s



a) 0
b) 2 m/s
c) 3 m/s
d) 4 m/s
e) 5 m/s

PROBLEMA 27

Calcule la velocidad en el instante t = 6 s si en t = 2 s la velocidad del móvil era 3 m/s



a) 4 m/s
b) 5 m/s
c) 6 m/s
d) 7 m/s
e) 8 m/s

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	C	B	D	B	C	A	E	D	E	B	E	B	E	C	C	B	D	B

21	22	23	24	25	26	27
D	B	E	E	D	C	D

8 Capítulo

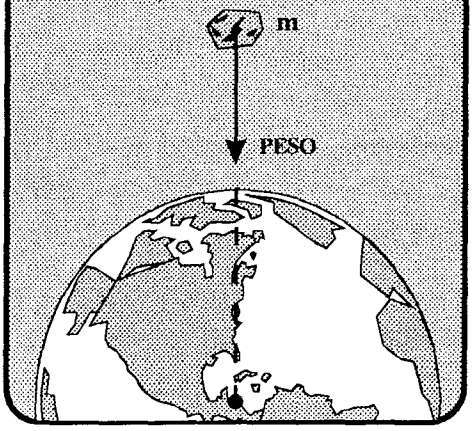
CAIDA LIBRE Vertical

OBJETIVOS	
1.	*Establecer la semejanza entre la caída libre vertical y el MRUV*
2.	*Conocer las leyes, aplicaciones y restricciones de la caída libre vertical.*

©DHDV

8.1. ATRACCION GRAVITACIONAL DE LA TIERRA

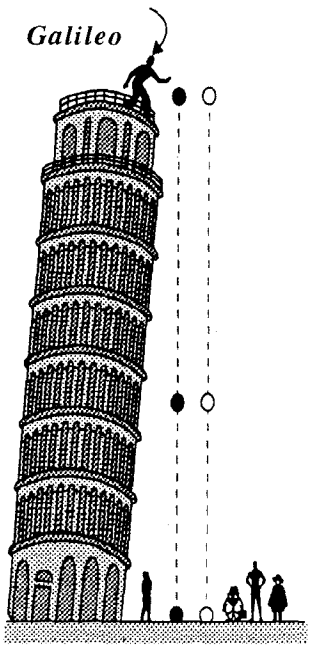
El movimiento en el cual solamente actúa el peso del cuerpo se llama CAIDA LIBRE



La masa de la Tierra tiene la cualidad de atraer hacia su centro a todas las masas que están cerca de su superficie mediante una fuerza gravitacional llamada PESO del cuerpo.

La Fuerza con que la tierra atrae a los cuerpos se denomina PESO, esta fuerza apunta hacia el centro de la Tierra

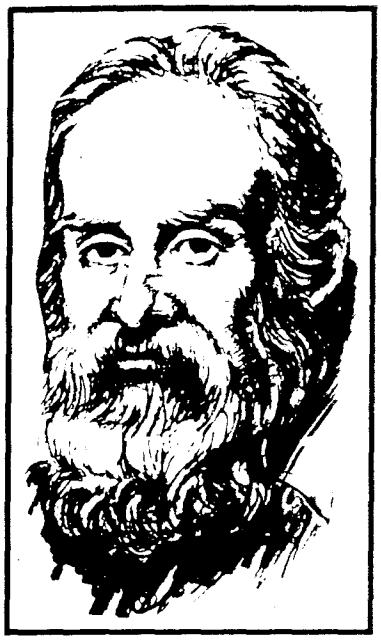
Galileo



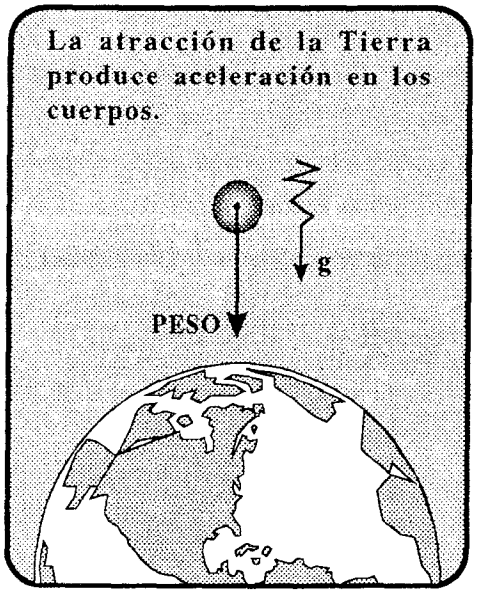
Se cree que Galileo dejó caer dos piedras de masas diferentes, desde la torre inclinada de Pisa para demostrar experimentalmente que caían juntas.

8.2.- ACELERACION DE LA GRAVEDAD (g)

Sin considerar la fricción del aire, cuando un cuerpo es soltado el peso de este cuerpo produce en él una aceleración conocida como: aceleración de la gravedad(g), observándose que todos los cuerpos caen hacia la tierra con la misma aceleración, independiente de su masa, esta aceleración es aproximadamente $g = 9.8\ m/s^2$ en la superificie terrrestre.



Galileo Galilei (1564- 1642, italiano) Enviado a la Universidad de Pisa para estudiar medicina, Galileo pronto abandonó estos estudios para dedicarse a las matemáticas y a las ciencias. Mientras estaba en la Universidad le apodaron "el discutidor", porque le apasionaban las buenas discusiones. Algunos historiadores piensan que este espíritu de contradicción motivó muchos de sus descubrimientos. A pesar de estar interesado en todos los campos de la ciencia, Galileo fue quizá atraído sobre todo por la mecánica. Creía que estas investigaciones eran la unión entre los fenómenos terrestres y los del cielo.



RESUMEN

1) Los cuerpos caen
2) Caen porque la Tierra los atrae
3) Las fuerzas de atracción (pesos) son diferentes
4) En el vacío, todos los cuerpos caen con la misma aceleración a pesar de que sus masas sean diferentes.

$$g = 9.8\ m/s^2$$

8.3.- VARIACIONES DE LA ACELERACION DE LA GRAVEDAD

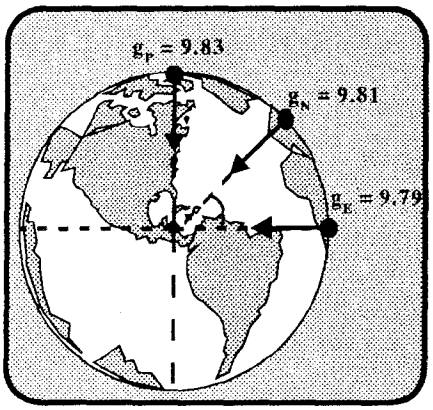
La aceleración de la gravedad no es la misma en todos los lugares de la Tierra; depende de la latitud y de la altura sobre el nivel del mar, mediciones cuidadosas muestran que:

8.3.1 En los polos alcanza su mayor valor

$$g_P = 9.83\ m/s^2$$

8.3.2 En el ecuador alcanza su menor valor

$$g_E = 9.79\ m/s^2$$



8.3.3 A la latitud 45° Norte y al nivel del mar se llama ***aceleración normal*** y vale:

$$g_N = 9.81\ m/s^2$$

8.4.- SEMEJANZA ENTRE EL MRUV Y LA CAIDA LIBRE VERTICAL

Galileo Galilei fué el primero en demostrar que en ausencia de la fricción del aire, todos los cuerpos, grandes o pequeños, pesados o ligeros, caen a la Tierra con la misma aceleración y mientras que la altura de caída sea pequeña comparada con el radio de la Tierra (6400 km) esta aceleración permanece practicamente constante, luego:

La caida libre vertical (CLV) para alturas pequeñas con respecto al radio terretre viene a ser un movimiento rectilineo uniformemente variado (MRUV), entonces cumplen las mismas leyes.

N°	M R U V	N°	CLV
1	$V_F = V_o \pm at$	1	$V_F = V_o \pm gt$
2	$d = \frac{(V_F + V_o)}{2} t$	2	$h = \frac{(V_F + V_o)}{2} t$
3	$d = V_o t \pm \frac{1}{2} a t^2$	3	$h = V_o t \pm \frac{1}{2} g t^2$
4	$V_F^2 = V_o^2 \pm 2ad$	4	$V_F^2 = V_o^2 \pm 2gh$

* El signo (+) se emplea cuando el cuerpo es lanzado hacia abajo.

* El signo (−) se emplea cuando el cuerpo es lanzado arriba

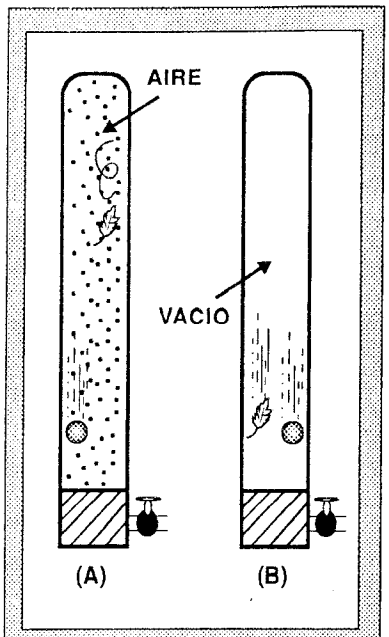


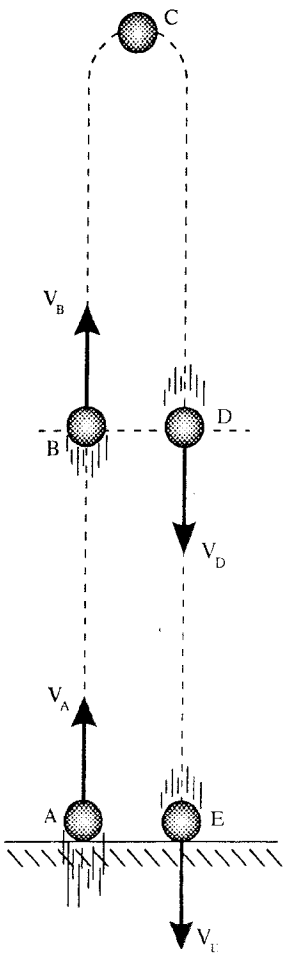
FIGURA A:

La fricción del aire retarda la caída de la pluma.

FIGURA B:

En el vacio la piedra y la pluma caen juntas

8.5.- PROPIEDADES EN LA CAIDA LIBRE VERTICAL



El diagrama muestra un movimiento completo de caída libre (subida y bajada) en donde se cumple:

8.5.1 En la altura máxima la velocidad instantanea es cero:

$$V_C = 0$$

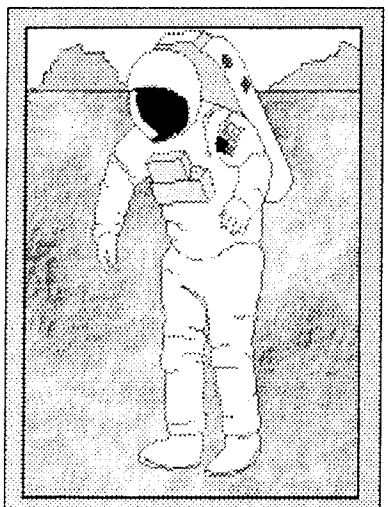
8.5.2 A un mismo nivel la velocidad de subida mide igual que la velocidad de bajada:

$$V_A = V_E \qquad V_B = V_D$$

8.5.3 Entre dos niveles el tiempo de subida es igual al tiempo de bajada.

$$t_{AC} = t_{CE} \qquad t_{BC} = t_{CD}$$

$$t_{AB} = t_{DE}$$



En la luna la aceleración de la gravedad es la sexta parte que la de la Tierra.

$$g_L = 1.7\ m/s^2$$

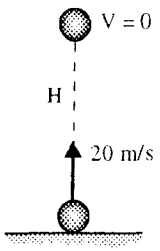
PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s, ¿qué tan alto subirá? ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

Según el problema debemos hallar al altura máxima (H)



$$V_F^2 = V_o^2 \pm 2gH$$
$$0 = 20^2 - 2(10)H$$
$$20H = 400$$

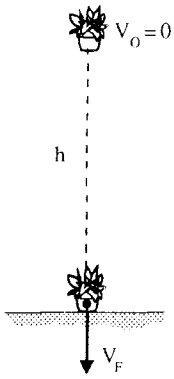
H = 20 m

PROBLEMA 02

¿Desde qué altura fué dejada caer una maceta si golpeó el suelo con una velocidad de 8m/s? ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

Como la maceta fué dejada caer: $V_o = 0$



$$V_F^2 = V_o^2 + 2gh$$
$$8^2 = 0 + 2(10)h$$
$$64 = 20\,h$$
$$h = \frac{64}{20}$$

h = 3.2 m

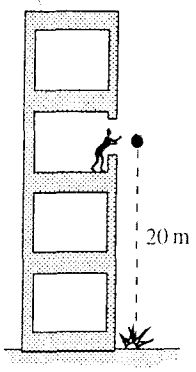
PROBLEMA 03

Un hombre sostiene un trozo de plomo fuera de una ventana a 20 m del suelo soltandolo después, ¿qué tiempo tarda el plomo para golpear en el suelo? ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

Como el hombre soltó el plomo $V_o = 0$

$$h = V_o t + \frac{1}{2} g t^2$$



$$20 = 0 + \frac{1}{2}(10)\,t^2$$
$$20 = 5t^2$$
$$t^2 = 4$$

t = 2s

PROBLEMA 04

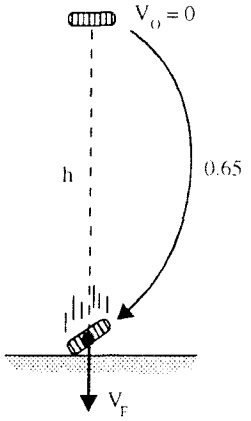
Un hombre suelta una moneda y después de 0.6 segundos está impactando en el piso, hallar. ($g = 10\ m/s^2$)

a) La velocidad de impacto

b) La altura de caída

RESOLUCION :

Representamos la caída de la moneda ($V_o = 0$)



* Hallamos la velocidad de impacto (V_F):

$$V_F = V_o + gt$$
$$V_F = 0 + (10)(0.6)$$

V_F = 6 m/s

* Hallamos la altura (h) de caída:

$$h = V_o t + \frac{1}{2} g t^2$$
$$h = 0(0.6) + \frac{1}{2}(10)(0.6)^2$$

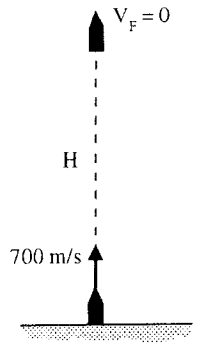
h = 1.8 m

PROBLEMA 05

Un fusil tira una bala verticalmente hacia arriba con una velocidad de 700 m/s, ¿hasta qué altura teórica sube la bala?, ¿Cuánto es el tiempo que duró el ascenso? ($g = 10 m/s^2$)

RESOLUCION :

a) Hallamos la altura máxima



$$V_F^2 = V_o^2 - 2gH$$

$$0 = (700)^2 - 2(10)H$$

$$20H = 700 \times 700$$

H = 24 500 m

b) Hallamos el tiempo de subida:

$$V_F = V_o - gt$$

$$0 = 700 - 10t$$

$$10t = 700$$

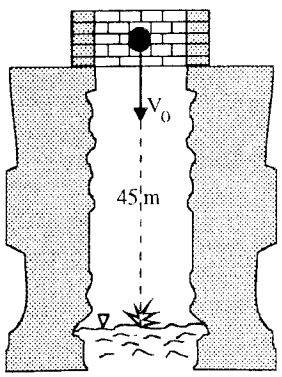
t = 70 s

PROBLEMA 06

Un objeto fué lanzado hacia abajo desde la boca de un pozo de 45 m, la caída duró 2 s, halle la velocidad de lanzamiento. ($g=10 m/s^2$)

RESOLUCION :

Graficamos la caída del cuerpo.



$$h = V_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$45 = V_o(2) + \frac{1}{2}(10)(2)^2$$

$$45 = 2V_o + 20$$

$$25 = 2V_o$$

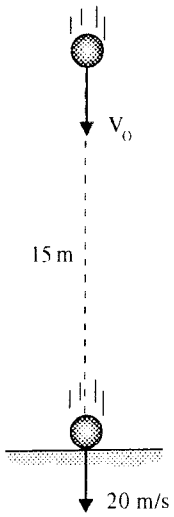
V_o = 12.5 m/s

PROBLEMA 07

Un cuerpo que cae verticalmente golpea el suelo con una velocidad de 20 m/s, halle el tiempo que emplea este cuerpo para descender los últimos 15 m. ($g = 10 m/s^2$)

RESOLUCION :

Representamos los últimos 15 m y el golpe contra el suelo:



$$V_F^2 = V_o^2 + 2gH$$

$$20^2 = V_o^2 + 2(10)(15)$$

$$400 = V_o^2 + 300$$

$$100 = V_o^2$$

$$V_o = 10 \text{ m/s} \ldots\ldots (1)$$

También podemos usar:

$$V_F = V_o + gt$$

$$20 = 10 + 10t$$

$$10 = 10t$$

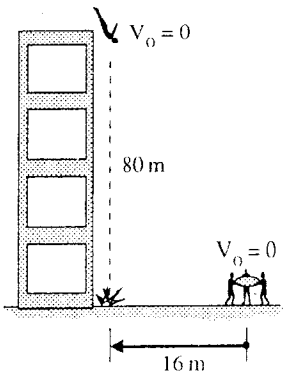
t = 1 s

PROBLEMA 08

Un suicida se deja caer desde la azotea de un edificio de 80 m de altura, a 16 m del posible punto de impacto se hallan parados unos bomberos con la red de salvamento, si en ese instante empiezan a correr, ¿qué aceleración constante y suficiente deben mantener los bomberos para lograr el rescate? ($g=10 m/s^2$)

RESOLUCION :

Representamos la caída libre del suicida y el MRUV de los bomberos:



* Para el suicida:

$$h = V_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$80 = 0 + \frac{1}{2}(10)\, t^2$$

$$80 = 5t^2$$

$$t = 4 \text{ s} \ldots\ldots\ldots (1)$$

* Los bomberos deben emplear a los más el mismo tiempo:

$$d = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$16 = 0 + \frac{1}{2} a (4)^2$$

$$16 = 8a$$

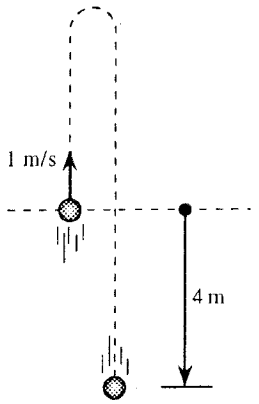
$$\boxed{a = 2\ m/s^2}$$

PROBLEMA 09

Desde un punto sobre la superficie terrestre se lanza hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 1 m/s, al cabo de 1 s la posición de la piedra respecto a su punto de partida es:

RESOLUCION :

Hallamos la altura de la piedra al cabo de 1 s.



$$h = V_o t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = (1)(1) - \frac{1}{2}(10)(1)^2$$

$$h = 1 - 5$$

$$\boxed{h = -4m}$$

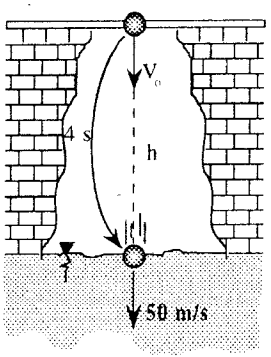
El signo (−) indica que la piedra, en ese instante está a 4 m debajo del punto de lanzamiento.

PROBLEMA 10

Una piedra se lanza verticalmente hacia abajo y 4 s después golpea el agua con una velocidad de 50 m/s, halle la altura del puente medida desde el agua. $(g = 10\ m/s^2)$

RESOLUCION :

Representamos el lanzamiento de la piedra.



$$V_F = V_o + gt$$

$$50 = V_o + 10(4)$$

$$V_o = 10\ m/s \ .....(1)$$

Luego:

$$V_F^2 = V_o^2 - 2gh$$

$$50^2 = 10^2 + 2(10)h$$

$$2\,500 = 100 + 20\,h$$

$$20\,h = 2\,400$$

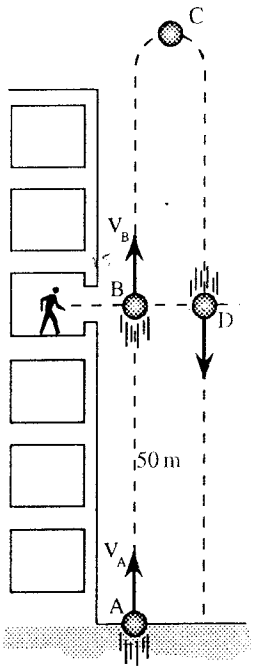
$$\boxed{h = 120\ m}$$

PROBLEMA 11

Una pequeña ventana de un edificio se halla a 50 m del suelo, a través de ésta un observador ve pasar un proyectil hacia arriba y 3 s después lo ve pasar hacia abajo, ¿con qué velocidad fué lanzado este proyectil desde el suelo? $(g = 10\ m/s^2)$

RESOLUCION :

Graficamos al observador y la ventana a 50 m del suelo.



* En B el proyectil pasa hacia arriba.

* En D el proyectil pasa hacia abajo.

Luego:

$$t_{BC} = \frac{t_{BD}}{2} = \frac{3\,s}{2}$$

$$t_{BC} = 1.5\ s \ ..... (1)$$

* Hallamos V_B en el tramo BC:

$$V_F = V_o - gt_{BC}$$

$$0 = V_B - 10(1.5)$$

$$V_B = 15\ m/s \ ... (2)$$

* Hallamos V_A en el tramo AB:

$$V_F^2 = V_o^2 - 2gh$$

$$V_B^2 = V_A^2 - 2(10)(50)$$

$$15^2 = V_A^2 - 1\,000$$

$$V_A^2 = 1225$$

$$\boxed{V_A = 35\ m/s}$$

PROBLEMA 12

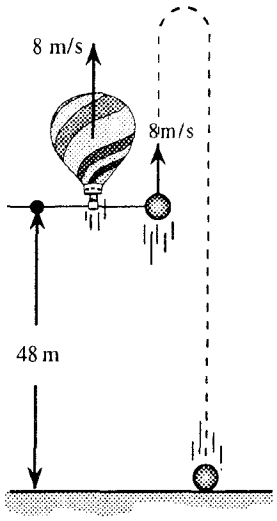
Un globo aerostático está subiendo verticalmente con una velocidad de 8 m/s y cuando se halla a 48 m del suelo se suelta un paquete desde el globo, ¿cuánto tarda el paquete en llegar al suelo? ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

El paquete al ser soltado sale con la misma velocidad del globo:

$$V_o = 8\ m/s$$

* Graficamos la trayectoria del paquete:



* Cuando un cuerpo sale hacia arriba y cae más abajo que el punto de salida, la altura se considera negativa.

$$h = -48\ m \ldots (1)$$

Luego:

$$h = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$-48 = 8t - 5t^2$$

$$5t^2 - 8t - 48 = 0$$

$$(5t + 12)\underbrace{(t - 4)}_{0} = 0$$

t = 4 s

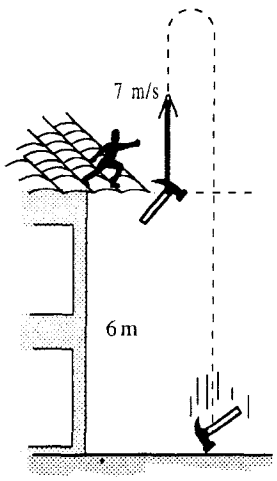
PROBLEMA 13

Desde el borde de un tejado de 6 m de altura un albañil lanza verticalmente hacia arriba un martillo con una velocidad de 7 m/s, halle el tiempo adicional para que el martillo se estrelle contra el suelo. ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

Graficamos el lanzamiento desde el tejado.

* Como el martillo se lanza hacia arriba y el martillo cae más abajo que el punto de lanzamiento, la altura es considerada negativa:



$$h = -6\ m \ldots (1)$$

Luego:

$$h = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$-6 = 7t - 5t^2$$

$$5t^2 - 7t - 6 = 0$$

$$(5t + 3)\underbrace{(t - 2)}_{0} = 0$$

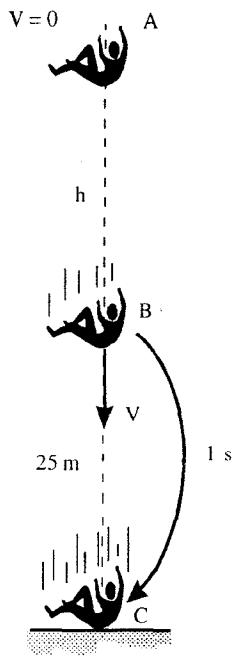
t = 2 s

PROBLEMA 14

Un pintor de fachadas al resbalar del andamio cae al "vacío" y desciende 25 m en el último segundo antes de estrellarse contra el piso, ¿desde qué altura cayó el pintor? ($g=10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

Graficamos la caída del pintor y los 25 m que desciende en el último segundo



* TRAMO BC:

$$h = V_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$25 = V(1) + \frac{1}{2}(10)(1)^2$$

$$25 = V + 5$$

$$V = 20\ m/s \ldots\ldots (1)$$

* TRAMO AB:

$$V_F^2 = V_o^2 + 2gh$$

$$(20)^2 = 0 + 2(10)h$$

$$400 = 20h$$

$$h = 20\ m \ldots\ldots (2)$$

* La altura total será:

$$H = h + 25\ m$$

$$H = 20\ m + 25\ m$$

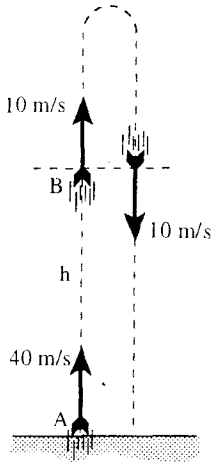
H = 45 m

PROBLEMA 15

Una flecha se dispara verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 40 m/s, ¿a qué altura se hallará cuando al volver su velocidad sea de 10 m/s? ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

Recordemos que en el mismo nivel la velocidad de subida mide igual que la velocidad de bajada.



* En el tramo AB hallamos h.

$V_F^2 = V_o^2 - 2gh$

$10^2 = 40^2 - 2(10)h$

$100 = 1\,600 - 20h$

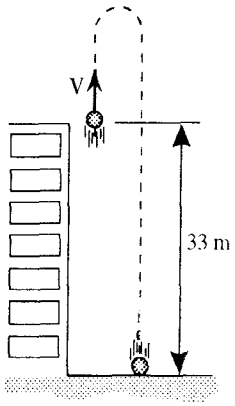
$20h = 1\,500$

h = 75 m

PROBLEMA 16

Una piedra es tirada verticalmente hacia arriba desde el techo de un edificio de 33 m de altura, la piedra pega en el suelo de la calle 3 s después de haber sido lanzada, halle la velocidad de lanzamiento.

RESOLUCION :



$$h = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$-33 = V(3) - \frac{1}{2}(10)(3)^2$$

$-33 = 3V - 45$

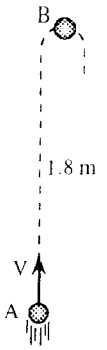
V = 4 m/s

PROBLEMA 17

¿Cuál será la velocidad de un proyectil, que fué lanzado verticalmente hacia arriba, cuando le falte 1.8 m para llegar a su altura máxima? ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

Graficamos los 1.8 m antes de llegar a su altura máxima.



* TRAMO AB:

$V_F^2 = V_o^2 - 2gh$

$0 = V^2 - 2(10)(1.8)$

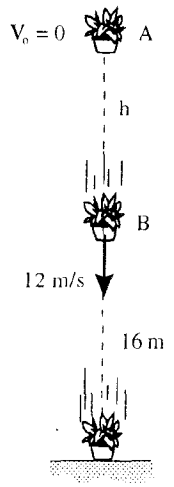
$V^2 = 36$

V = 6 m/s

PROBLEMA 18

Accidentalmente una mujer deja caer un macetero, halle la altura desde la cual cae este macetero si se sabe que su velocidad es de 12 m/s cuando le falta 16 m para estrellarse. ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION :



* En el tramo AB hallamos h:

$V_F^2 = V_o^2 + 2gh$

$12^2 = 0 + 2(10)h$

$144 = 20\ h$

$h = 7.2$ m .....(1)

* Hallamos la altura total:

$H = 7.2 + 16$

H = 23.2 m

AUTOEVALUACION

01 Simultaneamente, desde la misma altura se sueltan dos masas $m_1 = 5$ kg y $m_2 = 10$ kg sin considerar la fricción del aire, ¿cuál de estas masas toca en primer lugar el suelo?

a) m_1 b) m_2 c) llegan juntas

d) m_1 o m_2 e) faltan datos

02 Señale con verdadero(V) o falso(F):

I) El vacío es el ambiente que carece de materia

II) En el vacío, una pluma cae tal como lo hace una piedra

III) El vacío se logra con recipientes resistentes y bombas de succión.

a) VVF b) FVV c) VFV
d) VVV e) VFF

03 Cuando un cuerpo, que ha sido lanzado verticalmente hacia arriba, llega a su altura máxima, su velocidad (V) y aceleración (a) son respectivamente.

a) V = 0 y a = 0 b) V = 0 y a = g
c) V ≠ 0 y a = g d) V ≠ 0 y a ≠ 0
e) N.A.

04 Después de lanzar un proyectil verticalmente hacia arriba, sin considerar la fricción, tendremos que la aceleración del proyectil.

a) aumenta b) disminuye c) es cero
d) permanece constante e) N.A.

05 Una piedra se arroja verticalmente hacia arriba, llega a su altura máxima y vuelve al punto de lanzamiento, luego la aceleración de la piedra siempre.

a) se opone a la velocidad
b) está en dirección del movimiento
c) apunta hacia abajo
d) apunta hacia arriba
e) es cero

06 Decimos que un cuerpo está en caída libre cuándo sobre el cuerpo

a) No actúa la fricción del aire
b) actúa solamente la fuerza de lanzamiento
c) No actúan fuerzas
d) actúa solamente su peso
e) N.A

07 Sobre la superficie terrestre los máximos valores de "g" se observan:

a) en los polos
b) en el ecuador
c) en el meridiano
d) en la latitud 45°N
e) en la latitud 45°S

08 Dentro de un ascensor que acelera hacia arriba, los cuerpos soltados caen _____

a) más rápido b) más lento
c) de igual modo d) no caen
e) F. datos

09 El vacío es un ambiente que:

a) tiene presiones bajas
b) tiene presiones altas
c) tiene poca masa
d) tiene bajas temperaturas
e) carece de masa

10 La aceleración de la gravedad de los cuerpos es una consecuencia _____

a) de la masa b) del peso
c) del vacío d) de la ingravidez
e) del lanzamiento

11 Sabiendo que la aceleración de la gravedad es 9.8 m/s^2 entendemos que cuando el cuerpo cae verticalmente, en cada segundo .....

a) desciende 9.8 m
b) desciende 4.9 m
c) su velocidad varía en 9.8 m/s
d) su velocidad varía en 4.9 m/s
e) su aceleración varía en 9.8 m/s^2

12 Simultaneamente se sueltan dos piedras de masas m_1 y m_2 como se muestra en el diagrama, despreciando la fricción del aire, la separación (d) entre estas masas.

a) aumentará
b) disminuirá
c) no cambiará
d) depende de m_1/m_2
e) N.A.

13 Una apelota es lanzada verticalmente hacia arriba, logra una altura máxima H y vuelve al mismo punto de lanzamiento con un tiempo de vuelo "t", halle el módulo de la velocidad media para todo el recorrido.

a) 0 b) H/t c) 2H/t
d) H/2t e) 3H/t

14 Un globo aerostático sube verticalmente con velocidad "V", cuando desde él se deja caer un paquete, éste: .....

a) flotará
b) inmediatamente bajará
c) seguirá subiendo
d) No se aparatará del globo
e) N.A.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 15

¿Qué velocidad tiene una manzana madura a 0.7 segundos de haber caído? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 5 m/s b) 6 m/s c) 7 m/s
d) 8 m/s e) 9 m/s

PROBLEMA 16

¿Con qué velocidad se debe lanzar hacia arriba, una piedra, para que logre una altura máxima de 3.2 m ? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 5 m/s b) 6 m/s c) 7 m/s
d) 8 m/s e) 9 m/s

PROBLEMA 17

Un tornillo cae accidentalmente desde la parte superior de un edificio, 4 segundos después está golpeando el suelo, halle la altura del edificio. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 60 m b) 80 m c) 100 m
d) 120 m e) 140 m

PROBLEMA 18

Un pistola de resorte lanza hacia arriba una bala con una velocidad de 9 m/s, ¿cuánto demora la bala para volver hasta el punto de lanzamiento? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 0.9 s b) 1.3 s c) 1.5 s
d) 1.7 s e) 1.8 s

PROBLEMA 19

Desde el suelo y hacia arriba es lanzada una pelota con una velocidad inicial de 16 m/s, ¿a qué altura se hallará al cabo de 2 s? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 12 m b) 20 m c) 32 m
d) 42 m e) 52 m

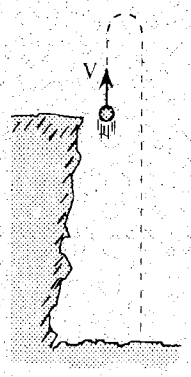
PROBLEMA 20

Un malabarista demuestra su arte en una habitación cuyo techo está a 2.45 m de altura sobre sus manos, lanza una pelota de modo que llega a rozar el techo, halle la velocidad de lanzamiento vertical. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 3 m/s b) 5 m/s c) 7 m/s
d) 9 m/s e) 11 m/s

PROBLEMA 21

Mostrado el lanzamiento vertical V=20 m/s, halle la altura del risco conociendose que el tiempo de vuelo del proyectil es de 7s ($g = 10\ m/s^2$)



a) 105 m
b) 115 m
c) 125 m
d) 135 m
e) 145 m

PROBLEMA 22

Halle la aceleración de la gravedad en un planeta conociéndose que en éste cuando un cuerpo es soltado desde una altura de 4 m tarda 1s para golpear en el suelo.

a) 7 m/s^2 b) 8 m/s^2 c) 9 m/s^2
d) 10 m/s^2 e) 11 m/s^2

PROBLEMA 23

Lanzando verticalmente hacia arriba una piedra permanece 5 s en el aire, halle la altura máxima que logra el proyectil, en metros. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 31,25 b) 35,25 c) 38,25
d) 42,5 e) 46,5

PROBLEMA 24

Halle la velocidad con que fué lanzado un proyectil hacia arriba si ésta se reduce a la tercera parte cuando ha subido 40 m. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 10 m/s b) 20 m/s c) 30 m/s
d) 40 m/s e) 60 m/s

NIVEL II

PROBLEMA 25

Un globo aerostático sube verticalmente con una velocidad constante de 9 m/s, cuando pasa por una altura "H" uno de sus tripulantes deja caer un objeto y luego de 10 s está golpeando el suelo, halle H, en metros. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 210 b) 310 c) 410
d) 510 e) 610

PROBLEMA 26

Calcule la altura desde la cual se dejó caer un cuerpo si la velocidad de éste es 36 m/s cuando le falta 0,4 s para chocar con el suelo ($g = 10\ m/s^2$)

a) 60 m b) 65 m c) 70 m
d) 75 m e) 80 m

PROBLEMA 27

Un cohete de reacción sube verticalmente con una velocidad de 30 m/s y hallándose a 200 m de altura se acaba el combustible, ¿cuánto más tardará para estrellarse? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 4 s b) 6 s c) 10 s
d) 14 s e) 18 s

PROBLEMA 28

Un árbito de futbol lanza una moneda hacia arriba con velocidad "V" la cual toca el cesped con velocidad "2V", considerando que la mano del árbito suelta la moneda a 1,2 m sobre el cesped, halle "V", en m/s ($g = 10\ m/s^2$)

a) $\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}$
d) $3\sqrt{2}$ e) $\sqrt{5}$

PROBLEMA 29

Un proyectil fue lanzado verticalmente hacia arriba, ¿qué altura máxima alcanzó si se informa que el proyectil paso por el punto medio de su altura máxima con velocidad "V"?

a) $\frac{V^2}{2g}$ b) $\frac{V^2}{g}$ c) $\frac{2V^2}{g}$
d) $\frac{4V^2}{g}$ e) $\frac{V^2}{4g}$

PROBLEMA 30

Un helicóptero planea a 229 m de altura, desde él se suelta un paracaidista y cae libremente durante 5 s, luego al abrirse el paracaídas genera una desaceleración "a", logrando que el paracaidista toque el suelo con una velocidad de 2 m/s, halle "a", en m/s^2 ($g = 10\ m/s^2$)

a) 6 b) 8 c) 10
d) 12 e) 14

PROBLEMA 31

Un hombre parado en el techo de un edificio

tira una bola verticalmente hacia arriba con una velocidad de 12 m/s, la bola llega al suelo en 4 s, ¿qué altura tiene el edificio? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 28 m b) 32 m c) 36 m
d) 40 m e) 44 m

PROBLEMA 32

¿Desde qué altura cayó un macetero, desde el reposo, si en el último segundo descendió 35 m? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 60 m b) 70 m c) 80 m
d) 90 m e) 100 m

PROBLEMA 33

Un obrero que está en la pista lanza un martillo verticalmente hacia arriba con velocidad "V", otro obrero que está en el tejado de un edificio de 11.2 m de altura sujeta el martillo cuando está volviendo con 10 m/s. Halle "V". ($g = 10\ m/s^2$)

a) 12 m/s b) 14 m/s c) 16 m/s
d) 18 m/s e) 20 m/s

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	B	D	C	D	A	A	E	B	C	C	A	C	C	D	B	E	A	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33							
A	B	A	C	C	E	C	B	B	D	B	C	D							

9 Capítulo

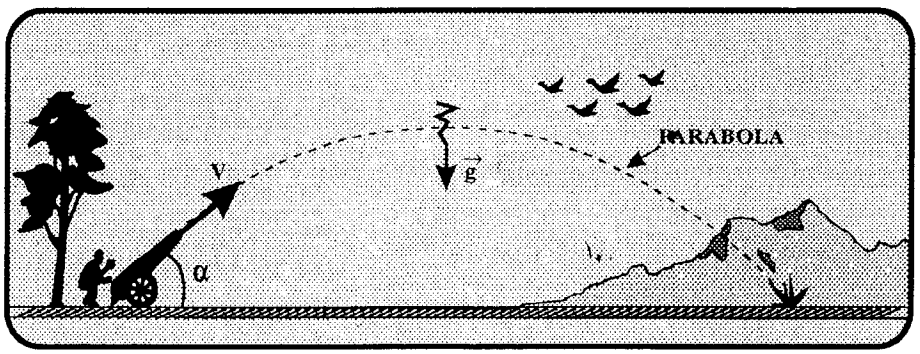
MOVIMIENTO PARABOLICO

OBJETIVOS	
1.	*Conocer y aplicar la independencia de Galileo al movimiento parabólico.*
2.	*Resolver correctamente el movimiento parabólico*

©DHDV

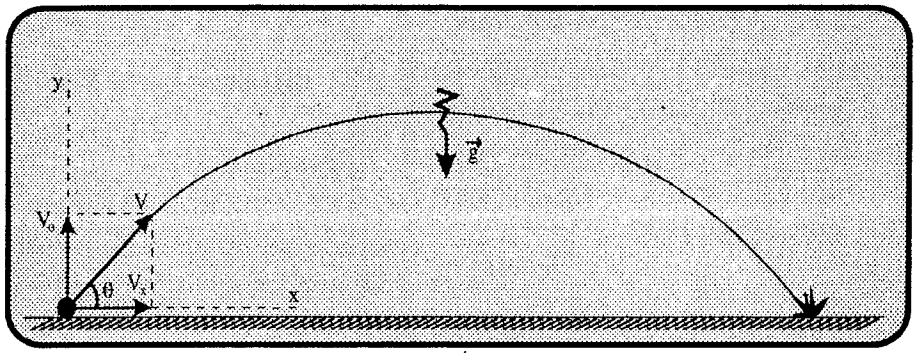
9.1.- MOVIMIENTO DE LOS PROYECTILES:

El diagrama muestra la trayectoria de una bala de cañón después del disparo, si despreciamos la resistencia del aire, esta trayectoria curvilinea será llamada ***PARABOLA***, observemos que debido al peso de la bala la única aceleración que actúa sobre ésta es la ***aceleración de la gravedad(g).***



El movimiento parabólico se presenta cuando la velocidad de lanzamiento (V) no es vertical y la aceleración (g) permanece constante.

Descomponiendo la velocidad del proyectil observamos que se mueve al mismo tiempo, tanto en la dirección vertical como en la dirección horizontal.



INDEPENDENCIA DE GALILEO

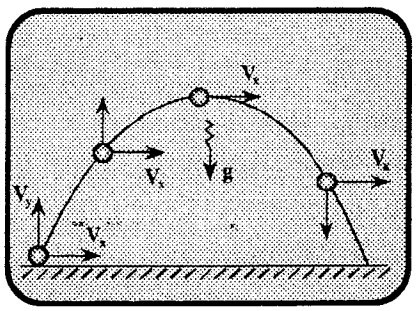
Los movimientos horizonta uniforme y el vertical de caída libre son separables, pueden analizarse independientemente

Recordemos que debido al peso en el eje vertical actúa la aceleración de la grevedad (g) mientras que en el eje horizontal no existe ningún tipo de aceleración, luego:

El movimiento parabólico está compuesto por un movimiento vertical de caída libre y un movimiento horizontal uniforme (MRU)

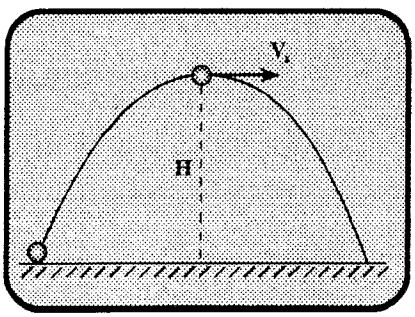
9.2.- CARACTERISTICAS DEL MOVIMIENTO PARABOLICO

9.2.1. La velocidad vertical (V_y) es variable, mientras que la velocidad horizontal (V_x) permanece cons tante.



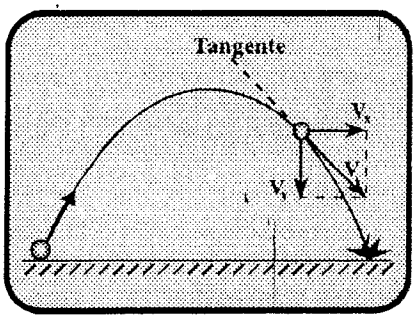
La velocidad vertical (V_y) varía debido a la influencia de la aceleración de la gravedad (g)

V_x se conserva porque no hay aceleración horizontal.



9.2.2. En la altura máxima (H) del movimiento parabólico solamente existe velocidad horizontal (V_x)

9.2.3. En el eje vertical se emplean las leyes de la caída libre vertical (CLV) y en el eje horizontal las leyes del movimiento rectilineo uniforme (MRU).



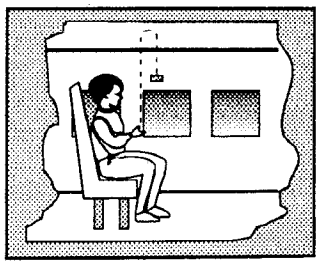
9.2.4. La velocidad neta de un proyectil en cualquier punto siempre es tangente a la parábola

V : Velocidad neta

V_x : velocidad horizontal

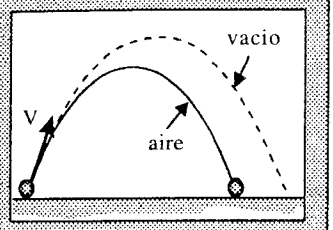
V_y : velocidad vertical

Si lanzamos al aire una moneda a bordo de un avión que viaja a una gran velocidad veremos que vuelve a nuestras manos.



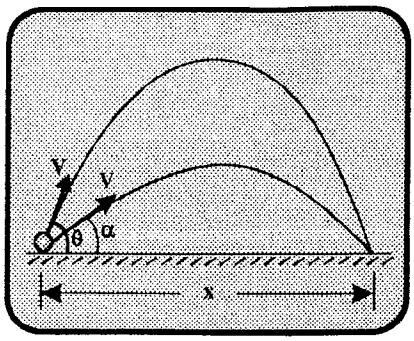
Un avión a velocidad constante se comporta como si estuviera en reposo.

Cuando la resistencia del aire es considerable, la trayectoria de un proyectil se desvía de la forma parabólica, lográndose un menor alcance.

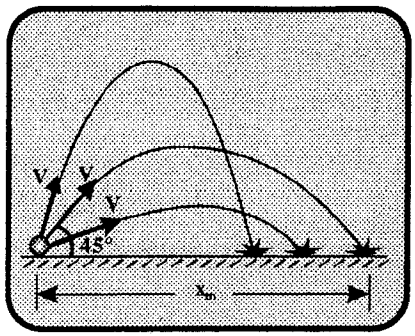


9.2.5. Bajo la misma rapidez (V) de lanzamiento, dos proyectiles logran al mismo alcance (x) cuando los ángulos de lanzamiento son complementarios:

$$\theta + \alpha = 90°$$



9.2.6. Bajo la misma rapidez (V) de lanzamiento, un proyectil logra un alcance horizontal máximo (X_m) cuando el ángulo de lanzamiento es de 45°



PROBLEMAS RESUELTOS

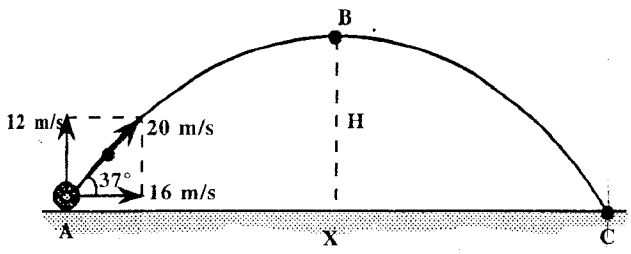
PROBLEMA 01

Un balón de futbol se patea con un ángulo de elevación de 37° y una velocidad de 20 m/s, halle: ($g = 10\ m/s^2$)

a) El tiempo de viaje hasta golpear en el suelo
b) La altura máxima
c) El alcance horizontal

RESOLUCION :

Graficamos el movimiento parabólico descomponiendo la velocidad inicial.



* En el eje vertical usamos caída libre.

Tramo AB:

$$V_F = V_o - gt_{AB}$$
$$0 = 12 - 10\,t_{AB}$$
$$t_{AB} = 1.2s \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* El tiempo de vuelo (t_{AC}) será:

$$t_{AC} = 2t_{AB} = 2(1.2\ s)$$

$$\boxed{t_{AC} = 2.4\ s}$$

* En el eje vertical hallamos la altura máxima (H) usando caída libre.

Tramo AB:

$$V_F^2 = V_o^2 - 2gH$$
$$0 = 12^2 - 2(10)H$$
$$20H = 144$$

$$\boxed{H = 7.2\ m}$$

* En el eje horizontal, usamos MRU, para hallar el alcance horizontal

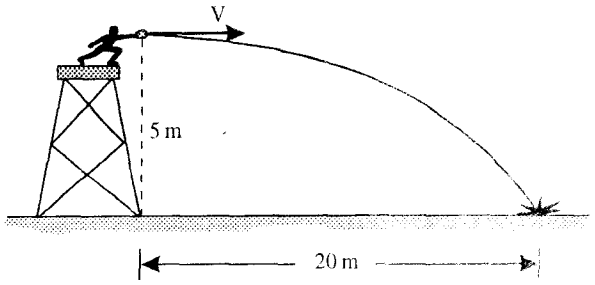
$$X = V_x \bullet t_{AC} = (16\ m/s)\ (2.4\ s)$$

$$\boxed{X = 38.4\ m}$$

PROBLEMA 02

El muchacho que está en la torre lanza una pelota que cae a 20 m, halle la velocidad

horizontal de lanzamiento. ($g = 10\ m/s^2$)



RESOLUCION :

* En la eje vertical usamos CLV:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$5 = \frac{1}{2}(10)\, t^2 \rightarrow \quad t = 1\ s \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

* En el eje horizontal usamos MRU:

$$X = V_x \bullet t$$

$$20 = V(1)$$

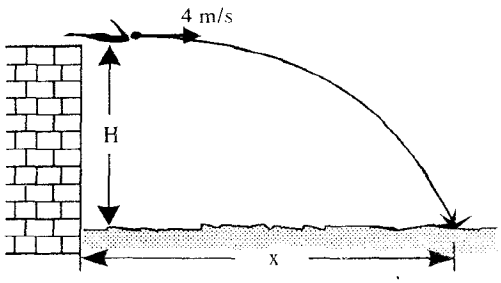
V = 20 m/s

PROBLEMA 03

Un clavadista corre con 4 m/s y se lanza horizontalmente desde un empedrado llegando al agua en 2 s, halle la altura del empedrado y la distancia, medida desde la base del empedrado, a la cual se zambulle el clavadista. ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

* Graficamos el lanzamiento parabólico



* En el eje vertical hallamos "H" usando CLV:

$$H = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2}(10)(2)^2$$

H = 20 m

* En el eje horizontal hallamos "X" usando MRU:

$$X = V_x \bullet t = (4\ m/s)\ (2\ s)$$

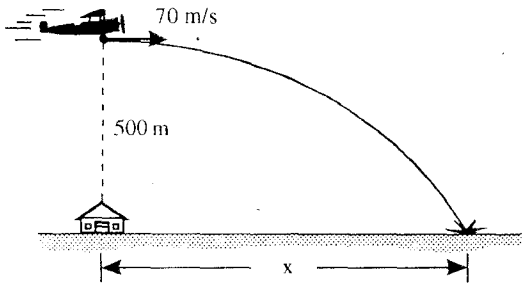
X = 8 m

PROBLEMA 04

Una avioneta vuela horizontalmente a una altura de 500 m con una velocidad de 70 m/s, cuando está pasando sobre una cabaña se desprende una de las ruedas de la avioneta, ¿a qué distancia de la cabaña impactará esta rueda? ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

* Por la ley de la inercia se sabe que al desprenderse la rueda, ésta sale con la misma velocidad de la avioneta:



* En el eje vertical usamos CLV:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$500 = \frac{1}{2}(10)\, t^2 \rightarrow \quad t = 10\ s \ldots\ldots (1)$$

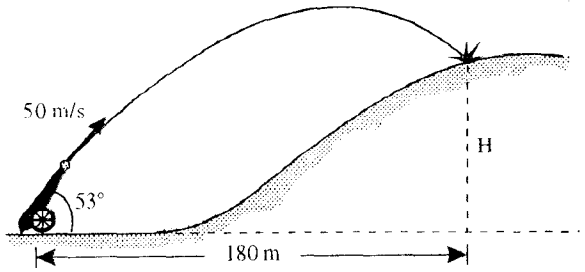
* En el eje horizontal usamos MRU:

$$X = V_x \bullet t = (70\ m/s)(10\ s)$$

X = 700 m

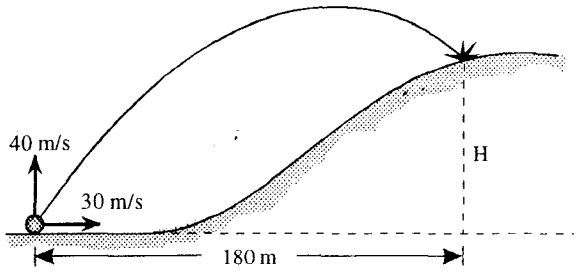
PROBLEMA 05

Un pequeño cañón de resorte hace el siguiente disparo (ver figura), el proyectil fué disparado con una velocidad de 50 m/s y un ángulo de elevación de 53°, halle H. ($g = 10 m/s^2$)



RESOLUCION :

* Descomponemos la velocidad de lanzamiento.



* En el eje horizontal usamos MRU:

$$x = V_x \bullet t$$

$$(180\ m) = (30\ m/s)t \rightarrow t = 6s \ldots\ldots (1)$$

* En el eje vertical "H":

$$H = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$H = (40)(6) - \frac{1}{2}(10)(6)^2$$

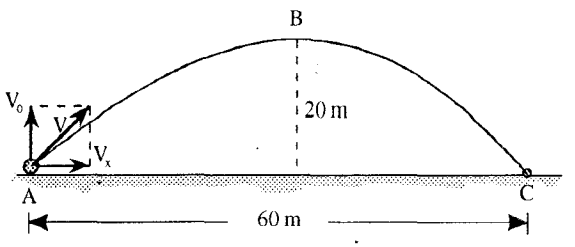
H = 60 m

PROBLEMA 06

Un proyectil cae a 60 m del punto de disparo pasando por una altura máxima de 20 m calcule la velocidad de disparo. ($g=10\ m/s^2$)

RESOLUCION :

* Graficamos el tiro parabólico.



* Hallamos V_o en el eje vertical (tramo AB)

$$V_F^2 = V_o^2 - 2gh$$

$$0 = V_o^2 - 2(10)(20)$$

$$V_o^2 = 400 \rightarrow V_o = 20\ m/s \ldots\ldots (1)$$

* En el eje vertical hallamos el tiempo: t_{AB}

$$V_F = V_o - g t_{AB}$$

$$0 = 20 - 10 t_{AB} \rightarrow t_{AB} = 2\ s \ldots\ldots (2)$$

* En el eje horizontal hallamos V_x:

$$X = V_x \bullet t_{AC} = V_x(2t_{BC})$$

Luego: $(60\ m) = V_x(2 \bullet 2\ s)$

$$V_x = 15\ m/s \ldots\ldots (3)$$

* Con el teorema de pitágoras hallamos la velocidad de disparo:

$$V^2 = V_o^2 + V_x^2 \ldots\ldots (4)$$

(1) y (3) en (4): $V^2 = 20^2 + 15^2$

$$V^2 = 400 + 225 = 625$$

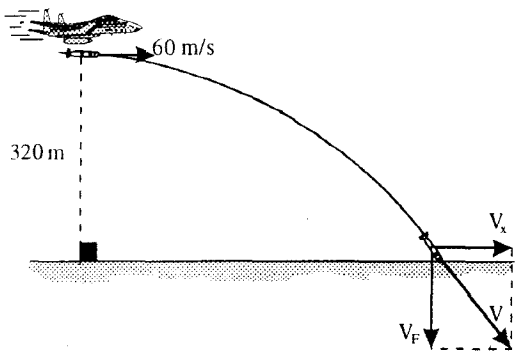
V = 25 m/s

PROBLEMA 07

Un bombardero vuela horizontalmente a una altura de 320 m con una velocidad de 60 m/s, ¿con qué velocidad llegan a la superficie terrestre los proyectiles soltados desde este bombardero? ($g = 10 m/s^2$)

RESOLUCION :

* Cuando el proyectil llega al suelo tiene velocidad horizontal (V_x) y vertical (V_F)



* Hallamos V_F en el eje vertical:

$$V_F^2 = V_o^2 + 2gh$$

$$V_F^2 = 0 + 2(10)(320)$$

$$V_F = 80\ m/s \ldots\ldots (1)$$

* La velocidad horizontal (V_x) permanece constante.

$$V_x = 60 \text{ m/s} \quad \ldots\ldots (2)$$

* La velocidad de llegada (V) se halla con el teorema de pitágoras:

$$V^2 = V_F^2 + V_x^2$$

$$V^2 = 80^2 + 60^2 = 10\,000$$

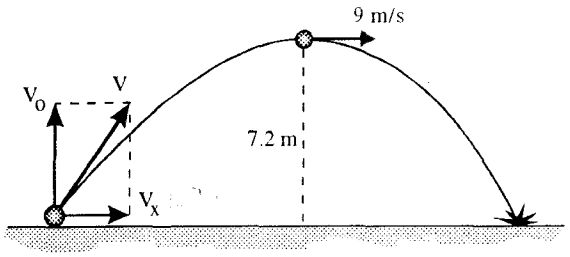
V = 100 m/s

PROBLEMA 08

En un disparo parabólico la altura máxima es de 7.2 m y en dicho lugar su velocidad de 9 m/s, determine la velocidad de lanzamiento.

RESOLUCION :

* Graficamos el movimiento parabólico:



* La velocidad horizontal permanece constante:

$$V_x = 9 \text{ m/s} \quad \ldots\ldots (1)$$

* Hallamos V_o en el eje vertical:

$$V_F^2 = V_o^2 - 2gh$$

$$0 = V_o^2 - 2(10)(7.2)$$

$$V_o^2 = 144$$

$$V_o = 12 \text{ m/s} \quad \ldots\ldots (2)$$

* Con el teorema de pitágoras hallamos la velocidad de lanzamiento (V)

$$V^2 = V_o^2 + V_x^2$$

$$V^2 = 12^2 + 9^2 = 225$$

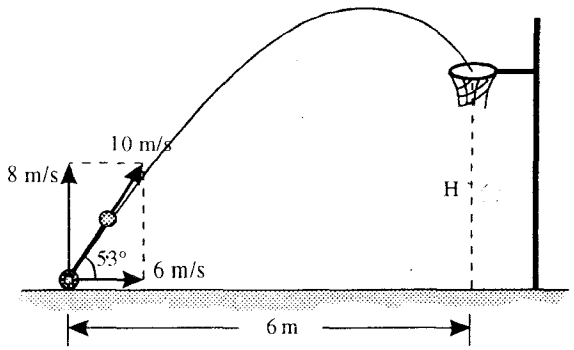
V =15 m/s

PROBLEMA 09

Un jugador de básquetbol lanza desde el suelo la pelota con una velocidad inicial de 10 m/s que hace un ángulo de 53° con la horizontal. La canasta está situada a 6 m del jugador y tiene una altura de 3 m. ¿Podrá encestar? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

RESOLUCION :

* Graficamos el tiro parabólico:



* En el eje horizontal usamos MRU

$$X = V_x \bullet t$$

$$(6 \text{ m}) = (6 \text{ m/s})\, t$$

$$t = 1 \text{ s} \quad \ldots\ldots (1)$$

* En el eje vertical hallamos "H"

$$H = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$H = (8)(1) - \frac{1}{2}(10)(1)^2$$

H = 3 m

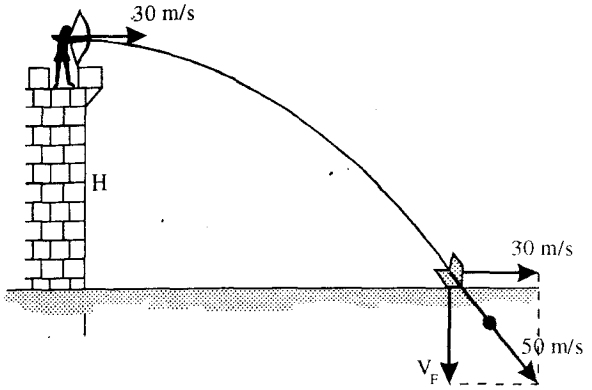
* Por dato, la canasta también está a 3 m de altura, luego:

Rpta: si encesta

PROBLEMA 10

Desde una muralla, un arquero dispara horizontalmente una flecha con una velocidad de 30 m/s la cual alcanza el suelo con una velocidad de 50 m/s. Calcule la altura de la muralla. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

RESOLUCION :



* La velocidad horizontal se conserva:

$$V_x = 30 \text{ m/s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Con el teorema de pitágoras hallamos V_F:

$$30^2 + V_F^2 = 50^2$$
$$V_F^2 = 50^2 - 30^2 = 1600$$
$$V_F = 40 \text{ m/s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

* En el eje vertical hallamos la altura "H".

$$V_F^2 = V_o^2 + 2gH$$
$$40^2 = 0 + 2(10)H$$
$$1\,600 = 20H$$

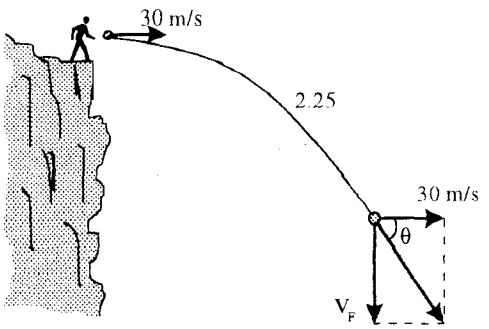
H = 80 m

PROBLEMA 11

Se arroja horizontalmente una pelota desde la orilla de un barranco con una velocidad de 30 m/s, hállese el ángulo que forma la velocidad del proyectil con la horizontal transcurridos 2.25 s después del lanzamiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

RESOLUCION :

* Graficamos las velocidades componentes al cabo de 2.25 s



* Hallamos V_F en el eje vertical:

$$V_F = V_o + gt$$
$$V_F = 0 + (10)(2.25)$$
$$V_F = 22.5 \text{ m/s} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

* El ángulo (θ) será:

$$\tan\theta = \frac{V_F}{30 \text{ m/s}} = \frac{22.5 \text{ m/s}}{30 \text{ m/s}}$$

$$\tan\theta = \frac{3}{4}$$

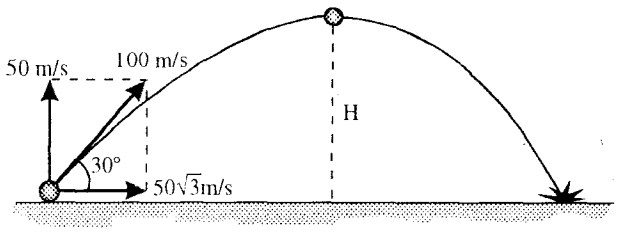
$\theta = 37°$

PROBLEMA 12

Considérese que se lanza un proyectil con una rapidez de 100 m/s que hace 30° con el terreno horizontal, calcule la altura máxima que alcanza. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

RESOLUCION :

* Descomponemos la velocidad de lanzamiento:



* Hallamos la altura máxima (H) en el eje vertical:

$$V_F^2 = V_o^2 - 2gH$$
$$0 = 50^2 - 2(10)H$$
$$20H = 2\,500$$

H = 125 m

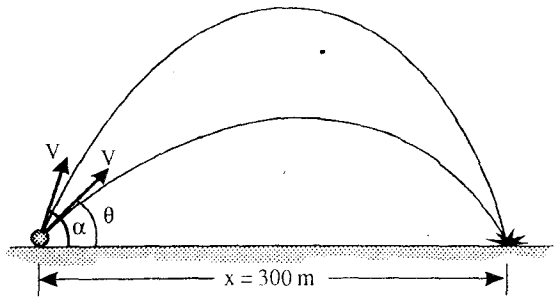
PROBLEMA 13

Un proyectil impacta en el suelo a 300 m de un pequeño cañón desde el cual fué disparado

con un ángulo de elevación de 28°, ¿para qué otro ángulo de elevación el proyectil caerá también a 300 m del cañón si el disparo se hace con la misma rapidez?

RESOLUCION :

* Recordemos que bajo la misma rapidez de lanzamiento se logran alcances iguales (x) cuando los ángulos de lanzamiento son complementarios:



Luego:

$\alpha + \theta = 90° \ldots\ldots$ (dato $\alpha = 28°$)

$28° + \theta = 90°$

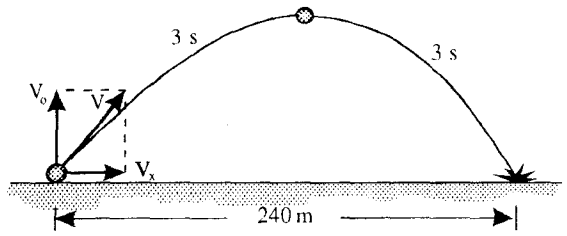
$$\boxed{\theta = 62°}$$

PROBLEMA 14

Un proyectil cae a 240 m del punto de disparo y ha permanecido en el aire durante 6 s, halle la velocidad de lanzamiento. ($g = 10 m/s^2$)

RESOLUCION :

* Hasta la altura máxima el tiempo es de 3 s



$$V_F = V_o - gt$$

$$0 = V_o - 10(3)$$

$$V_o = 30 \text{ m/s} \ldots\ldots (1)$$

* En el eje horizontal usamos MRU :

$$X = V_x \bullet t$$

$$(240 \text{ m}) = V_x (6 \text{ s})$$

$$V_x = 40 \text{ m/s} \ldots\ldots (2)$$

* Con el teorema de pitágoras hallamos la velocidad de lanzamiento (V)

$$V^2 = V_o^2 + V_x^2 = 30^2 + 40^2$$

$$V^2 = 2\,500$$

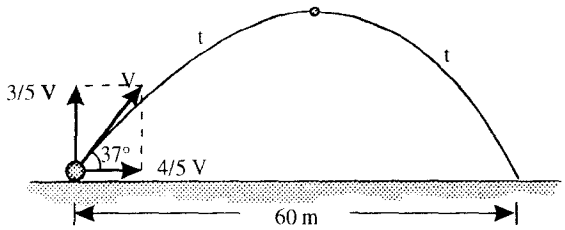
$$\boxed{V = 50 \text{ m/s}}$$

PROBLEMA 15

Cuando un rifle de resorte se mantiene con un ángulo de 37° con la horizontal, el proyectil llega hasta una distancia de 60 m sobre el terreno, halle la velocidad del proyectil cuando sale del rifle. ($g=10 m/s^2$)

RESOLUCION :

* Representamos el movimiento del proyectil con un ángulo de elevación de 37°.



* Calculamos el tiempo de vuelo (t_V)

$$V_F = V_o - gt$$

$$0 = \frac{3}{5}V - 10t$$

$$t = \frac{3V}{50} \ldots\ldots (1)$$

* Luego $t_V = 2t = 2\left(\frac{3V}{50}\right)$

$$t_V = \frac{3V}{25} \ldots\ldots (2)$$

* Empleamos el eje horizontal

$$X = V_x \bullet t_V$$

$$60 = \left(\frac{4}{5}V\right)\left(\frac{3V}{25}\right)$$

$$60 = \frac{12V^2}{125}$$

$$V^2 = 625$$

$$\boxed{V = 25 \text{ m/s}}$$

AUTOEVALUACION

01 En el movimiento parabólico la aceleración es .....
a) constante b) variable e) cero
d) horizontal e) N.A.

02 En el tiro parabólico la mínima velocidad sucede .....
a) en el punto de lanzamiento
b) en el punto de impacto
c) en la altura máxima
d) cuando se hace cero
e) no hay velocidad mínima

03 ¿Con qué ángulo de elevación debe saltar un atleta de salto de longitud?
a) 30° b) 37° c) 45°
d) 53° e) 90°

04 Cuando un cañón dispara un proyectil, en la altura máxima tendremos que:
a) la aceleración es cero
b) la velocidad es cero
c) la aceleración es horizontal
d) la velocidad es horizontal
e) hay velocidad pero no aceleración

05 Un pequeño mortero lanza un proyectil con un ángulo de elevación de 35°, ¿con qué otro ángulo, bajo la misma rapidez de lanzamiento, se logrará el mismo alcance horizontal?
a) 45° b) 55° c) 65°
d) 70° e) 75°

06 El movimiento de un proyectil en el vació resulta de la composición de
a) MRU – MRU b) MRUV – MRUV
c) MRU solamente c) MRUV solamente
e) MRU – MRUV

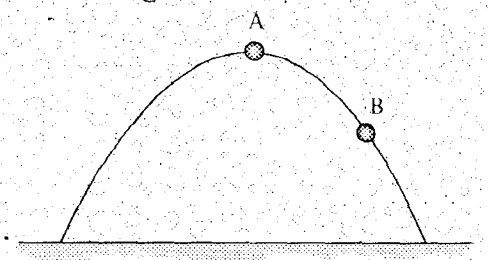
07 La velocidad de un proyectil en un vuelo parabólico siempre es ..... a la trayectoria.
a) paralela b) perpendicular c) colineal
d) tangente e) secante

08 Una avioneta vuela horizontalmente con cierta velocidad, si de pronto se apagan los motores tendremos que esta avioneta, con respecto a tierra.
a) sigue una trayectoria recta horizontal
b) cae verticalmente
c) cae parabolicamente
d) puede caer verticalmente
e) Faltan datos

09 Una canica roja se lanza horizontalmente con rapidez "V" en el instante en que otra canica azul se suelta desde la misma altura, despreciando la fricción del aire, ¿cuál de estas canicas tocará en primer lugar el piso?
a) roja b) azul
c) caen juntas d) depende de V
e) Faltan datos

10 Si desde un bombardero, que vuela horizontalmente, se deja caer un rosario de bombas, estas seguirán una trayectoria _____ con respecto a los pilotos, mientras que los enemigos en tierra observarán una trayectoria _____
a) parabólica – parabólica
b) vertical – vertical
c) parabólica – vertical
d) vertical – parabólica
e) N.A.

11 Se muestra el movimiento parabólico de una pelota, siendo A el punto de su altura máxima, luego son ciertas.



I) La velocidad en A es igual que la velocidad en B

II) En A y B se tiene la misma aceleración.
III) En A la velocidad no es cero pero su aceleración si.

a) I b) II c) III
d) I y II e) N.A.

12 Una pelota de beisbol al ser golpeada vuela en un camino parabólico, si no se considera la fricción del aire, la aceleración de la pelota en todo su recorrido .....

a) es la misma
b) es cero en la altura máxima
c) depende de la intensidad del golpe
d) depende si la pelota sube o baja
e) es variable

13 Las componentes de la velocidad en un tiro parabólico son tales que la velocidad horizontal es _____ y la velocidad vertical es _____

a) constante – constante
b) constante – variable
c) variable – variable
d) variable – constante
e) N.A.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 14

Un cañón lanza un proyectil con una velocidad de 100 m/s formando un ángulo de 53° con el piso, ¿hasta qué altura asciende el proyectil? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 280 m b) 290 m c) 300 m
d) 310 m e) 320 m

PROBLEMA 15

En el problema anterior, ¿a qué distancia del cañón caerá el proyectil?

a) 880 m b) 900 m c) 920 m
d) 940 m e) 960 m

PROBLEMA 16

Un futbolista patea un balón al nivel del terreno con una velocidad de 10 m/s y con un ángulo de elevación de 37°, ¿en cuánto tiempo más esta pelota volverá al terreno?, en segundos. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 0.9 b) 1.0 c) 1.1
d) 1.2 e) 1.3

PROBLEMA 17

Calcule el alcance de una bala cuando el lanzador la arroja con una velocidad de $20\sqrt{2}$ m/s formando 45° con el terreno. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 60 m b) 80 m c) 100 m
d) 120 m e) 140 m

PROBLEMA 18

Un bombardero vuela horizontalmente con una velocidad de 80 m/s a 125 m del suelo, ¿qué distancia horizontal avanzan las bombas soltadas desde este bombardero hasta estrellarse contra el suelo? ($g=10m/s^2$)

a) 400 m b) 450 m c) 500 m
d) 550 m e) 600 m

PROBLEMA 19

Desde el borde de una roca de 1.25 m de altura salta horizontalmente un pequeño felino con velocidad "V" cayendo en el terreno a 7 m del pie de la roca; halle V en m/s. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

PROBLEMA 20

Un cazador dispara una bala con una velocidad de 480 m/s con la escopeta dispuesta horizontalmente, la bala impacta en el

terreno horizontal a 240 m más adelante, ¿a qué altura del terreno se encuentra la escopeta?, en m. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 1.00 b) 1.25 c) 1.45
d) 1.65 e) N.A.

PROBLEMA 21

Un arquero lanza una flecha con una velocidad de 16 m/s que forma 60° con la horizontal, halle la velocidad de la flecha cuando pase por su altura máxima.

a) 8 m/s b) $8\sqrt{3}$ m/s c) 16 m/s
d) 10 m/s e) N.A.

PROBLEMA 22

Una manguera de incendio se sujeta en el piso de modo que la boquilla forma 37° con el piso, ¿con qué velocidad la manguera expulsa el chorro si la velocidad de éste en la altura máxima es de 8 m/s?

a) 10 m/s b) 8 m/s c) 6 m/s
d) 12 m/s e) 14 m/s

PROBLEMA 23

En el problema anterior, ¿a qué distancia de la boquilla caerá el chorro? ($g = 10 m/s^2$)

a) 9.0 m b) 9.0 m c) 9.4 m
d) 9.6 m e) 9.8 m

NIVEL II

PROBLEMA 24

Una pelota se arroja en dirección horizontal a 30 m/s desde el techo de un edificio, halle la velocidad de la pelota después de 4 s de arrojada, en m/s. ($g=10\ m/s^2$)

a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 70

PROBLEMA 25

Un bateador golpea casi en el suelo una pelota con un ángulo de elevación "θ" proporcionándole una velocidad de 10 m/s, si la pelota cae a 9.6 m del bateador, hállese "θ" ($g = 10\ m/s^2$)

a) 30° b) 37° c) 45°
d) 53° e) 60°

PROBLEMA 26

Cuando un proyectil pasa por su altura máxima su velocidad es de 24 m/s, ¿con qué velocidad fué lanzado si permaneció en el aire durante 1.4 s? ($g = 10 m/s^2$)

a) 7 m/s b) 14 m/s c) 24 m/s
d) 25 m/s e) F.D.

PROBLEMA 27

Desde el piso es pateado un balón con una velocidad de 10 m/s que forma 37° con el piso, esta pelota golpea un poste en un punto que está a 1 m del suelo, ¿a qué distancia del punto de lanzamiento se halla el poste? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 4 m b) 6 m c) 8 m
d) 10 m e) 12 m

PROBLEMA 28

Empleando una pequeña rampa que forma 37° con el piso, ¿qué distancia horizontal podrá superar un motociclista si desarrolla una velocidad de 50 m/s? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 120 m b) 180 m c) 200 m
d) 240 m e) 280 m

PROBLEMA 29

Un cañón efectúa un disparo de manera que el proyectil vuela durante 10 s y cae a 1 200 m del cañón, calule la velocidad de lanzamiento, en m/s ($g = 10\ m/s^2$)

a) 50 b) 120 c) 130
d) 170 e) 200

PROBLEMA 30

El piloto de cierto avión que vuela horizontalmente a 720 m de altura con una

velocidad de 80 m/s, observa el blanco con un ángulo de depresión "θ", halle "θ" conociéndose que en dicho instante el piloto dejó caer una bomba que acertó en el blanco. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 30° b) 37° c) 45°
d) 53° e) 60°

PROBLEMA 31

¿Por qué altura máxima pasa un proyectil cuando logra un alcance máximo horizontal de 40 m? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 5 m b) 10 m c) 20 m
d) 40 m e) 60 m

PROBLEMA 32

Un pasajero viaja en un bus espacioso que marcha a velocidad constante. Si el pasajero lanza una moneda verticalmente hacia arriba, la moneda:

a) caerá delante del pasajero
b) caerá detrás del pasajero
c) volverá a las manos del pasajero
d) depende de las velocidades de lanzamiento
e) depende de la velocidad del bus

PROBLEMA 33

Haciendo disparos con un pequeño mortero se observa que duplicando el ángulo de elevación se obtiene el mismo alcance horizontal. ¿Cuál es el primer ángulo de lanzamiento.?

a) 10° b) 20° c) 30°
d) 37° e) 60°

PROBLEMA 34

Una resortera lanza una piedrecilla con rapidez "V" y 45° de ángulo de elevación. Logra una altura máxima de 20 m. Calcule "V", en m/s. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 10 b) $10\sqrt{2}$ c) 20
d) $20\sqrt{2}$ e) 30

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	C	C	D	B	E	D	C	C	D	B	A	B	E	E	D	B	A	C	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34						
A	A	D	D	B	D	C	D	C	B	B	C	C	D						

10 Capítulo MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

OBJETIVOS

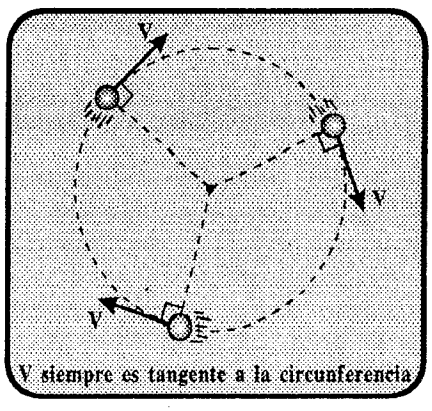
1. *Definir y aplicar los conceptos de periodo, frecuencia y velocidad angular.*
2. *Escribir y aplicar la relación entre velocidad lineal, velocidad angular y aceleración centrípeta.*

10.1. CARACTERISTICAS DEL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

Decimos que una partícula desarrolla un movimiento circular cuando su trayectoria es una circunferencia. Si además de esto el valor de su velocidad (rapidez) permanece constante será llamado "uniforme".

En el MCU la trayectoria es una circunferencia y la rapidez permanece constante.

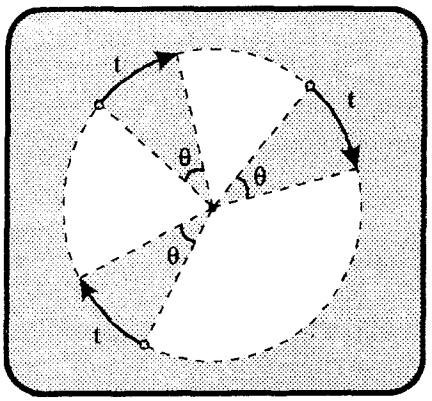
En el siguiente diagrama observarás que la dirección tangente de la velocidad cambia continuamente, esto nos indica que en el MCU el vector velocidad no es constante.

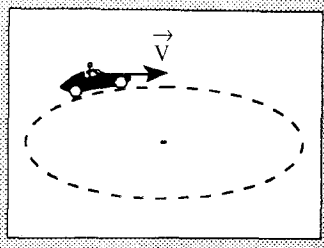


V siempre es tangente a la circunferencia

En el MCU la rapidez (módulo de la velocidad) es constante más no la velocidad ya que cambia de dirección.

Una consecuencia de esta rapidez constante es que la partícula barre ángulos iguales en tiempos iguales.

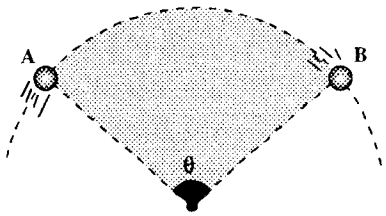




En el MCU cambia la dirección de la velocidad, por esto no es constante.

10.2. VELOCIDAD ANGULAR ($\vec{\omega}$)

En el diagrama se muestra un MCU en el cual la partícula ha girado desde A hacia B barriendo un ángulo central "θ" y empleando un tiempo "t", luego:



La relación entre el ángulo central descrito y el tiempo necesario para recorrerlo, se denomina velocidad angular ($\vec{\omega}$), matemáticamente:

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Unidades en el SI

θ	t	ω
rad	s	rad/s

En el S.I. la velocidad angular se mide en rad/s.

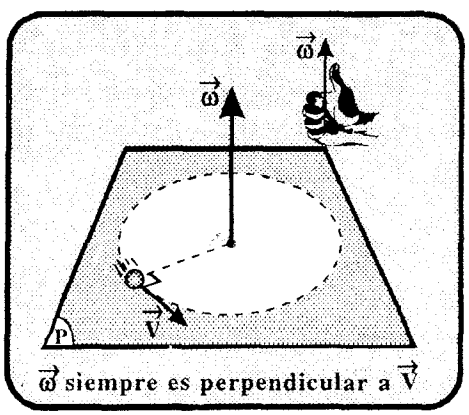
10.3. REPRESENTACION DE LA VELOCIDAD ANGULAR

La velocidad angular ($\vec{\omega}$) se grafica mediante un vector prependicular al plano de rotación (P), el sentido de este vector se halla con la regla de la mano derecha.

*** Regla de la mano Derecha:**

Logre coincidir los dedos con el giro y el pulgar estará señalando el sentido perpendicular de la velocidad angular.

En el diagrama mostramos el uso de la regla de la mano derecha:

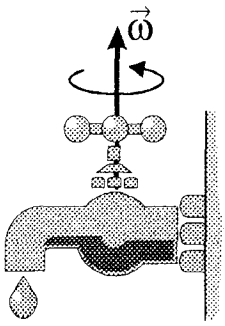


$\vec{\omega}$ siempre es perpendicular a $\vec{V}$

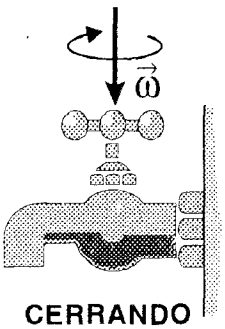
Comentarios:

* El plano de giro (P) contiene a la circunferencia de giro.
* La velocidad angular ($\vec{\omega}$) es perpendicular al plano de giro(P).
* La velocidad ($\vec{V}$) de la partícula está en el plano de giro.

Los grifos (caños) de agua se abren o se cierran usando la regla de la mano derecha.



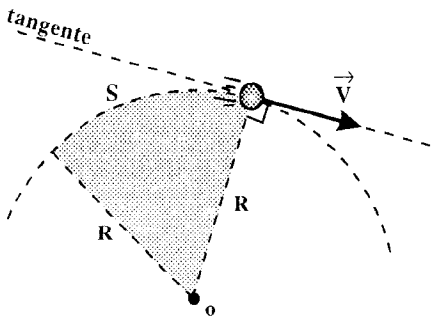
ABRIENDO



CERRANDO

10.4. VELOCIDAD LINEAL O TANGENCIAL ($\vec{V}$):

Llamada comunmente velocidad, se grafica mediante un vector tangente a la circunferencia, mide la relación entre el arco (S) descrito y el tiempo necesario para recorrerlo:



matemáticamente:

$$V = \frac{S}{t} \quad \text{..... (2)}$$

El vector velocidad ($\vec{V}$) siempre es perpendicular al radio de giro (R) y en el S.I. se mide en m/s.

Unidades en el SI

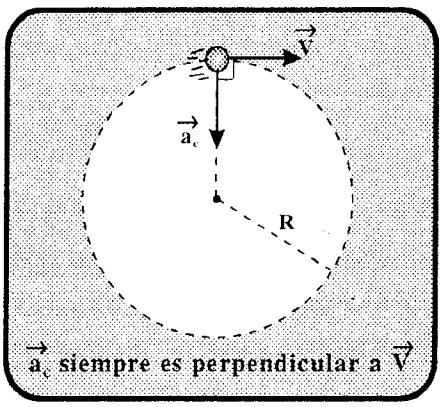
S	θ	ω	V	a_c
m	rad	rad/s	m/s	m/s^2

10.5. ACELERACION CENTRIPETA ($\vec{a}_c$):

En el MCU la magnitud de la velocidad permanece constante y por tanto la partícula, no posee aceleración tangencial ($a_T = 0$). Pero como la dirección de la velocidad cambia continuamente, la partícula, si posee aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$).

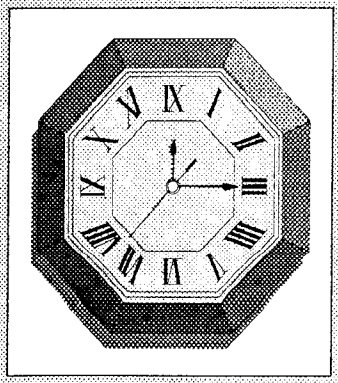
La aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$) es un vector que siempre apunta hacia el centro de la circunferencia y para el MCU esta dado por:

$$a_c = \frac{V^2}{R} \quad \text{.....(3)}$$



En forma general, en cualquier movimiento en el cual varíe la dirección de la velocidad existirá una aceleración centrípeta.

Las manecillas de un reloj tienen períodos especiales:



Período del horario

$T_H = 12$ h

Período del minutero

$T_M = 1$ h

Período del segundero

$T_S = 60$ s

10.6. PERIODO (T):

Es el tiempo que tarda la partícula en dar una vuelta completa. Suponiendo que en cierto tiempo la partícula dé varias vueltas, el periodo (T) se hallará matemáticamente con:

$$T = \frac{\text{tiempo total}}{\text{N° de vueltas}} \quad \text{..... (4)}$$

En el S.I. el periodo se mide en segundos (s)

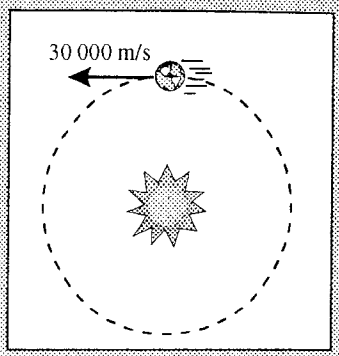
10.7. FRECUENCIA (f):

La frecuencia de giro cuenta el número de vueltas que dá la partícula en cada unidad de tiempo, por definición, equivale a la inversa del periodo, luego:

$$\mathbf{f = \frac{1}{T} = \frac{N^o \text{ de vueltas}}{\text{tiempo total}}} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

En el S.I. la frecuencia se mide en s^{-1} (RPS)

La Tierra gira alrededor del Sol con una velocidad de 30 000 m/s.



10.8. RELACION ENTRE LA VELOCIDAD ANGULAR (ω) Y LA FRECUENCIA (f)

Siempre que una partícula dá una vuelta completa describe un ángulo $\theta = 2\pi$rad y el tiempo empleado se denomina período(T), luego:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi\,\text{rad}}{T}$$

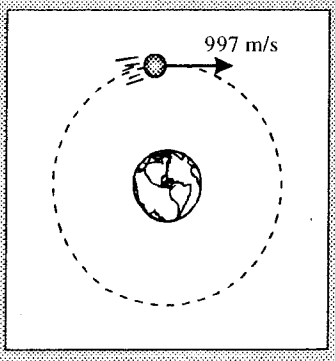
$$\omega = 2\pi\left(\frac{1}{T}\right)\text{rad} \ldots\ldots\ldots \text{pero } \frac{1}{T} = f$$

Finalmente:

$$\boxed{\omega = 2\pi f\,\text{rad}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

La Luna gira alrededor de la Tierra con una velocidad de 997 m/s.

La Luna es más veloz que un cohete (avión de reacción)

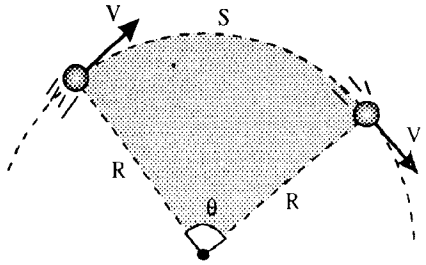


La Luna tiene rapidez constante más no velocidad constante.

10.9. RELACION ENTRE LA VELOCIDAD (V) Y LA VELOCIDAD ANGULAR (ω)

Dado un MCU, a un arco de longitud "S" le corresponde un ángulo central "θ" y siendo "R" el radio de giro la relación entre estos es:

$$\boxed{S = \theta R}$$



θ : medido en radianes

Por definición la velocidad es:

$$V = \frac{S}{t}$$

Reemplazando:

$$V = \frac{\theta R}{t} = \left(\frac{\theta}{t}\right)R$$

Luego:

$$\boxed{V = \omega R} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Una rueda de amolar logra dar 5 vueltas en 20 segundos, si el giro es uniforme, halle la velocidad angular de la rueda.

RESOLUCION :

* Hallamos primeramente la frecuencia (f)

$$f = \frac{N^\circ \text{ de vueltas}}{\text{tiempo}} = \frac{5}{20\,s}$$

$$f = \frac{1}{4}s^{-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Calculamos la velocidad angular (ω)

$$\omega = 2\pi f \text{ rad} = 2\pi\left(\frac{1}{4}s^{-1}\right)\text{rad}$$

$$\boxed{\omega = \frac{\pi}{2}\ \textbf{rad/s}}$$

PROBLEMA 02

¿Qué velocidad angular tiene una turbina Pelton cuando gira con una frecuencia de 300 RPM (revoluciones por minuto)?

RESOLUCION :

* 300 RPM indica que la turbina da 300 vueltas en cada minuto. La frecuencia será:

$$f = \frac{N^\circ \text{ de vueltas}}{\text{tiempo}} = \frac{300}{60\,s}$$

$$f = 5s^{-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Calculamos la velocidad angular (ω)

$$\omega = 2\pi f \text{ rad} = 2\pi(5s^{-1})\text{ rad}$$

$$\boxed{\omega = 10\pi\ \textbf{rad/s}}$$

PROBLEMA 03

Calcúlese la velocidad angular del segundero de un reloj mecánico que funciona correctamente.

RESOLUCION :

* Se sabe que el segundero de un reloj mecánico dá una vuelta en 60 s, este tiempo será su periodo.

$$T = 60\ s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* La frecuencia (f) es la inversa del período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{60}s^{-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

* Calculamos la velocidad angular (ω):

$$\omega = 2\pi f \text{ rad} = 2\pi\left(\frac{1}{60}s^{-1}\right)\text{rad}$$

$$\boxed{\omega = \frac{\pi}{30}\ \textbf{rad/s}}$$

PROBLEMA 04

Una rueda de ruleta logra girar 120° en 4 s, el radio de esta rueda es de 0.6 m, calcule la velocidad en el borde de esta rueda suponiendo que gira uniformemente.

RESOLUCION :

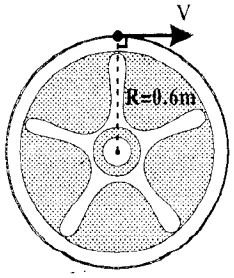
* Escribimos el ángulo en radianes:

$$\theta = 120^\circ\left(\frac{\pi\,\text{rad}}{180^\circ}\right) = \frac{2\pi}{3}\text{rad} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

* Calculamos la velocidad ángular (ω):

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\frac{2\pi}{3}\text{ rad}}{4\,s} = \frac{\pi}{6}\ \text{rad/s} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

* En el diagrama representamos la velocidad en el borde de la rueda.



Luego:

$$V = \omega R$$

$$V = \left(\frac{\pi}{6}\ \text{rad/s}\right)(0.6\ \text{m})$$

$$\boxed{V = \frac{\pi}{10}\ \textbf{m/s}}$$

PROBLEMA 05

Una curva angosta pertenece a un ángulo central de 60° y tiene un radio de 30 m, halle la velocidad uniforme de un ciclista si tarda 5 s en pasar por ella.

RESOLUCION :

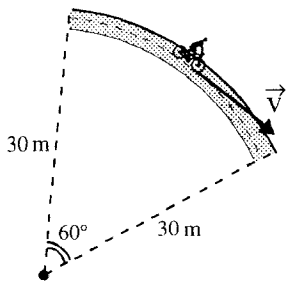
* Escribimos el ángulo central en radianes:

$$\theta = 60^\circ\left(\frac{\pi\,\text{rad}}{180^\circ}\right) = \frac{\pi}{3}\,\text{rad} \quad \ldots\ldots (1)$$

* Calculamos la velocidad angular (ω):

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\frac{\pi}{3}\,\text{rad}}{5\,\text{s}} = \frac{\pi}{15}\,\text{rad/s} \quad \ldots\ldots (1)$$

* Graficamos la velocidad del ciclista en la curva:



Luego:

$$V = \omega R$$

$$V = \left(\frac{\pi}{15}\,\text{rad/s}\right)(30\,\text{m})$$

$V = 2\pi$ m/s

PROBLEMA 06

La silla de un carrusel tiene una velocidad angular de 2 rad/s y una velocidad lineal de 8m/s, halle su respectiva aceleración centrípeta.

RESOLUCION :

* Hallamos el radio de giro (R) de la silla:

$$V = \omega R$$

$$(8\ \text{m/s}) = (2\ \text{rad/s})\ R$$

$$R = 4\ \text{m} \quad \ldots\ldots (1)$$

* Recordemos que la aceleración centrípeta es:

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(8\ \text{m/s})^2}{4\,\text{m}}$$

$a_c = 16\ \text{m/s}^2$

PROBLEMA 07

Un rodillo trabaja a 660 RPM, ¿qué ángulo barre este rodillo en 5 s?

RESOLUCION :

* Cambiamos las unidades de la frecuencia

$$f = 660\,\text{RPM} = \frac{660}{60\,\text{s}} = 11\,\text{s}^{-1} \quad \ldots\ldots (1)$$

* Calculamos la velocidad angular (ω):

$$\omega = 2\pi f\ \text{rad} = 2\pi\,(11\,\text{s}^{-1})\ \text{rad}$$

$$\omega = 22\pi\ \text{rad/s} \quad \ldots\ldots (2)$$

* Hallamos el ángulo(θ) girado en 5s:

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad \Rightarrow \quad \theta = \omega t$$

$$\theta = (22\pi\ \text{rad/s})(5\ \text{s})$$

$\theta = 110\,\pi$ rad

PROBLEMA 08

Una piedra atada al extremo de una cuerda de 3 m dá cada una de sus vueltas en π segundos, ¿cuál es su aceleración centrípeta?

RESOLUCION :

* El tiempo para cada vuelta se denomina período (T) luego:

$$T = \pi \quad \ldots\ldots (1)$$

* La velocidad angular es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ \text{rad/s} \quad \ldots\ldots (2)$$

* Cálculo de la aceleración centrípeta (a_c):

$$a_c = \frac{V^2}{R} \ldots\ldots \text{Pero} \quad V = \omega R$$

Luego: $a_c = \dfrac{(\omega R)^2}{R}$

$$a_c = \omega^2 R$$

Reemplazando datos: $a_c = (2\ \text{rad/s})^2(3\ \text{m})$

$a_c = 12\ \text{m/s}^2$

PROBLEMA 09

Halle el periodo de revolución de las ruedas de una bicicleta de 0.8 m de diámetro, cuando ésta viaja con una velocidad de 4π m/s

RESOLUCION :

* Hallamos la velocidad angular (ω) de las ruedas:

$$V = \omega R$$

$$(4\pi \text{ m/s}) = \omega(0.4\text{m})$$

$$\omega = 10\pi \text{ rad/s} \ldots\ldots\ldots (1)$$

* Recordemos que el periodo (T) es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi}$$

$$\boxed{T = 0.2 \text{ s}}$$

PROBLEMA 10

Transcurrido un tiempo "t" una partícula, siguiendo una circunferencia de radio "R", ha logrado dar "N" vueltas, determine la aceleración centrípeta de la partícula:

RESOLUCION :

* Hallamos la frecuencia (f):

$$f = \frac{N^{\circ} \text{ de vueltas}}{\text{tiempo}} = \frac{N}{t} \ldots\ldots\ldots (1)$$

* La velocidad ángular (ω) será:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\left(\frac{N}{t}\right)$$

$$\omega = \frac{2\pi N}{t} \ldots\ldots\ldots (2)$$

* Cálculo de la aceleración centrípeta

$$a_c = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 R$$

$$\boxed{a_c = \frac{4\pi^2 N^2 R}{t^2}}$$

PROBLEMA 11

Un carrusel dá vueltas con un periodo de 2π segundos, ¿A que distancia del centro debe colocarse un pasajero para experimentar una aceleración centrípeta de 12 m/s^2?

RESOLUCION :

* La frecuencia (f) es la inversa del período

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} s^{-1} \ldots\ldots (1)$$

* Calculamos la velocidad angular (ω):

$$\omega = 2\pi f \text{ rad} = 2\pi\left(\frac{1}{2\pi} s^{-1}\right) \text{rad}$$

$$\omega = 1 \text{ rad/s} \ldots\ldots (2)$$

* Usamos la aceleración centrípeta:

$$a_c = \omega^2 R$$

$$(12 \text{ m/s}^2) = (1 \text{ rad/s})^2 R$$

$$\boxed{R = 12 \text{ m}}$$

PROBLEMA 12

Una polea rotatoria completa 20 revoluciones en 4 segundos, tiene un radio de 0.3 m. Calcule la rapidez lineal en el perímetro de la polea.

RESOLUCION :

* Cálculo de la frecuencia (f)

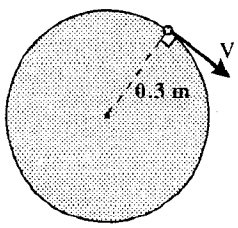
$$f = \frac{N^{\circ} \text{ de revoluciones}}{\text{tiempo}} = \frac{20}{4\,s} = 5 s^{-1} \ldots (1)$$

* La velocidad ángular (ω) será:

$$\omega = 2\pi f \text{rad} = 2\pi(5 s^{-1}) \text{ rad}$$

$$\omega = 10\pi \text{ rad/s} \ldots\ldots\ldots (2)$$

* Graficamos la velocidad en el perímetro



Luego:

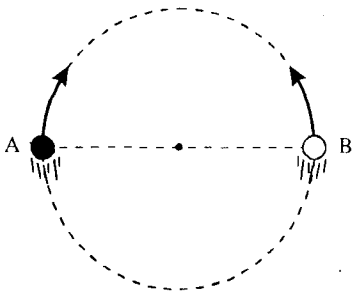
$$V = \omega R$$

$$V = (10\pi \text{ rad/s})(0.3 \text{ m})$$

$$\boxed{V = 3\pi \text{ m/s}}$$

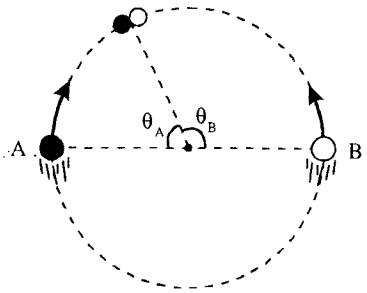
PROBLEMA 13

El esquema muestra el instante en que dos partículas A y B pasan por los extremos de un diámetro con velocidades angulares de πrad/s y 2π rad/s respectivamente, halle el tiempo adicional para que estas partículas se encuentren.



RESOLUCION :

* Representamos los ángulos que giran las partículas hasta el encuentro.



* Del diagrama:

$$\theta_A + \theta_B = \pi\text{rad} \ldots\ldots \text{ pero } \theta = \omega t$$

* Luego:

$$\omega_A t + \omega_B t = \pi\text{rad}$$

$$t(\omega_A + \omega_B) = \pi\text{rad}$$

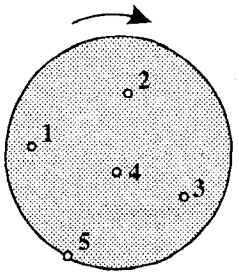
$$t = \frac{\pi\,\text{rad}}{\omega_A + \omega_B}$$

$$t = \frac{\pi\,\text{rad}}{\pi\text{rad/s} + 2\pi\text{rad/s}}$$

$$\boxed{t = 0.33\ \text{s}}$$

10.10. PROPIEDADES EN LAS ROTACIONES

10.10.1 Todos los puntos de un mismo cuerpo en rotación tienen la misma ***velocidad angular(ω)***

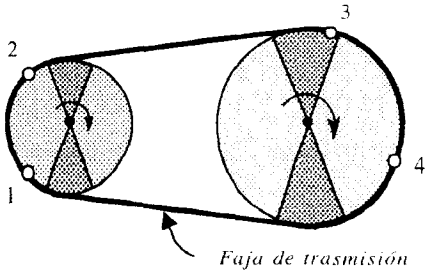


Los puntos 1;2;3;4 y 5 pertenecen al mismo disco, luego:

$$\boxed{\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \omega_5}$$

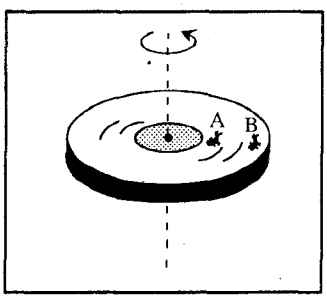
10.10.2 Para dos ruedas unidas por una faja o cadená de transmisión, o para dos engranajes tendremos que todos los puntos del perímetro tienen la misma velocidad lineal (V)

* ***Para 2 ruedas:***



$$\boxed{V_1 = V_2 = V_3 = V_4}$$

Junto con el disco fonográfico giran dos hormigas A y B



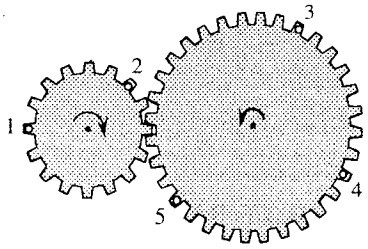
Ambas tienen la misma velocidad angular:

$$\boxed{\omega_B = \omega_A}$$

La hormiga que tiene mayor radio de giro tendrá mayor velocidad lineal:

$$\boxed{V_B > V_A}$$

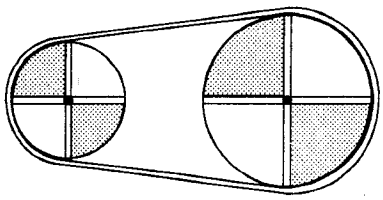
** Para 2 engranajes:*



$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V_5$$

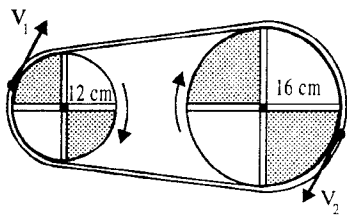
PROBLEMA 14

Empleando una correa de transmisión hacemos girar dos poleas, la menor de 12 cm de radio gira con una velocidad angular de 18 rad/s halle la velocidad angular de la polea mayor si tiene un radio de 16 cm.



RESOLUCION :

* Para dos poleas unidas por una correa de transmisión, igualamos la velocidad (V) en el perímetro.



Luego: $V_1 = V_2$ ..... pero $V = \omega R$

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

Reemplazando:

$$(18 \text{ rad/s})(12 \text{ cm}) = \omega_2 (16 \text{ cm})$$

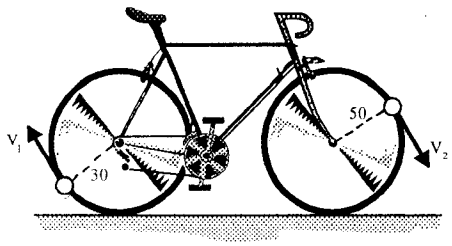
$$\boxed{\omega_2 = 13.5 \text{ rad/s}}$$

PROBLEMA 15

Una bicicleta tiene ruedas de radios diferentes, uno de los radios mide 30 cm mientras que el otro radio es de 50 cm; en un paseo con esta bicicleta se observa que el período de la rueda menor es 2 s, halle el período de la rueda grande:

RESOLUCION :

* Para una bicicleta, la pista reemplaza a la correa de transmisión:



* Igualando la velocidad en el perímetro:

$$V_1 = V_2$$

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \quad \text{..... } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_1}\right) R_1 = \left(\frac{2\pi}{T_2}\right) R_2$$

$$\frac{R_1}{T_1} = \frac{R_2}{T_2}$$

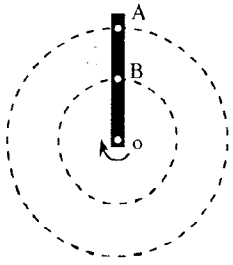
* Reemplazando datos:

$$\frac{30 \text{ cm}}{2 \text{ s}} = \frac{50 \text{ cm}}{T_2}$$

$$\boxed{T_2 = 3.3 \text{ s}}$$

PROBLEMA 16

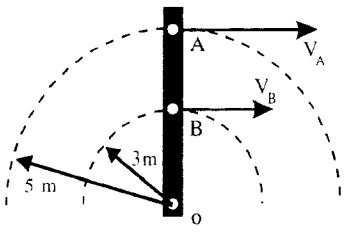
Una barra gira con movimiento uniforme, alrededor de un eje que pasa por el punto "O", la velocidad en el punto A es $V_A = 6$ m/s, halle la velocidad del punto B. Además AB = 2 m y BO = 3 m



RESOLUCION :

* A y B son puntos de la misma barra, luego sus velocidades angulares serán iguales.

$$\omega_B = \omega_A \quad \text{..... pero } \omega = \frac{V}{R}$$



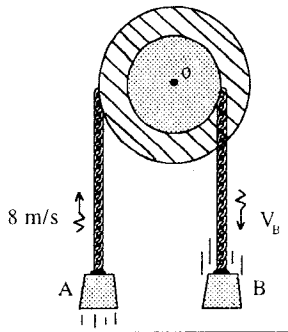
$$\frac{V_B}{R_B} = \frac{V_A}{R_A}$$

$$\frac{V_B}{3\text{ m}} = \frac{6\text{ m/s}}{5\text{ m}}$$

V_B = 3.6 m/s

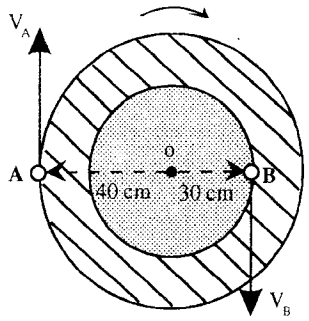
PROBLEMA 17

Dos poleas, de radios de 40 cm y 30 cm, rotan soldadas a un mismo eje que pasa por el punto "O", si el bloque A sube con una velocidad V_A=8 m/s. ¿Con que velocidad baja el bloque B?



RESOLUCION :

* Como las poleas están soldadas constituyen un solo cuerpo, luego todos sus puntos tienen la misma velocidad angular (ω)



Luego:

$$\omega_B = \omega_A$$

$$\frac{V_B}{R_B} = \frac{V_A}{R_A}$$

* Reemplazando datos:

$$\frac{V_B}{(30\text{ cm})} = \frac{8\text{ m/s}}{(40\text{ cm})}$$

V_B = 6 m/s

AUTOEVALUACION

01 La velocidad angular es un vector _____ al plano de rotación.

a) paralelo b) perpendicular
c) secante d) cortante
e) perteneciente

02 En el MCU la rapidez del móvil _____

a) aumenta b) disminuye
c) es constante d) es variable
e) vale cero

03 En el MCU la velocidad móvil _____

a) aumenta b) disminuye
c) es constante d) es variable
e) vale cero

04 Si una partícula gira en un plano vertical, entonces el vector velocidad angular es .....

a) vertical b) hacia arriba
c) hacia abajo d) horizontal
e) no se puede precisar

05 Cuando un ciclista viaja hacia el norte, la velocidad angular de sus ruedas apunta hacia el .....

a) Norte b) Sur c) Este
d) Oeste e) No se puede precisar

06 Con respecto al MCU son ciertas:

I) La rapidez es constante
II) La aceleración centrípeta es constante
III) La velocidad angular es constante.

a) I y III b) I y II c) II y III
d) Sólo III e) Sólo I

07 En el MCU la velocidad angular ($\vec{\omega}$) y la velocidad tangencial ($\vec{V}$) son:

a) Iguales b) Opuestos
c) paralelos d) perpendiculares
e) colineales

08 ¿con cual(es) de las siguientes ecuaciones podemos hallar la aceleración centrípeta? R: radio; ω: velocidad angular; V: velocidad y f: frecuencia.

I) $a_c = \dfrac{V^2}{R}$ II) $a_c = \omega^2 R$

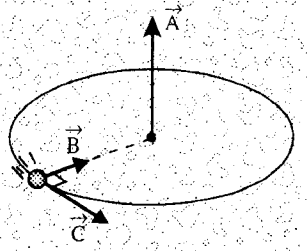
III) $a_c = 4\pi^2 f^2 R$

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo I e) Todas

09 La velocidad ($\vec{V}$) y la aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$) son _____

a) Colineales b) Opuestos
c) perpendiculares d) paralelos
e) no se puede precisar

10 El diagrama muestra el MCU de una partícula, en donde para los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ o $\vec{C}$ podemos afirmar correctamente que:



I) $\vec{A}$ es velocidad angular
II) $\vec{B}$ es aceleración centrípeta
III) $\vec{C}$ es velocidad

a) I b) II c) III d) I y III e) Todas

11 En el MCU el vector aceleración centrípeta

a) aumenta b) disminuye
c) es constante d) es variable
e) No se puede predecir

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

Un pequeño automóvil viaja con una velocidad de 20 m/s, halle su velocidad angular cuando toma una curva de 50 m de radio, en rad/s

a) 0.1 b) 0.2 c) 0.3
d) 0.4 e) 0.5

PROBLEMA 13

En 2 s segundos, la rueda de una bicicleta gira 240°, calcule la velocidad angular de esta rueda, en rad/s.

a) π/3 b) 2π/3 c) π
d) 4π/3 e) 5π/3

PROBLEMA 14

Con una frecuencia de 6 rev/s gira una partícula, ¿qué velocidad angular tiene en rad/s?

a) 3π b) 6π c) 12π
d) 19π e) 24π

PROBLEMA 15

Una rueda de afilar dá 4 vueltas en 10 s. ¿Con qué periodo está girando?, en segundos?

a) 2.0 b) 2.5 c) 5.0
d) 10.0 e) 20.0

PROBLEMA 16

¿Con qué velocidad angular gira la Tierra, al rededor de su eje geográfico? en rad/h

a) π b) $\pi/6$ c) $\pi/12$
d) $\pi/24$ e) $\pi/48$

PROBLEMA 17

En un carrusel, un niño se mueve con una velocidad de 2 m/s hallándose a 4 m del centro de giro, determine la aceleración centrípeta del niño, en m/s^2

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

PROBLEMA 18

¿Qué velocidad angular (en rad/s) tiene una tornamesa que gira a razón de 30 RPM?

a) $\pi/4$ b) $\pi/2$ c) π
d) 2π e) 4π

PROBLEMA 19

En un carrusel todas las sillas giran con la misma .....

a) aceleración b) velocidad lineal
c) radio de giro d) velocidad angular
e) N.A.

PROBLEMA 20

Siguiendo una pista circular de radio "R", la rapidez uniforme de un motociclista es "V", halle el período de revolución.

a) $\frac{2\pi R}{V}$ b) $\frac{\pi R}{2V}$ c) $\frac{2R}{\pi V}$ d) $\frac{2\pi V}{R}$ e) N.A.

PROBLEMA 21

Una pelota en el extremo de una cuerda gira en un círculo horizontal de 0.5 m de radio, halle la velocidad de la pelota si ésta hace exactamente 2 vueltas en un segundo, en m/s.

a) $\pi/4$ b) $\pi/2$ c) π
d) 2π e) 4π

PROBLEMA 22

Se coloca una moneda a 10 cm del eje de una tornamesa que gira uniformemente a razón de 60 RPM, calcule (en m/s) la velocidad lineal de la moneda.

a) 0.05π b) 0.1π c) 0.15π
d) 0.2π e) 0.4π

PROBLEMA 23

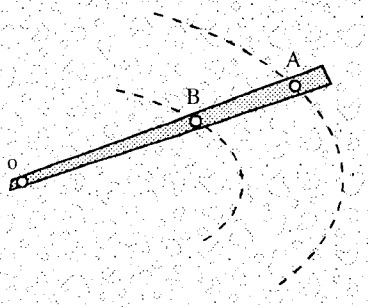
Dos ruedas de radios "r" y "2r" están unidas por una correa de transmisión. La rueda pequeña gira con 8 rad/s, ¿que velocidad angular (en rad/s) tendrá la otra rueda?

a) 2 b) 4 c) 8
d) 16 e) 24

PROBLEMA 24

El diagrama muestra la rotación de una paleta alrededor de "0" halle la velocidad (en m/s) del punto "A" cuando la velocidad en el punto B es de 6 m/s. OB = 2 m y BA= 1 m.

a) 3
b) 6
c) 9
d) 12
e) 15



NIVEL II

PROBLEMA 25

Con respecto al minutero de un reloj que funciona correctamente, son ciertas:

I) Su periodo es de una hora
II) Su velocidad angular mide 2πrad/h
III) Su frecuencia es de $1/3\,600\ s^{-1}$

a) I y II b) II y III c) I y III
d) Todas e) Ninguna

PROBLEMA 26

Una motocicleta, con velocidad uniforme, recorre 240 m en 12 s, el diámetro de sus ruedas es de 80 cm, ¿con que velocidad angular giran estas ruedas?, en rad/s

a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50

PROBLEMA 27

Calcule la velocidad lineal en km/h de los

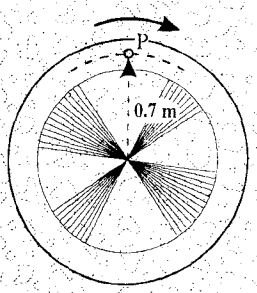
puntos ecuatoriales de la Tierra debido a su movimiento de rotación. Considere que el radio de la Tierra es de 6 400 km

a) $\frac{400\pi}{3}$ b) $\frac{800\pi}{3}$ c) $\frac{1\,200\pi}{3}$

d) $\frac{1\,600\pi}{3}$ e) $\frac{2\,000\pi}{3}$

PROBLEMA 28

Se muestra una rueda de madera que gira con una frecuencia de 600 RPM, si el perno P se desprendiera en el instante mostrado, ¿con que velocidad y en que dirección saldrá disparado?, en m/s.

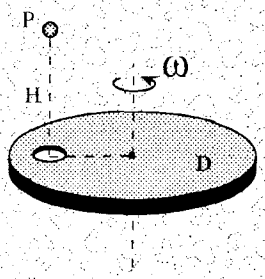


a) $14\pi(\uparrow)$
b) $14\pi(\downarrow)$
c) $14\pi(\rightarrow)$
d) $14\ (\rightarrow)$
e) $14\ (\uparrow)$

PROBLEMA 29

Un disco D esta girando uniformemente con una velocidad angular de 4πrad/s, cuando el hoyo del disco pasa por la vertical de la piedra "P", esta piedra es soltada observándose que de todos modos logra pasar por el hoyo del disco, halle la altura mínima "H" desde la cual se soltó la piedra.

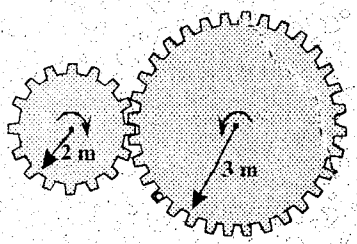
($g = 10\ m/s^2$)



a) 0,75 m
b) 1,00 m
c) 1,25 m
d) 1,50 m
e) 1,75 m

PROBLEMA 30

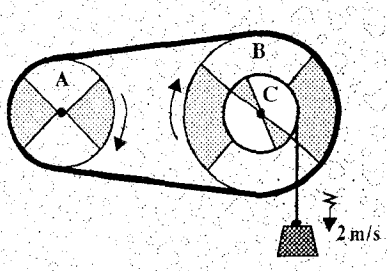
En la figura, determine la frecuencia del engranaje menor cuando el mayor gire con una frecuencia de 600 RPM.



a) 200 RPM
b) 300 RPM
c) 600 RPM
d) 900 RPM
e) 1 200 RPM

PROBLEMA 31

A, B y C son tres poleas de radios 20 cm, 30 cm y 10 cm respectivamente, las poleas B y C estan soldadas de manera que giran alrededor del mismo eje, halle la velocidad angular de la polea "A" para que el bloque baje con una velocidad de 2 m/s.



a) 5 rad/s
b) 10 rad/s
c) 20 rad/s
d) 25 rad/s
e) 30 rad/s

CLAVES

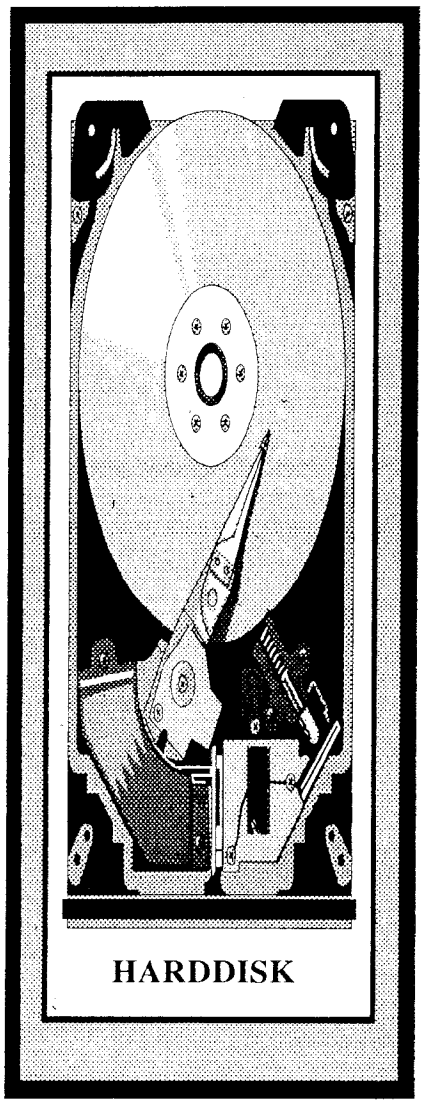
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	D	D	D	A	D	E	C	E	D	D	B	C	B	C	A	C	D	A

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
D	D	B	C	D	E	D	C	C	D	E

11 Capítulo MOVIMIENTO CIRCULAR Uniformemente Variado

OBJETIVOS	
1.	*Definir y aplicar el concepto de aceleración angular*
2.	*Establecer la semejanza entre el MRUV y el MCUV y resolver situaciones que incluyan una aceleración angular*

©DHDV



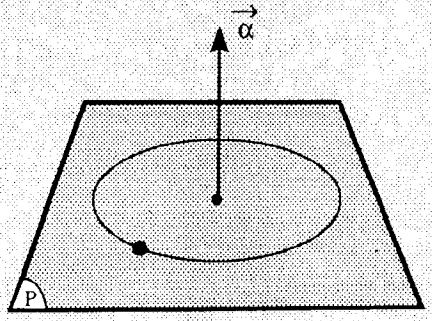
HARDDISK

11.1. ACELERACION ANGULAR ($\vec{\alpha}$)

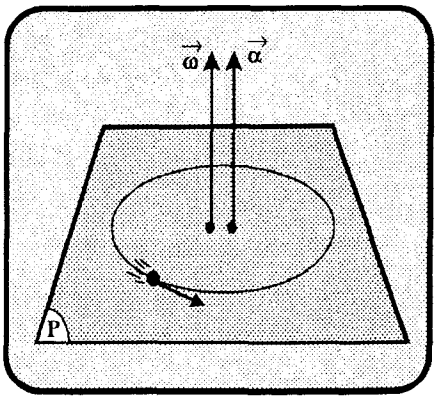
En un movimiento circular la velocidad angular ($\vec{\omega}$) de la partícula puede cambiar conforme el movimiento continúa, si esta velocidad angular aumenta diremos que el movimiento circular es acelerado, pero si disminuye diremos que es desacelerado.

> *La aceleración angular ($\vec{\alpha}$) produce variaciones en la velocidad angular ($\vec{\omega}$) conforme se desarrolla el movimiento circular*

Cuando la velocidad angular varía uniformemente decimos que el movimiento circular es uniformemente variado y que la aceleración angular ($\vec{\alpha}$) es constante, esta aceleración se grafica en forma perpendicular al plano de rotación (p)

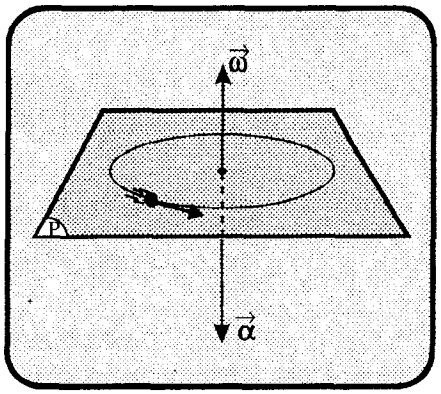


$\vec{\alpha}$ es perpendicular al plano P



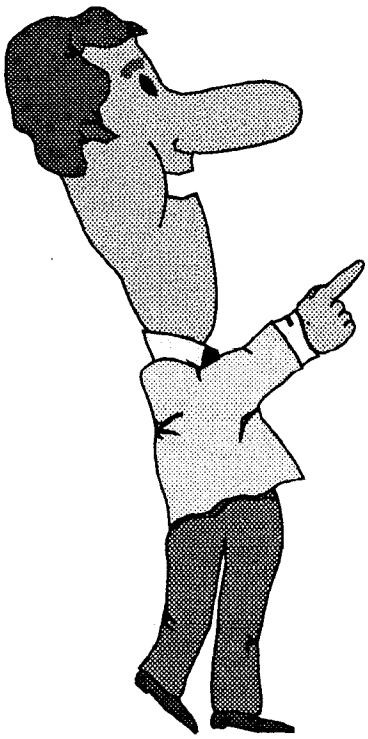
Si la velocidad angular aumenta uniformemente, el movimiento circular es acelerado (+α) y la aceleracion angular ($\vec{\alpha}$) se grafica en el ***mismo sentido*** que la velocidad angular ($\vec{\omega}$)

Si la velocidad angular disminuye uniformemente, el movimiento circular es desacelerado o retardado (−α) y la aceleración angular ($\vec{\alpha}$) se grafica en ***sentido contrario*** a la velocidad angular ($\vec{\omega}$)



11.2. ACELERACION TANGENCIAL (a_t) Y ACELERACION CENTRIPETA (a_c)

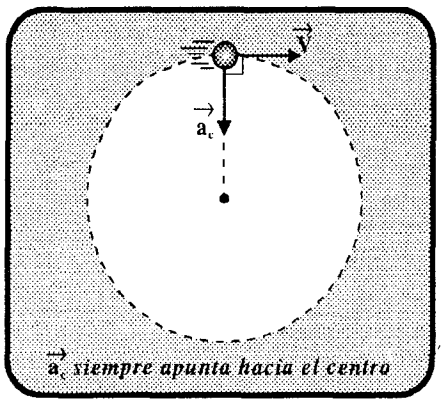
En el movimiento circular uniformemente variado (MCUV) así como varía la velocidad angular ($\vec{\omega}$) también varía el módulo de la velocidad lineal (V), luego:



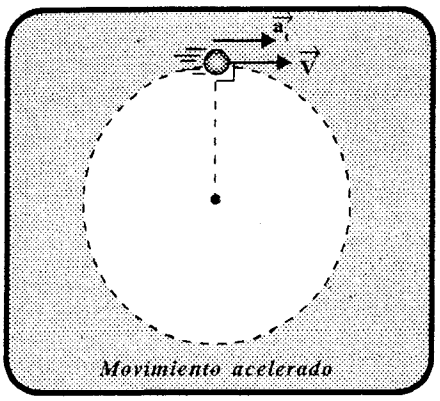
> *En el **MCUV** cambia la dirección y el módulo de la velocidad lineal (V), entonces existen dos aceleraciones, una que cambia la dirección y otra que cambia el módulo.*

En el capítulo anterior vimos que la aceleración que cambia la dirección de la velocidad se denomina ***aceleración centripeta*** ($\vec{a}_c$)

$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

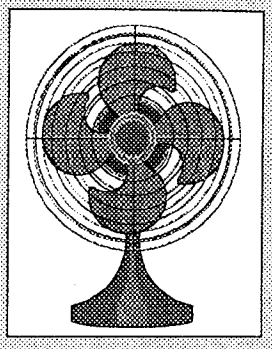


La aceleración que cambia el módulo de la velocidad ($\vec{V}$) se denomina ***aceleración tangencial*** ($\vec{a}_t$) y se grafica mediante un vector ***tangente*** a la circunferencia:

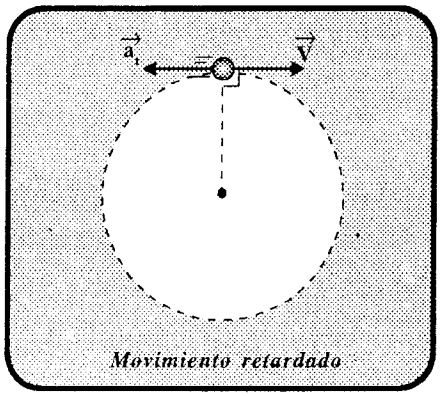


En un MCUV acelerado la velocidad (V) aumenta y la aceleración tangencial ($\vec{a}_t$) tiene el mismo sentido que la velocidad ($\vec{V}$).

Si apagamos un ventilador tendremos una idea de un MCUV desacelerado.



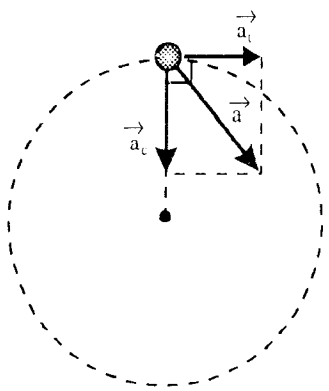
En un MCUV desacelerado la velocidad (V) disminuye y la aceleración tangencial ($\vec{a}_t$) tiene sentido contrario a la velocidad ($\vec{V}$)



11.3. ACELERACION TOTAL ($\vec{a}$) EN EL MCUV:

Sabemos que en el MCUV la aceleración centrípeta (a_c) cambia la dirección de la velocidad mientras que la aceleración tangencial (a_t) cambia la rapidez, pero estas dos aceleraciones no son más que las componentes de la aceleración total ($\vec{a}$), llamada también aceleración lineal o instantanea.

Si sumamos vectorialmente la aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$) y la aceleración tangencial ($\vec{a}_t$) obtendremos la aceleración total o lineal ($\vec{a}$)



Para hallar el módulo de la aceleración total empleamos el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = a_c^2 + a_t^2$$

$$\boxed{a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}}$$

11.4. SEMEJANZA ENTRE EL MRUV Y EL MCUV

Practicamente son las mismas leyes las que gobiernan el MRUV y el MCUV, esto indica que tienen fórmulas semejantes, luego:

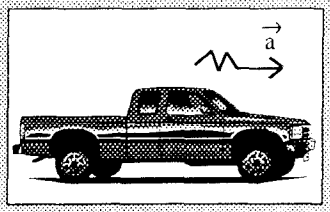
Unidades en el SI

t	θ	ω	α
s	rad	rad/s	rad/s²

N°	MRUV	N°	MCUV
1	$V_F = V_o \pm at$	1	$\omega_F = \omega_o \pm \alpha t$
2	$d = \frac{(V_F + V_o)}{2} t$	2	$\theta = \frac{(\omega_F + \omega_o)}{2} t$
3	$d = V_o t \pm \frac{1}{2} a t^2$	3	$\theta = \omega_o t \pm \frac{1}{2} \alpha t^2$
4	$V_F^2 = V_o^2 \pm 2ad$	4	$\omega_F^2 = \omega_o^2 \pm 2\alpha\theta$

Cuando un automóvil mantiene una aceleración constante tendremos que:

- **El *AUTOMOVIL* se mueve con *MRUV***
- **Las *RUEDAS* se mueven con *MCUV***



11.5. RELACION ENTRE LA ACELERACION TANGENCIAL(a_t) Y LA ACELERACION ANGULAR (α)

* De la ecuación (1) del MCUV obtenemos:

$$\omega_F = \omega_o + \alpha t \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{\omega_F - \omega_o}{t} \ldots\ldots (5)$$

* De la ecuación (1) del MRUV obtenemos

$$V_F = V_o + at \quad \rightarrow \quad a_t = \frac{V_F - V_o}{t}$$

(a: ac.tangencial)

Unidades en el SI

α	R	a_t
rad/s²	m	m/s²

Pero V = ωR , luego: $a_t = \frac{\omega_F R - \omega_o R}{t}$

$$a_t = \frac{(\omega_F - \omega_o)}{t} R \ldots\ldots\ldots (6)$$

Reemplazando (5) en (6):

$$\boxed{a_t = \alpha R}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Un motor eléctrico gira con una velocidad angular de 600 rad/s, al ser apagado llega a detenerse en 12 s, halle la desaceleración angular si suponemos que es constante.

RESOLUCION :

$$\omega_F = \omega_o - \alpha t$$

Como llega a detenerse ..... $\omega_F = 0$

Reemplazando:

$$0 = (600 \text{ rad/s}) - \alpha(12 \text{ s})$$

$$a(12\ s) = 600\ rad/s$$

$$\boxed{\alpha = 50\ rad/s^2}$$

PROBLEMA 02

Una piedra de esmeríl que gira con una velocidad angular de 6 rad/s recibe una aceleración angular de 2 rad/s^2, ¿cuál es el ángulo que describirá en 3 s?

RESOLUCION :

* Calculamos el ángulo girado:

$$\theta = \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = (6\ rad/s)(3\ s) + \frac{1}{2}(2\ rad/s^2)(3\ s)^2$$

$$\boxed{\theta = 27\ rad}$$

PROBLEMA 03

¿Con qué velocidad angular estaba girando un cilindro si cuando se apagó el motor que lo impulsaba la fricción genera una desaceleración de 40πrad/s^2 y el cilindro dá 10 vueltas hasta deternerse?

RESOLUCION :

* Como el cilindro llega a detenerse $\omega_F = 0$
* Si gira 10 vueltas, el ángulo girado es:

$$\theta = 10(2\pi rad) = 20\ \pi rad$$

* Usamos:

$$\omega_F^2 = \omega_o^2 - 2\alpha\theta$$

Reemplazamos:

$$0 = \omega_o^2 - 2(40\pi\ rad/s^2)(20\pi\ rad)$$

$$\omega_o^2 = 2(40\pi\ rad/s^2)(20\pi\ rad)$$

$$\boxed{\omega_o = 40\pi\ rad/s}$$

PROBLEMA 04

En 10 s la velocidad angular de una turbina se incrementa uniformemente desde 8π rad/s hasta 20π rad/s, ¿cuántas vueltas dió la turbina en ese lapso?

RESOLUCION :

* Calculamos previamente el ángulo girado

$$\theta = \frac{(\omega_F + \omega_o)}{2}t$$

$$\theta = \frac{(20\pi + 8\pi)}{2}(10) = 140\pi\ rad$$

* Hallamos el número de vueltas:

$$N^o = \frac{\theta}{2\pi\ rad} = \frac{140\pi\ rad}{2\pi\ rad}$$

$$\boxed{N^\circ = 70}$$

PROBLEMA 05

La frecuencia de un ventilador es de 240 RPM cuando es apagado tarda 10 s en detenerse, mientras tanto, ¿cuántas vueltas dá?

RESOLUCION :

* Convertimos la frecuencia inicial:

$$f_o = 240\ RPM = \frac{240}{60\ s} = 4\ s^{-1} \quad .....(1)$$

* La velocidad angular inicial (ω_o) será:

$$\omega_o = 2\pi f_o rad = 2\pi(4\ s^{-1})\ rad$$

$$\omega_o = 8\pi\ rad/s \quad ..... (2)$$

* Calculamos el ángulo barrido:

$$\theta = \frac{(\omega_F + \omega_o)}{2}t = \frac{(0 + 8\pi)}{2}(10\ s)$$

$$\theta = 40\pi\ rad$$

* El número de vueltas será:

$$N^o = \frac{\theta}{2\pi\ rad} = \frac{40\pi\ rad}{2\pi\ rad}$$

$$\boxed{N^\circ = 20}$$

PROBLEMA 06

En 6 s un automóvil acelera uniformemente desde el reposo hasta que sus ruedas alcanzan una frecuencia de 6 rev/s, calcule la aceleración angular de estas ruedas.

RESOLUCION :

* Convertimos la frecuencia final:

$$f_F = \frac{N^o\ rev}{t} = \frac{6}{1\,s} = 6\,s^{-1} \quad \ldots\ldots (1)$$

* La velocidad angular final (ω_F) será:

$$\omega_F = 2\pi f_F rad = 2\pi(6\ s^{-1})\ rad$$

$$\omega_F = 12\pi\ rad/s \quad \ldots\ldots (2)$$

Luego: $\omega_F = \omega_o + \alpha t$

$$12\pi = 0 + \alpha(6)$$

$$\boxed{\alpha = 2\pi\ rad/s^2}$$

PROBLEMA 07

Un automóvil mantiene una aceleración de 0.8 m/s^2, ¿qué aceleración angular hay en las ruedas de este aumóvil si sus radios son de 40 cm?

RESOLUCION :

* La relación entre la aceleración tangencial (a_t) y la aceleración angular(α) es:

$$a_t = \alpha R$$

$$(0.8\ m/s^2) = \alpha(0.4\ m)$$

$$\boxed{\alpha = 2\ rad/s^2}$$

PROBLEMA 08

El radio de una rueda es de 0.2 m, esta rueda parte desde el reposo y acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular de 18 rad/s en un lapso de 6 s, determine la aceleración tangencial del perímetro de esta rueda?

RESOLUCION :

* Hallamos la aceleración angular (α)

$$\omega_F = \omega_o + \alpha t$$

$$(18\ rad/s) = 0 + \alpha(6\ s)$$

$$\alpha = 3\ rad/s^2 \quad \ldots\ldots (1)$$

* La aceleración tangencial (a_t) será:

$$a_t = \alpha R$$

$$a_t = (3 rad/s^2)(0{,}2\ m)$$

$$\boxed{a_t = 0.6\ m/s^2}$$

PROBLEMA 09

5 s después de haber partido desde el reposo, una motocicleta, que acelera uniformemente, se halla a 75 m de la partida, si el radio de sus ruedas es de 0.3 m, ¿qué aceleración angular tienen éstas?

RESOLUCION :

* Hallamos la aceleración tangencial (a_t)

$$d = V_o t + \frac{1}{2} a_t t^2$$

* Reemplazando:

$$(75\ m) = 0 + \frac{1}{2} a_t (5\ s)^2$$

$$a_t = 6\ m/s^2 \quad \ldots\ldots (1)$$

* Calculamos la aceleración angular (α)

$$a_t = \alpha R$$

$$(6\ m/s^2) = \alpha(0.3\ m)$$

$$\boxed{\alpha = 20 rad/s^2}$$

PROBLEMA 10

Al encender un ventilador logra dar 8 vueltas en los primeros 2 s, calcule la aceleración angular si se supone que es constante.

RESOLUCION :

* Al encender, entendemos que el ventilador no giraba ..... $\omega_o = 0$

* Para 8 vueltas ..... $\theta = 8(2\pi rad)$

$$\theta = 16\pi rad$$

Luego: $\theta = \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$$16\pi = 0 + \frac{1}{2}\alpha(2)^2$$

$$16\pi = 2\alpha$$

$$\boxed{\alpha = 8\pi\ rad/s^2}$$

AUTOEVALUACION

01 La aceleración angular ($\vec{\alpha}$) siempre es _____ al plano de rotación, en un MCUV

a) paralelo b) perteneciente
c) perpendicular d) oblicuo e) N.A.

02 En un MCUV cambia _____ de la velocidad.

a) el módulo
b) la dirección
c) el módulo o la dirección
d) el módulo y la dirección
e) N.A.

03 La aceleración que cambia el módulo de la velocidad se denomina

a) aceleración simplemente
b) aceleración lineal
c) aceleración instantanea
d) aceleración centrípeta
e) aceleración tangencial

04 Señale las siguientes afirmaciones como verdaderas (V) o falsas (F) con respecto a un MCUV.

I) $\vec{\alpha}$ siempre tiene el mismo sentido que $\vec{\omega}$
II) $\vec{\alpha}$ es tangente a la trayectoria circular
III) $\vec{\alpha}$ produce variaciones en la velocidad angular

a) VVV b) FFV c) VFV d) FVV e) FFF

05 Dado un MCUV tendremos que la aceleración centrípeta siempre es _____ a la velocidad lineal.

a) perpendicular b) opuesta c) colineal
d) paralela e) N.A.

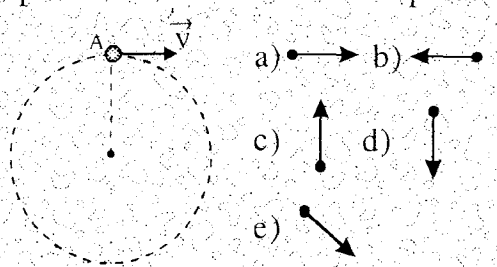
06 En un MCUV desacelerado la aceleración tangencial ($\vec{a}_t$) y la velocidad lineal ($\vec{V}$) son:

a) perpendiculares b) de igual sentido
c) de sentido contrario
d) colineales e) N.A.

07 Cuando un ciclista que se dirige hacia el Norte aplica los frenos la aceleración angular de las ruedas apunta hacia el _____.

a) Norte b) Sur c) Este
d) Oeste e) N.A.

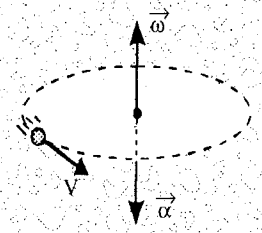
08 El diagrama muestra la velocidad de una partícula en el punto "A", grafique en dicho punto la aceleración centrípeta.



09 La aceleración centrípeta y la aceleración tangencial siempre forman:

a) 0 b) 60° c) 90°
d) 120° e) 180°

10 En siguiente movimiento circular entendemos que la rapidez (V) .....



a) Aumenta
b) disminuye
c) es uniforme
d) es constante
e) no se puede precisar

11 En un MCUV son ciertas:

I) La velocidad es constante
II) La rapidez varía uniformemente
III) La velocidad angular es constante

a) I b) II c) III d) I y II e) II y III

12 La velocidad angular $\vec{\omega}$ y la aceleración angular ($\vec{\alpha}$) en un MCUV siempre forman un ángulo de:

a) 0° b) 90° c) 180° d) 0° ó 180° e) N.A.

13 Cuando el conductor de un automóvil acelera uniformemente, ¿hacia qué lado del conductor se debe graficar la aceleración angular de las ruedas?

a) derecha b) izquierda c) adelante
d) atrás e) arriba

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 14

Calcule la aceleración angular de una partícula (en rad/s^2) en un MCUV conociéndose que a los 5 s de haber partido desde el reposo tiene una velocidad angular de 15 rad/s

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

PROBLEMA 15

En cierto instante, un motor gira con una velocidad angular de 100 rad/s y después de 5 s su velocidad angular es de 150 rad/s, calcular la aceleración angular suponiendola constante, en rad/s^2

a) 0 b) 5 c) 10 d) 15 e) 20

PROBLEMA 16

La hélice de un ventilador gira con una velocidad angular de 20 rad/s, al interrumpir la corriente, la hélice va deteniéndose uniformemente de modo que a los 12 segundos llega al reposo, ¿qué ángulo giró mientras se detenía?

a) 100 rad b) 105 rad c) 110 rad
d) 115 rad e) 120 rad

PROBLEMA 17

Una rueda de 10 cm de radio tiene una aceleración angular de 5 rad/s^2, calcule su respectiva aceleración tangencial en m/s^2

a) 0.1 b) 0.2 c) 0.3 d) 0.4 e) 0.5

PROBLEMA 18

Partiendo desde el reposo, una rueda gira 8 vueltas en 2 segundos, determine su aceleración angular si suponemos que es constante, en rad/s^2

a) 4π b) 8π c) 12π d) 16π e) 20π

PROBLEMA 19

Una ruleta, con aceleración angular constante, necesita 2 s para girar un ángulo de 14 radianes y alcanzar una velocidad angular de 10 rad/s. Calcular su velocidad angular inicial en rad/s.

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

PROBLEMA 20

Un disco que gira con 300 RPM es frenado y en 10 s se para completamente, ¿cuál es su desaceleración?, en rad/s^2

a) π b) 2π c) 4π d) 8π e) 10π

PROBLEMA 21

Acelerando desde el reposo, a razón de 2πrad/s^2 una rueda gira hasta alcanzar una velocidad angular de 8πrad/s, ¿cuántas vueltas dió?

a) 2 b) 4 c) 8 d) 16 e) 64

PROBLEMA 22

Una rueda de bicicleta tiene un radio de 25 cm, 5 s después de haber partido desde el reposo alcanza una velocidad de 10 m/s, halle la aceleración angular de la rueda, en rad/s^2.

a) 4 b) 8 c) 12 d) 16 e) 20

PROBLEMA 23

Un automóvil cuyas ruedas tienen un radio de 20 cm viaja con una velocidad de 12 m/s, si de pronto acelera tarda 20 s en alcanzar una velocidad de 32 m/s, determine la aceleración angular de las ruedas, en rad/s^2

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

PROBLEMA 24

Cuando un automóvil frena uniformemente sus ruedas dan la última vuelta en 0.5 s. Calcule la desaceleración angular de las ruedas, en rad/s^2

a) 4π b) 8π c) 12π d) 16π e) 20π

PROBLEMA 25

Mientras que un volante dá 5 vueltas, su

velocidad angular se incrementa desde 4πrad/s hasta 6πrad/s, considerando que el incremento es uniforme, halle su aceleración angular, en rad/s^2

a) 5π b) 4π c) 3π d) 2π e) π

NIVEL II

PROBLEMA 26

¿Cuántos vueltas dió una hélice hasta que duplicó su velocidad angular, si para esto fué necesario acelerar con 2πrad/s^2 durante 20 segundos?

a) 400 b) 500 c) 600 d) 700 e) 800

PROBLEMA 27

Al desconectar el ventilador se podruce una desaceleración de 8π rad/s^2, ¿cuántas vueltas dará la hélice en los últimos 2 s de frenado?

a) 10 b) 8 c) 6 d) 4 e) 2

PROBLEMA 28

Un coche de carreras parte desde el reposo y acelera uniformemente cubriendo una distancia 800 m en 20 s, halle la aceleración angular (en rad/s^2) en las ruedas cuyos radios son de 20 cm.

a) 8 b) 12 c) 16 d) 20 e) 22

PROBLEMA 29

En un MCUV la aceleración angular es de 4 rad/s^2 y el radio de giro 2 m, calcule la aceleración total del MCUV, en m/s^2, cuando la velocidad de la partícula sea $2\sqrt{3}$ m/s.

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

PROBLEMA 30

En un MCUV el módulo de la aceleración tangencial es:

a) variable b) cero c) constante d) F. datos e) N.A.

PROBLEMA 31

Cuando una motocicleta acelera uniformemente por una pista recta la rueda menor tiene una aceleración angular de 5 rad/s^2, halle la aceleración angular de la rueda mayor, en rad/s^2

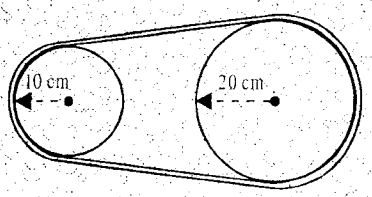
Radio de la rueda menor: 20 cm

Radio de la rueda mayor: 25 cm

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

PROBLEMA 32

¿Qué aceleración angular tendrá la rueda más grande cuando la más pequeña muestre una aceleración angular de 6 rad/s^2?



a) 1 rad/s^2
b) 2 rad/s^2
c) 3 rad/s^2
d) 4 rad/s^2
e) 5 rad/s^2

PROBLEMA 33

El eje de un motor esta girando con una frecuencia "f", al interrumpir la corriente el eje dá "N" vueltas hasta detenerse, calcule la desaceleración angular.

a) f^2/N b) f/N c) $\pi f/N$ d) $\pi f^2/N$ e) $f^2/\pi N$

PROBLEMA 34

Una partícula se mueve sobre una trayectoria circular de radio "R" con una aceleración angular constante "α", halle la velocidad en el instante en que la aceleración tangencial mide igual que la aceleración centrípeta.

a) $\alpha\sqrt{R}$ b) αR c) $R\sqrt{\alpha}$
d) $\sqrt{\alpha R}$ e) $\sqrt{\alpha}/R$

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	E	B	A	C	C	D	C	B	B	D	B	C	C	E	E	B	D	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34						
C	B	A	D	E	C	B	D	E	C	C	C	D	C						

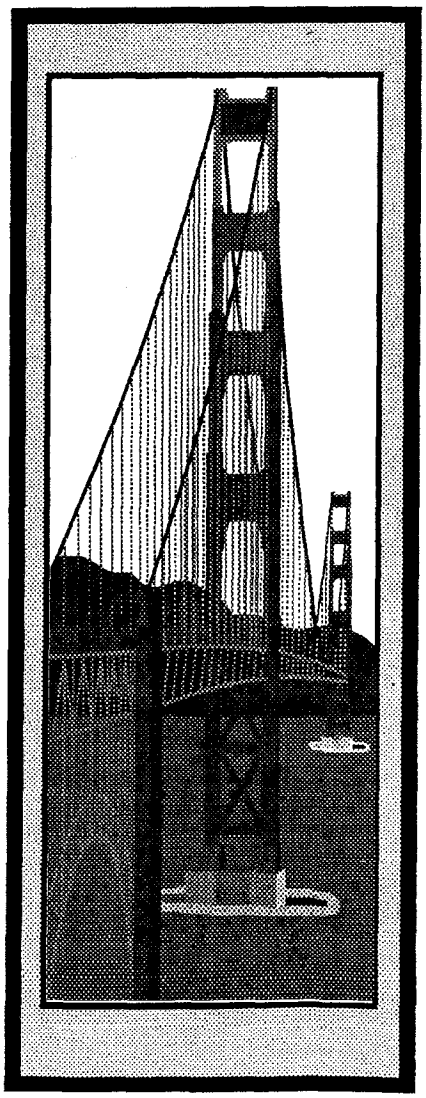
12 Capítulo

ESTATICA I

OBJETIVOS

1. *Establecer el concepto de fuerza, su medición y respectiva naturaleza.*
2. *Conocer las condiciones para el equilibrio de una partícula*

©DHDV



El tema de la ***estática*** se encarga del estudio de las leyes y condiciones que deben cumplir las fuerzas que actúan sobre un cuerpo que está en equilibrio.

12.1. FUERZA (F)

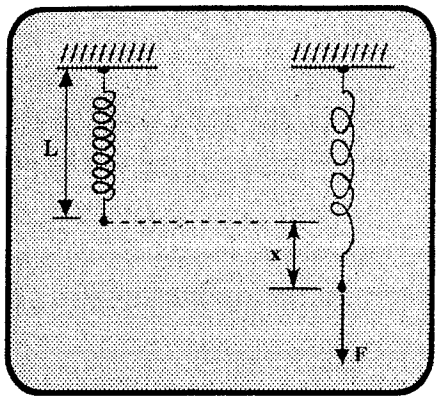
Cuando suspendemos un cuerpo, golpeamos un clavo, estiramos o comprimimos un resorte, empujamos un automóvil o limpiamos una ventana de vidrio, decimos que estamos interaccionando; la interacción es pues jalar o empujar los demás cuerpos, entonces.

> *La fuerza es la medida de la interacción que se manifiesta entre dos cuerpos.*

12.2. MEDICION ESTATICA DE LA FUERZA

Consideremos el resorte en espiral de longitud (L) que se muestra en la figura, en el extremo de este resorte apliquemos una fuerza (F) vertical hacia abajo, observaremos un aumento (x) en la longitud directamente proporcional a la fuerza aplicada

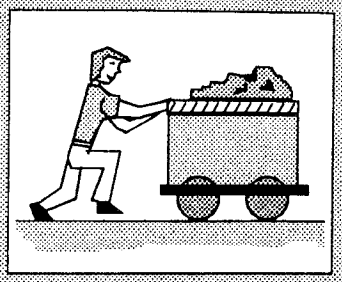
Robert Hooke fué el primero que estableció esta relación mediante el invento de un resorte compensador para un reloj. La ley de **HOOKE** se escribe como:



$$F = kx$$

F : Fuerza deformadora
k : constante de rigidez (depen de del tipo de material)
x : elongación
L : Longitud natural (sin deformar)

Cualquier acción de tirar o empujar es una *FUERZA*



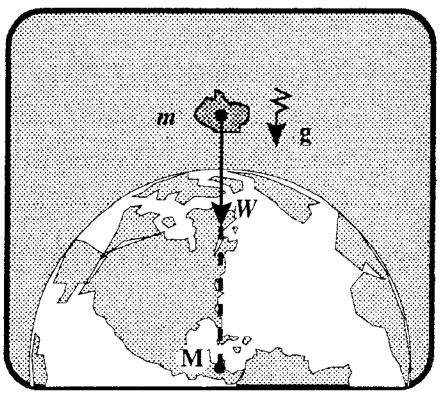
El obrero al EMPUJAR el vagón está aplicando una fuerza.

12.3. NATURALEZA DE LAS FUERZAS:

Todas las interacciones se agrupan en tres tipos de fuerzas:

12.3.1 FUERZA GRAVITACIONAL:

Es la fuerza de atracción entre dos cuerpos debido a sus respectivas masas, esta fuerza es muy débil, y para sentir su efecto es necesario que por lo menos uno de los cuerpos tenga una masa muy grande como la del Sol o de los planetas.

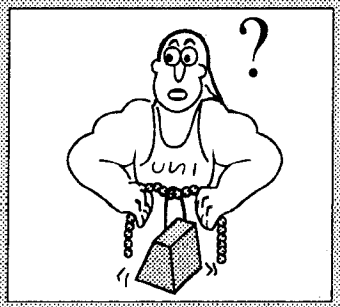


EL PESO de los cuerpos ($\vec{W}$) es una fuerza gravitacional y se debe a que la masa de la Tierra (M) atrae a la masa (m) de los cuerpos.

$$W = mg$$

W : Peso del cuerpo
m : masa del cuerpo
g : aceleración de la gravedad

- El peso es un vector que siempre apunta hacia el centro de la Tierra y puede variar de un lugar a otro ya que depende de la aceleración de la gravedad (g)



¿Por qué el forzudo no puede jalar, lo bastante fuerte para que la cadena se enderece horizontalmente?

12.3.2 FUERZA ELECTROMAGNETICA:

Se descompone en:

12.3.2.1 FUERZA ELECTRICA: Es la fuerza de atracción o repulsión entre dos cuerpos debido a que ambos poseen cargas eléctricas.

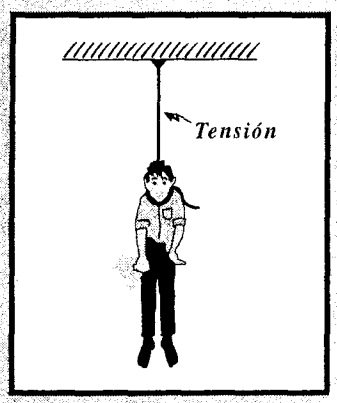
12.3.2.2 FUERZA MAGNETICA: Es una fuerza adicional a la fuerza eléctrica cuando las cargas eléctricas están en movimiento.

12.3.3 FUERZAS NUCLEARES:

Son fuerzas que aparecen cuando la distancia entre los cuerpos es menor que 10^{-15} m y desaparecen cuando esta distancia aumenta, luego son fuerzas de corto rango.

Estas fuerzas explican porque las partículas dentro del núcleo del átomo se mantinen unidas.

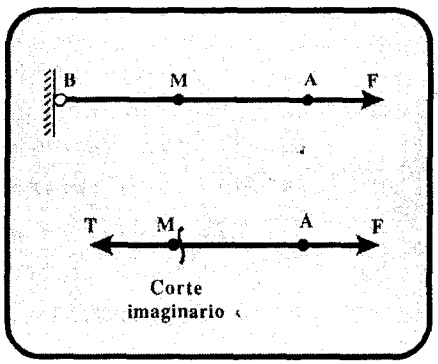
Todas las diferentes fuerzas que se manifiestan en la naturaleza son de origen gravitacional, electromagnético o nuclear.



La tensión (T) aparece en los cuerpos (cuerdas, cadenas, hilos, ... etc) cuando los estiramos.

12.4. TENSION(T) EN UNA CUERDA:

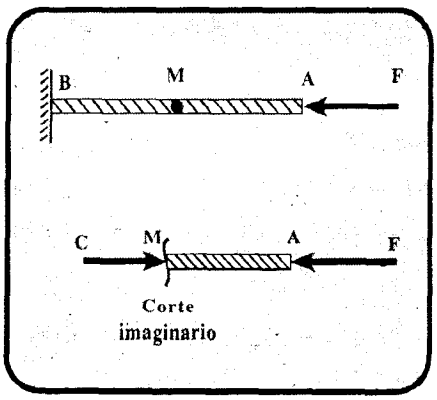
Tomemos una cuerda fija en el punto B y jalada desde el otro extremo A mediante una fuerza F.



- Debido a la fuerza F las moléculas de la cuerda se separan.
- Para contrarrestar esta separación molecular aparece una fuerza de restitución, llamada **TENSION(T)** la cual se opone a la fuerza exterior F.
- Separando imaginariamente la porción MA de la cuerda observamos que la tensión (T) se opone a la fuerza exterior F, ya que en el punto M las moléculas se separan.

12.5. COMPRESION(C) EN UNA BARRA:

Tomemos una barra apoyada en el punto B y en el otro extremo A apliquemos una fuerza F que comprime la barra.

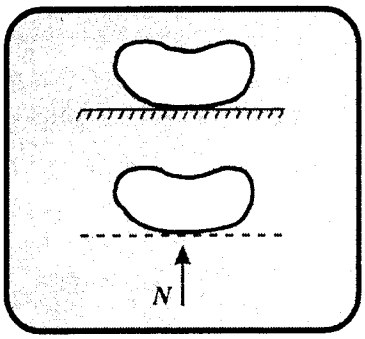


- Debido a la fuerza F las moléculas de la barra se acercan.
- Para contrarrestar este acercamiento molecular aparece una fuerza de restitución, llamada COMPRESION(C) la cual se opone a la fuerza exterior F.

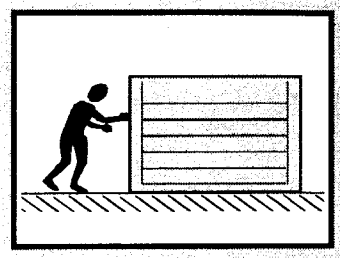
- Separando imaginariamente una porción MA de la barra observamos que la fuerza de compresión (C) se opone a la fuerza exterior F, por que en el punto M las moléculas se acercan.

12.6. FUERZA NORMAL(N)

Consideremos un cuerpo pesado sobre una superficie plana



- Debido al contacto las moléculas inferiores del cuerpo se comprimen (acercan)
- En el contacto aparece una fuerza NORMAL(N) para contrarrestar el acercamiento molecular.
- Separando imaginariamente el cuerpo de la superficie plana representamos la fuerza normal(N) la cual siempre ingresa al cuerpo en forma perpendicular al contacto.



La normal (N) es la fuerza que aparece cuando nos apoyamos. El hombre se apoya en el cajón y en el piso.

Las fuerzas de tensión (T), compresión (C) normal (N) son moleculares y por tanto de naturaleza electromagnética.

12.7. DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE (D.C.L.)

Es el aislamiento imaginario de un cuerpo y la representación de todas las fuerzas ***externas*** que actúan sobre él. Para representar un D.C.L. se debe usar el siguiente procedimiento.

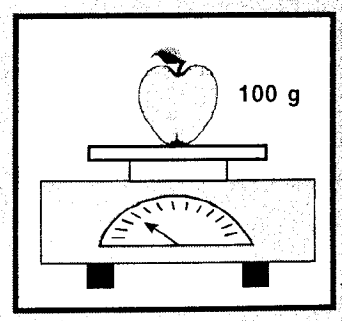
12.7.1 Representar el peso (W) verticalmente hacia abajo (hacia el centro de la Tierra).

12.7.2 En toda cuerda se representa la fuerza de tensión (T) que siempre sale del D.C.L. siguiendo la dirección de la cuerda.

12.7.3 A lo largo de una misma cuerda de poco peso actúa la misma fuerza de tensión (T).

12.7.4 En el contacto entre dos superficies sólidas represente la fuerza normal (N) entrando al D.C.L. en forma perpendicular por el contacto.

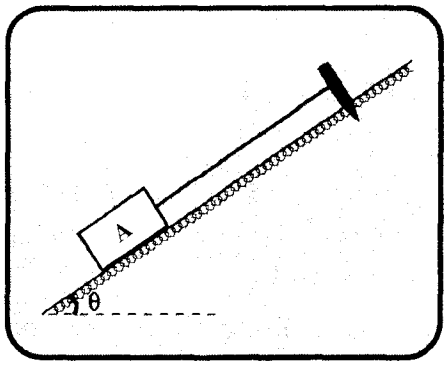
*En un D.C.L. se muestra al cuerpo aislado y todas las fuerzas **externas** que actúan sobre este cuerpo.*



Una manzana mediana de 100 g pesa aproximadamente un newton (1 N)

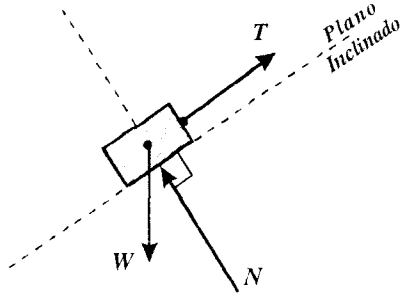
Ejemplo:

Empleando una soga, un cajón "A" es sujetado a una estaca plantada en un plano inclinado, represente el DCL del cajón.



RESOLUCION:

* Aislamos el cajón "A" y siguiendo las reglas representamos las fuerzas externas que actúan sobre el cajón:



T : tensión en la cuerda

W : peso del cajón

N : reacción normal del plano sobre el cajón

NOTA

La ley de la Inercia establece que un cuerpo por si mismo no puede cambiar de velocidad, sino que requiere una interacción que viene del exterior.

¿Puede la pelota empezar a rodar sin que el futbolista la patee?

12.8. LEY DE LA INERCIA:

(Primera ley de Newton)

La primera ley de Newton o ley de la inercia fué enunciada en el año 1787 y establece que:

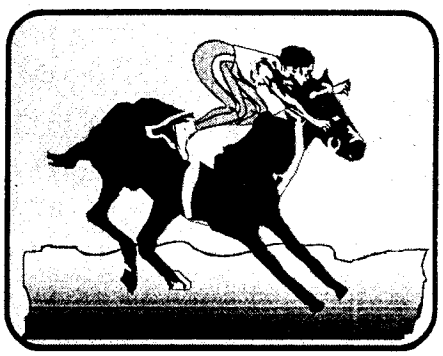
> *Todo cuerpo continúa en su estado de* ***REPOSO*** *o de movimiento a velocidad* ***CONSTANTE*** *mientras que sobre el cuerpo no actúe una fuerza resultante* ***EXTERIOR*** *que lo obligue a cambiar de velocidad.*

La tendencia que tiene un cuerpo de mantener su estado de reposo o de movimiento a velocidad constante se llama **INERCIA.**

12.8.1 INTERPRETACIONES DE LA LEY DE LA INERCIA:

Ejemplo 01.-

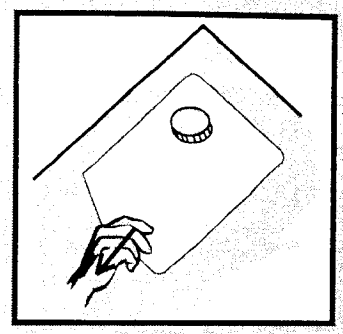
Cuando tiramos habilmente el mantel de la mesa observamos que los utensilios (copas, botella, tazón) tienden a permanecer en reposo.



Ejemplo 02.-

Si un caballo se detiene de golpe, el jinete sale expelido por encima, por que todo cuerpo en movimiento, por ***inercia,*** tiende a seguir en movimiento.

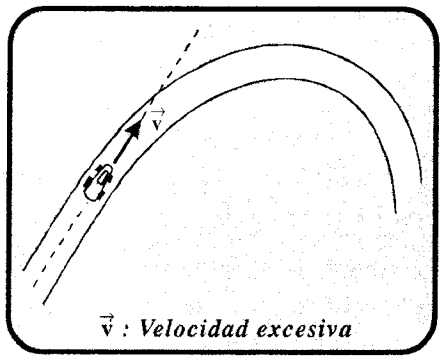
Jala rapidamente el papel . La moneda no se moverá.



La inercia de la moneda y la poca fricción entre el papel y la moneda permitirán que la moneda quede en su mismo lugar.

Ejemplo 03.-

Algunas veces si no disminuimos la velocidad del auto, éste puede salirse de la carretera en la curva ya que por la ley de la ***inercia*** el auto trata de conservar su velocidad constante (en linea recta).



$\vec{v}$ *: Velocidad excesiva*

12.9. LEY DE LA ACCION Y REACCION

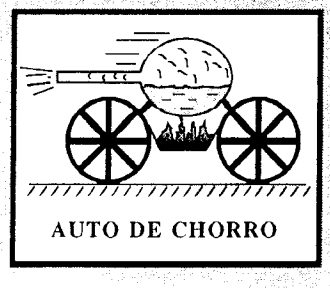
(Tercera ley de Newton)

Descubierta por Isaac Newton y publicada en el mismo año que la ley anterior, establece que:

> *Siempre que un objeto ejerce una fuerza* ***(ACCION)*** *sobre otro objeto, el segundo ejerce una fuerza igual* ***(REACCION)*** *y opuesta sobre el primero.*

La acción y la reacción actúan sobre objetos diferentes. La acción sobre uno de los cuerpos y la reacción sobre el otro cuerpo, por esto nunca se anulan.

Newton no solo enunció la ley de la acción y reacción si no que imaginó su aplicación.



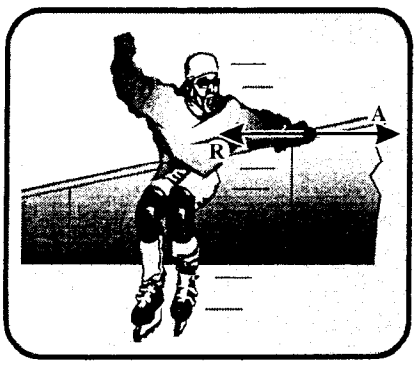
AUTO DE CHORRO

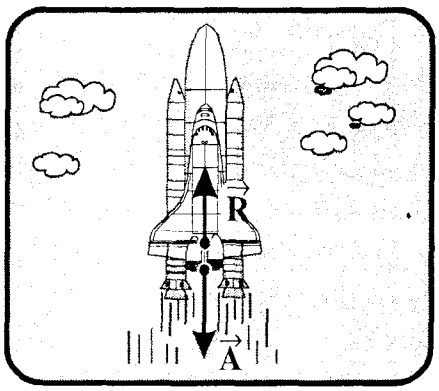
El chorro de vapor sería expulsado hacia atrás y la reacción del chorro movería al auto hacia adelante.

12.9.1 INTERPRETACIONES DE LA LEY DE ACCION Y REACCION

Ejemplo 01.-

Cuando un patinador empuja el pasamanos (acción $\vec{A}$) éste reacciona y la fuerza de reacción ($\vec{R}$) hace que él se aparte.





Ejemplo 02.-

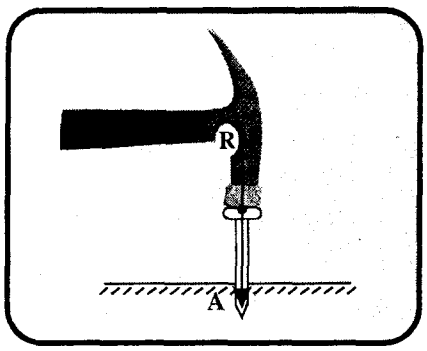
En el lanzamiento de un cohete, éste ejerce una gran fuerza de acción ($\vec{A}$) sobre los gases, para expulsarlos, y los gases ejercen una fuerza igual y opuesta de reacción ($\vec{R}$) sobre el cohete que lo impulsa hacia arriba.

NOTA

La acción y reacción actúan en cuerpos diferentes. La acción sobre el clavo y la reacción sobre el martillo.

Ejemplo 03.-

Al clavar con un martillo, éste impulsa al clavo hacia abajo (acción) y el clavo reacciona sobre el martillo deteniéndolo e inclusive hasta hacerlo rebotar.



12.10. PRIMERA CONDICION DE EQUILIBRIO O EQUILIBRIO TRASLACIONAL

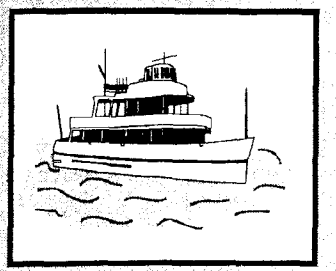
Según la primera ley de Newton, diremos que un cuerpo está en equilibrio traslacional cuando la suma de fuerzas aplicadas sobre el cuerpo es cero. Todo cuerpo en equilibrio no tiene ningún tipo de aceleración.

Un cuerpo está en equilibrio cuando no acelera, esto indica que no debe cambiar el módulo ni la dirección de la velocidad.

$$\Sigma F = 0$$

Un cuerpo en equilibrio traslacional puede encontrarse en continuo reposo o moviéndose a velocidad constante.

Cuando el barco viaja con velocidad constante en el mar, sin nada en el horizonte que le sirva como puntode referencia, es difícil saber si está en movimiento.



La velocidad constante del barco nos permitirá jugar, saltar, correr como si estuviera en reposo.

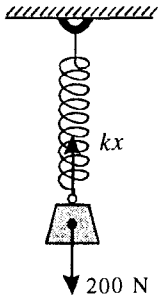
PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Una pesa de 200 N se suspende del techo por medio de un resorte cuya constante de rigidez es de 800 N/m. ¿en cuánto se estira el resorte?.

RESOLUCION:

* Graficamos la pesa suspendida del techo:



En el equilibrio

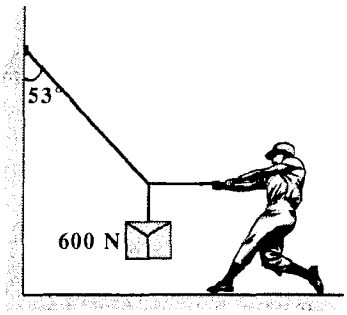
$$kx = 200\ \text{N}$$

$$\left(800\frac{\text{N}}{\text{m}}\right)x = 200\,\text{N}$$

$$\boxed{x = 0.25\ \text{m}}$$

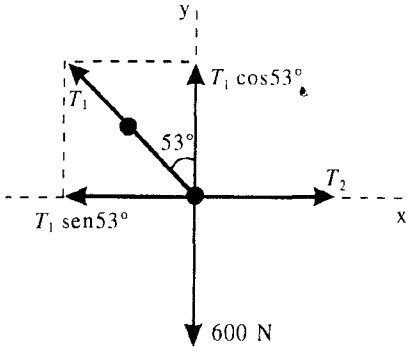
PROBLEMA 02

Determine la fuerza con que debe tirar el obrero para mantener suspendido 600 N de peso.



RESOLUCION:

* Hacemos el DCL del nudo que amarra las tres cuerdas:



* Equilibrio en el eje x:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$T_1\,\text{sen}53° = T_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Equilibrio en el eje y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$T_1\cos53° = 600\ \text{N} \ldots\ldots (2)$$

* Dividiendo (1) y (2):

$$\frac{T_1\,\text{sen}53°}{T_1\cos53°} = \frac{T_2}{600\,\text{N}}$$

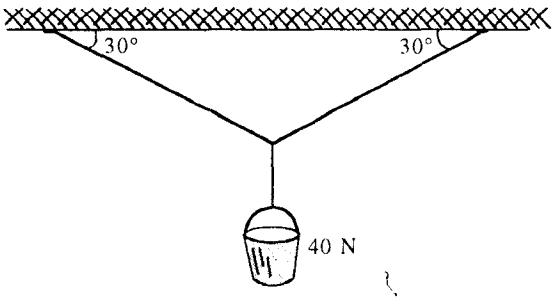
$$\tan 53° = \frac{T_2}{600\,\text{N}}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{T_2}{600\,\text{N}}$$

$$\boxed{T_2 = 800\ \text{N}}$$

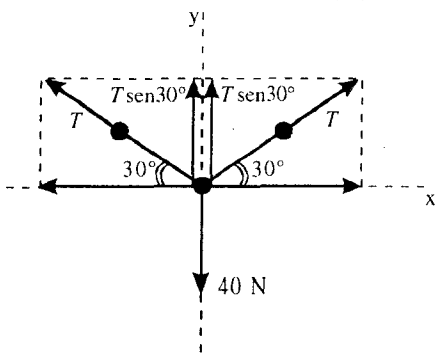
PROBLEMA 03

Una cubeta de pintura tiene un peso total de 40 N y está amarrada al techo, como se ve en la figura, halle las tensiones en las cuerdas.



RESOLUCION:

* DCL del nudo, observe que debido a la simetría las cuerdas amarradas al techo soportan la misma tensión (T).



* Equilibrio en el eje vertical:

$$\Sigma F_y = 0$$

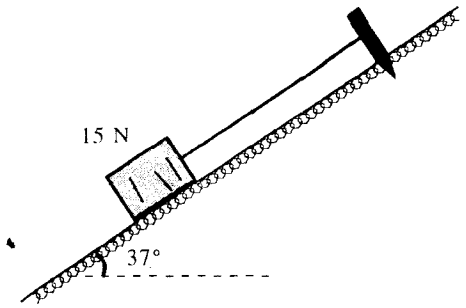
$$2T\,\text{sen}30° = 40\ \text{N}$$

$$2T\left(\frac{1}{2}\right) = 40\ \text{N}$$

$$\boxed{T = 40\ \text{N}}$$

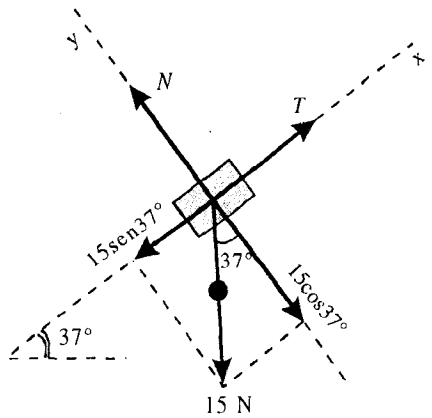
PROBLEMA 04

Un bloque de madera de 15 N descansa sobre un plano inclinado liso amarrado a una estaca mediante una cuerda, halle la tensión en esta cuerda.



RESOLUCION:

* Graficamos el DCL del bloque de madera; observe que conviene usar ejes "x" e "y" como se muestra:



* Equilibrio en el eje "x":

$$\Sigma F_x = 0$$

$$T = 15\,\text{sen}37° = 15\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$\boxed{T = 9\ \text{N}}$$

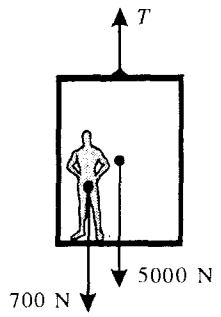
PROBLEMA 05

Un cable de acero sostiene un elevador de 5 000 N. ¿Cuál es la tensión en el cable cuando el ascensor sube a velocidad constante transportando un pasajero de 700 N?

RESOLUCION:

* Si el ascensor sube a velocidad constante está en equilibrio cinético.

* Hacemos el DCL del ascensor transportando al pasajero:



* Equilibrio cinético en el eje y:

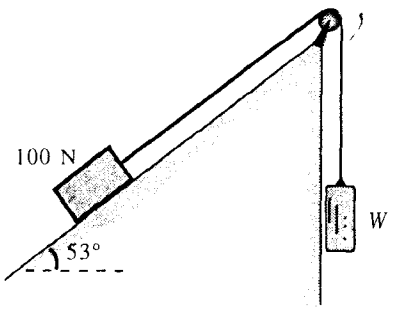
$$\Sigma F_y = 0$$

$$T = 5\,000\ \text{N} + 700\ \text{N}$$

$$\boxed{T = 5\,700\ \text{N}}$$

PROBLEMA 06

Se muestra un sistema que está en equilibrio, no hay fricción con el plano inclinado, halle el peso "W" si el otro bloque pesa 100 N.



RESOLUCION:

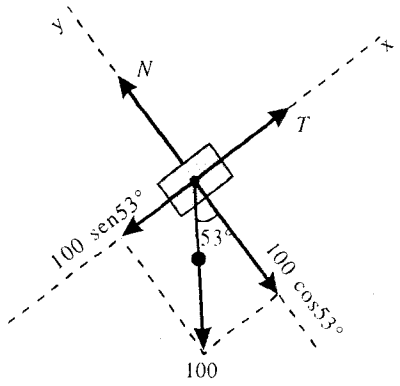
* Hacemos el DCL del peso "W".

* Equilibrio en el eje y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$T = W \ldots\ldots (1)$$

* Hacemos el DCL del peso de 100 N, recuerde que en la misma cuerda actúa la misma tensión (T):



* Equilibrio en el eje x:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$T = 100\ \text{sen}53^\circ \ldots\ldots\ldots (2)$$

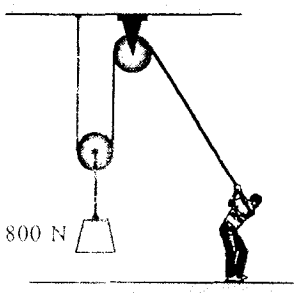
* Reemplazando (1) en (2):

$$W = 100\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\boxed{W = 80\ \text{N}}$$

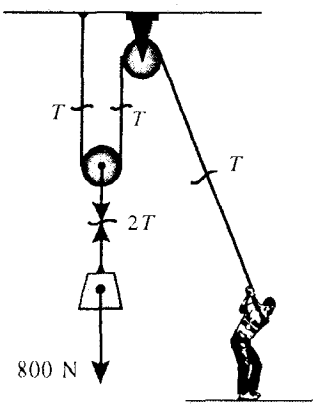
PROBLEMA 07

¿Con qué fuerza el hombre debe tirar de la cuerda de modo que la carga de 800 N suba a velocidad constante?, desprecie el peso de las poleas.



RESOLUCION :

* A lo largo de la misma cuerda actúa la misma tensión (T):



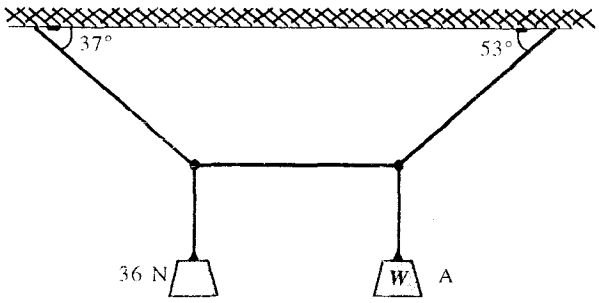
* Equilibrio

$$2T = 800\ \text{N}$$

$$\boxed{T = 400\ \text{N}}$$

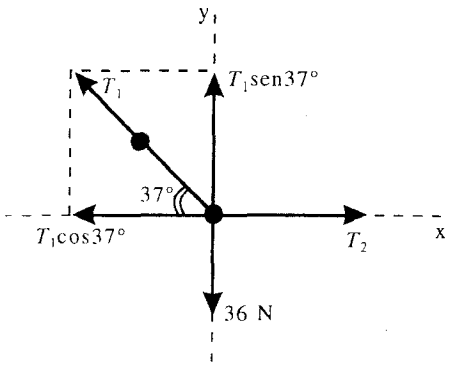
PROBLEMA 08

Calcular el peso del cuerpo A en la figura que se muestra.



RESOLUCION :

* DCL del nudo de la izquierda:



* Equilibrando: $T_1\,\text{sen}37^\circ = 36$ ..... (1)

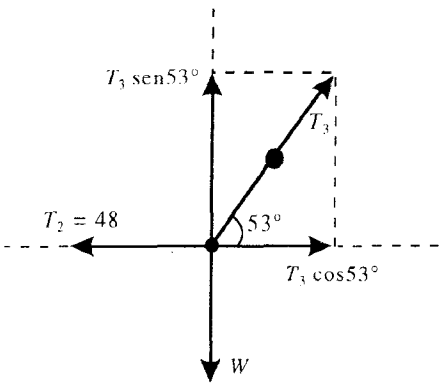
$$T_1\cos 37^\circ = T_2 \ldots\ldots\ldots (2)$$

* Dividiendo (1) y (2):

$$\frac{T_1\,\text{sen}37^\circ}{T_1\cos 37^\circ} = \frac{36}{T_2}$$

$$T_2 = 48\ \text{N} \ldots. (3)$$

* DCl del nulo de la derecha:



* Equilibrando: $T_3\,\text{sen}53^\circ = W$ ..... (4)

$$T_3\cos 53^\circ = 48 \ldots\ldots\ldots (5)$$

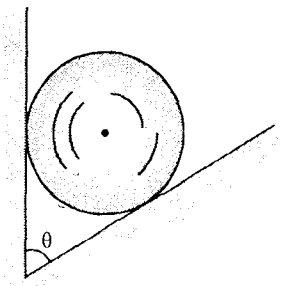
* Dividiendo (4) y (5):

$$\tan 53^\circ = \frac{W}{48}$$

$$\boxed{W = 64\ \text{N}}$$

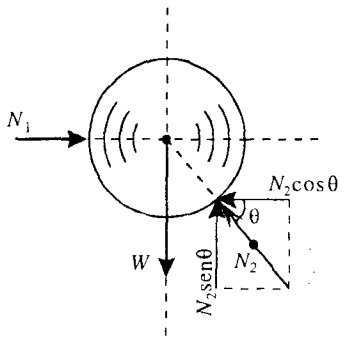
PROBLEMA 09

Una pelota rígida de peso "W" se ha colocado en el ángulo que forman una pared vertical y un plano inclinado, halle sus respectivas reacciones normales.



RESOLUCION :

* Hacemos el DCL de la pelota:



* Equilibrio en el eje "y" : $\Sigma F_y = 0$

$$N_2\text{sen}\theta = W$$

$$N_2 = \frac{W}{\text{sen}\theta}$$

$$\boxed{N_2 = W\csc\theta}$$

* Equilibrio en el eje "x" : $\Sigma F_x = 0$

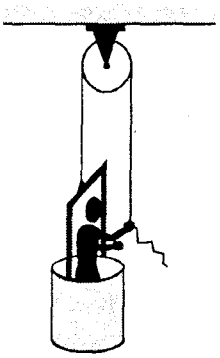
$$N_1 = N_2\cos\theta$$

Reemplazando: $N_1 = \left(\frac{W}{\text{sen}\theta}\right)\cos\theta$

$$\boxed{N_1 = W\cot\theta}$$

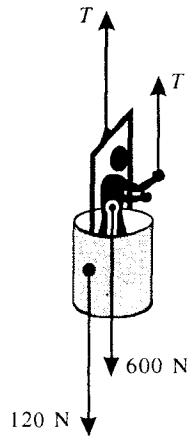
PROBLEMA 10

Un limpiaventanas pesa 600 N y se suspende a sí mismo empleando una canastilla de 120 N y una polea, ¿con qué fuerza debe jalar para subir a velocidad constante?



RESOLUCION :

* Hacemos el DCL del hombre - canastilla.



* Como el conjunto sube a velocidad constante tendremos un equilibrio cinetico:

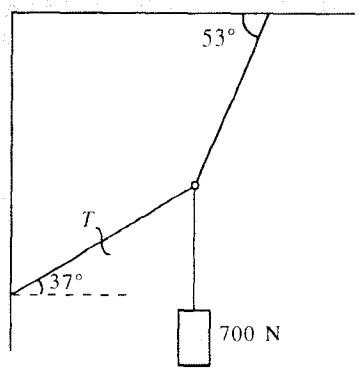
$$\Sigma F_y = 0$$

$$2T = 600\ \text{N} + 120\ \text{N}$$

$$\boxed{T = 360\ \text{N}}$$

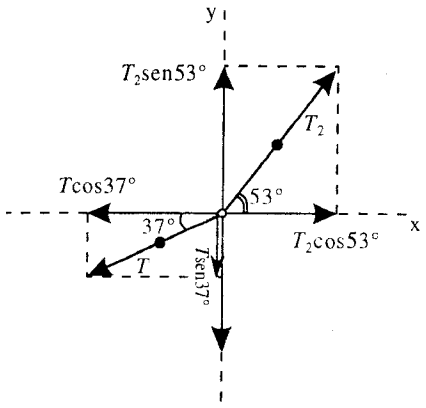
PROBLEMA 11

Un cajón de 700 N ha sido colgado en la esquina de una habitación como se puede ver en la figura, halle la tensión "T".



RESOLUCION :

* DCL del nudo:



* Equilibrio en el eje "x":

$$T_2\cos 53° = T\cos 37°$$

$$T_2\left(\frac{3}{5}\right) = T\left(\frac{4}{5}\right) \Rightarrow T_2 = \frac{4}{3}T \ldots\ldots (1)$$

* Equilibrio en el eje "y":

$$T_2\text{sen}53° = T\text{sen}37° + 700\ \text{N} \ldots\ldots (2)$$

* Reemplazando (1) en (2):

$$\left(\frac{4}{3}T\right)\left(\frac{4}{5}\right) = T\left(\frac{3}{5}\right) + 700\ \text{N}$$

$$\frac{16T}{15} = \frac{3T}{5} + 700\ \text{N}$$

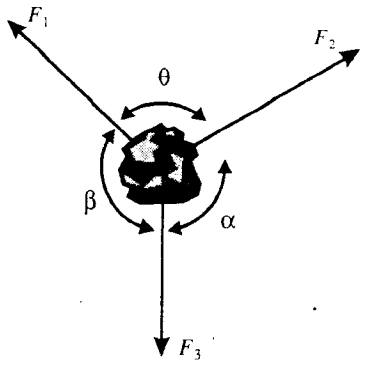
$$\frac{7T}{15} = 700\ \text{N}$$

$$\boxed{T = 1\,500\ \text{N}}$$

12.11. EL TEOREMA DE LAMI:

Este teorema establece que:

> *En un cuerpo en equilibrio, sometido a la acción de 3 fuerzas coplanares y concurrentes, el módulo de cada fuerza es directamente proporcional al seno del ángulo que se le opone.*

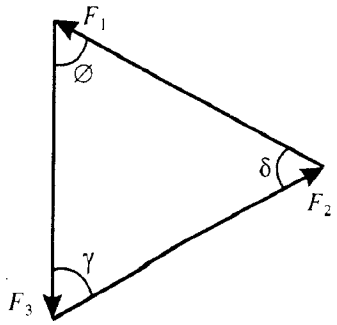


F_1 , F_2 , F_3 son las 3 fuerzas coplanares y concurrentes. luego:

$$\boxed{\frac{F_1}{\text{sen}\alpha} = \frac{F_2}{\text{sen}\beta} = \frac{F_3}{\text{sen}\theta}}$$

esta ecuación es conocida como **LEY DE SENOS.**

Con las fuerzas F_1, F_2 y F_3 es posible construir un triángulo vectorial en donde usando la ley de senos se obtendrá los mismos resultados:

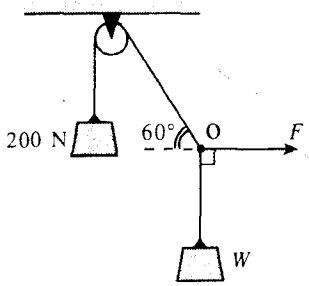


La ley de senos será:

$$\boxed{\frac{F_1}{\text{sen}\gamma} = \frac{F_2}{\text{sen}\varnothing} = \frac{F_3}{\text{sen}\delta}}$$

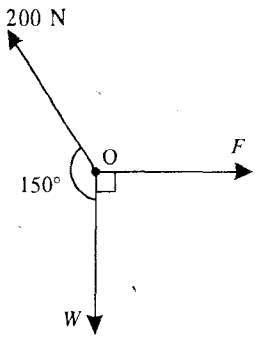
PROBLEMA 12

Determine la fuerza horizontal "F" para que las partículas no se muevan:



RESOLUCION :

* Hacemos el DCL del nudo O:



* Ley de senos:

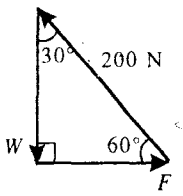
$$\frac{F}{\text{sen}150^\circ} = \frac{200\text{N}}{\text{sen}90^\circ}$$

$$\frac{F}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{200\text{N}}{(1)}$$

$$\boxed{F = 100\ \text{N}}$$

SEGUNDA FORMA:

* Con estas 3 fuerzas podemos construir un triángulo:



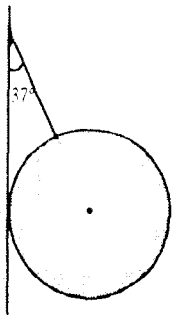
* Ley de senos:

$$\frac{F}{\text{sen}30^\circ} = \frac{200\,\text{N}}{\text{sen}90^\circ}$$

$$\boxed{F = 100\ \text{N}}$$

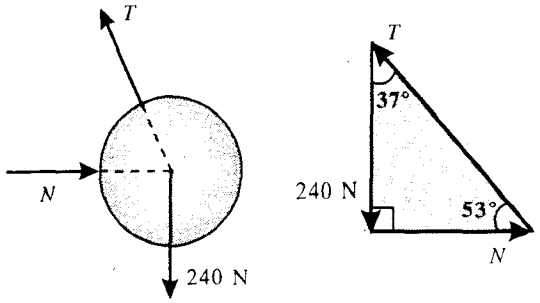
PROBLEMA 13

El peso de una esfera es de 240 N, está amarrada y apoyada en una pared vertical lisa como se puede observar en el diagrama, halle la tensión (T) en la cuerda y la reacción normal (N) de la pared.



RESOLUCION :

* Graficamos el DCL de la esfera y con las 3 fuerzas construimos el triángulo vectorial:



* Usando la ley de senos:

$$\frac{T}{\text{sen}90^\circ} = \frac{240\,\text{N}}{\text{sen}53^\circ}$$

$$\boxed{T = 300\ \text{N}}$$

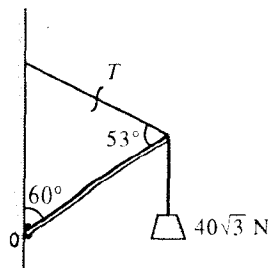
* Analogamente:

$$\frac{N}{\text{sen}37^\circ} = \frac{240\,\text{N}}{\text{sen}53^\circ}$$

$$\boxed{N = 180\ \text{N}}$$

PROBLEMA 14

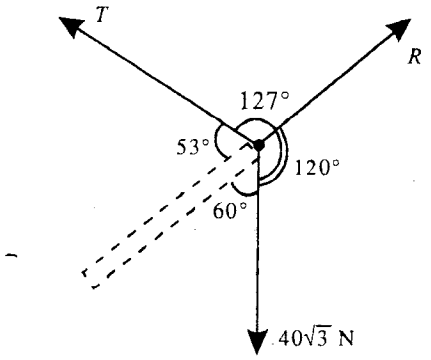
En el extremo de un varilla ingrávida articulada en "O" cuelga una pesa de $40\sqrt{3}$ N, desde este extremo se ha amarrado una cuerda a la pared de modo que permanece en equilibrio, halle la tensión en esta cuerda.



RESOLUCION :

* Sobre la barra ingrávida (sin peso) actúan 3 fuerzas; la tensión (T), el peso de $40\sqrt{3}$ N y la reacción "R" de la artículación en "O".
* Según el teorema de Lami estas fuerzas deben concurrir en un mismo punto (en el extremo), luego:

* DCL en el extremo de la barra:



* Ley de senos:

$$\frac{T}{\text{sen}120^\circ} = \frac{40\sqrt{3}\text{ N}}{\text{sen}127^\circ}$$

$$\frac{T}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{40\sqrt{3}\text{ N}}{\frac{4}{5}}$$

$$\boxed{T = 75\text{ N}}$$

AUTOEVALUACION

01 La fuerza es el resultado de la _____ entre dos cuerpos

a) atracción b) repulsión
c) unión d) interacción
e) separación

02 El peso de los cuerpos es una fuerza____

a) nuclear b) molecular
c) gravitacional d) electromagnética
e) tensorial

03 Según la ley de la inercia, los cuerpos se resisten a cambiar de _____.

a) Posición b) velocidad
c) aceleración d) masa
e) tamaño

04 Respetando las leyes de Newton entendemos que la velocidad de los cuerpos tiende a .....

a) aumentar b) disminuir
c) variar d) ser constantes
e) anularse

05 Una consecuencia de la tercera ley de Newton es que las fuerzas aparecen de

a) 1 en 1 b) 2 en 2 c) 3 en 3
d) 4 en 4 e) N.A.

06 Cuando la fuerza resultante sobre una partícula es cero, tendremos que la partícula.....

a) no se mueve
b) se mueve a velocidad constante
c) está moviendose
d) está en reposo o moviendose a velocidad constante.
e) N.A.

07 Un proyectil es lanzado verticalmente hacia arriba, en la cúspide de la trayectoria el cuerpo está:

a) En reposo instantaneo
b) en equilibrio instantaneo
c) instantaneamente en reposo y en equilibrio
d) ni en reposo ni en equilibrio.
e) En equilibrio.

08 ¿En qué situaciones se puede garantizar que una partícula está en equilibrio?

I. la partícula se mueve a velocidad constante
II. la partícula está en reposo
III. la partícula se mueve a rapidez constante

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo II e) Todas

09 Un objeto de masa "m" se mueve con una velocidad constante "v", luego la fuerza neta que actúa sobre el objeto es:

a) mv b) $\frac{1}{2}mv^2$ c) mg
d) 0 e) F. datos

10 Empleando un cable de poco peso un helicóptero sube a velocidad constante suspendiendo una carga de masa "m", calcule la tensión en el mencionado cable.

a) 0 b) mg
c) menor que mg d) mayor que mg
e) Faltan datos.

11 Con respecto a las fuerzas de acción y reacción, son ciertas:

I. Siempre se anulan
II. actúan sobre un mismo cuerpo
III. son de igual intensidad

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo III e) Todas

12 Marcar con verdadero (V) o falso (F)

I. Siempre que una partícula se mueva no estará en equilibrio.
II. Para que una partícula siga moviéndose siempre es necesaria una fuerza resultante.
III. Solamente hay equilibrio si la partícula está en reposo.

a) FVF b) VFF c) FFV
d) FFF e) VVF

13 Si sobre un cuerpo en equilibrio actúan 3 fuerzas no paralelas, éstas deben ser:

a) coplanares
b) concurrentes
c) perpendiculares
d) coplanares y concurrentes.
e) N.A.

14 El teorema de Lami se aplica cuando sobre un cuerpo en equilibrio actúan ..... fuerzas no paralelas.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 15

Un resorte se alarga 5 cm bajo la acción de una fuerza de 60 N, halle la constante del resorte en N/m.

a) 600 b) 800 c) 1000 d) 1200 e) 1400

PROBLEMA 16

Un tronco de 40 kg flota en el lago ¿qué fuerza produce el agua sobre el tronco?

a) 382 N b) 392 N c) 402 N
d) 412 N e) 422 N

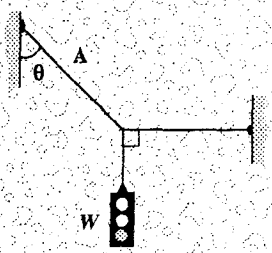
PROBLEMA 17

El hilo que suspende a un cuerpo en equilibrio forma un ángulo "θ" con la vertical cuando sobre este cuerpo de peso "W" actúa una fuerza horizontal "F". Halle F.

a) W b) $W\text{sen}\theta$ c) $W\cos\theta$
d) $W\tan\theta$ e) $W\cot\theta$

PROBLEMA 18

Un semáforo de peso W se ha suspendido en equilibrio como se pude ver en el esquema, la tensión en la cuerda "A" es:

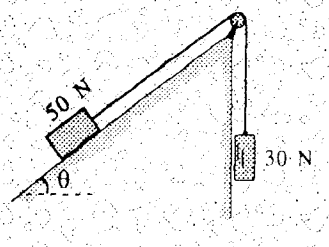


a) $W\text{sen}\theta$
b) $W\cos\theta$
c) $W\sec\theta$
d) $W\csc\theta$
e) $W\tan\theta$

PROBLEMA 19

Halle el ángulo "θ" para que los bloques conserven el reposo. No hay fricción.

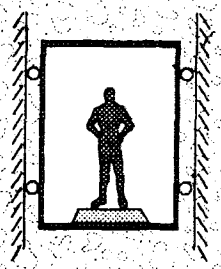
a) 30°
b) 37°
c) 45°
d) 53°
e) 60°



PROBLEMA 20

En el diagrama se muestra a un pasajero de 70 kg parado sobre una balanza de resorte,

en el interior de un ascensor que sube a velocidad constante, determine la lectura de la balanza.



a) 646 N
b) 666 N
c) 686 N
d) 696 N
e) 726 N

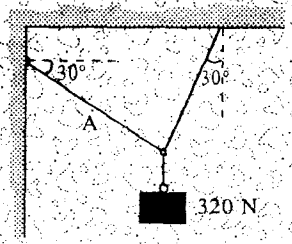
PROBLEMA 21

Empujando un cochecito de 200 N de peso un hombre debe subir por una rampa inclinada que forma 30° con la horizontal, ¿qué fuerza hace el hombre cuando sube a velocidad constante?

a) 100 N b) 150 N c) 200 N
d) 250 N e) 300 N

PROBLEMA 22

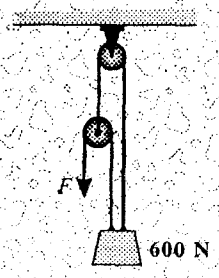
El peso de un bloque suspendido, como en la figura, es de 320 N, determine la tensión en la cuerda A.



a) 120 N
b) 160 N
c) 200 N
d) 260 N
e) 320 N

PROBLEMA 23

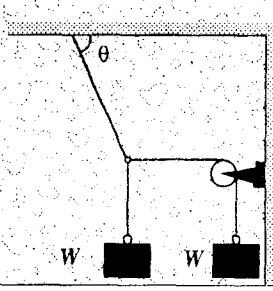
Calcule la fuerza necesaria "*F*" para levantar la carga de 600 N. No considere el peso de las poleas.



a) 200 N
b) 300 N
c) 400 N
d) 500 N
e) 600 N

PROBLEMA 24

Se muestran dos pesas idénticas en equilibrio, encuentre el ángulo "θ" para que esto pueda cumplirse.

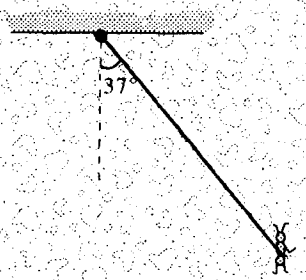


a) 30°
b) 37°
c) 45°
d) 53°
e) 60°

NIVEL II

PROBLEMA 25

Un gusano de seda de 100 g de masa prendido de una fibra elástica (k = 4.9 N/cm) permanece estático desviado por la fuerza horizontal del viento, halle el alargamiento de la fibra.



a) 0.25 cm
b) 0.50 cm
c) 0.75 cm
d) 1.00 cm
e) 1.25 cm

PROBLEMA 26

Un pajaro de masa "*m*" está posado en el punto medio de un cable de peso despreciable, halle la tensión en este cable.

a) $2mg\text{sen}\theta$ b) $2mg\cos\theta$ c) $0.5mg\csc\theta$
d) $mg\tan\theta$ e) $0.5mg\sec\theta$

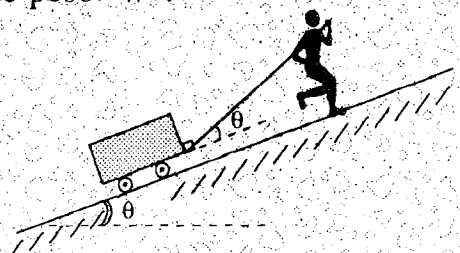
PROBLEMA 27

Mediante una fuerza horizontal "*F*" se empuja con velocidad constante un trineo de 400 N de manera que sube por una pendiente lisa que forma 37° con el horizonte. Halle *F*.

a) 100 N b) 200 N c) 300 N
d) 400 N e) 500 N

PROBLEMA 28

Halle la tensión en la cuerda que emplea el hombre para subir a velocidad constante una carretilla de peso "*W*".



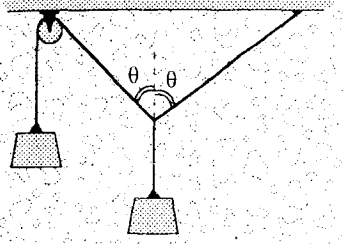
a) $W\text{sen}\theta$
b) $W\cos\theta$
c) $W\sec\theta$
d) $W\csc\theta$
e) $W\tan\theta$

PROBLEMA 29

Usando pesas idénticas se ha logrado el

siguiente equilibrio, halle θ.

a) 30°
b) 37°
c) 45°
d) 53°
e) 60°



PROBLEMA 30

Un pequeño auto choca frontalmente con un camión cargado, a consecuencia de esta interacción la fuerza que el auto ejerce sobre el camión es ..... que la fuerza que el camión ejerce sobre el auto

a) menor b) igual c) mayor
c) mucho menor e) N.A.

PROBLEMA 31

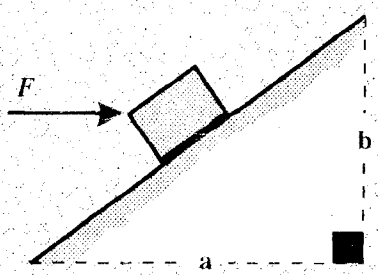
Una fuerza horizontal "F" logra equilibrar una masa "m" en un plano inclinado sin fricción, halle "F"..

a) $\frac{b}{a}mg$

b) $\frac{a}{b}mg$

c) mg

d) $\frac{2b}{a}mg$ e) N.A.



CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	B	D	B	D	A	A	D	B	D	D	D	C	D	B	D	C	B	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
A	B	A	C	A	C	C	E	E	B	A

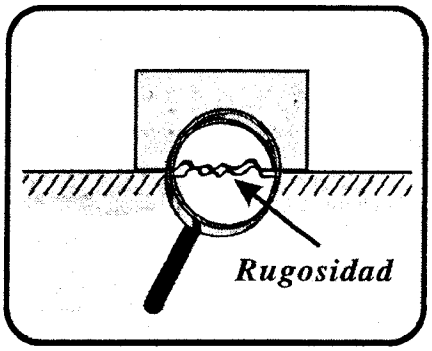
13 Capítulo Rozamiento

OBJETIVOS

1. *Conocer el origen del rozamiento*
2. *Establecer los diferentes tipos de rozamiento y reconocer sus ventajas y desventajas en situaciones reales*

@DHDV

La fuerza de rozamiento o de fricción entre dos superficies sólidas (rozamiento seco) se manifiesta en el contacto entre estas superficies debido a sus asperezas.



Empleando una potente lupa podemos apreciar la aspereza o rugosidad entre un bloque y el piso.

Las fuerzas de rozamiento o de fricción se producen debido a las irregularidades o deformaciones de las superficies que están en contacto.

Entre dos superficies sólidas el rozamiento puede ser:

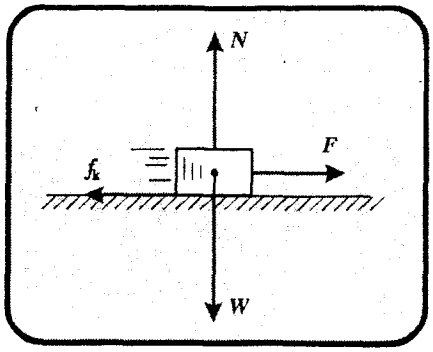
1.- Rozamiento cinético
2.- Rozamiento estático
3.- Rozamiento por rodadura.

13.1. FUERZA DE ROZAMIENTO CINETICO(f_k)

Esta fuerza de fricción se presenta entre dos superficies ásperas cuando una de ellas desliza sobre la otra.

Es fácil notar que cuando un cuerpo desliza por una superficie áspera, la fuerza de fricción cinética (f_k) obra en sentido contrario al deslizamiento.

Gracias al rozamiento podemos escribir en la pizarra.

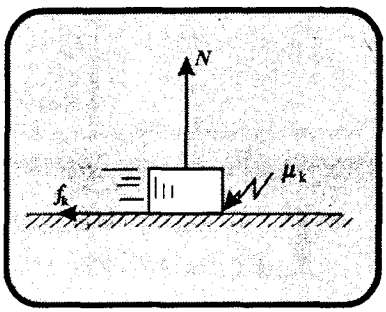


F : fuerza que desliza al bloque
N : fuerza normal
f_k : fricción cinética.

13.1.1 CARACTERISTICAS DE LA FRICCION CINETICA (f_k)

13.1.1.1 La fricción cinética (f_k) es directamente proporcional a la fuerza normal (N)

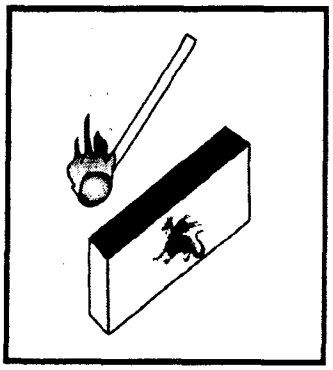
$$f_k = \mu_k N$$



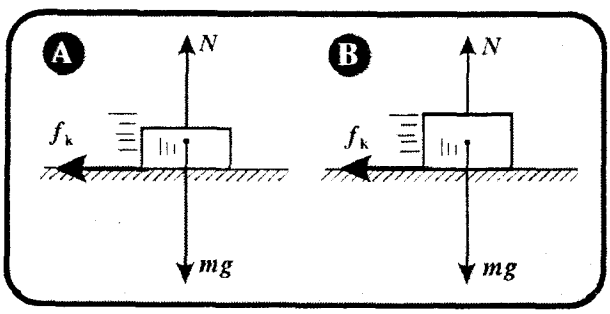
La constante de proporcionalidad (μ_k) se lee "mu" cinético y es llamado "coeficiente de rozamiento cinético", μ_k: depende de la calidad de las superficies en contacto, de su pulimento y de la presencia o ausencia de lubricación.

La fricción cinética (f_k) es independiente del área de contacto mientras que la calidad de las superficies sea la misma.

La fricción cinética es necesaria para encender un cerillo.



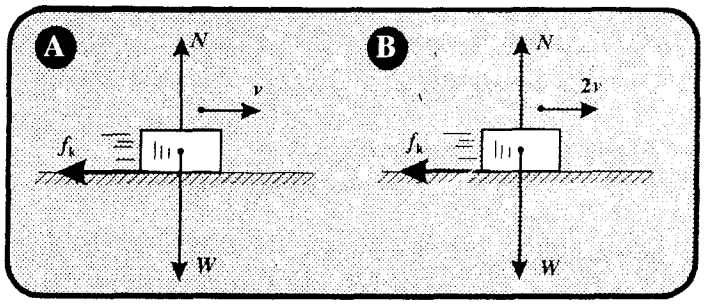
13.1.1.2 La fricción cinética (f_k) es independiente del área de contacto mientras que la calidad de las superficies sea la misma.



La fuerza de fricción (f_k) sobre un ladrillo es la misma si se desliza sobre su cara amplia (figura A), o sobre su extremo (figura B)

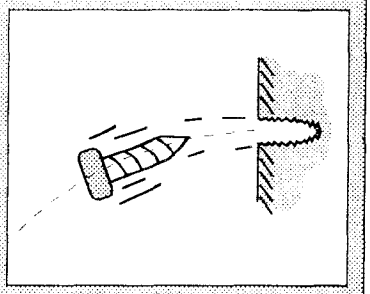
13.1.1.3 La fricción cinética es independiente de la velocidad de deslizamiento mientras que esta velocidad no sea muy grande (comparada con la velocidad de la luz)

Se muestra el mismo bloque que desliza con velocidades distintas mas la fricción (f_k) que actúa en cada caso es la misma.

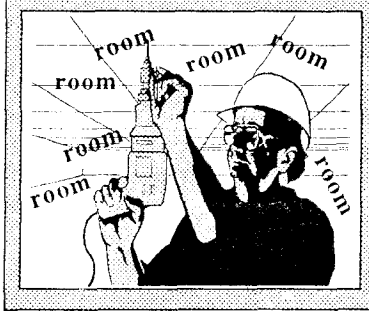


La fricción cinética (f_k) o el coeficiente de rozamiento cinético (μ_k) es practicamente independiente del área de contacto y de la velocidad de deslizamiento.

Si no existiera rozamiento los clavos y los tornillos se saldrían de las paredes, no podríamos sujetar nada con las manos.

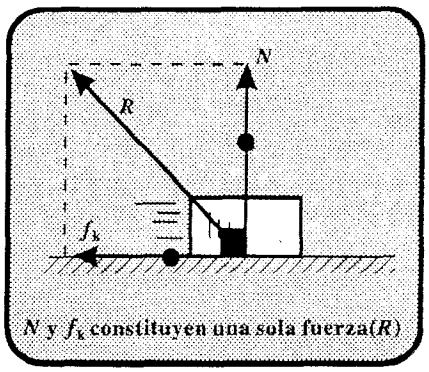


Sin el rozamiento los sonidos no dejarían nunca de oirse y producirían ecos sin fin que se reflejarían en las paredes sin debilitarse.



13.1.2 REACCION TOTAL (*R*) DEL PLANO ASPERO

La reacción **(*R*)** en el contacto áspero es la suma vectorial (resultante) de la fuerza normal (*N*) y la fuerza de rozamiento cinético (f_k), esto indica que:



La fuerza normal (N) y la fuerza de rozamiento cinético (f_k) son mutuamente ***perpendiculares*** *porque son las componentes rectangulares de la reacción total (R).*

Empleando el teorema de Pitágoras:

$$R = \sqrt{N^2 + f_k^2}$$

13.2. FUERZA DE ROZAMIENTO ESTATICO (f_s)

Esta fuerza de fricción se presenta entre dos superficies

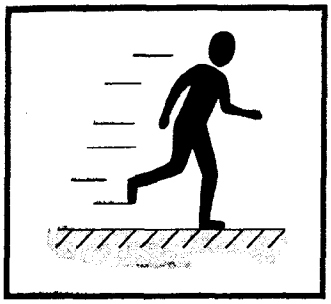
ásperas cuando una de ellas tiende a deslizar (pero no desliza) sobre la otra.

Experimentalmente se comprueba que esta fuerza de rozamiento estático (f_s) varía desde cero hasta un valor máximo:

- f_s es cero cuando no hay tendencia al deslizamiento.
- f_s es máximo cuando el cuerpo está a punto de deslizar (movimiento inminente)

En los siguientes esquemas se podrá observar la variación de esta fricción estática (f_s)

Las personas y los animales podemos caminar debido a la fricción estática (f_s) entre nuestros pies y el piso.



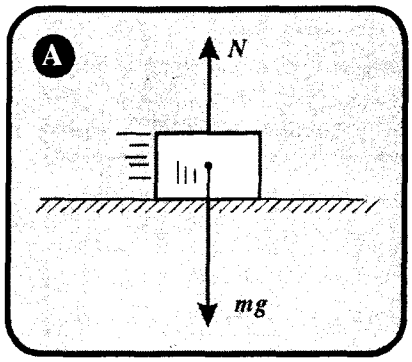


FIGURA A

- Como no hay ***tendencia*** al deslizamiento la fricción estática es cero:

$$f_s = 0$$

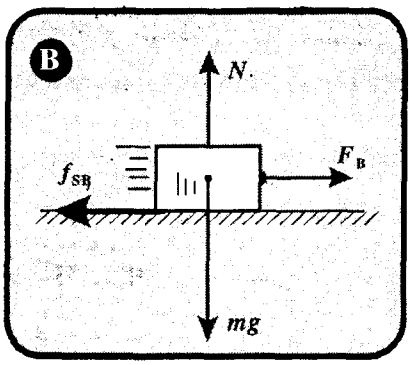
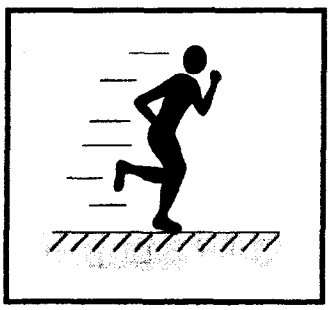


FIGURA B

- Una fuerza pequeña F_B trata de deslizar el bloque, pero siendo muy pequeña es contrarrestada por la fricción estática f_{SB}

$$f_{SB} = F_B$$

Los atletas emplean zapatos especiales para aumentar la fricción estática y lograr mayores velocidades.



Cuando la fricción estática no es suficiente, el atleta resbala.

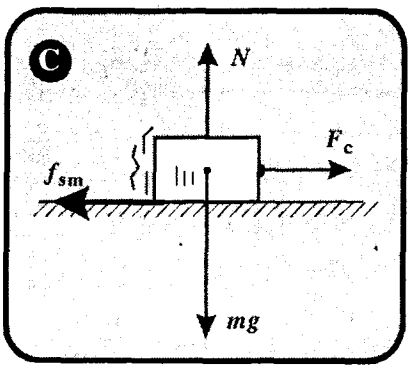


FIGURA C

- Una fuerza F_c está a punto de deslizar el bloque (movimiento inminente) y en esta situación se presenta la fuerza de fricción estática máxima (f_{sm})

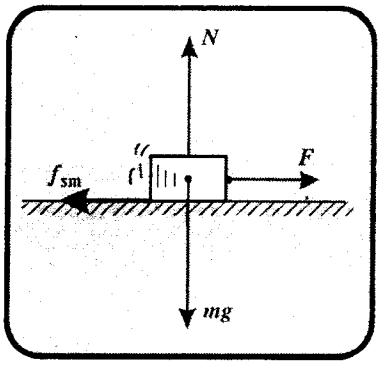
$$f_{sm} = F_c$$

13.2.1 CARACTERISTICAS DE LA FRICCION ESTATICA (f_s)

13.2.1.1 La fricción estática (f_s) puede variar desde cero(0) hasta un valor máximo(f_{sm})

$$0 \leq f_s \leq f_{sm}$$

13.2.1.2 La fricción estática máxima (f_{sm}) se presenta entre las superficies cuando el cuerpo está a punto de resbalar:



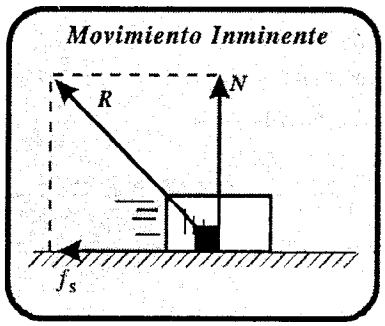
Solamente la fricción estática máxima (f_{sm}) es directamente proporcional a la fuerza normal (N)

$$f_{sm} = \mu_s N$$

- La constante de proporcionalidad μ_s (mu estático) es llamado coeficiente de rozamiento estático.
- En el diagrama la fuerza "F" es la máxima fuerza sin que el bloque deslice o también podemos decir que es la mínima fuerza para empezar a deslizar el bloque.

13.2.1.3 La fricción estática (f_s), al igual que la cinética, es practicamente independiente del área de contacto.

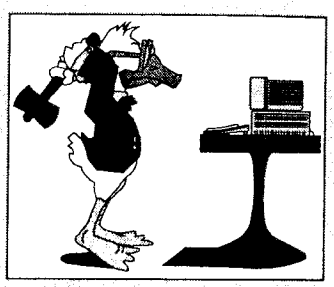
13.2.1.4 Para calcular la reacción total (R) del plano áspero también se debe sumar vectorialmente la normal (N) y la fricción estática (f_s)



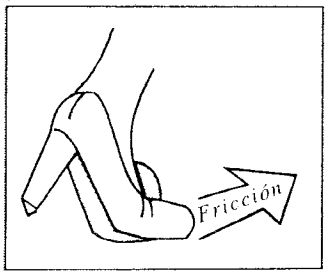
N y f_s constituyen una sola fuerza (R). Pitagoricamente:

$$R = \sqrt{N^2 + f_k^2}$$

Gracias al rozamiento estático podemos manipular las cosas.



Se muestra la fricción sobre el zapato trasero de una dama, esta fricción le permite avanzar hacia adelante.



13.3. CALCULO EXPERIMENTAL DEL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO

Usualmente es empleado el método del plano inclinado

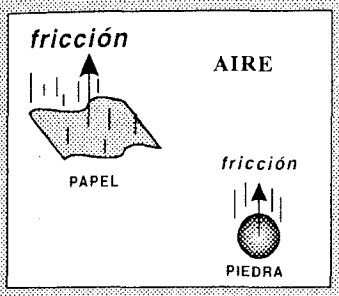
13.3.1 COEFICIENTE DE ROZAMIENTO ESTATICO (μ_s)

Procedimiento:

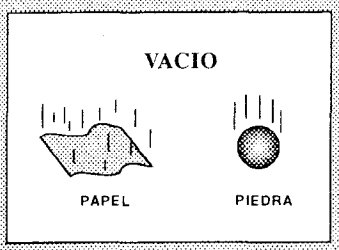
a) Usamos una tabla AB articulada en A.

b) Colocamos el bloque cuando la tabla está dispuesta horizontalmente (figura1)

Los cuerpos de mayor superficie tardan en caer por que sobre estos es mayor la fricción del aire (f_k)



En el vacío (no hay aire) al no existir la fricción del aire los cuerpos caen juntos independientemente de sus formas.



c) Giramos muy lentamente el extremo B de la tabla hasta el instante en que el bloque está a punto de resbalar (figura 2), luego:

$\Sigma F=0$ (equilibrio estático)

* En el eje x:

$\mu_s N = W\text{sen}\theta$ ..... (1)

* En el eje y:

$N = W\cos\theta$ ..... (2)

Dividiendo (1) y (2):

$$\frac{\mu_s N}{N} = \frac{W\text{sen}\theta}{W\cos\theta}$$

$$\boxed{\mu_s = \tan\theta}$$

Figura 1: Tabla horizontal

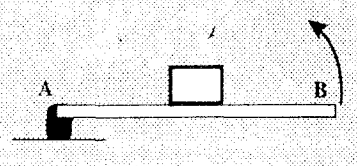
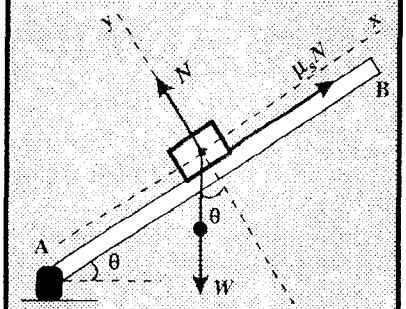


Figura 2: Movimiento inminente



"θ" es el ángulo máximo sin que haya deslizamiento.

13.3.2 COEFICIENTE DE ROZAMIENTO CINETICO (μ_k)

Procedimiento:

a) Usamos una tabla AB articulada en A.

b) Colocamos el bloque cuando la tabla está dispuesta horizontalmente (figura1)

c) Giramos muy lentamente el extremo B de la tabla y golpeamos suavemente el bloque hacia abajo hasta lograr que resbale con velocidad constante (figura 2), luego:

$\Sigma F=0$ (equilibrio cinético)

* En el eje x:

$\mu_k N = W\text{sen}\alpha$ ..... (1)

* En el eje y

$N = W\cos\alpha$ ..... (2)

Dividiendo (1) y (2)

$$\frac{\mu_k N}{N} = \frac{W\text{sen}\alpha}{W\cos\alpha}$$

$$\boxed{\mu_k = \tan\alpha}$$

Figura 1: Tabla horizontal

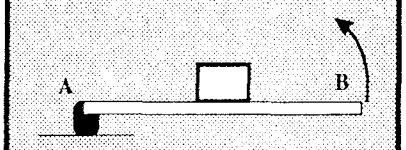
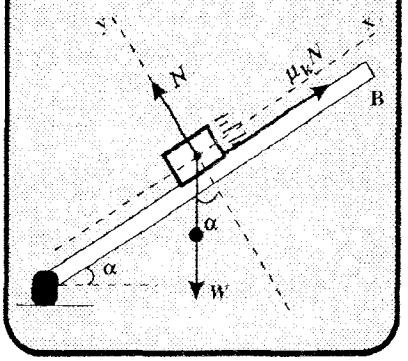


Figura 2: Velocidad constante



* Experimentalmente se demuestra que:

$$\mu_s > \mu_k$$

* Como se puede ver en la siguiente tabla:

Superficies	μ_s	μ_k
Madera sobre madera	0.4	0.2
Hielo sobre hielo	0.1	0.03
Acero sobre acero (sin lubricar)	0.7	0.6
Metal sobre metal (lubricado)	0.15	0.07
Hule sobre concreto seco	1.0	0.8
Hule sobre concreto mojado	0.7	0.5
Articulaciones del cuerpo humano	0.011	0.01
Los valores mostrados son aproximados		

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

A través de una habitación debe moverse un sofá de 400 N de peso, los coeficientes de rozamiento entre las patas del sofá y el suelo son $\mu_s = 0.4$ y $\mu_k = 0.3$. Halle la fuerza horizontal necesaria.....

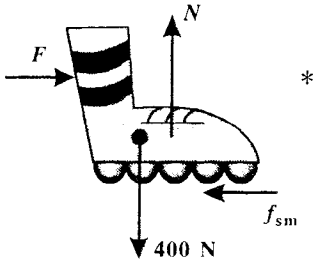
a) para iniciar el movimiento del sofá

b) para mantener el sofá en movimiento con velocidad constante.

RESOLUCION:

a. La fuerza para iniciar el movimiento equivale a la fricción estática máxima (f_{sm})

* DCL del sofá:



* Cálculo de la normal

$N = 400$ N ..... (1)

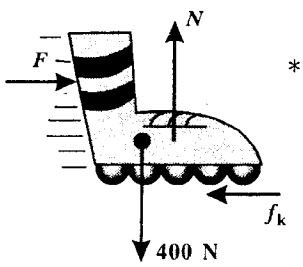
* En el eje horizontal:

$F = f_{sm} = \mu_s N$

$F = (0.4)\ (400\ N)$

$$F = 160\ N$$

b. Para mantener el sofá moviendose a velocidad constante debemos contrarrestar la fricción cinética (f_k)



$N = 400$ N ..... (1)

* En el eje horizontal:

$F = f_k = \mu_k N$

$F = (0.3)\ (400\ N)$

$$F = 120\ N$$

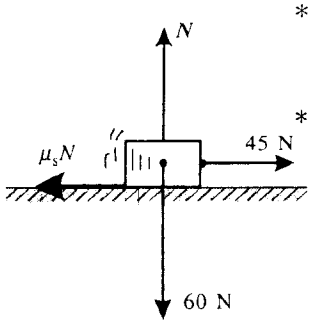
PROBLEMA 02

Para comenzar a deslizar un cajón de 60 N de peso se necesita una fuerza horizontal de 45 N, ¿cuánto vale μ_s entre el cajón y el piso?

RESOLUCION:

* La fuerza para iniciar el movimiento es aquella qu está a punto de mover el cajón (movimiento inminente).

DCL del cajón:



$\Sigma F = 0$

* Eje vertical:

$N = 60$ N ..... (1)

* Eje horizontal:

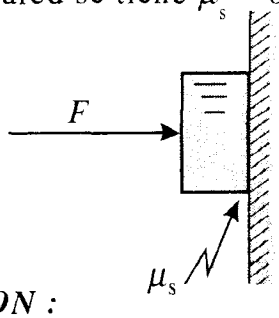
$\mu_s N = 45$ N

$\mu_s (60\ N) = 45$ N

$$\mu_s = 0.75$$

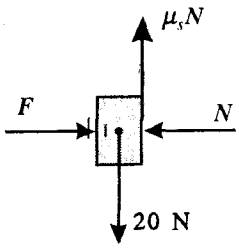
PROBLEMA 03

¿Cuál es el módulo de la mínima fuerza aplicada sobre el bloque de 20 N que evitará que el bloque deslice hacia abajo?, entre el bloque y la pared se tiene $\mu_s = 0.8$



RESOLUCION :

* La fuerza mínima "F" es aquella cuando el bloque está a punto de resbalar hacia abajo:
* DCL del bloque:



$$\Sigma F = 0$$

* Eje horizontal:

$$N = F \ldots\ldots\ldots (1)$$

* Eje vertical:

$$\mu_s N = 20 \text{ N}$$

Reemplazando datos:

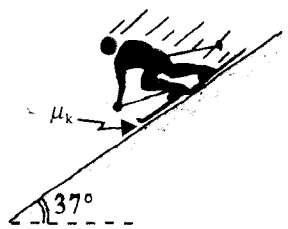
$$(0.8)F = 20 \text{ N}$$

$$\boxed{F = 25 \text{ N}}$$

PROBLEMA 04

Un esquiador desciende a velocidad constante por una colina cubierta por una capa de hielo, la colina forma 37° con la horizontal, calcule el coeficiente de rozamiento cinético entre los esquies y el hielo.

RESOLUCION :



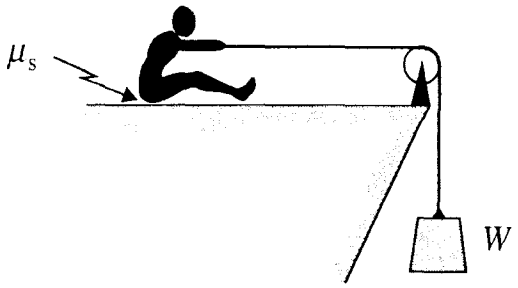
* Por teoría sabemos que si el esquiador desliza a velocidad constante se cumplirá que:

$$\mu_k = \tan 37°$$

$$\boxed{\mu_k = 0.75}$$

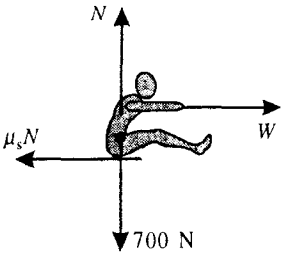
PROBLEMA 05

Determine el máximo peso "W" que puede sujetar el obrero que se halla sentado en un piso áspero. $\mu_s = 0.6$, el obrero pesa 700 N.



RESOLUCION :

* El peso máximo "W" sucede cuando el obrero está a punto de resbalar:
* DCL del obrero:



* Cálculo de la normal

$$N = 700 \text{ N} \ldots. (1)$$

* En el eje x:

$$W = \mu_s N$$

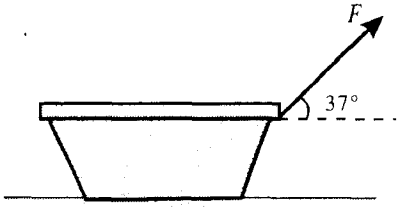
Reemplazando:

$$W = (0.6)(700 \text{ N})$$

$$\boxed{W = 420 \text{ N}}$$

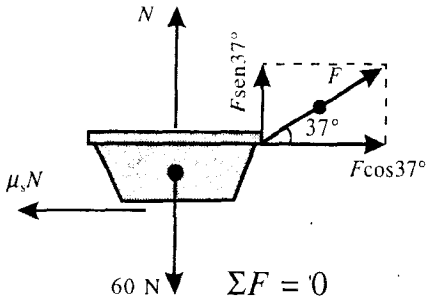
PROBLEMA 06

Una vasija de 60 N de peso descansa en una superficie horizontal, entre la vasija y el piso el coeficiente de rozamiento estático es 4/5, calcule la máxima fuerza "F" sin que la vasija resbale.



RESOLUCION :

* La máxima fuerza "F" sucede cuando la vasija está a punto de resbalar.
* DCL de la vasija:



$\Sigma F = 0$

* En el eje "y": $N + F\text{sen}37° = 60\ \text{N}$

$$N = 60\ \text{N} - \frac{3}{5}F \quad \ldots\ldots (1)$$

* En el eje "y": $\mu_s N = F\cos 37° \ \ldots\ldots (2)$

(1) en (2): $\frac{4}{5}\left(60\ \text{N} - \frac{3}{5}F\right) = F\left(\frac{4}{5}\right)$

$$60\ \text{N} - \frac{3F}{5} = F$$

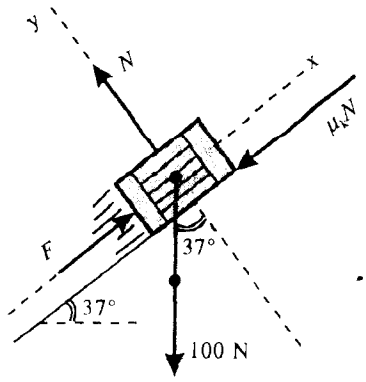
$F = 37.5$ N

PROBLEMA 07

Una caja de madera que pesa 100 N sube resbalando a velocidad constante debido a la fuerza "F" paralela a la rampa de acero cuya inclinación con respecto al piso es de 37°, el coeficiente de rozamiento cinético entre la rampa y el cajón es de 0.2 , calcule la fuerza F.

RESOLUCION :

* Como la caja de madera sube a velocidad constante, estará en equilibrio cinético.



Equilibrio en el eje "y":

$N = 100\cos 37° = 80 \ \ldots\ldots (1)$

Equilibrio en el eje "x":

$F = \mu_k N + 100\text{sen}37°$

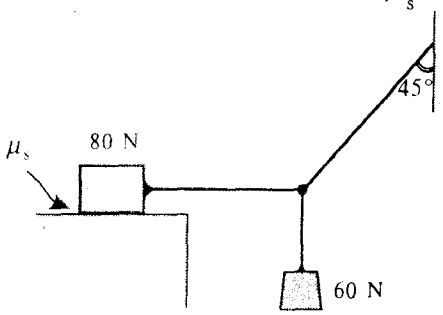
Reemplazando:

$F = 0.2(80) + 100(3/5)$

$F = 76$ N

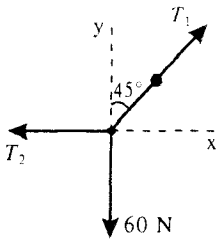
PROBLEMA 09

En el diagrama se muestra un bloque de 80 N de peso a punto de resbalar y una pesa suspendida de 60 N. Determine μ_s



RESOLUCION :

* DCL del nudo que sujeta la pesa de 60 N



* Eje x:

$T_1\text{sen}45° = T_2 \ \ldots..(1)$

* Eje y:

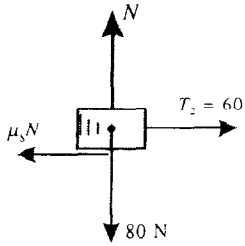
$T_1\cos 45° = 60\ \text{N} \ \ldots.(2)$

* Dividiendo (1) y (2):

$$\frac{T_1\,\text{sen}45°}{T_1\cos 45°} = \frac{T_2}{60\ \text{N}}$$

$$T_2 = 60\ \text{N} \ \ldots\ldots (3)$$

DCL del bloque de 80 N de peso:



* Eje y:

$N = 80\ \text{N} \ \ldots\ldots (4)$

* Eje x:

$\mu_s N = 60\ \text{N} \ \ldots.. (5)$

* Reemplazando (4) en (5):

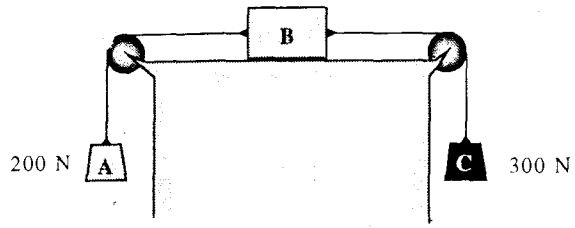
$\mu_s(80\ \text{N}) = 60\ \text{N}$

$\mu_s = 0.75$

PROBLEMA 10

Los tres bloques A, B y C de la figura pesan 200 N, 400 N y 300 N respectivamente,

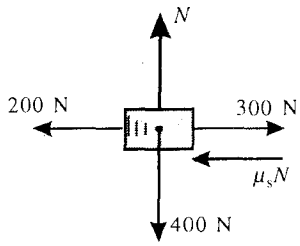
calcule el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque B y el piso considerando que el bloque B está a punto de resbalar.



RESOLUCION :

* Las tensiones en los cables que sujetan los bloques A y C son respectivamente 200 N y 300 N.

* DCL del bloque B:



* En el eje "y":

$N = 400$ N

* En el eje "x":

$$200\text{ N} + \mu_s N = 300\text{ N}$$

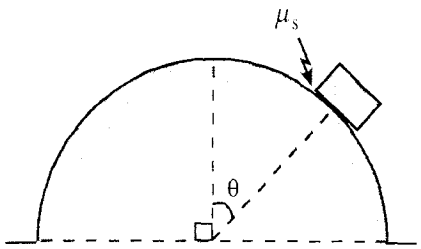
$$\mu_s N = 100\text{ N}$$

$$\mu_s(400\text{ N}) = 100\text{ N}$$

$$\boxed{\mu_s = 0.25}$$

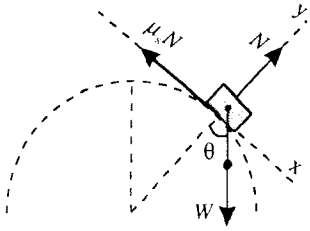
PROBLEMA 11

Un pequeño bloque está estacionado sobre un semicilindro áspero, calcule μ_s considerando que "θ" es el ángulo máximo sin que el pequeño bloque resbale.



RESOLUCION :

* Hacemos el DCL del bloquecito, observe que la normal (N) y la fricción estática ($\mu_s N$) son perpendiculares



* Eje "x":

$\mu_s N = W\text{sen}\theta$ ... (1)

* Eje "y":

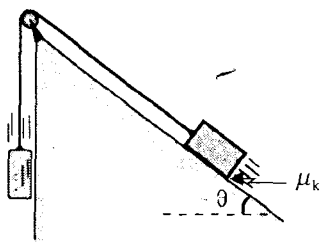
$N = W\cos\theta$ ... (2)

* Dividiendo (1) y (2): $\dfrac{\mu_s N}{N} = \dfrac{W\text{sen}\theta}{W\cos\theta}$

$$\boxed{\mu_s = \tan\theta}$$

PROBLEMA 12

Dos cajones de madera de igual peso se han amarrado y dispuesto de manera que se mueven a velocidad constante como se puede ver en la figura. Halle μ_k



RESOLUCION :

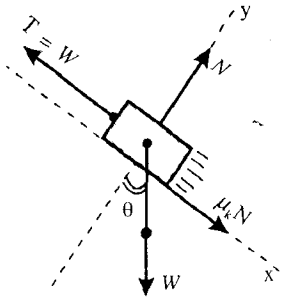
* Como los cajones se mueven a velocidad constante están en equilibrio cinético.

* DCL del cajón que baja verticalmente:

$\Sigma F = 0$

$T = W$ ..... (1)

* DCL del cajón que sube por el plano inclinado áspero.



* Eje "x":

$\mu_k N + W\text{sen}\theta = W$

$\mu_k N = W - W\text{sen}\theta$ ... (1)

* Eje "y":

$N = W\cos\theta$ ... (2)

* Dividiendo (1) y (2): $\dfrac{\mu_k N}{N} = \dfrac{W - W\,\text{sen}\theta}{W\cos\theta}$

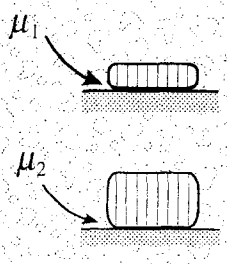
$$\boxed{\mu_k = \frac{1-\text{sen}\theta}{\cos\theta}}$$

AUTOEVALUACIÓN

01 La fuerza de fricción cinética es directamente proporcional a:

a) al peso b) la masa
c) la fuerza normal d) volumen
e) N.A.

02 Dos ladrillos idénticos se han colocado sobre una misma mesa, uno descansa sobre su cara amplia y el otro sobre su extremo, con respecto a sus coeficientes de rozamiento se tendrá:



a) $\mu_1 > \mu_2$
b) $\mu_1 = \mu_2$
c) $\mu_1 < \mu_2$
d) $\mu_1 \neq \mu_2$
e) $\mu_1 >> \mu_2$

03 ¿Cuando se cumple la siguiente condición $f_s = \mu_s N$?

a) cuando hay reposo
b) cuando hay tendencia al deslizamiento
c) cuando hay deslizamiento
d) cuando el deslizamiento es inminente
e) N.A.

04 Para iniciar el deslizamiento de un cuerpo es necesario una fuerza F_1, mientras que para mantener el deslizamiento a velocidad constante se necesita una fuerza F_2, luego será cierto:

a) $F_1 = F_2$ b) $F_1 \neq F_2$ c) $F_1 > F_2$
d) $F_1 < F_2$ e) $F_1 = F_2 = 0$

05 Un bloque de madera está a punto de resbalar sobre una pendiente uniforme que forma 37° con la horizontal. Halle el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque de madera y la pendiente.

a) 0.55 b) 0.65 c) 0.75
d) 0.85 e) 0.95.

06 Señale con verdadero (V) o falso (F):

I) La fuerza normal siempre es igual al peso.
II) La fricción estática, siempre es $\mu_s N$
III) Para dos superficies, generalmente se cumple $\mu_s > \mu_k$

a) FFF b) FFV c) VFV
d) VVV e) FVV

07 ¿Qué fuerza es la que impulsa hacia adelante al andar?

a) Peso b) Normal
c) fricción estática d) fricción cinética
e) fuerza muscular

08 Si se cambian los neumáticos de un automóvil por otros más anchos, la fuerza de fricción entre los nuevos neumáticos y la pista.....

a) aumenta
b) disminuye
c) permanece igual
d) puede aumentar o disminuir
e) N.A.

09 Para dos superficies dadas se cumple que:

I) f_k pude ser mayor que f_s
II) f_k siempre es menor que $\mu_s N$
III) f_k siempre se opone al deslizamiento

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Todas e) Ninguna.

10 Con respecto a la fricción estática es falsa que:

a) Es independiente del área de contacto
b) Depende de la calidad de las superficies en contacto
c) No presenta un valor fijo
d) Se presenta solamente en el deslizamiento inminente.
e) Tiene un valor máximo equivalente a $\mu_s N$

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 11

Un escritorio pesa 400 N y descansa sobre el piso de la oficina con el cual el coeficiente de rozamiento estático es 0.4, ¿qué fuerza horizontal es necesaria para mover el escritorio?

a) 100 N b) 120 N c) 140 N
d) 160 N e) 180 N

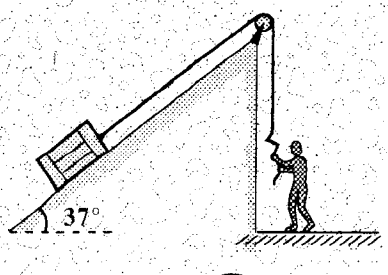
PROBLEMA 12

Un esquiador desliza cuesta abajo por una pendiente uniforme qué forma 30° con la horizontal. La velocidad del esquiador es constante. Halle μ_k entre los esquies y el hielo.

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

PROBLEMA 13

Se remolca una caja de madera de 800 N de peso empleando un plano inclinado que forma 37° con el horizonte. El coeficiente de rozamiento cinético entre la caja y el plano es 0.2. Halle la fuerza de tracción del hombre de modo que la caja suba a velocidad constante.



a) 688 N
b) 668 N
c) 648 N
d) 628 N
e) 608 N

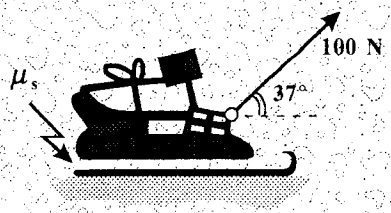
PROBLEMA 14

Suponga que el peso de un trineo es de 200 N y del esquimal que viaja en él de 700 N, ¿con qué fuerza jalan los perros cuando el esquimal viaja en el trineo a velocidad constante sobre un lago congelado? $\mu_k = 0.3$

a) 210 N b) 230 N c) 250 N
d) 270 N e) 290 N

PROBLEMA 15

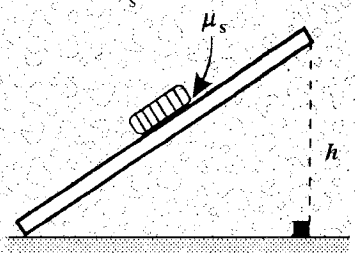
Una fuerza de 100 N es capaz de iniciar el movimiento de un trineo de 300 N de peso sobre la nieve compacta. Calcule μ_s



a) 0.13
b) 0.23
c) 0.33
d) 0.43
e) 0.53

PROBLEMA 16

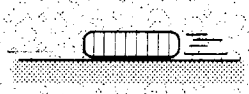
El extremo de una tabla de madera se ha levantado gradualmente hasta el instante en que está a un altura "h" del piso y la moneda está a punto de resbalar, la tabla mide 60 cm y $\mu_s = 0.75$. Calcule h.



a) 30 cm
b) 36 cm
c) 40 cm
d) 44 cm
e) 50 cm

PROBLEMA 17

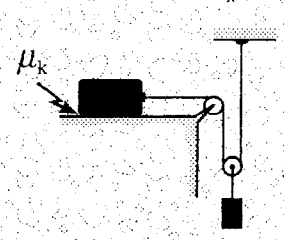
Una moneda lanzada en forma razante sobre una mesa de madera resbala como se muestra en la figura, represente la reacción de la madera sobre la moneda:



a) b) c) d) e)

PROBLEMA 18

Dos bloques idénticos han sido arreglados de tal forma que logran moverse a velocidad constante halle, μ_k



a) 0.2
b) 0.3
c) 0.4
d) 0.5
e) 0.6

PROBLEMA 19

Determine la fuerza de resistencia que ofrece el aire a un paracaidista cuyo peso total (incluyendo su equipo) es de 900 N cuando baja verticalmente a velocidad constante.

a) igual que 900 N
b) mayor que 900 N
c) menor que 900 N
d) mayor o menor que 900 N
e) faltan datos.

PROBLEMA 20

Un bloque de 10 N se coloca sobre un plano inclinado en 53° con respecto a la horizontal. Halle la fuerza paralela al plano inclinado de tal modo que el bloque suba a velocidad constante. La fricción cinética es de 3 N.

a) 6 N b) 8 N c) 9 N
d) 11 N e) 17 N

NIVEL II

PROBLEMA 21

El peso de una caja es de 200 N, sus coeficientes de rozamiento con el piso son: 0,3 y 0,4. Aplicando una fuerza horizontal de 74 N y sobre esta caja tendremos que la caja está _____

a) a punto de resbalar
b) resbalando
c) en reposo
d) faltan datos
e) N.A.

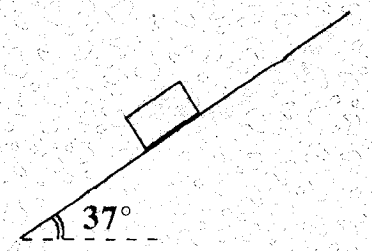
PROBLEMA 22

Una fuerza horizontal de 30 N es suficiente para que un ladrillo de 40 N de peso siga resbalando a velocidad constante sobre el piso horizontal, halle la reacción del piso.

a) 30 N b) 40 N c) 50 N
d) 70 N e) F. datos

PROBLEMA 23

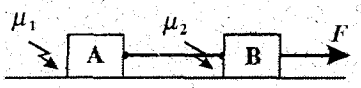
Un pequeño bloque cuyo peso es 100 N está en equilibrio sobre un plano inclinado. El coeficiente de fricción entre el bloque y el plano es 0.8. La fuerza que el plano ejerce sobre el bloque es:



a) 100 N
b) 80 N
c) 64 N
d) 60 N
e) 48 N

PROBLEMA 24

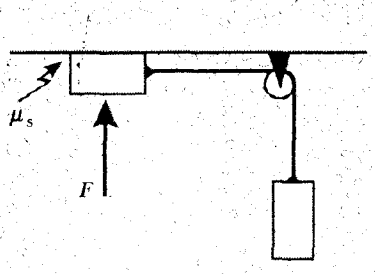
Los pesos de los bloques A y B son respectivamente 800 N y 600 N. Los coeficientes de rozamiento estático son $\mu_1 = 0.3$ y $\mu_2 = 0.5$. Calcule la fuerza "F" que inicia el movimiento.



a) 480 N
b) 500 N
c) 520 N
d) 540 N
e) 560 N

PROBLEMA 25

El diagrama muestra dos bloques de cemento, cada uno de 10 N de peso, amarrados con una cuerda ligera. Halle la fuerza mínima "F" sin que los bloques resbalen. $\mu_s = 0.2$



a) 10 N
b) 20 N
c) 30 N
d) 50 N
e) 60 N

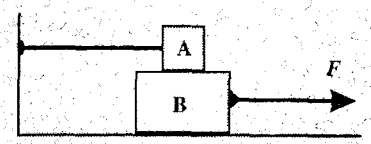
PROBLEMA 26

Susponga que la polea no tiene peso y el coeficiente de rozamiento estático entre el cajón de 50 N y el piso es 0.3. Calcule la máxima fuerza "F" sin que el cajón se mueva.

a) 15 N
b) 30 N
c) 45 N
d) 60 N
e) 100 N

PROBLEMA 27

Los pesos de los bloques A y B son respectivamente 50 N y 100 N. Si para todas las superficies tenemos $\mu_k = 0.2$. Halle la fuerza "F" para retirar el bloque "B" a velocidad constante.



a) 10 N
b) 20 N
c) 30 N
d) 40 N
e) 50 N

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	D	C	C	B	C	C	D	D	D	C	E	D	C	B	D	D	A	D

21	22	23	24	25	26	27
C	C	A	D	E	B	D

14 Capítulo

ESTATICA II

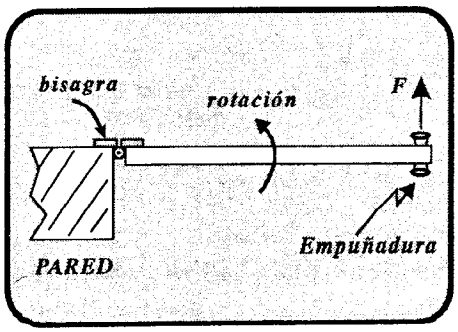
OBJETIVOS

1.	*Definir el torque de una fuerza*
2.	*Aplicar a fuerzas paralelas, el teorema de Varignon*
3.	*Establecer y aplicar la segunda condición de equilibrio*

©DHDV

14.1. MOMENTO O TORQUE DE UNA FUERZA (τ)

Cuando se abre una puerta es necesario jalar o empujar de la empuñadura y observamos que la puerta empieza a girar, entonces; la fuerza (F) aplicada en la empuñadura ha producido la rotación de la puerta.

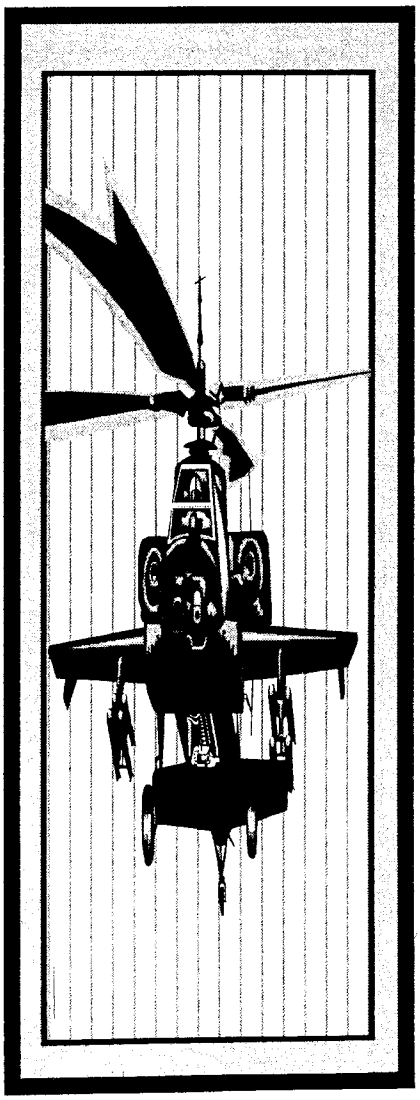


El diagrama muestra una puerta (vista desde arriba) y la fuerza F aplicada en la empuñadura.

La experiencia nos indica que a mayor fuerza F, mayor será el ímpetu de rotación.

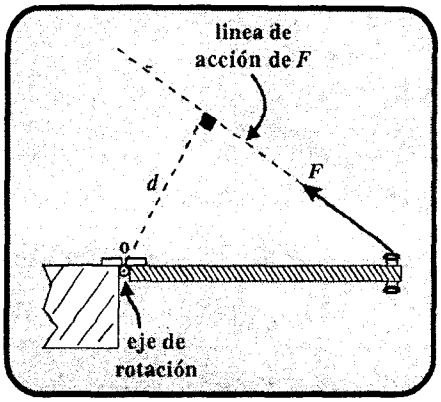
La linea que pasa por las bisagras se denomina eje de giro.

> *La capacidad o tendencia que tiene una fuerza de producir una rotación se denomina* ***torque o momento de una fuerza.***



14.1.1 BRAZO DE PALANCA (d)

Se define como la distancia ***perpendicular*** desde el eje de rotación hasta la linea de acción de la fuerza.

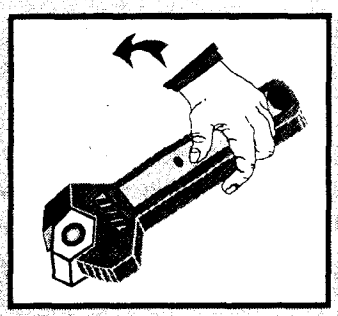


El diagrama muestra una puerta vista desde arriba.

Se define el momento de fuerza o torque con respecto al eje de rotación "O" al producto de la fuerza (F) por el brazo de palanca(d)

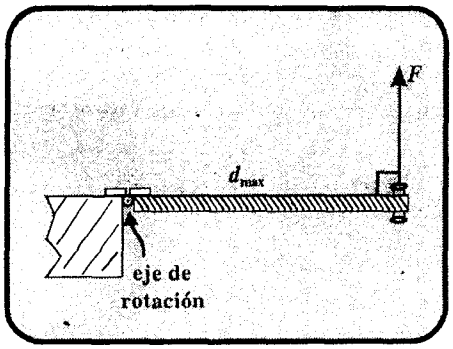
$$\tau = Fd$$

Si quieres que un objeto gire o de vueltas debes aplicarle un torque:

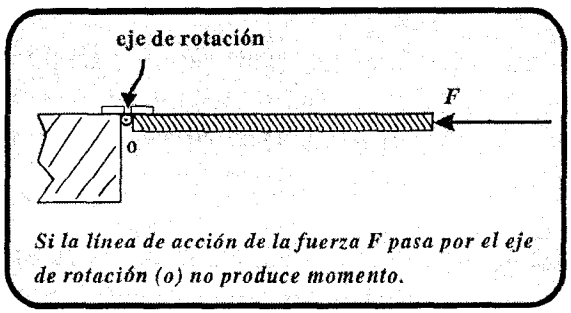


Si la fuerza es ***perpendicular*** a la puerta se presentará la máxima distancia y por consiguiente el ***momento máximo.***

La distancia máxima equivale al ancho de la puerta.



$$\tau_{max} = Fd_{max}$$



Si la línea de acción de la fuerza F pasa por el eje de rotación (o) no produce momento.

Si la línea de acción pasa por el eje de rotación no hay distancia: entonces, el momento de esta fuerza con respecto al eje de rotación "O" es cero.

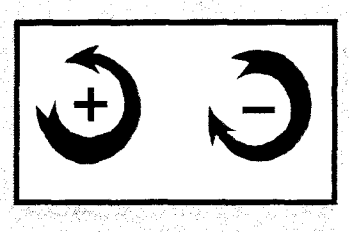
$$\tau = 0$$

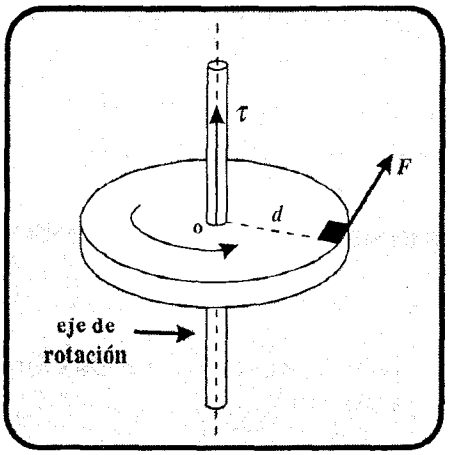
14.1.2 REPRESENTACION VECTORIAL DEL TORQUE

El vector momento de una fuerza (τ) es perpendicular al plano de rotación, y viene a ser paralelo al eje de rotación, tiene un sentido que se halla con la regla de la mano derecha.

CONVENCION

Los momentos antihorarios son considerados positivos (+) y los horarios negativos (–)





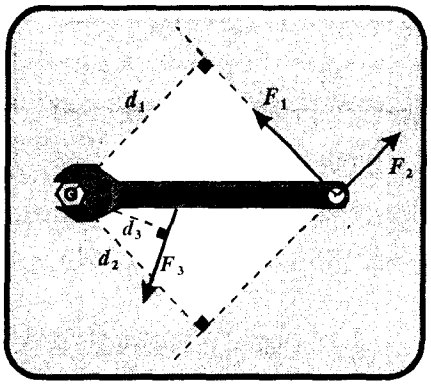
REGLA DE LA MANO DERECHA

"Los dedos de la mano derecha señalan la rotación y el pulgar señala el sentido del vector torque(τ)".

El vector torque actúa a lo largo del eje de rotación.

14.2 TORQUE O MOMENTO RESULTANTE ($\Sigma\tau$)

Cuando las fuerzas aplicadas actúan en el mismo plano, el torque resultante es la suma algebraíca de los torques positivos y negativos debidos a cada fuerza.



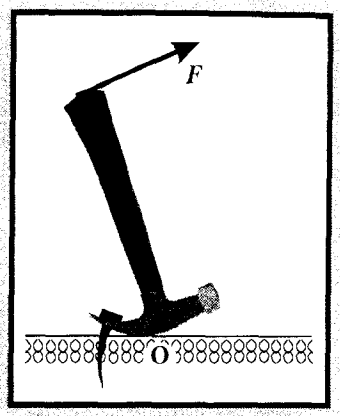
Se muestran 3 fuerzas aplicadas sobre una herramienta.

- F_1 y F_2 generan momentos antihorarios (+)
- F_3 genera momento horario (−)
- Los brazos de palanca(d) son perpendiculares.

El momento resultante será:

$$\Sigma\tau = F_1d_1 + F_2d_2 - F_3d_3$$

"F" aplica un torque sobre el martillo alrededor de "O".



Las uñas del martillo aplican un torque sobre el clavo, extrayéndolo

14.3. TEOREMA DE VARIGNÖN

En el diagrama se observan 3 fuerzas paralelas; $F_1 = 20$ N, $F_2 = 10$ N y $F_3 = 50$ N

Como las fuerzas son paralelas la resultante será:

$$R = 20\text{ N} + 50\text{ N} - 10\text{ N}$$

$$\boxed{R = 60\text{ N}}$$

El siguiente paso es averiguar el punto en donde actuaría esta fuerza resultante (R).

El momento de la resultante (R) debe ser igual a la suma de los momentos de las tres fuerzas.

$$\tau_R = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$$

$$R(x) = F_1d_1 - F_2d_2 + F_3d_3$$

$$(60\text{ N})\,x = 20\text{ N}\,(2\text{ m}) - 10\text{ N}\,(5\text{ m}) + 50\,(8\text{ m})$$

$$(60\text{ N})\,x = 390\text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\boxed{x = 6.5\text{ m}}$$

***FIGURA* Ⓐ**
Fuerzas paralelas sobre una barra.

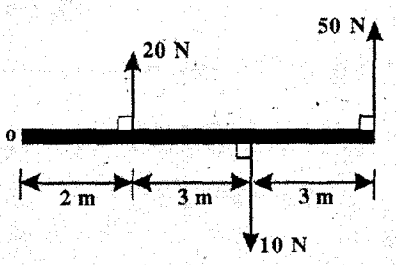
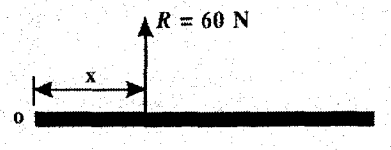
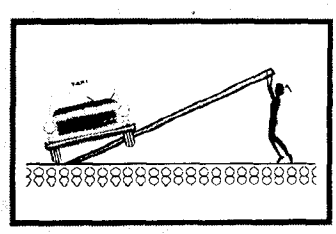


***FIGURA* Ⓑ**
Punto de acción de la resultante.



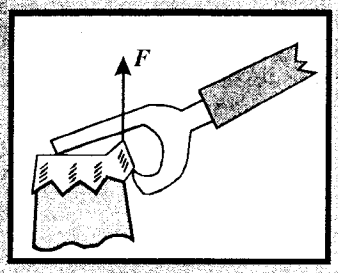


Empleando una palanca podemos multiplicar nuestra fuerza.

De lo expuesto, el teorema de VARIGNÖN establece qué:

> *El momento de la resultante de fuerzas con respecto a un punto es igual a la suma algebraíca de los momentos positivos y negativos de cada fuerza con respecto a dicho punto.*

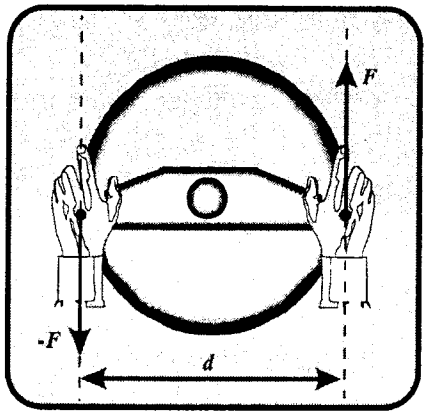
Un destapador de botellas facilita la apertura aplicando un torque sobre la tapa.



El torque hace girar la tapa logrando de este modo la apertura de la botella.

14.4. CUPLA O PAR DE FUERZAS (τ)

Dos fuerzas de igual módulo (F), de líneas de acción paralelas y de direcciones contrarias constituyen una cupla



La figura muestra la cupla o par de fuerzas aplicada al volante de un automóvil.

Puede probarse que con respecto a cualquier punto del volante el módulo de la cupla o par de fuerzas siempre es:

$$\tau = Fd$$

> *Las cuplas solo producen rotación y siempre tienen el mismo valor ($\tau = Fd$) para cualquier eje de rotación.*

14.5. EQUILIBRIO ROTACIONAL

El equilibrio rotacional o segunda condición de equilibrio establece que si la suma de momentos de fuerza o torques que actúan sobre un cuerpo es cero, el cuerpo no gira o si es que gira lo hace con velocidad angular constante.

$$\Sigma\tau = 0$$

En el plano, para que $\Sigma\tau = 0$, la suma de los torques horarios debe compensarse con la suma de los torques antihorarios.

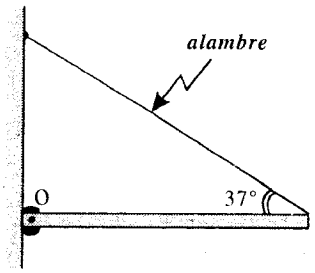
$$\Sigma\tau_{\text{HORARIOS}} = \Sigma\tau_{\text{ANTIHORARIOS}}$$

> *Estrictamente, para que un objeto esté en equilibrio (total) debe cumplir la primera ($\Sigma F = 0$) y la segunda condición de equilibrio ($\Sigma\tau = 0$), si una condición no es satisfecha, el objeto no estará en equilibrio.*

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

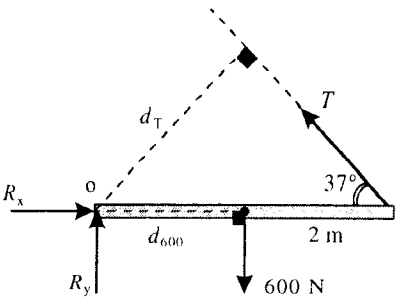
Una viga homogénea y uniforme tiene un peso de 600 N y mide 4 m, está articulada en O, y se mantiene horizontalmente amarrando un alambre desde su extremo hacia la pared, calcule la tensión en este alambre.



RESOLUCION:

* Para una viga homogénea y uniforme el peso es representado en la mitad.

* En la articulación "O" se acostumbra representar dos reacciones componentes, una horizontal (R_x) y la otra vertical (R_y), con éstas posteriormente se calcula la reacción total en O.



* Los brazos a la tensión (d_T) y al peso de 600 N (d_{600}) son perpendiculares trazadas desde la articulación "O":

$d_{600} = 2$ m

$d_T = (4\text{ m})\text{sen}37° = (4\text{ m})(3/5) = 12/5$ m

* Igualamos los momentos horarios a los antihorarios con respecto al punto O:

$$\tau_{600} = \tau_T$$

$$(600\text{ N})\, d_{600} = T d_T$$

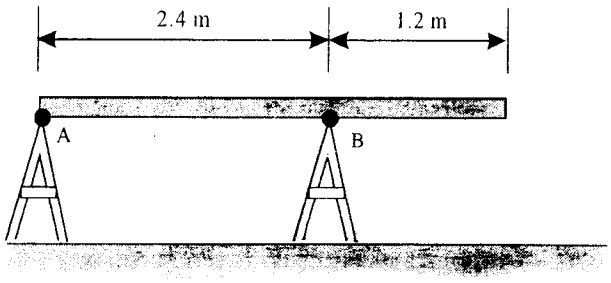
$$(600\text{ N})\,(2\text{ m}) = T(12/5\text{ m})$$

$$\boxed{T = 500\text{ N}}$$

* R_x y R_y no producen torque porque pasan por el punto de giro "O".

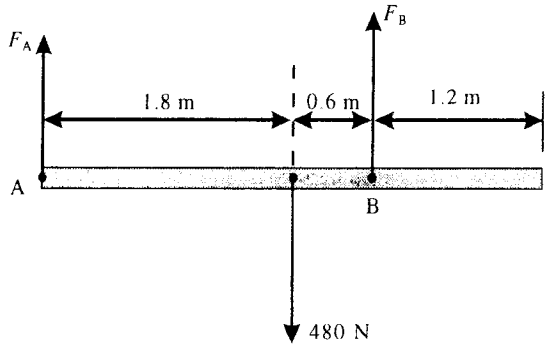
PROBLEMA 02

Un tablero uniforme de 480 N de peso y 3.6 m de longitud se encuentra en reposo horizontalmente sobre dos caballetes. ¿Qué fuerza ejerce el caballete B?



RESOLUCION:

* Como el tablero es uniforme, su peso (480 N) se representa en la mitad.



* Igualamos momentos horarios a los antihorarios con respecto al extremo A:

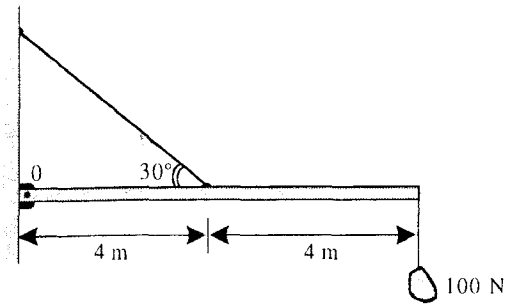
$$480\text{ N}\,(1.8\text{ m}) = F_B(2.4\text{ m})$$

$$\boxed{F_B = 360\text{ N}}$$

* F_A no produce torque alrededor de A.

PROBLEMA 03

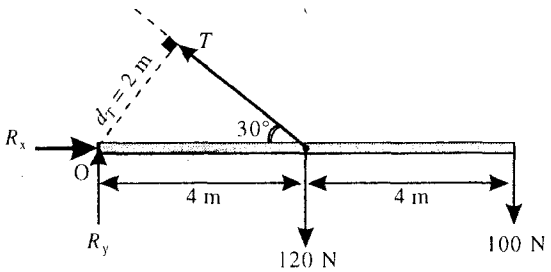
El diagrama muestra una barra uniforme horizontal articulada en "O" de 120 N de peso que sujeta en su extremo una piedra de 100 N. Calcule la tensión en la línea de soporte (cable).



RESOLUCION:

* La barra uniforme tiene su peso concentrado en la mitad.

* Las verdaderas direcciones de R_x y R_y se verifican posteriormente.



* Igualamos los torques horarios a los antihorarios con respecto al punto O:

$$\tau_{120} + \tau_{100} = \tau_T$$

$$120\ \text{N}\ (4\ \text{m}) + 100\ \text{N}\ (8\ \text{m}) = T\ (2\ \text{m})$$

$$\boxed{T = 640\ \text{N}}$$

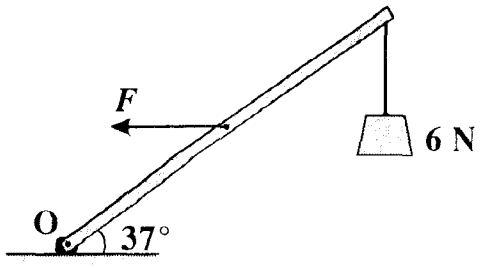
* R_x y R_y no producen momentos porque pasan por el punto de giro "O"

PROBLEMA 04

El peso de la barra uniforme en equilibrio es de 9 N, mide L y en su extremo cuelga un bloque de 6 N. La fuerza F que permite el equilibrio es horizontal y actúa en el punto medio de la barra, halle:

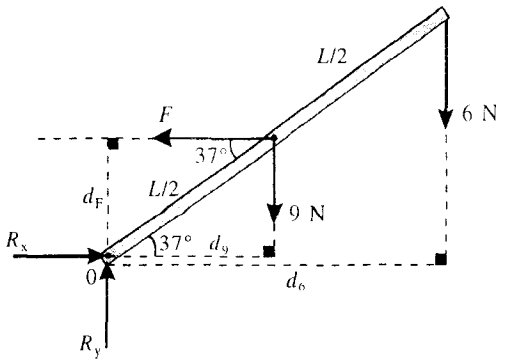
a La fuerza F

b La reacción en la articulación "O"



RESOLUCION:

* Hacemos el DCL de la barra:



a Igualamos torques alrededor de "O":

$$\tau_9 + \tau_6 = \tau_F$$

$$(9\ \text{N})d_9 + (6\ \text{N})d_6 = Fd_F$$

Reemplazamos los brazos (perpendiculares)

$$9\text{N}\left(\frac{L}{2}\cos 37^\circ\right) + 6\text{N}\left(L\cos 37^\circ\right) = F\left(\frac{L}{2}\operatorname{sen}37^\circ\right)$$

$$9\text{N}\left(\frac{L}{2}\right)\left(\frac{4}{5}\right) + 6\text{N}(L)\left(\frac{4}{5}\right) = F\left(\frac{L}{2}\right)\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$\frac{18\ \text{N}}{5} + \frac{24\ \text{N}}{5} = \frac{3F}{10}$$

$$\boxed{F = 28\ \text{N}}$$

b Usando la primera condición de equilibrio ($\Sigma F = 0$) hallamos R_x y R_y:

En el eje x: $\Sigma F_x = 0$

$$R_x = F = 28\ \text{N} \ldots\ldots\ldots (1)$$

En el eje y: $\Sigma F_y = 0$

$$R_y = 9\ \text{N} + 6\ \text{N}$$

$$R_y = 15\ \text{N} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

* Con el teorema de pitágoras calculamos la reacción total en el punto "O":

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

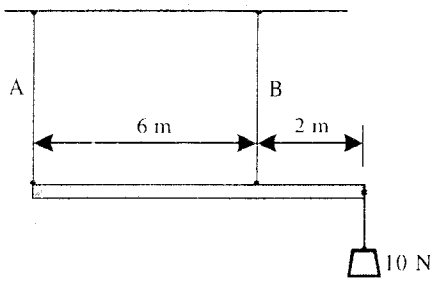
$$R^2 = 28^2 + 15^2$$

$$R = \sqrt{1009}$$

$$\boxed{R = 31.8\ \text{N}}$$

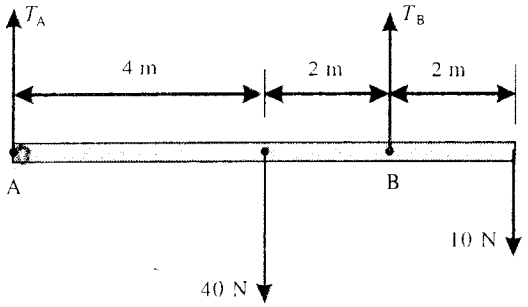
PROBLEMA 05

Se muestra una tabla uniforme horizontal de 40 N de peso y 8 m de longitud, en uno de sus extremos cuelga una pesa de 10 N, determine las tensiones en las cuerdas A y B:



RESOLUCION:

* El peso de la barra uniforme se respresenta en la mitad.



* Igualamos momentos alrededor de A:

$$\tau_{40} + \tau_{10} = \tau_{TB}$$

$$40\ \text{N}\ (4\ \text{m}) + 10\ \text{N}\ (8\ \text{m}) = T_B\ (6\ \text{m})$$

$$\boxed{T_B = 40\ \text{N}}$$

* Para hallar T_A empleamos $\Sigma F = 0$

$$T_A + T_B = 40\ \text{N} + 10\ \text{N}$$

$$T_A + (40\ \text{N}) = 40\ \text{N} + 10\ \text{N}$$

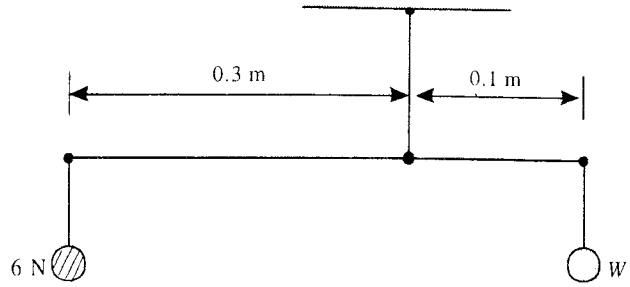
$$\boxed{T_A = 10\ \text{N}}$$

PROBLEMA 06

En una varilla de aluminio de peso despreciable se han suspendido dos esferas, una de ellas pesa 6 N. Calcular:

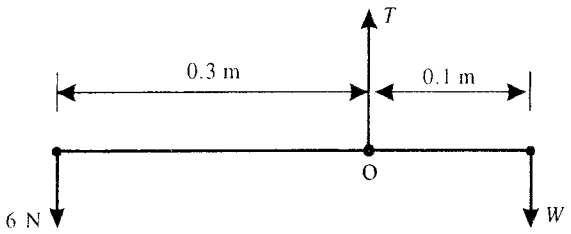
a el peso de la otra esferita.

b la tensión en la cuerda que sostiene la varilla



RESOLUCION:

* Si el peso de la varilla es despreciable no será representado.



a Igualamos momentos con respecto al punto O:

$$W(0.1\ \text{m}) = 6\ \text{N}\ (0.3\ \text{m})$$

$$\boxed{W = 18\ \text{N}}$$

b Empleamos la primera condición de equilibrio:

$$\Sigma F = 0$$

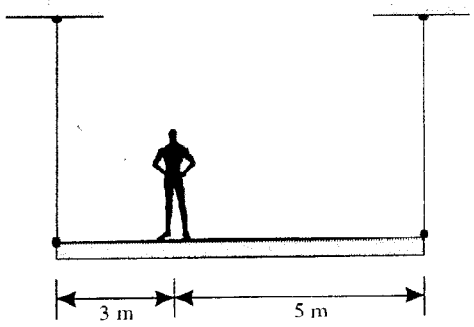
$$T = 6\ \text{N} + W$$

$$\text{T} = 6\ \text{N} + 18\ \text{N}$$

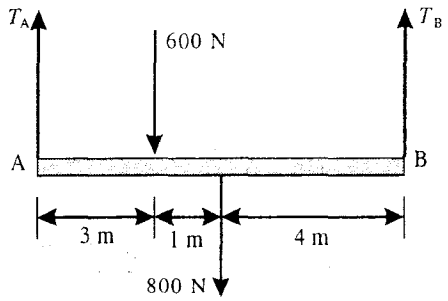
$$\boxed{T = 24\ \text{N}}$$

PROBLEMA 07

Una viga homogénea de 800 N está soportada por dos cables. Una persona de 600 N de peso se encuentra de pie sobre esta viga, calcule las tensiones en los cables.



RESOLUCION:



* Igualamos momentos con respecto al extremo A:

$$600\ \text{N}\ (3\ \text{m}) + 800\ (4\ \text{m}) = T_B(8\ \text{m})$$

$$\boxed{T_B = 625\ \text{N}}$$

* Empleamos la primera condición de equilibrio:

$$\Sigma F = 0$$

$$T_A + T_B = 600\ \text{N} + 800\ \text{N}$$

$$T_A + (625\ \text{N}) = 1\,400\ \text{N}$$

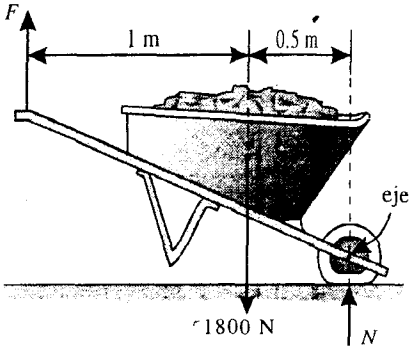
$$\boxed{T_A = 775\ \text{N}}$$

PROBLEMA 08

El diagrama muestra la fuerza F que se necesita para soportar la carretilla cuyo peso total, incluyendo la carga, es de 1800 N. Calcule:

a La fuerza F.

b la reacción normal (N) sobre la rueda.



RESOLUCION:

a Igualando momentos con respecto al eje de la rueda.

$$F(1.5\ \text{m}) = 1\,800\ \text{N}\ (0.5\ \text{m})$$

$$\boxed{F = 600\ \text{N}}$$

b Empleamos $\Sigma F = 0$

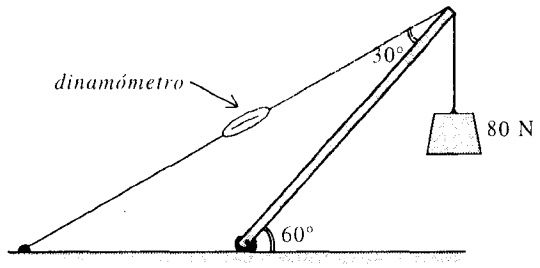
$$F + N = 1\,800\ \text{N}$$

$$(600\ \text{N}) + N = 1800\ \text{N}$$

$$\boxed{N = 1200\ \text{N}}$$

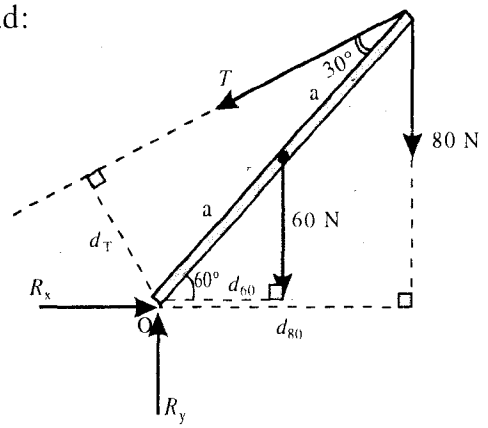
PROBLEMA 09

Un dinamómetro se ha instalado en el cable que sujeta la barra uniforme de 60 N de peso. Halle la lectura de este dinamómetro.



RESOLUCION:

* El peso de la barra se representa en la mitad:



* Igualando momentos alrededor de "O":

$$Td_T = (60\ \text{N})d_{60} + (80\ \text{N})d_{80}$$

$$T(2\text{asen}30°) = 60\ \text{N}(\text{acos}60°) + 80\ \text{N}(2\text{acos}60°)$$

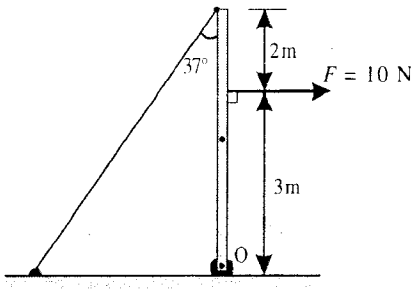
$$T(2a)\left(\frac{1}{2}\right) = 60\ \text{N}(a)\left(\frac{1}{2}\right) + 80\ \text{N}\,(2a)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$2T = 60\ \text{N} + 160\ \text{N}$$

$$\boxed{T = 110\ \text{N}}$$

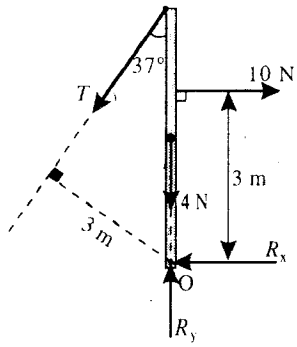
PROBLEMA 10

Se muestra una varilla articulada de 4 N de peso dispuesta verticalmente. Calcule la tensión en el cable cuando F es horizontal y mide 10 N.



RESOLUCION:

* El peso de 4 N, R_x y R_y no producen momentos porque pasan por el punto de giro:



* Igualamos momentos alrededor del punto O:

$$T(3\text{ m}) = 10\text{ N}(3\text{ m})$$

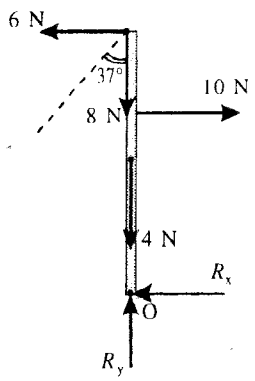
$$\boxed{T = 10\text{ N}}$$

PROBLEMA 11

En el problema anterior, determine la reacción total en la articulación "O".

RESOLUCION:

* Descomponemos la tensión $T = 10$ N.



* Empleamos $\Sigma F = 0$

En el eje x: $R_x + 6\text{N} = 10\text{ N}$

$$R_x = 4\text{ N} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

En el eje y: $R_y = 4\text{ N} + 8\text{ N}$

$$R_y = 12\text{ N} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

* Con el teorema de pitágoras calculamos la reacción total:

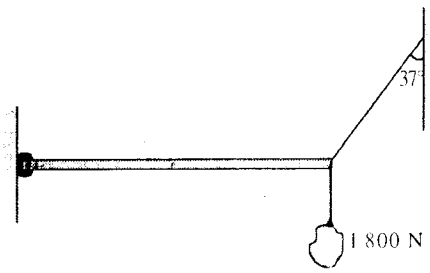
$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$R^2 = 4^2 + 12^2$$

$$\boxed{R = 4\sqrt{10}\text{ N}}$$

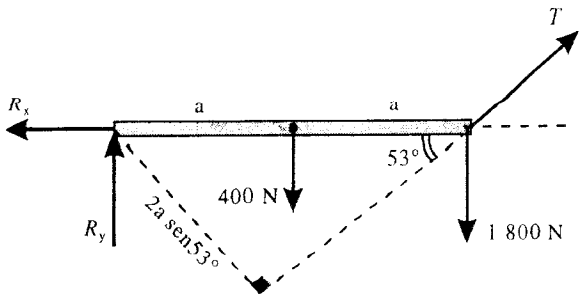
PROBLEMA 12

Una viga tiene un peso uniforme de 400 N, en su extremo cuelga una carga de 1 800 N, determine la tensión en el cable amarrado a la pared vertical.



RESOLUCION:

* El peso de la viga uniforme (400 N) se ubica en la mitad.



* Igualamos momentos alrededor de O:

$$T(2a\text{sen}53°) = 400\text{ N (a)} + 1\,800\text{ N (2a)}$$

$$2T\left(\frac{4}{5}\right) = 400\text{ N} + 3\,600\text{ N}$$

$$\boxed{T = 2\,500\text{ N}}$$

AUTOEVALUACION

01 El torque de una fuerza es una cantidad física:

a) escalar b) fundamental
c) auxiliar d) vectorial
e) dimensional

02 El torque mide la capacidad de una fuerza para producir.

a) traslación b) deformación
c) rotación d) movimiento
e) aceleración

03 La ecuación dimensional del torque es:

a) LMT^{-2} b) L^2MT^2 c) $L^{-2}MT^{-2}$
d) LMT^{-1} e) L^2MT^{-2}

04 Si el brazo de palanca de una fuerza aumenta en un 10%, el torque aumentará en:

a) 5 % b) 10 % c) 15 %
d) 20 % e) 25 %

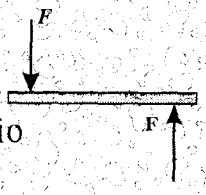
05 En ausencia de un torque externo la velocidad angular de un objeto.

a) puede aumentar
b) puede disminuir
c) puede cambiar
d) permanece constante
e) puede cambiar la dirección solamente

06 Suponga que el torque de una fuerza "F" es cero, se cumplirá que?:

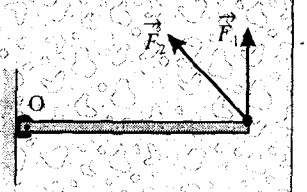
a) la fuerza F es cero
b) esto no es posible
c) el cuerpo está en equilibrio
d) la fuerza para por el eje de giro
e) N.A.

07 Sobre una varilla de peso despreciable están actuando solamente dos fuerzas como se puede ver en el diagrama, diremos que la varilla:



a) está en equilibrio
b) no está girando
c) puede estar en equilibrio
d) no está en equilibrio
e) N.A.

08 En el diagrama se muestra una barra articulada en O y dos fuerzas de la misma intensidad $F_1 = F_2$, ¿Cuál de estas fuerzas produce mayor torque con respecto al punto O?



a) F_1
b) F_2
c) Iguales
d) Faltan Datos
e) N.a.

09 Indicar con verdadero (V) o falso (F)

I) El torque es directamente proporcional a la intensidad de la fuerza.
II) El torque es directamente proporcional al brazo de palanca.
III) El torque es perpendicular a la fuerza.

a) VVF b) VVV c) FVV
d) VFV e) VFF

10 Los aparatos empleados para medir el momento de una fuerza se denomina:

a) velocímetro b) dinamómetro
c) odómetro d) torquímetro
e) barómetro

11 Si queremos que un objeto empiece a girar debemos aplicarle:

a) una fuerza b) un impulso
c) un torque d) un golpe
e) empujón

12 Un cuerpo estará en equilibrio si cumple:

a) la primera condición de equilibrio
b) la segunda condición de equilibrio
c) la primera o segunda condición de equilibrio
d) la primera y la segunda condición de equilibrio
e) ninguna condición.

13 Dos fuerzas tienen la particularidad de producir el mismo torque, entonces estas fuerzas:

a) tienen el mismo brazo de palanca
b) son de igual magnitud
c) son paralelas
d) pueden ser de diferente magnitud
e) no existen

14 Si la suma de momentos sobre un cuerpo es nula tendremos que:

I) La suma de fuerzas también es cero
II) El cuerpo está en equilibrio
III) El equilibrio es parcial

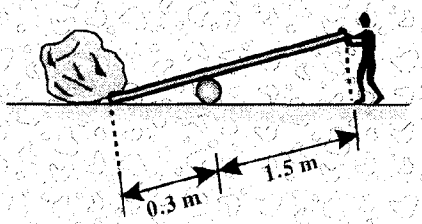
a) VFF b) FFV c) FVV
d) FFF e) VFV

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 15

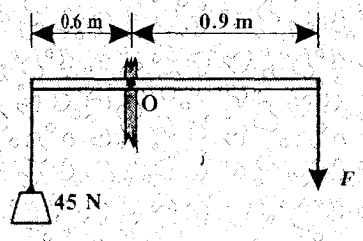
Estime la fuerza que debemos ejercer sobre la palanca para mover una roca de 4 000 N de peso.



a) 500 N
b) 600 N
c) 700 N
d) 800 N
e) 1 000 N

PROBLEMA 16

El diagrama muestra una regla sin peso articulada en "O". Calcule la fuerza "F" que equilibra la pesa de 45 N.



a) 15 N
b) 20 N
c) 25 N
d) 30 N
e) 35 N

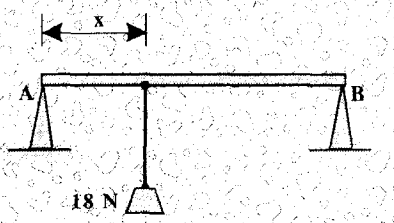
PROBLEMA 17

Colocándose en los extremos de un vara 3 m de longitud, dos cazadores transportan una gacela de 420 N de peso colgada a 1 m de uno de los extremos, ¿qué peso soporta cada cazador?

a) 200 N y 220 N b) 180 N y 240 N
c) 280 N y 140 N d) 160 N y 260 N
e) 120 N y 300 N

PROBLEMA 18

Una regla se apoya en sus dos extremos, calcule x de manera que la reacción en el apoyo B sea de 6 N. La regla mide 1.2 m



a) 0.3 m
b) 0.4 m
c) 0.5 m
d) 0.6 m
e) 0.8 m

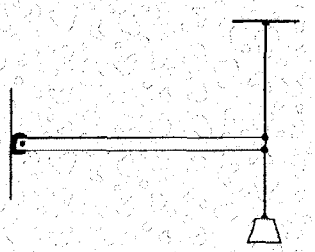
PROBLEMA 19

Si en el problema anterior consideramos que la regla uniforme pesa 3 N, halle nuevamente x.

a) 0.1 m b) 0.2 m c) 0.3 m
d) 0.4 m e) 0.5 m

PROBLEMA 20

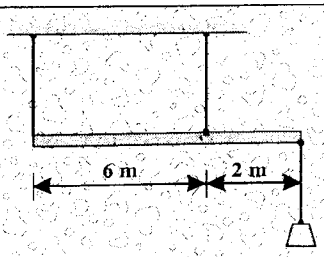
Determine la tensión en el cable amarrado al techo. La viga uniforme pesa 600 N y la carga en su extremo es de 900 N.



a) 600 N
b) 900 N
c) 1 200 N
d) 1 500 N
e) 1 800 N

PROBLEMA 21

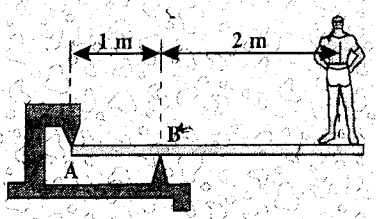
Una barra uniforme de 15 N de peso es suspendida por dos cables como se puede ver en el diagrama. En el extremo hay una carga de 12 N. Calcule las tensiones en los cables.



a) 26 N y 1 N
b) 25 N y 2 N
c) 20 N y 7 N
d) 15 N y 12 N
e) 13 N y 14 N

PROBLEMA 22

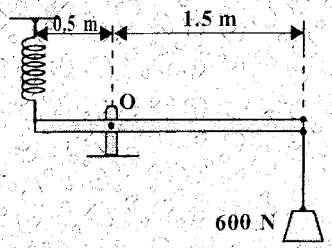
En el diagrama determine la reacción del apoyo A. El nadador pesa 460 N y la tabla es de poco peso.



a) 230 N
b) 460 N
c) 690 N
d) 920 N
e) 1 150 N

PROBLEMA 23

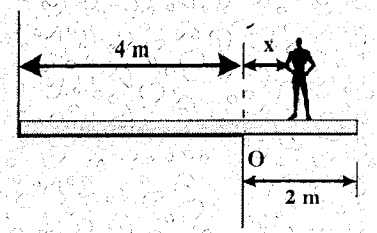
Una varilla sin peso articulada en "O" es empleada para sujetar una carga de 600 N colocando un resorte (k = 1 000 N/m) en el otro extremo. Halle la compresión del resorte.



a) 1.2 m
b) 1.4 m
c) 1.6 m
d) 1.8 m
e) 2.0 m

PROBLEMA 24

¿Hasta qué distancia "x" puede caminar un hombre de 800 N de peso sin que la tabla homogénea y uniforme de 1 000 N de peso vuelque alrededor del punto O?

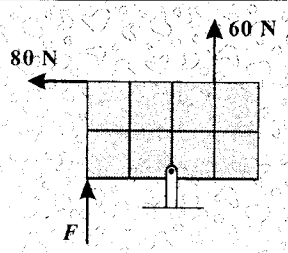


a) 1.00 m
b) 1.15 m
c) 1.25 m
d) 1.35 m
e) 1.45 m

NIVEL II

PROBLEMA 25

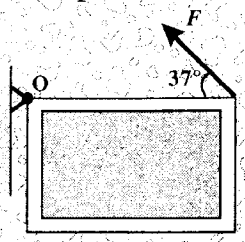
Calcule el módulo de la fuerza "F" de modo que la placa permanezca en equilibrio.



a) 70 N
b) 80 N
c) 90 N
d) 100 N
e) 110 N

PROBLEMA 26

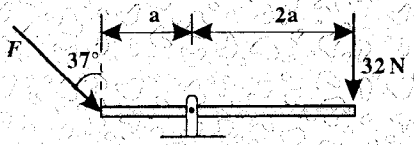
Determine F para que la pizarra articulada en "O" se equilibre como en el diagrama. El peso de la pizarra es de 300 N.



a) 250 N
b) 240 N
c) 230 N
d) 220 N
e) 210 N

PROBLEMA 27

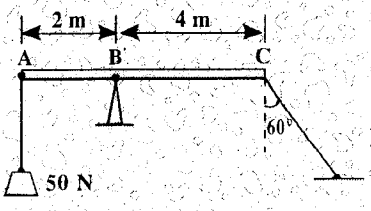
Sobre una vara metálica actúan dos fuerzas como se muestra. Determine "F" para el equilibrio. Desprecie el peso de la vara.



a) 80 N
b) 70 N
c) 60 N
d) 50 N
e) 40 N

PROBLEMA 28

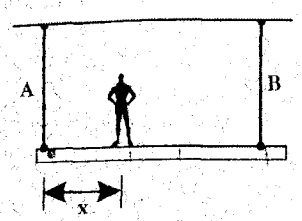
La viga ABC es de sección uniforme. Su peso propio es de 40 N y está articulada en "B". Hallar la tensión en el cable amarrado en el extremo C.



a) 10 N
b) 15 N
c) 20 N
d) 25 N
e) 30 N

PROBLEMA 29

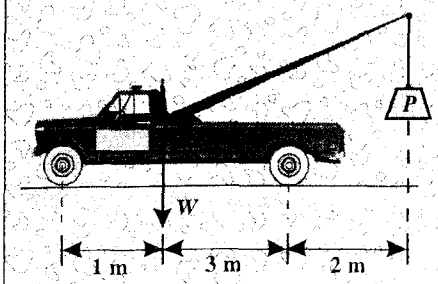
En las cuerdas verticales que sujetan los extremos de un andamio las tensiones son: T_A = 675 N y T_B = 225 N. Calcule el peso del pintor y la distancia "x". El andamio pesa 300 N y mide 4 m de largo.



a) 400 N y 0,5 m
b) 600 N y 0,5 m
c) 600 N y 1 m
d) 400 N y 1 m
e) 300 N y 0,5 m

PROBLEMA 30

El peso total de un camión grúa es $W = 40$ kN y levanta una carga de peso "P". Halle el máximo peso "P" que puede levantar el camión grúa sin volcar hacia atrás.



a) 30 kN
b) 40 kN
c) 50 kN
d) 60 kN
e) 70 kN

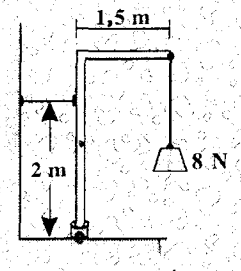
PROBLEMA 31

En el problema anterior halle las reacciones sobre las ruedas cuando levanta la carga máxima "P".

a) 45 y 45 kN b) 0 y 100 kN c) 30 y 60 kN
d) 25 y 65 kN e) Faltan datos

PROBLEMA 32

Determine la reacción total en el pasador. Desprecie el peso de la escuadra.



a) 6 N
b) 8 N
c) 10 N
d) 14 N
e) F. datos.

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	E	B	D	D	D	A	B	D	C	D	D	B	D	D	C	B	C	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32								
A	D	D	C	E	A	A	E	B	D	B	C								

15 Capítulo

CENTRO DE GRAVEDAD

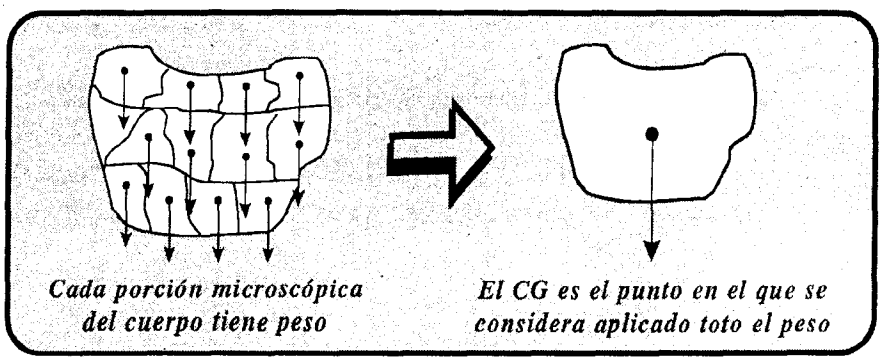
OBJETIVOS

1.	*Definir e ilustrar el concepto de centro de gravedad.*
2.	*Conocer y calcular el centro de gravedad de figuras conocidas.*

©DHO

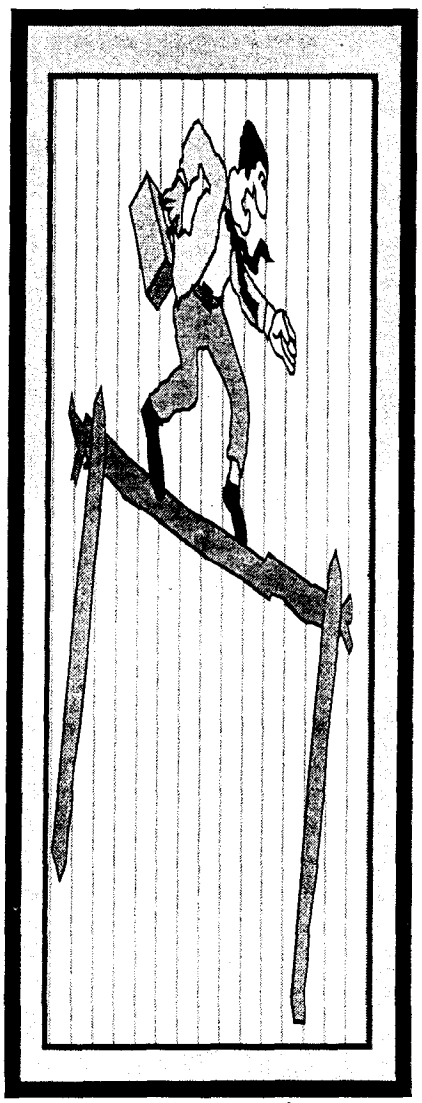
15.1. CENTRO DE GRAVEDAD (C.G.)

El centro de gravedad (CG) de un cuerpo es el lugar o punto del cuerpo en el cual se puede considerar concentrado todo su peso; dependiendo de la geometría del cuerpo el CG, en algunos casos, puede estar fuera de los límites del cuerpo.



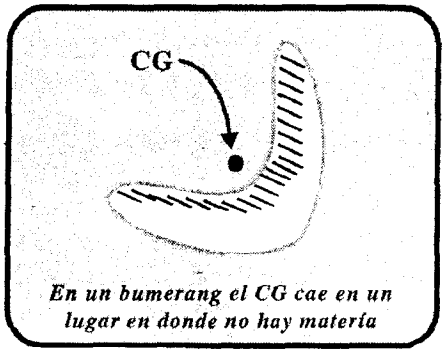
Cada porción microscópica del cuerpo tiene peso

El CG es el punto en el que se considera aplicado toto el peso

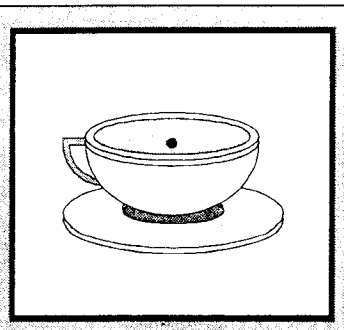


15.2. CARACTERISTICAS DEL CG.:

15.2.1. El C.G. puede estar fuera de la estructura física del cuerpo, en un punto en donde no hay materia como sucede en un anillo, en una taza vacía, en una silla, etc.



En un bumerang el CG cae en un lugar en donde no hay materia

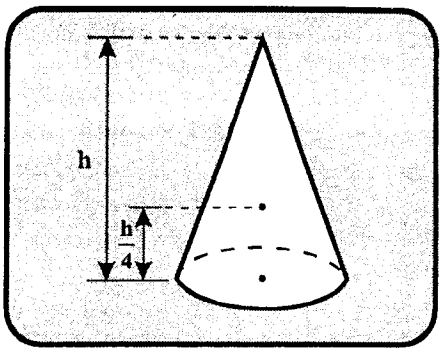


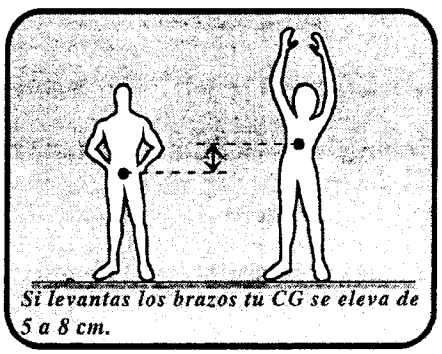
El CG de una taza vacía se ubica en el interior de ésta y en un punto en donde no hay materia.

La copa de pie o tendida tiene el C.G en el mismo punto con respecto a la copa.

15.2.2. En un cuerpo sólido (rígido) el C.G. ocupa siempre un punto fijo, si el cuerpo gira el C.G. conserva el mismo lugar en el cuerpo.

15.2.3. Para un objeto irregular el CG está, cargado en la zona de mayor concentración de masa. En un cono sólido el CG está más cerca de la base.





Si levantas los brazos tu CG se eleva de 5 a 8 cm.

15.2.4. Si el cuerpo cambia de forma, el CG puede cambiar de lugar. En las personas, debido al movimiento, esto sucede frecuentemente.

Al cargar objetos los seres humanos ajustan su CG para tener mayor estabilidad.

De no inclinar el cuerpo sería incómodo caminar.

15.3. CG DE UN CUERPO IRREGULAR PLANO:

Cuando el objeto tiene forma plana el C.G. se puede localizar tecnicamente suspendiendo este objeto de dos puntos diferentes.

PROCEDIMIENTO:

FIGURA 1:

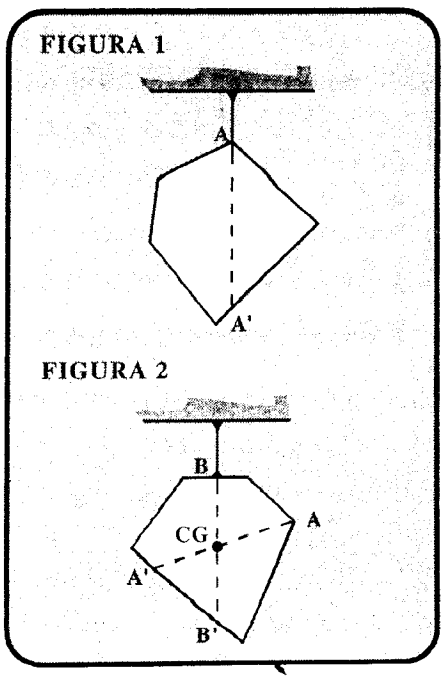
El objeto se ha suspendido del punto A, el CG se encontrará en el segmento AA'

FIGURA 2:

El objeto se ha suspendido de otro punto B, el CG se encontrará en el segmento BB'

CONCLUSION:

El CG se localiza en la intersección de los segmentos AA' y BB'



Si suspendes cualquier cuerpo de un solo punto el CG de este cuerpo está debajo del punto de suspensión.

15.4. OBJETOS QUE SE VUELCAN:

Con la siguiente experiencia encontraremos la razón de la volcadura de los cuerpos apoyados:

Emplearemos un pesado bloque de madera y un plano de inclinación variable:

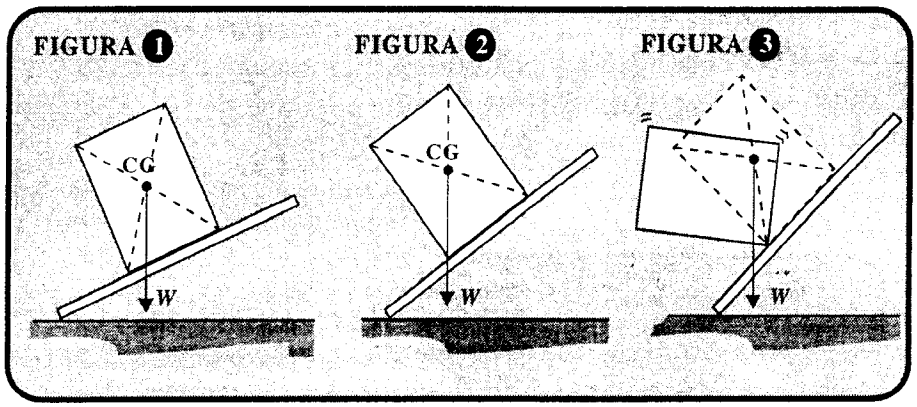


FIGURA 1:

El bloque no se vuelca porque el CG está sobre la base de apoyo. Su peso intersecta la base.

FIGURA 2:

El bloque está a punto de volcar porque el CG está justo sobre el límite de la base. Su peso intersecta el límite de la base.

FIGURA 3:

El bloque se vuelca porque el CG sobrepasa la base. Su peso no llega a intersectar la base de apoyo.

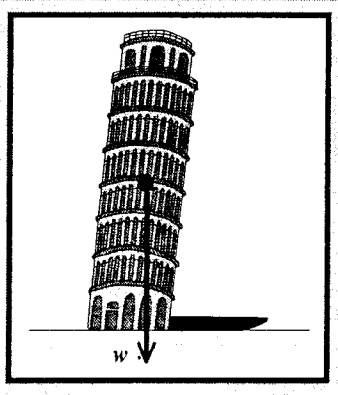
Los objetos que se vuelcan son aquellos cuyo CG sobrepasan la base de apoyo. El peso del objeto no llega a intersectar la base de apoyo.

15.5. COORDENADAS DEL C.G:

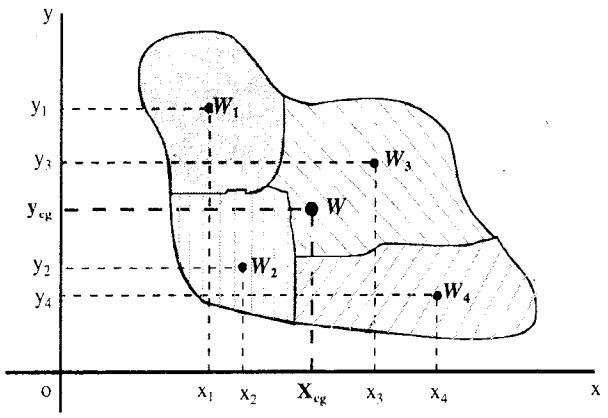
Considerando que un cuerpo es un grupo de partículas con pesos W_1, W_2, W_3, ... W_n aplicados en sus respectivos centros de gravedad, tendremos que el peso total ($W = W_1 + W_2 + W_3 + ... + W_n$), según el teorema de Varignón, producirá igual torque que la suma de los torques de cada peso:

¿Porque los hombres gordos o las mujeres embarazadas inclinan la espalda hacia atrás para poder caminar?

Rpta. : Para que el peso del vientre no los haga volcar.



La torre inclinada de Pisa no se vuelca porque su peso *W* intersecta su base.



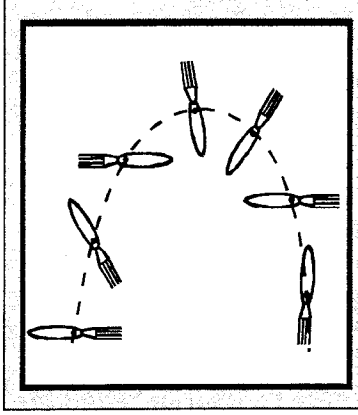
Cálculo de la coordenada del CG en el eje x:

$$WX_{cg} = W_1X_1 + W_2X_2 + W_3X_3 + W_4X_4 \quad \text{..... (1)}$$

Cálculo de la coordenada del CG en el eje y:

$$WY_{cg} = W_1Y_1 + W_2Y_2 + W_3Y_3 + W_4Y_4 \quad \text{..... (2)}$$

Lanzando un tenedor, éste puede girar, pero su centro de gravedad describe una parábola.

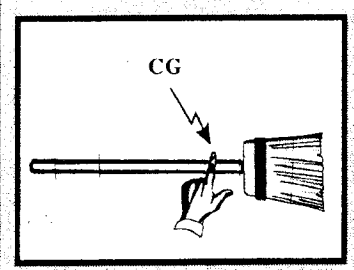


OBSERVACIONES:

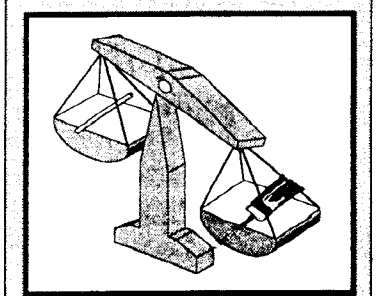
a Si todas las partículas tiene volúmenes de la misma densidad, en lugar de los pesos se emplearán los volúmenes ($W \rightarrow V$). Las dos ecuaciones serán:

$$VX_{cg} = V_1X_1 + V_2X_2 + V_3X_3 + V_4X_4$$
$$VY_{cg} = V_1Y_1 + V_2Y_2 + V_3Y_3 + V_4Y_4$$

El diagrama muestra como ubicar el CG de un cepillo de barrer



Si cortamos por el CG veremos que "misteriosamente" el cepillo pesa más que el palo.



b Si todos los cuerpos tienen áreas de la misma densidad y son del mismo espesor en lugar de los pesos se emplearán las áreas ($W \rightarrow A$)

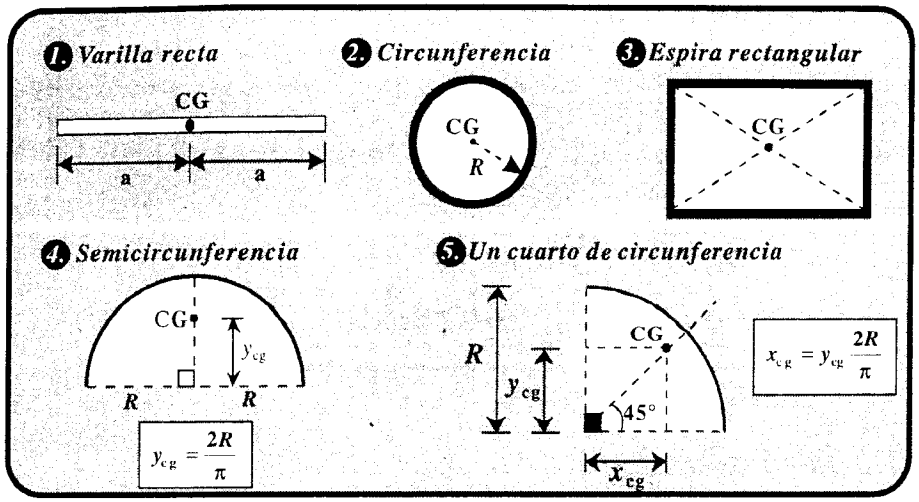
$$AX_{cg} = A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_3 + A_4X_4$$
$$AY_{cg} = A_1Y_1 + A_2Y_2 + A_3Y_3 + A_4Y_4$$

c Si todos los cuerpos son varillas de la misma densidad y de la misma sección recta, en lugar del peso se emplearán sus longitudes ($W \rightarrow L$)

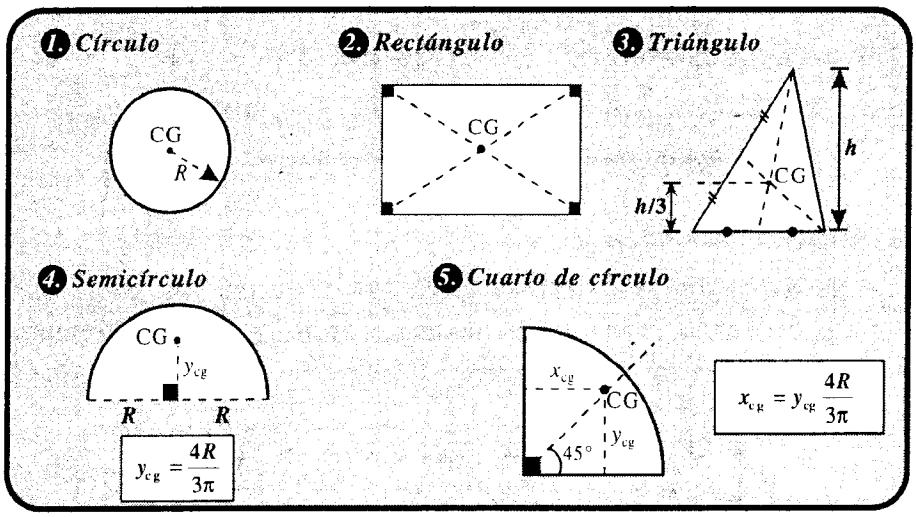
$$LX_{cg} = L_1X_1 + L_2X_2 + L_3X_3 + L_4X_4$$
$$LY_{cg} = L_1Y_1 + L_2Y_2 + L_3Y_3 + L_4Y_4$$

15.6. CG DE FIGURAS CONOCIDAS:

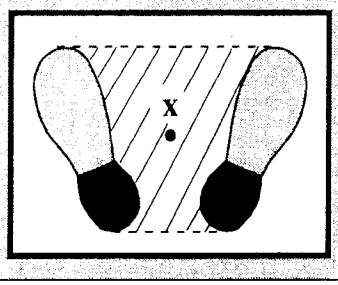
15.6.1. FIGURAS LINEALES:



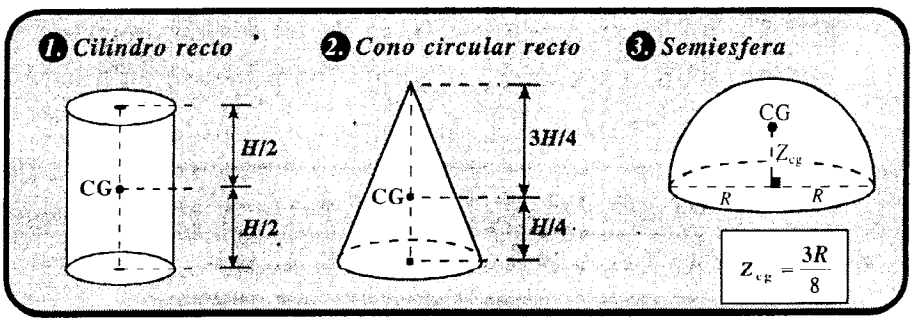
15.6.2. SUPERFICIES PLANAS:



Cuando estamos de pie nuestro peso pasa por algún punto (x) del área delimitada por los pies



15.6.3. VOLUMENES



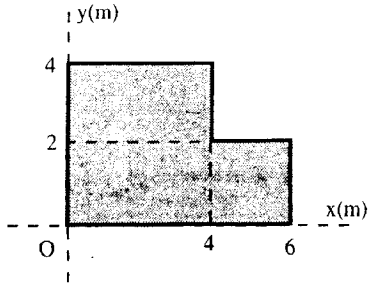
PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Una lámina homogénea y uniforme tiene las siguientes dimensiones mostradas sobre los ejes "x" e "y". Halle las coordenadas de su CG.

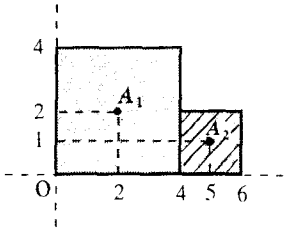
RESOLUCION:

* Dividimos la lámina en dos cuadrados:



$(x_1; y_1) = (2 ; 2)$ es el CG del área A_1

$(x_2 ; y_2) = (5 ; 1)$ es el CG del área A_2



* Calculamos las áreas de los cuadrados:

$$A_1 = (4)(4) = 16$$

$$A_2 = (2)(2) = 4$$

El área total será: $A = 16 + 4 = 20$

* Calculamos la abscisa del CG:

$$AX_{cg} = A_1X_1 + A_2X_2$$

$$(20)X_{cg} = (16)(2) + (4)(5)$$

$$\boxed{X_{cg} = 2.6 \text{ m}}$$

* Calculamos la ordenada del CG:

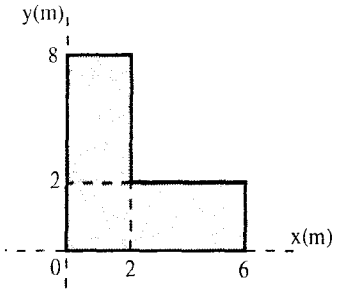
$$AY_{cg} = A_1Y_1 + A_2Y_2$$

$$(20)Y_{cg} = (16)(2) + (4)(1)$$

$$\boxed{Y_{cg} = 1.8 \text{ m}}$$

PROBLEMA 02

Una lámina de aluminio de espesor uniforme se ha cortado tal como se puede ver en la figura. Determine las coordenadas de su CG.

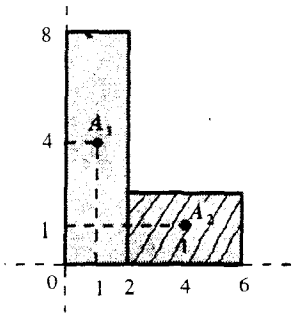


RESOLUCION:

* Dividimos la lámina en dos rectángulos:

El punto (1; 4) es el CG del área A_1

El punto (4; 1) es el CG del área A_2



* Calculamos las áreas de los rectángulos

$A_1 = (2)(8) = 16$

$A_2 = (4)(2) = 8$

* El área total será: $A = 16 + 8 = 24$

* Calculamos la abscisa del CG:

$$AX_{cg} = A_1X_1 + A_2X_2$$

$$(24)X_{cg} = (16)(1) + 8(4)$$

$$\boxed{X_{cg} = 2 \text{ m}}$$

* Calculamos la ordenada del CG:

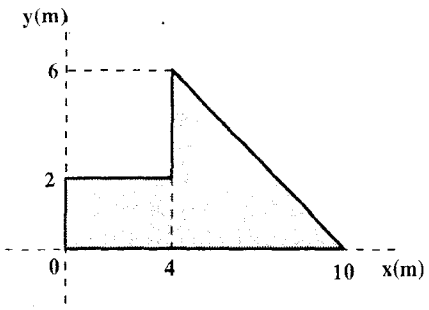
$$AY_{cg} = A_1Y_1 + A_2Y_2$$

$$(24)Y_{cg} = (16)(4) + 8(1)$$

$$\boxed{Y_{cg} = 3 \text{ m}}$$

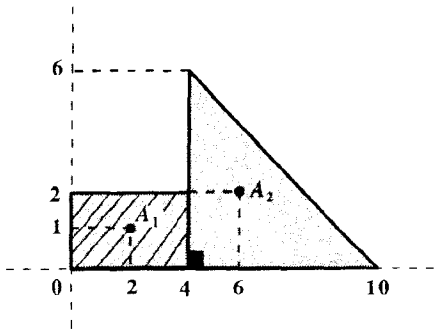
PROBLEMA 03

Calcule el CG de una pieza plana de acero de espesor uniforme.



RESOLUCION:

* Dividimos la pieza plana en un rectángulo y en un triángulo:



El punto (2; 1) es el CG del área A_1

El punto (6; 2) es el CG del área A_2

* Calculamos las áreas:

$$A_1 = (4)(2) = 8$$

$$A_2 = \frac{(6)(6)}{2} = 18$$

El área total será: $A = 8 + 18 = 26$

* Calculamos la abscisa del CG:

$$AX_{cg} = A_1X_1 + A_2X_2$$

$$(26)X_{cg} = 8(2) + 18(6)$$

$$\boxed{X_{cg} = 4.77 \text{ m}}$$

* Calculamos la ordenada del CG:

$$AY_{cg} = A_1Y_1 + A_2Y_2$$

$$(26)Y_{cg} = 8(1) + 18(2)$$

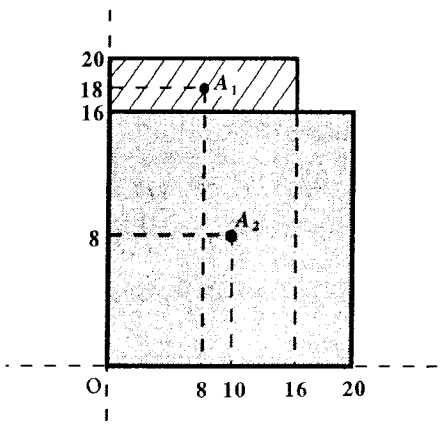
$$\boxed{Y_{cg} = 1.67 \text{ m}}$$

PROBLEMA 04

Una placa uniforme cuadrada de 20 cm de lado tiene una de sus esquinas cortada, de manera que le falta un trozo cuadrado de 4 cm de lado. Halle la posición de su CG.

RESOLUCION:

* La lámina es dividida en dos rectangulos.



El punto (8; 18) es el CG del área A_1

El punto (10; 8) es el CG del área A_2

* Calculamos las áreas:

$A_1 = (16)(4) = 64$

$A_2 = (20)(16) = 320$

El área total será: $A = 64 + 320 = 384$

* Calculamos la abscisa del CG:

$$AX_{cg} = A_1X_1 + A_2X_2$$

$$(384)X_{cg} = (64)(8) + 320(10)$$

$$\boxed{X_{cg} = 9.67 \text{ cm}}$$

* Calculamos la ordenada del CG:

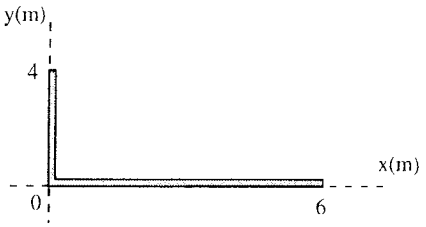
$$AY_{cg} = A_1Y_1 + A_2Y_2$$

$$(384)Y_{cg} = (64)(18) + (320)(8)$$

$$\boxed{Y_{cg} = 9.67 \text{ cm}}$$

PROBLEMA 05

Un alambre homogéneo y uniforme se ha doblado en ángulo recto como se puede ver en el diagrama. Halle el CG con respecto a los ejes X y Y:



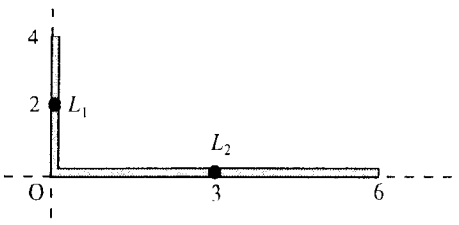
RESOLUCION:

* Dividimos el alambre en dos segmentos rectilineos:

El punto (0; 2) es el CG de la longitud L_1=4 m

El punto (3; 0) es el CG de la longitud L_2=6 m

La longitud total será: $L = 4 \text{ m} + 6 \text{ m} = 10 \text{ m}$



* Calculamos la abscisa del CG:

$$LX_{cg} = L_1X_1 + L_2X_2$$

$$10X_{cg} = 4(0) + 6(3)$$

$$\boxed{X_{cg} = 1.8 \text{ m}}$$

* Calculamos la abscisa del CG:

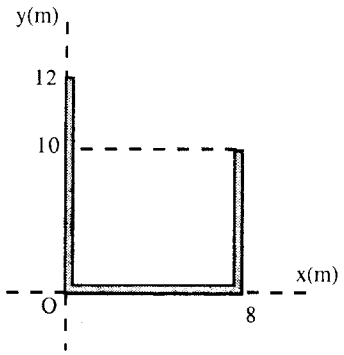
$$LY_{cg} = L_1Y_1 + L_2Y_2$$

$$10Y_{cg} = 4(2) + 6(0)$$

$$\boxed{Y_{cg} = 0.8 \text{ m}}$$

PROBLEMA 06

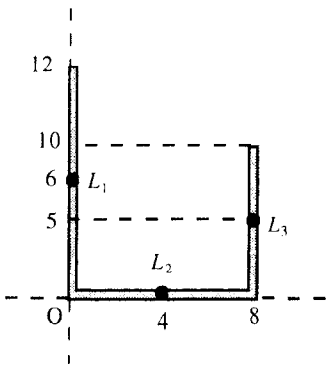
Un alambre cilíndrico de cobre se ha doblado de manera que forma dos esquinas de ángulo recto. Halle el CG con respecto a los ejes mostrados.



RESOLUCION:

* Dividimos el alambre en tres segmentos rectilineos:

  El punto (0; 6) es el CG de $L_1 = 12$ m
  El punto (4; 0) es el CG de $L_1 = 8$ m
  El punto (8; 5) es el CG de $L_3 = 10$ m
  La longitud total es: $L = 12+8+10 = 30$ m



* Calculamos la abscisa del CG:

$$LX_{cg} = L_1X_1 + L_2X_2 + L_3X_3$$

$$30X_{cg} = 12(0) + 8(4) + 10(8)$$

$$\boxed{X_{cg} = 3.73 \text{ m}}$$

* Calculamos la ordenada del CG:

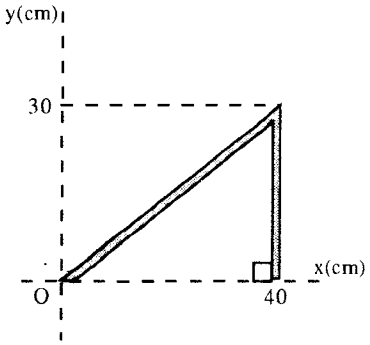
$$LY_{cg} = L_1Y_1 + L_2Y_2 + L_3Y_3$$

$$30Y_{cg} = 12(6) + 8(0) + 10(5)$$

$$\boxed{Y_{cg} = 4.07 \text{ m}}$$

PROBLEMA 07

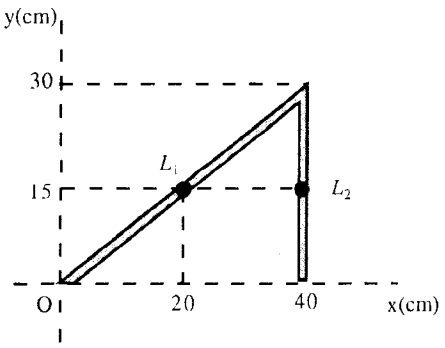
Usando los ejes X e Y mostrados en el diagrama halle las coordenasdas del CG. La varilla doblada es homogénea y uniforme.



RESOLUCION:

* La varilla doblada está formada por dos segmentos rectos:

  El punto (20; 15) es el CG de $L_1 = 50$ cm
  El punto (40; 15) es el CG de $L_2 = 30$ cm
  La longitud total es: $L = 50+30 = 80$ cm



* Calculamos al abscisa del CG:

$$LX_{cg} = L_1X_1 + L_2X_2$$

$$80X_{cg} = 50(20) + 30(40)$$

$$\boxed{X_{cg} = 27.5 \text{ cm}}$$

* Calculamos la ordenada del CG:

$$LY_{cg} = L_1Y_1 + L_2Y_2$$

$$80Y_{cg} = 50(15) + 30(15)$$

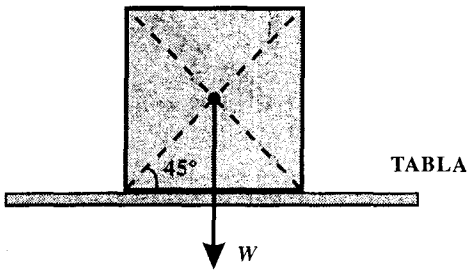
$$\boxed{Y_{cg} = 15 \text{ cm}}$$

PROBLEMA 08

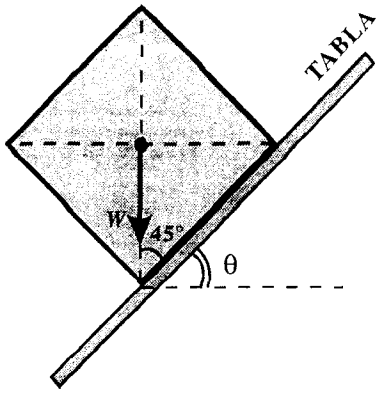
Un bloque cúbico está colocado sobre una tabla rugosa, de forma que cuando la tabla se inclina el bloque no desliza. ¿Para qué ángulo de inclinación de la tabla con respecto a la horizontal el bloque estará a punto de girar sobre su arista?

RESOLUCION:

* Representamos el bloque cúbico sobre la tabla dispuesta horizontalmente.



* Cuando inclinemos la tabla el cubo estará a punto de volcar cuando sus peso (W) pasa por el límite de su base de apoyo:



$\theta = 45°$

AUTOEVALUACION

01 Seleccione con verdadero (V) o falso (F):

I) El CG de un objeto es un punto en el cual consideramos que actúa todo el peso.

II) El CG de un objeto puede ser un punto en el que no hay materia

III) Si deformamos una arcilla húmeda su CG cambia de lugar:

a) VFF b) VFV c) VVF
d) VVV e) FVV

02 Si un hombre que está de pie levanta los brazos, su CG:

a) sube b) No cambia
c) baja d) puede subir o bajar
e) posiblemente baje

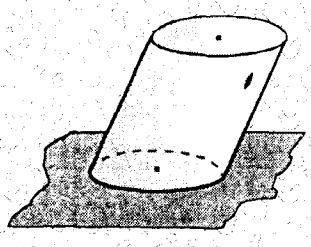
03 Sobre una mesa hay dos copas idénticas; la copa A está vacía y la copa B contiene vino. ¿Cuál de éstas tiene el CG más alto?

a) Copa A b) Copa B
c) posiblemente la copa A
d) Ambas tienen el CG a igual altura
e) F. datos

04 Un alambre homogéneo de cobre ha sido doblado de modo que forma un arco, el CG de este arco:

a) está en el punto medio del alambre
b) no tiene CG
c) está en el centro de curvatura del arco
d) está en un punto en donde no hay materia
e) no se puede afirmar.

05 El diagrama muestra un cilindro oblicuo de pie en el piso. El cilindro no se vuelca porque:



a) tiene poco peso
b) tiene poca masa
c) tiene una base amplia
d) el peso intersecta la base de apoyo
e) el CG sobrepasa la base de apoyo

06 Un luchador separa las piernas y flexiona las rodillas para evitar que lo hagan caer porque.....

I) las piernas separadas aumentan el área de apoyo.

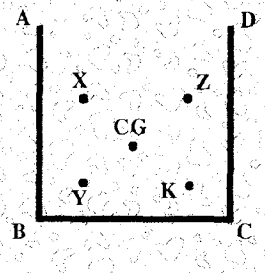
II) las rodillas flexionadas hacen bajar el CG

III) aumenta su agilidad.

a) VVV b) VFV c) FVV

d) FVF e) VVF

07 Se muestra un alambre homogéneo y uniforme ABCD doblado en U y su respectivo centro de gravedad (CG). Si el lado CD es cortado el nuevo centro de gravedad puede ser el punto:



a) X
b) Y
c) Z
d) K
e) el mismo

08 Al destapar una olla vacía, su CG

a) sube b) baja c) no varía

d) posiblemente suba

e) Faltan datos

09 Cuando se rompe una de las patas de la silla la probabilidad de volcar es mayor porque:

a) la silla pesa menos.

b) aumenta el área de la base de apoyo

c) el área de la base de apoyo se reduce a la mitad

d) el área de la base se reduce en un cuarto

e) N.A.

10 Cuando suspendemos un objeto, el CG del objeto se establece ..... del punto de suspensión.

a) a la derecha b) encima

c) debajo d) a al izquierda

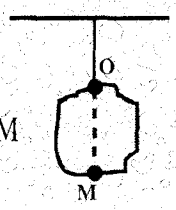
e) lejos

11 Desde una terraza se lanza un bate hacia adelante de modo que gira mientras está cayendo. ¿Qué trayectoria sigue el CG del bate?

a) Circulo b) recta c) parabólica

d) curva no definida e) N.A.

12 Una lámina delgada es suspendida del punto "O" como se puede ver en el diagrama. El CG se ubica.....



a) en el punto "O"

b) en el punto "M"

c) a la derecha del segmento OM

d) a la izquierda del segmento OM

e) en un punto del segmento OM

13 El CG de una lámina homogénea y uniforme depende de:

a) su área b) su masa c) su peso

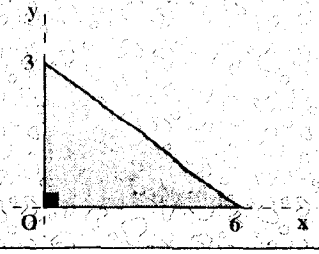
d) su densidad e) su forma geométrica

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 14

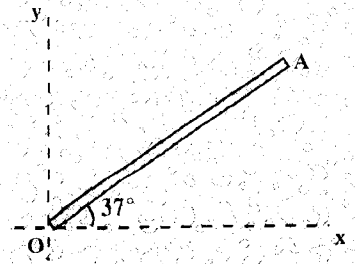
Determine las coordenadas del CG de la siguiente lámina triangular homogénea.



a) (3 ; 6)
b) (1.5 ; 3)
c) (1; 3)
d) (1; 2)
e) (2; 1)

PROBLEMA 15

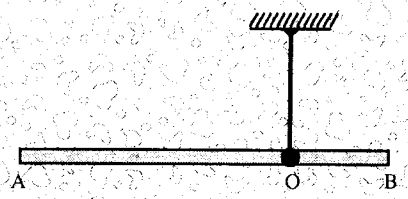
Sobre los ejes X e Y se ha colocado una varilla OA homogénea y uniforme de 10 m de longitud señale las coordenadas del CG.



a) (8 ; 6)
b) (6 ; 8)
c) (4 ; 3)
d) (3; 4)
e) (5; 5)

PROBLEMA 16

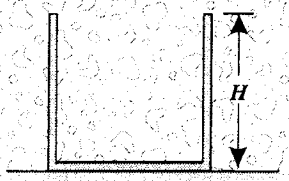
Una varilla heterogénea AB es suspendida desde el punto "O" de modo que se equilibra horizontalmente. El CG de la varilla se ubica:



a) a la izquierda del punto "O"
b) a la derecha del punto "O"
c) en el punto medio de AB
d) en el punto "O"
e) no se puede precisar.

PROBLEMA 17

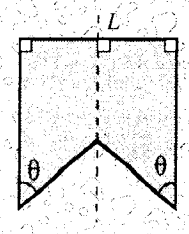
Se muestra una caja cúbica sin tapa hecha de cartón de igual espesor. La altura de la caja es H. ¿A qué altura de la mesa se ubica el CG de la caja?



a) igual a H
b) igual a $H/2$
c) mayor que $H/2$
d) menor que $H/2$
e) cero

PROBLEMA 18

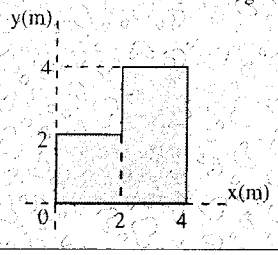
El diagrama muestra una lámina homogénea y su respectiva línea simétrica "L". El CG se encuentra.



a) a la izquierda de L
b) a la derecha de L
c) fuera de L
d) en algún punto de L
e) falta información

PROBLEMA 19

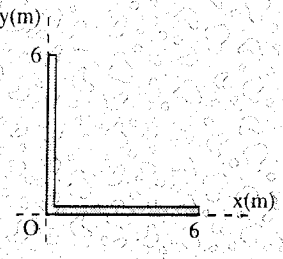
Usando los ejes X e Y mostrados en el diagrama. Calcule X_{cg}



a) 2.11 m
b) 2.22 m
c) 2.33 m
d) 2.44 m
e) 2.55 m

PROBLEMA 20

Un alambre de 12 cm y espesor uniforme se ha doblado en ángulo recto como en la figura. Halle las coordenadas del CG.



a) (1 ; 1)
b) (1.5 ; 1.5)
c) (2 ; 2)
d) (3 ; 3)
e) (4 ; 4)

NIVEL II

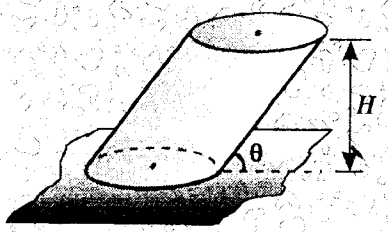
PROBLEMA 21

Si un hombre pierde el brazo izquierdo, su CG se desplza hacia. .....

a) su derecha b) adelante c) atrás
d) su izquierda e) arriba

PROBLEMA 22

Se muestra un cilindro oblicuo de aluminio a punto de volcar. Calcule tanθ si la base circular del cilindro tiene radio R.



a) H/R
b) $2H/R$
c) $2R/H$
d) R/H
e) $H/2R$

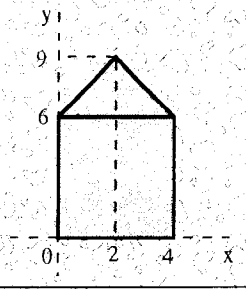
PROBLEMA 23

Calzando zapatos más grandes la probabilidad de volcar será:

a) mayor b) menor c) igual
d) mucho mayor e) N.A.

PROBLEMA 24

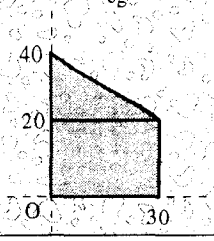
Una lámina de vidrio de igual espesor tiene sus dimensiones mostradas en el diagrama. Halle las coordenadas de su CG.



a) (2 ; 3.8)
b) (3.8 ; 2)
c) (2 ; 4.5)
d) (4.5 ; 2)
e) (2 ; 3.5)

PROBLEMA 25

Una lámina delgada de latón tiene la siguiente forma geométrica. Halle la coordenada X_{cg} de su respectivo CG.



a) 15.33
b) 13.33
c) 12.33
d) 11.33
e) 10.33

PROBLEMA 26

Una alambre homogéneo y uniforme AB tiene una longitud de 20 cm. Se dobla por el punto medio "O" de manera que $\measuredangle AOB = 74°$. ¿A qué distancia del punto "O" se ubica el CG del alambre doblado?

a) 2 cm b) 4 cm c) 6 cm
d) 8 cm e) 10 cm

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	D	D	E	B	B	C	C	C	E	E	E	C	D	D	D	C	B

21	22	23	24	25	26
A	E	B	A	B	B

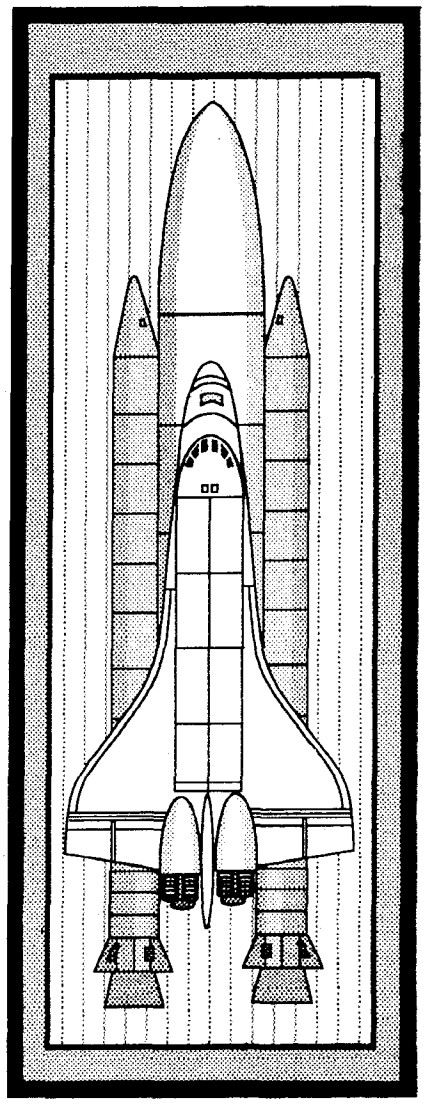
16 Capítulo

DINAMICA Lineal

OBJETIVOS

1. *Describir la relación entre fuerza, masa y aceleración.*
2. *Diferenciar la masa y el peso*
3. *Aplicar la segunda ley de Newton.*

©DHDV



16.1. UNA FUERZA NO EQUILIBRADA PRODUCE ACELERACION:

Si pateas un balón que está en reposo verás que empieza a moverse, su velocidad habrá cambiado y decimos que el balón ha acelerado. El golpe sobre el balón, al no equilibrarse, hizo que el balón acelere.

En muchos casos, la fuerza que aplicamos no es la única; pueden existir otras fuerzas que actúan sobre él.

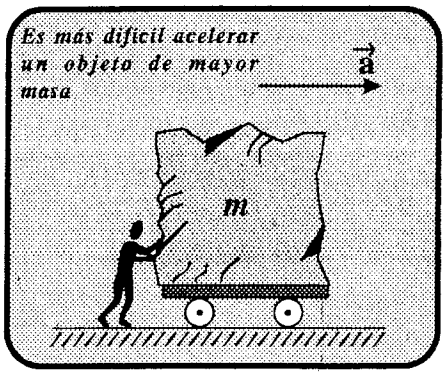
La acción neta de todas las fuerzas que se ejercen sobre el cuerpo se denomina **FUERZA RESULTANTE** y es la que hace que el cuerpo acelere.

> *La fuerza resultante ($\Sigma\vec{F}$) produce aceleración ($\vec{a}$) y ésta cambia el módulo y/o dirección de la velocidad.*

16.1. LA MASA SE RESISTE A LA ACELERACION:

Si pateas un balón liviano con la misma intensidad con que pateas un balón más pesado (masivo), la aceleración que

produce sobre cada pelota es diferente, esto se debe a que la aceleración depende de la masa del cuerpo que empujas.



La aceleración que produces sobre un objeto depende inversamente de su masa. A mayor masa, menor será la aceleración del objeto.

Issac Newton (1642-1727, Ingles) Newton fue probablemente el mayor genio conocido. Como científico realizó descubrimientos que son la base de toda ciencia física moderna. Contribuciones como el teorema del binomio, el cálculo diferencial e integral, la ley de la gravitación universal y la investigación cuantitativa del movimiento representan la suma de sus esfuerzos.

Newton, como hombre, era otra cosa. Era sumamente distraído y tan sensible a la crítica que en alguna ocasión decidió no publicar más. Electo miembro del Parlamento, nunca pronunció un discurso. Un día se levantó en la Cámara y todos guardaron respetuoso silencio esperando lo que aquel gran hombre pudiera decir, pero Newton se limitó a pedir que cerraran una ventana porque había una corriente de aire.

16.3. SEGUNDA LEY DE NEWTON:

Newton se percató que la aceleración que impartimos a un objeto no solamente dependía de la fuerza aplicada sino también de la masa del objeto. Newton estableció que:

> *La aceleración que adquiere un objeto es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza resultante y es inversamente proporcional a la masa del objeto.*

Matematicamente: $\vec{a} = \dfrac{\Sigma \vec{F}}{m}$

De esta ecuación se deduce que la aceleración tiene la misma dirección (sentido) que la fuerza resultante.

Esto también puede ser escrito como:

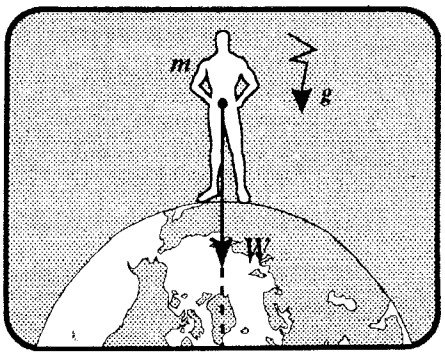
$$\Sigma F = ma$$

Unidades en el SI:

m	a	*F*
kg	m/s^2	$kg \cdot m/s^2$ = newton (N)

16.4. PESO (*W*), LA ATRACCION TERRESTRE:

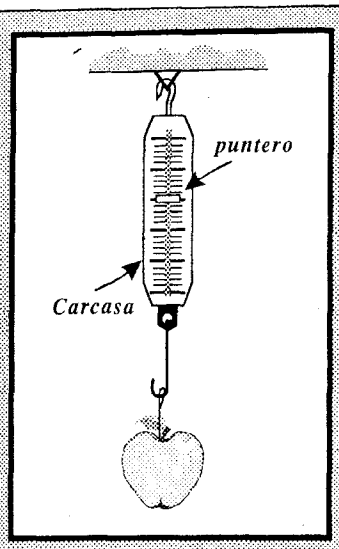
El peso de un objeto es la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre un objeto. Usando la segunda ley de Newton en la caída libre se tiene que el peso de un objeto depende de la masa (*m*) del objeto



Observe que la masa se simboliza con "*m*" en cursiva y la unidad metro, con "m" normal.

y de la aceleración de la gravedad (g) del lugar:

$$W = mg$$



El peso de los objetos se mide con el dinamómetro, éste consiste en un muelle (resorte) dentro de una carcasa y un puntero que indica la elongación del muelle.

EJEMPLO:

La masa de un hombre adulto típico es de 70 kg, ¿Cuál será su peso en un lugar donde $g = 9.8\ m/s^2$?

$$W = mg = (70\ kg)\ (9.8\ m/s^2)$$

$$W = 686\ N$$

Debemos anticipar que "***g***" varía ligeramente con la posición sobre la Tierra y por tanto el ***peso*** del cuerpo varía de la misma forma que lo hace "***g***"

EJEMPLO:

¿Cuánto pesaría el hombre adulto del ejemplo anterior en Alaska en donde $g = 9.82\ m/s^2$?

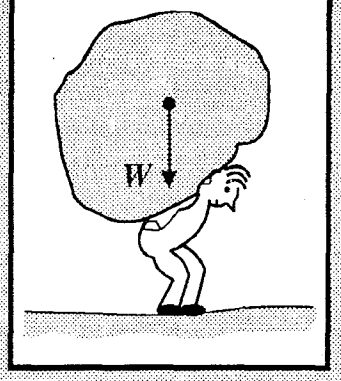
$$W = mg = (70\ kg)\ (9.82\ m/s^2)$$

$$W = 687.4\ N$$

*El peso es una fuerza de atracción terrestre que por depender de "**g**" varía de un lugar a otro.*

16.5. MASA (*m*), UNA MEDIDA DE LA INERCIA

Una vagoneta, que rueda por un pasillo horizontal, es más difícil de parar si va cargada de ladrillos que si está vacía. Los objetos más masivos ofrecen más resistencia al cambio de velocidad.



A mayor masa, mayor también será el peso (*W*)

La masa (m) de un objeto es una medida de la resitencia del objeto a cambiar su velocidad.

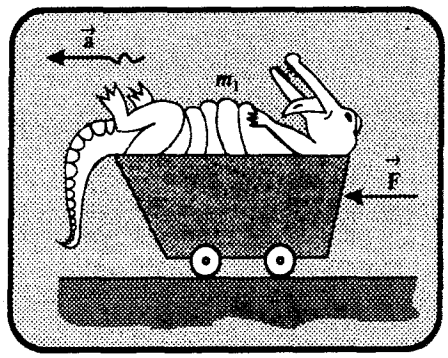
En física, la palabra ***inercia*** significa ***resistencia al cambio de velocidad,*** luego:

*La masa (m) de un objeto es una medida de la **inercia** de este objeto. Depende de la cantidad y tipo de materia que contiene.*

16.5.1. MASA INERCIAL (m_I)

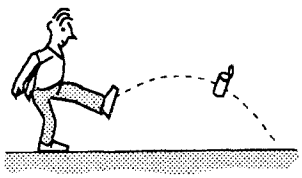
Una fuerza no equilibrada "F" aplicada sobre una masa hará que ésta acelere con "a". La masa inercial (m_I) se define como:

$$m_I = \frac{F}{a}$$

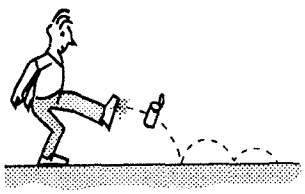


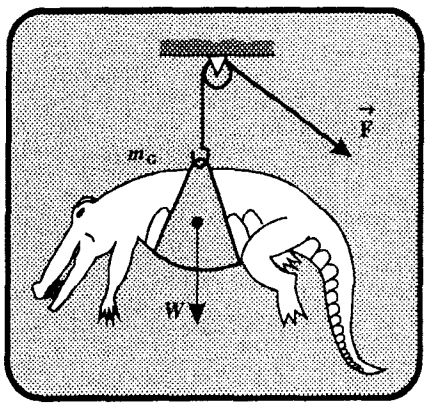
Patea una lata y tendrás una idea de la cantidad de inercia que contiene.

Si la lata empieza a moverse rapidamente tendrá poca inercia y también poca masa.



Si la lata empieza a moverse con dificultad tendrá mayor inercia y también mayor masa.





16.5.2. MASA GRAVITACIONAL (m_G)

Para suspender una masa es necesario ejercer una fuerza equivalente al peso (W), éste peso depende de la aceleración de la gravedad (g) del lugar. La masa gravitacional (m_G) se define como:

$$m_G = \frac{W}{g}$$

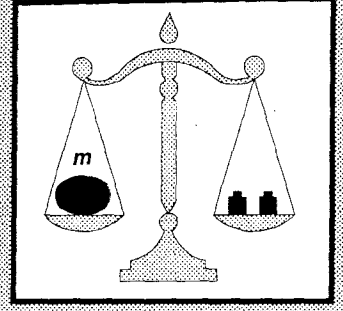
Los experimentos demuestran que la masa inercial (m_I) es igual a la masa gravitacional (m_G). Por consiguiente la ***masa*** *no varía de un lugar a otro.*

16.6. DIFERENCIAS ENTRE EL PESO Y LA MASA

"La masa no es lo mismo que el peso"

MASA(m)	PESO(W)
a) Cantidad de materia que contiene un cuerpo, es una medida de la inercia.	a) Fuerza de atracción terrestre que se ejerce sobre un cuerpo hacia el centro de la Tierra.
b) Es una cantidad escalar, se mide en kilogramos (kg)	b) Es una cantidad vectorial, se mide en newtons (N)
c) Es independiente del lugar. No varía de un lugar a otro.	c) Es dependiente del lugar. Varía de un lugar a otro.
d) Se mide con la balanza de brazos iguales.	d) Se mide con la balanza de resorte (dinamómetro)

La masa y el peso no son lo mismo, pero son directamente proporcionales uno al otro. Los cuerpos de mayor masa son más pesados. Los cuerpos con pequeñas masas tienen pesos pequeños. Aumentar la masa implicará aumentar el peso.

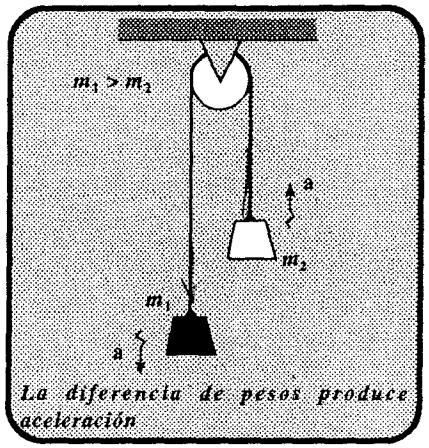


La masa (m) de un objeto se mide con una balanza de brazos iguales.

16.7. MAQUINA DE ATWOOD:

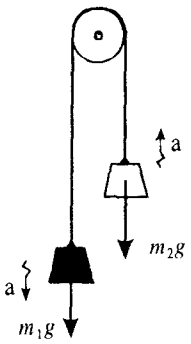
"Controlando la gravedad"

La máquina de Atwood consiste de dos masas m_1 y m_2 conectadas mediante una cuerda ligera a través de una polea. Considerando que $m_1 > m_2$ la aceleración de estas masas se halla con la segunda ley de Newton:



La diferencia de pesos produce aceleración

Representamos el DCL del sistema de partículas:

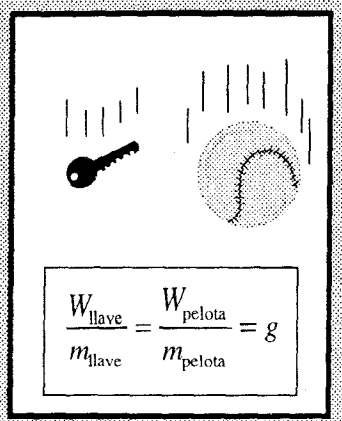


$$a = \frac{\Sigma F}{m_T} = \frac{\Sigma F \text{ a favor de a} - \Sigma F \text{ en contra de a}}{m_T}$$

$$a = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$\mathbf{a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g}$$

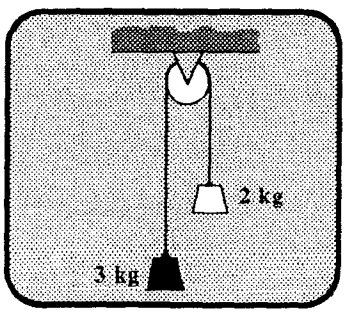
Observe porque en el vacío todos los cuerpos caen con la misma aceleración.



En la caída libre, los cuerpos más pesados tienen que mover más masa.

EJEMPLO:

Dos cuerpos cuyas masas de 2 kg y 3 kg son dejados en libertad como se puede ver en el diagrama, halle la aceleración que tendrán estos cuerpos. $g = 10 m/s^2$

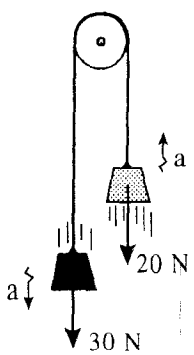


RESOLUCION:

* Cada peso de halla con $W = mg$

$W_1 = (2 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2) = 20 \text{ N}$

$W_2 = (3 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2) = 30 \text{ N}$



$$a = \frac{\Sigma F_{\text{a favor de a}} - \Sigma F_{\text{en contra de a}}}{m_T}$$

$$a = \frac{30 \text{ N} - 20 \text{ N}}{3 \text{ kg} + 2 \text{ kg}} = \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ kg}}$$

$$\mathbf{a = 2 \text{ m/s}^2}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

¿Cuál es el peso de un astronauta de 70 kg?
a) en la Tierra
b) en la Luna (g = 1.7 m/s^2)
c) en Venus (g = 8.7 m/s^2)

RESOLUCION:

* El peso se determina con $W = mg$

a En la Tierra.

$$W_T = mg_T = (70\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)$$

$$\boxed{W_T = 686\text{ N}}$$

b En la Luna

$$W_L = mg_L = (70\text{ kg})(1.7\text{ m/s}^2)$$

$$\boxed{W_L = 119\text{ N}}$$

c En Venus:

$$W_V = mg_V = (70\text{ kg})(8.7\text{ m/s}^2)$$

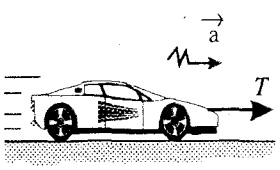
$$\boxed{W_V = 609\text{ N}}$$

PROBLEMA 02

¿Cuánta tensión debe resistir una cuerda que se emplea para acelerar un automóvil de 1 600 kg a 0.4 m/s^2? No tener en cuenta la fricción.

RESOLUCION:

* La tensión es la fuerza resultante sobre el automóvil y produce la aceleración:



$$\Sigma F = ma$$

$$T = (1\,600\text{ kg})\,(0.4\text{ m/s}^2)$$

$$\boxed{T = 640\text{ N}}$$

PROBLEMA 03

Una fuerza neta de 690 N es necesaria para que un objeto mantenga una aceleración de 3 m/s^2. Halle la masa del objeto.

RESOLUCION:

* En la segunda ley de Newton:

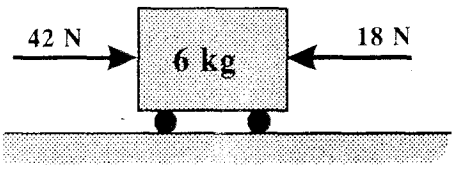
$$\Sigma F = ma$$

$$690\text{ N} = m(3\text{m/s}^2)$$

$$\boxed{m = 230\text{ kg}}$$

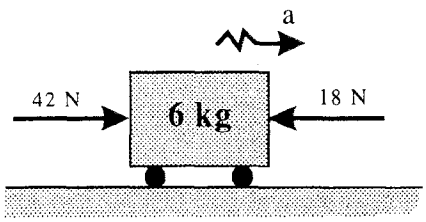
PROBLEMA 04

Sobre un carro de 6 kg actúan dos fuerzas horizontales como vemos en la figura. Calcule la aceleración que adquiere este carro.



RESOLUCION:

* La aceleración tiene la misma dirección que la fuerza resultante:



$$\Sigma F = ma$$

$$\Sigma F \text{ favor} - \Sigma F \text{ contra} = ma$$

$$42\text{ N} - 18\text{ N} = (6\text{ kg})\,a$$

$$24\text{ N} = (6\text{ kg})\,a$$

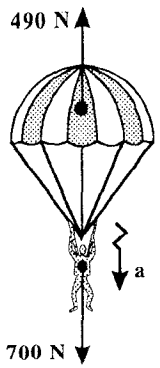
$$\boxed{a = 4\text{ m/s}^2}$$

PROBLEMA 05

¿Cuál es la aceleración de un paracaidista de 70 kg, que baja verticalmente, en el instante en que la resistencia del aire es de 490 N? (g = 10 m/s^2)

RESOLUCION:

* Representamos la descenso vertical del paracaidista:



* El peso del paracaidista es:

$W = (70\ kg)(10\ m/s^2) = 700\ N$

* Usamos la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F = ma$$

$$700\ N - 490\ N = (70\ kg)\ a$$

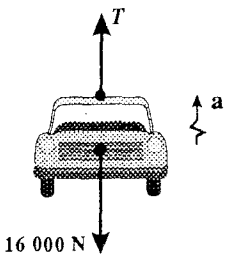
$$\boxed{a = 3\ m/s^2}$$

PROBLEMA 06

Una grúa levanta un automóvil de 1 600 kg con una aceleración hacia arriba de 0.4 m/s^2. Determine la tensión en el cable. ($g = 10\ m/s^2$)

RESOLUCION:

* El peso del carro es



$$W = (1\ 600\ kg)(10\ m/s^2)$$

$$W = 16\ 000\ N$$

* 2° ley de Newton:

$$\Sigma F = ma$$

$$T - 16\ 000\ N = (1\ 600\ kg)(0.4\ m/s^2)$$

$$\boxed{T = 16\ 640\ N}$$

PROBLEMA 07

¿Qué fuerza promedio se necesita aplicar sobre un coche de 800 kg, inicialmente en reposo, para que en 12 s alcance una rapidez de 24 m/s?

RESOLUCION:

* Calculamos la aceleración que debe producir esta fuerza.

$$v_F = v_o + at$$

$$24\ m/s = 0 + a(12\ s)$$

$$a = 2\ m/s^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Usamos la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F = ma$$

$$F = (800\ kg)\ (2\ m/s^2)$$

$$\boxed{F = 1\ 600\ N}$$

PROBLEMA 08

Los mejores velocistas logran una rapidez de 10 m/s cubriendo una distancia de 20 m. ¿Cuál es la fuerza de fricción entre los pies de un corredor de 68 kg y la pista?

RESOLUCION:

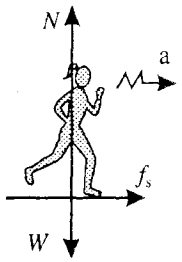
* Calculamos la aceleración del corredor:

$$v_f^2 = v_o^2 + 2ad$$

$$10^2 = 0 + 2a(20)$$

$$a = \frac{5}{2}\ m/s^2 \ldots..(1)$$

* Hacemos un DCL del corredor:



$$\Sigma F = ma$$

$$f_s = (68\ kg)\ (\frac{5}{2}\ m/s^2)$$

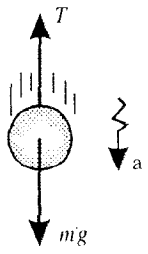
$$\boxed{f_s = 170\ N}$$

PROBLEMA 09

Una esfera de 100 kg desciende, sujetada por un cable, con una aceleración de 3 m/s^2. ¿Cuál es la tensión en el cable?.($g = 10 m/s^2$)

RESOLUCION:

* Representamos el descenso de la esfera.



$$\Sigma F = ma$$

$$mg - T = ma$$

$$T = mg - ma$$

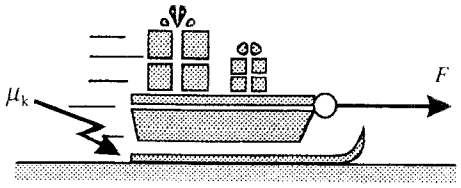
$$T = m(g - a)$$

$$T = 100\ kg\ (10\ m/s^2 - 3\ m/s^2)$$

$$\boxed{T = 700\ N}$$

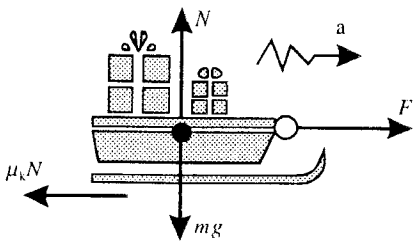
PROBLEMA 10

¿Qué fuerza horizontal "F" se requiere para que un trineo de 40 kg mantenga una aceleración de 3 m/s^2. $\mu_k = 0.2$ (g = 10 m/s^2)



RESOLUCION:

* Representamos el DCL del trineo.



* Equilibrio en el eje vertical:

$$N = mg = (40 \text{ kg})\ (10 \text{ m/s}^2) = 400 \text{ N}$$

* Segunda ley de Newton en el eje horizontal:

$$\Sigma F = ma$$

$$F - \mu_k N = ma$$

* Reemplazando datos:

$$F - (0.2)(400 \text{ N}) = (40 \text{ kg})(3 \text{ m/s}^2)$$

$$F - 80 \text{ N} = 120 \text{ N}$$

$$\boxed{F = 200 \text{ N}}$$

PROBLEMA 11

El cañón de un fusil mide 50 cm, dispara proyectiles de 200 g con una velocidad de 100 m/s. Halle la fuerza que producen los gases del disparo sobre cada proyectil.

RESOLUCION:

* La velocidad inicial (en el cartucho) de la bala es $v_o = 0$ y al final del cañón es v_f = 100 m/s, con esto hallamos la aceleración de la bala.

$$v_f^2 = v_o^2 + 2ad$$

$$100^2 = 0 + 2a(0.5)$$

$$a = 100^2$$

$$a = 10^4 \text{ m/s}^2 \ldots\ldots\ldots (1)$$

* Usamos la segunda ley de Newton sobre la bala:

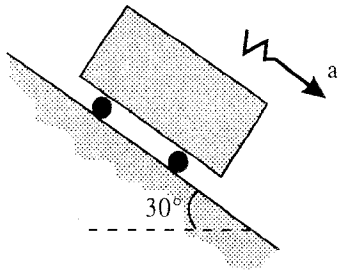
$$\Sigma F = ma$$

$$F = (0.2 \text{ kg})(10^4 \text{ m/s}^2)$$

$$\boxed{F = 2\,000 \text{ N}}$$

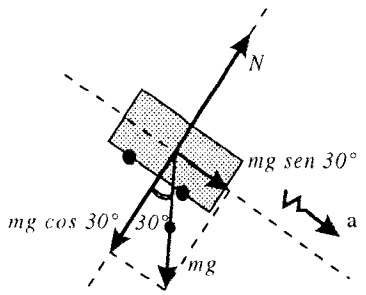
PROBLEMA 12

Calcule la aceleración que adquiere una carretilla cuando desciende por un plano inclinado liso que forma 30° con la horizontal.



RESOLUCION:

* Hacemos el DCL de la carretilla:



* En el eje paralelo a la aceleración usamos la asegunda ley de Newton:

$$\Sigma F = ma$$

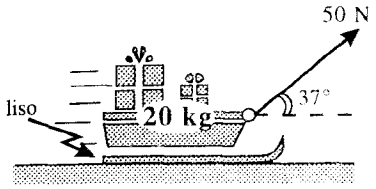
$$mg \text{ sen } 30° = ma$$

$$(9.8 \text{ m/s}^2)(1/2) = a$$

$$\boxed{a = 4.9 \text{ m/s}^2}$$

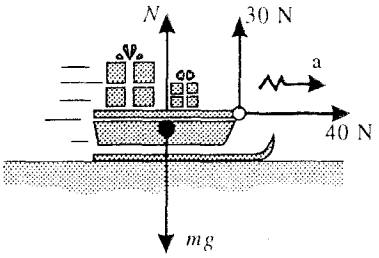
PROBLEMA 13

Mediante una soga se tira un trineo de 20 kg con una fuerza de 50 N. El trineo desliza por una superficie helada sin fricción. Calcule la aceleración que adquiere el trineo.



RESOLUCION:

* Descomponemos la fuerza de 50 N:



* Usamos la 2da ley de Newton en el eje horizontal:

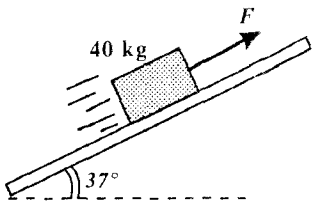
$$\Sigma F = ma$$

$$40 \text{ N} = (20 \text{ kg})a$$

$$\boxed{a = 2 \text{ m/s}^2}$$

PROBLEMA 14

¿Qué fuerza "F" se necesita aplicar sobre un cajón de 40 kg para que pueda subir con una aceleración de 2 m/s^2 por una tabla inclinada lisa? (g = 10 m/s^2)

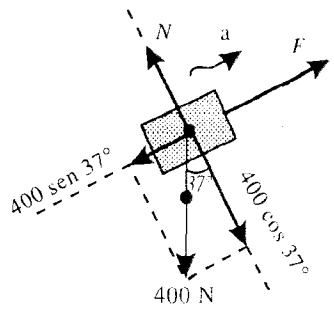


RESOLUCION:

* El peso del cajón es:

$$W = mg = (40 \text{ kg})\ (10 \text{ m/s}^2) = 400 \text{ N}$$

* DCL del cajón:



* Usamos la 2da ley de Newton en el eje paralelo a la aceleración:

$$\Sigma F = ma$$

$$F - 400 \text{ sen } 37° = (40)(2)$$

$$F - 400(3/5) = 80$$

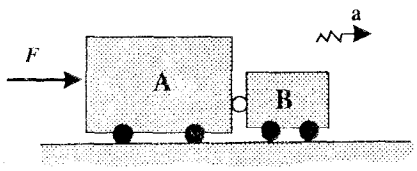
$$\boxed{F = 320 \text{ N}}$$

PROBLEMA 15

Dos carretillas A y B son empujadas por una fuerza externa F = 600 N, las masas de A y B son respectivamente 30 kg y 20 kg. Determine:

a la aceleración de las carretillas.

b la fuerza de contacto entre las carretillas.



RESOLUCION:

* Si no hay rozamiento la fuerza resultante es F:

$$\Sigma F = ma$$

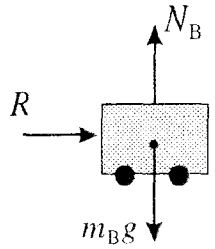
$$F = (m_A + m_B)a$$

Reemplazando:

$$600 \text{ N} = (30 \text{ kg} + 20 \text{ kg})\ a$$

$$\boxed{a = 12 \text{ m/s}^2}$$

* Para calcular la fuerza entre las carretillas hacemos el DCL de B:



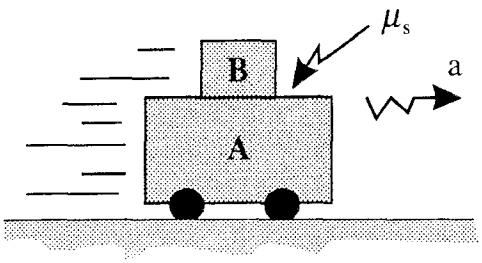
$$\Sigma F = m_B a$$

$$R = (20 \text{ kg})(12 \text{ m/s}^2)$$

$$\boxed{R = 240 \text{ N}}$$

PROBLEMA 16

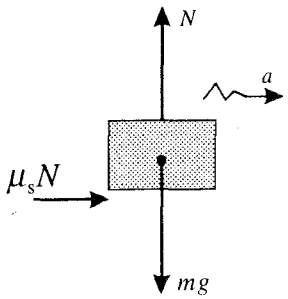
Calcule la máxima aceleración de la carretilla A sin que el bloque B resbale. μ_s = 0.2



RESOLUCION:

* A y B deben tener la misma aceleración. La aceleración de A es máxima cuando B está a punto de resbalar hacia atrás.

* Hacemos el DCL del bloque B:



* Equilibrio en el eje vertical

$N = mg$ ..... (1)

* 2da ley de Newton en el eje horizontal

$\Sigma F = ma$

$\mu_s N = ma$ .....(1)

* Reemplazando (1) en (2):

$$\mu_s(mg) = ma$$

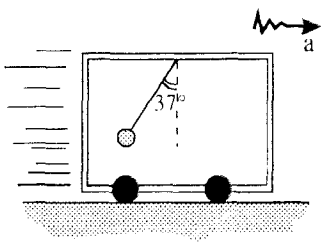
$$\mu_s g = a$$

$$(0.2)(9.8\ m/s^2) = a$$

$$\boxed{a = 1.96\ m/s^2}$$

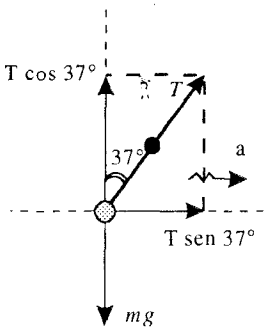
PROBLEMA 17

En el interior de un coche, que mantiene una aceleración constante "a", el hilo de un péndulo forma 37° con la vertical. Calcule "a". ($g = 10\ m/s^2$)



RESOLUCION:

* Representamos el DCL del péndulo:



* Equilibrio en el eje vertical:

$T \cos 37° = mg$ .... (1)

* 2da ley de Newton en el eje horizontal:

$\Sigma F = ma$

$T \text{ sen } 37° = ma$ ..... (2)

* Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{T\cos 37°}{T \text{ sen } 37°} = \frac{mg}{ma}$$

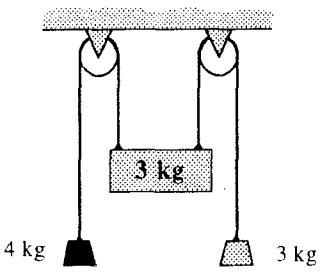
$$\cot 37° = \frac{g}{a}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{10\ m/s^2}{a}$$

$$\boxed{a = 7.5\ m/s^2}$$

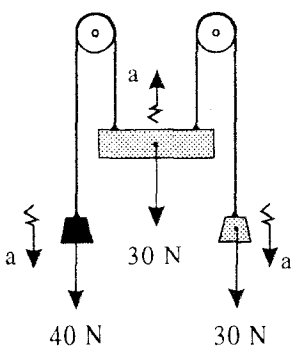
PROBLEMA 18

Haciendo una semejanza con la máquina de Atwood determine la aceleración del conjunto de partículas. ($g = 10\ m/s^2$)



RESOLUCION:

* DCL de todo el sistema: $a = \dfrac{\Sigma F}{m_T}$



$$a = \frac{\Sigma F \text{ favor} - \Sigma F \text{ contra}}{m_T}$$

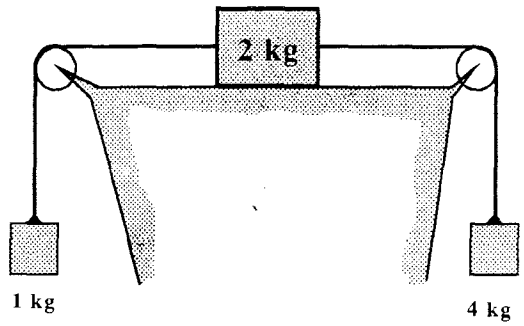
$$a = \frac{40\ N + 30\ N - 30\ N}{4\ kg + 3\ kg + 3\ kg}$$

$$a = \frac{40\ N}{10\ kg}$$

$$\boxed{a = 4\ m/s^2}$$

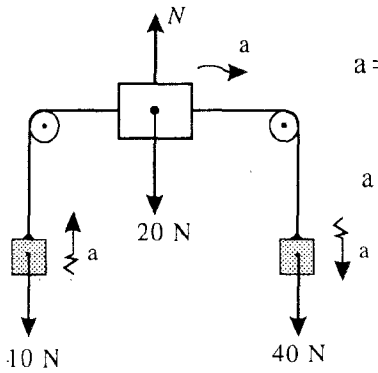
PROBLEMA 19

Tres bloques se han amarrado como se muestra en la figura. Halle la aceleración de los bloques. No hay fricción ($g = 10\ m/s^2$)



RESOLUCION:

* DCL de todo el sistema:



$$a = \frac{\Sigma F \text{ favor} - \Sigma F \text{ contra}}{m_T}$$

$$a = \frac{40\ N - 10\ N}{4\ kg + 2\ kg + 1\ kg}$$

$$a = \frac{30\ N}{7\ kg}$$

$$\boxed{a = 4.28\ m/s^2}$$

AUTOEVALUACION

01 La causa de la aceleración es:

a) la masa b) la velocidad
c) la fuerza d) el desplazamiento
e) el trabajo

02 Señale con verdadero o falso.

I. La masa se resiste a la aceleración
II. La masa es una medida de la inercia
III. La masa depende de la cantidad de materia que hay en un objeto.

a) VVF b) VFV c) FVV
d) VVV e) VFF

03 En la caída libre la fuerza que produce la aceleración es:

a) la fricción del aire b) el peso
c) la masa d) el empuje del aire
e) N.A.

04 En el vacío los cuerpos más pesados caen con la misma aceleración que los livianos debido a que tienen:

a) mayor masa b) mayor peso
c) mayor volumen d) mayor densidad
e) menor área

05 Si la aceleración de un cuerpo es cero podemos afirmar que:

I. no actuán fuerzas sobre él
II. sobre el cuerpo no hay fuerza resultante
III. el cuerpo está en reposo.

a) I y II b) II y III c) I y III
d) Sólo II e) Sólo III

06 ¿Cuál es la fuerza que permite que los coches de carrera aceleren?

a) el peso b) la fuerza normal
c) la fricción d) la fuerza del motor
e) N.A.

07 Si duplicamos la fuerza resultante sobre un objeto se observará que:

a) se duplica la velocidad
b) se duplica el desplazamiento
d) se duplica la masa
d) se duplica la aceleración
e) N.A.

08 De las siguientes afirmaciones, ¿cuáles con ciertas?

I. El peso se debe a la atracción terrestre
II. La masa se mide con la balanza de brazos.
III. El peso se mide con la balanza de resorte.

a) I y II b) II y III c) I y III
d) Todas e) Ninguna.

09 El peso de un objeto en el ecuador es

800 N ¿Cuál será el peso de este objeto en el polo norte?

a) 800 N
b) mayor que 800 N
c) cero
d) menor que 800 N
e) ligeramente mayor que 800 N

10 La masa de un objeto en el ecuador es de 40 kg. ¿Cuál será su masa en el polo norte?

a) mayor que 40 kg
b) igual a 40 kg
c) cero
d) ligeramente menor que 40 kg
e) menor que 40 kg

11 Un caballo y un perro empiezan a correr con la misma aceleración, ¿cuál de estos se esfuerza más?

a) El perro b) El caballo c) ninguno
d) ambos realizan igual esfuerzo
e) N.A.

12 En el espacio exterior, en donde los objetos no pesan, ¿sentimos dolor debido a un golpe de martillo?

a) No b) posiblemente no
c) Si d) no se puede precisar
e) N.A.

13 Dos esferas A y B son de madera y hierro respectivamente, ambas tienen el mismo volumen, ¿Cuál de éstas será más difícil de acelerar?

a) A b) B
c) ambas presentan igual dificultad
d) no se puede diferenciar
e) N.A.

14 Si la velocidad de un objeto cambia entonces:

a) Sobre el cuerpo no actúan fuerzas
b) Sobre el cuerpo actúan fuerzas
c) Sobre el cuerpo actúa una fuerza
d) Sobre el cuerpo actúa una fuerza resultante
e) N.A.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 15

¿Qué fuerza se requiere para acelerar una bicicleta de 80 kg, incluido el ciclista, con una aceleración de 0.8 m/s^2?

a) 60 N b) 64 N c) 88 N
d) 94 N e) 104 N

PROBLEMA 16

Una fuerza neta de 420 N acelera un objeto a razón de 6 m/s^2. ¿Cuál es la masa?

a) 60 kg b) 65 kg c) 70 kg
d) 75 kg e) 80 kg

PROBLEMA 17

Una bola de boliche de 6 kg debe acelerar desde el reposo hasta alcanzar una velocidad de 4 m/s en medio segundo. Halle la fuerza neta que debe aplicarse.

a) 42 N b) 44 N c) 46 N
d) 48 N e) 50 N

PROBLEMA 18

¿Qué fuerza se está aplicando sobre un automóvil de 2 000 kg si en un recorrido de 30 m su velocidad varía de 6 m/s hasta 12 m/s?

a) 1 800 N b) 2 700 N c) 3 600 N
d) 4 200 N e) 4 800 N

PROBLEMA 19

¿Qué fuerza horizontal se necesita para arrastrar un trineo de 50 kg con una aceleración constante de 3 m/s^2?. La fuerza de fricción cinética es de 30 N

a) 150 N b) 180 N c) 210 N

d) 250 N e) 280 N

PROBLEMA 20

¿Cuál es el peso de un astronauta de 80 kg en la Luna ($g = 1.7$ m/s^2)?

a) 106 N b) 116 N c) 126 N
d) 136 N e) 146 N

PROBLEMA 21

¿Qué fuerza promedio se necesita para detener un vehículo de 1 000 kg en 6 s cuando viaja con 30 m/s?

a) 4 000 N b) 5 000 N c) 6 000 N
d) 7 000 N e) 8 000 N

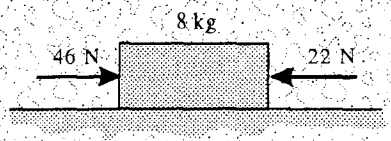
PROBLEMA 22

Calcular la tensión en el cable que sostiene un elevador de 1 400 kg cuando acelera hacia arriba a razón de 2 m/s^2. $g = 10$ m/s^2

a) 16 800 N b) 18 800 N c) 20 800 N
d) 22 800 N e) 24 800 N

PROBLEMA 23

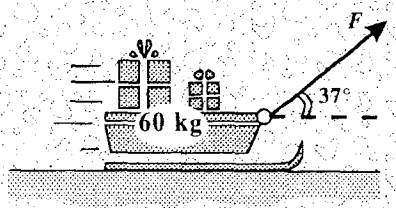
En el diagrama se muestra un cajón de 8 kg sobre el cual actúan dos fuerzas horizontales. Halle la aceleración que adquiere el cajón.



a) 1 m/s^2
b) 2 m/s^2
c) 3 m/s^2
d) 4 m/s^2
e) 5 m/s^2

PROBLEMA 24

Halle la aceleración que produce la fuerza $F = 200$ N cuando se aplica a un deslizador de 60 kg. Despreciar la fricción con el piso.



a) 0.7 m/s^2
b) 1.7 m/s^2
c) 2.7 m/s^2
d) 3.7 m/s^2
e) 4.7 m/s^2

NIVEL II

PROBLEMA 25

Un avión de reacción de cuatro motores acelera con 2 m/s^2, si uno de los motores fallara. ¿que aceleración trendría el avión?, en m/s^2

a) 0.5 b) 1.0 c) 1.5
d) 2.0 e) N.A.

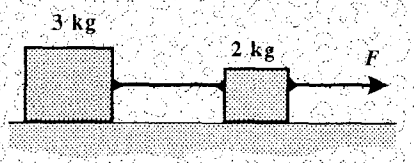
PROBLEMA 26

Un esquiador desciende por una pendiente de hielo que forma 37° con la horizontal. Si no hay fricción, ¿qué aceleración adquiere el esquiador?, en m/s^2 ($g = 10$ m/s^2)

a) 4 b) 6 c) 8
d) 9 e) 10

PROBLEMA 27

Con una fuerza $F = 40$ N se deslizan dos bloques por un pavimento liso de manera que éstos aceleran. Calcule la tensión en la cuerda.



a) 8 N
b) 12 N
c) 18 N
d) 24 N
e) 40 N

PROBLEMA 28

Un mono de 20 kg sube por una cuerda vertical con una aceleración de 3.2 m/s^2, ¿qué tensión se presenta en esta cuerda?

a) 260 N b) 280 N c) 300 N
d) 320 N e) 340 N

PROBLEMA 29

Calcule la fuerza sobre la hélice de un helicóptero de 5 000 kg cuando sube verticalmente con una aceleración de 1.2 m/s^2.

a) $1.5 \cdot 10^4$ N b) $2.5 \cdot 10^4$ N c) $3.5 \cdot 10^4$ N
d) $4.5 \cdot 10^4$ N e) $5.5 \cdot 10^4$ N

PROBLEMA 30

Determine la aceleración máxima que podrá adquirir un atleta por una pista recta. El

coeficiente de rozamiento estático entre las zapatillas del atleta y la pista es 0.8.

a) 6.84 m/s^2 b) 7.84 m/s^2 c) 8.84 m/s^2
d) 9.84 m/s^2 e) 10.84 m/s^2

PROBLEMA 31

Un helicóptero de 3000 kg sube verticalmente a 2.2 m/s^2 mientras levanta una carga de 400 kg. Halle la fuerza que el viento ejerce sobre la hélice de este helicóptero.

a) 40 600 N b) 40 800 N c) 50 000 N
d) 50 200 N e) 50 400 N

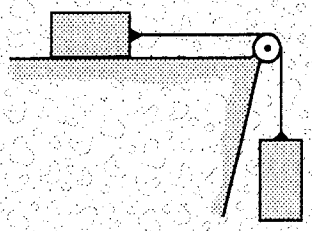
PROBLEMA 32

Considere que un lector está parado sobre un tren que acelera horizontalmente con 2.5 m/s^2. ¿Qué coeficiente mínimo de fricción estática debe haber entre sus pies y el piso del tren, si es que no resbala.? (g = 10 m/s^2).

a) 0.10 b) 0.15 c) 0.20
d) 0.25 e) 0.30

PROBLEMA 33

Dos bloques de igual masa se han amarrado como se muestra en el diagrama. Halle la aceleración de estas masas. No considere la fricción.

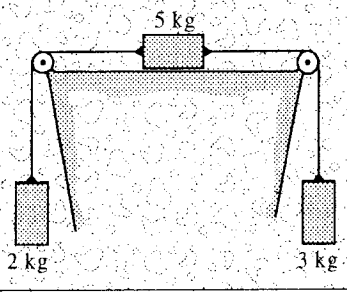


a) 1.9 m/s^2
b) 2.9 m/s^2
c) 3.9 m/s^2
d) 4.9 m/s^2
e) 5.9 m/s^2

PROBLEMA 34

¿Qué aceleración adquieren los bloques cuando son soltados?, no hay fricción.

(g =10 m/s^2)



a) 1 m/s^2
b) 2 m/s^2
c) 3 m/s^2
d) 4 m/s^2
e) 5 m/s^2

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	B	A	D	C	D	D	E	B	B	C	B	D	B	C	D	C	B	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34						
B	A	C	C	C	B	D	A	E	B	B	D	D	A						

17 Capítulo

DINAMICA CIRCULAR

OBJETIVOS

1. *Definir y aplicar los conceptos de fuerza centrípeta y aceleración centrípeta.*
2. *Diferenciar las fuerzas centrípeta y centrífuga.*

©DHDV

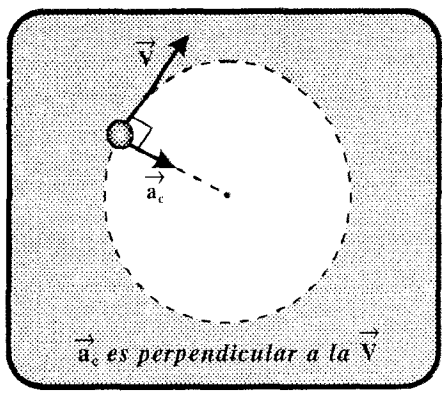
17.1. DINAMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

El movimiento circular uniforme es frecuente en la naturaleza y en las máquinas. Por Ejemplo:

- Los planetas se mueven alrededor del Sol en trayectorias casi circulares.
- Las manecillas de los relojes, las hélices y las ruedas realizan movimientos circulares.

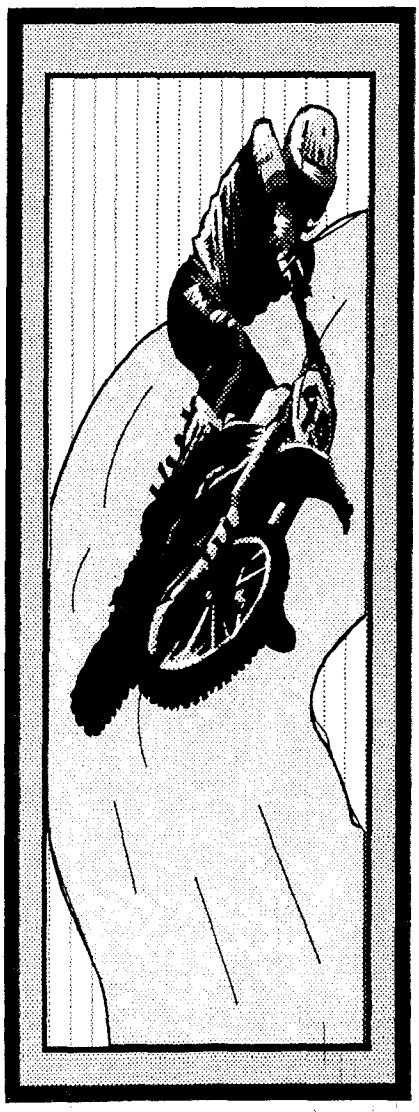
Recordemos que en el movimiento circular uniforme la rapidez es constante pero la velocidad cambia continuamente de dirección.

La aceleración que cambia la dirección de la velocidad se llama aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$), es perpendicular a la velocidad y apunta hacia el centro de la trayectoria circular.



$$\vec{a}_c = \frac{v^2}{R}$$

De la segunda ley de Newton ($\Sigma F = ma$) recordemos que toda aceleración se debe a una fuerza resultante en la misma

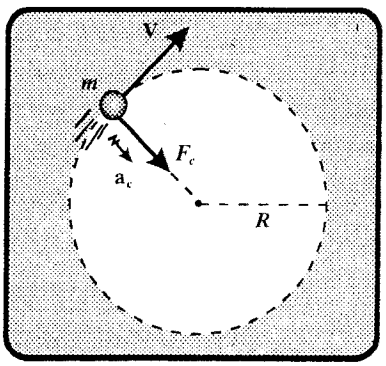


dirección. La fuerza resultante en la dirección de la aceleración centrípeta se denomina fuerza centrípeta (F_c)

17.2. FUERZA CENTRIPETA (F_c)

En todo movimiento circular (curvilineo) actúa una fuerza resultante hacia el centro de curvatura que se encarga de cambiar la dirección de la velocidad produciéndose de este modo esta trayectoria circular.

La fuerza centrípeta (F_c) es una fuerza resultante hacia el centro de la circunferencia que se encarga de cambiar la dirección de la velocidad.



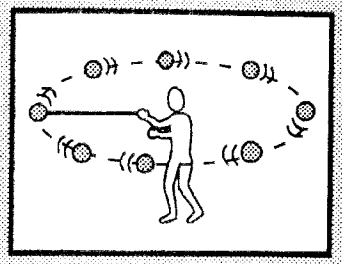
En el diagrama usamos la segunda ley de Newton en el eje radial:

$$\Sigma F = ma$$

$$F_c = ma_c$$

$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

La fuerza centrípeta es la tensión en la cuerda.



La tensión cambia la dirección de la velocidad

17.3. CARACTERISTICAS DE LA FUERZA CENTRIPETA:

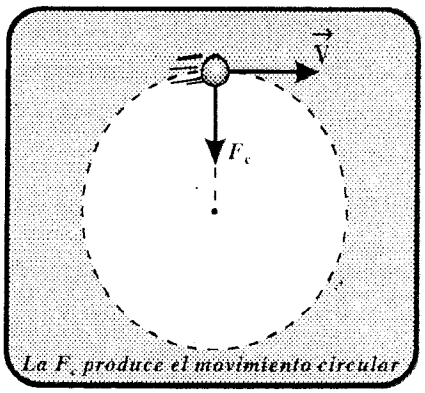
17.3.1. No es un nuevo tipo de fuerzas, porque no se debe a ninguna interacción, es simplemente una fuerza resultante hacia el centro de curvatura. Se calculará con la siguiente regla usada en el eje radial:

$$F_c = \Sigma F\text{hacia el centro} - \Sigma F\text{hacia afuera}$$

17.3.2. No se representa en el diagrama de cuerpo libre sino que se obtiene en el eje radial usando la regla anterior.

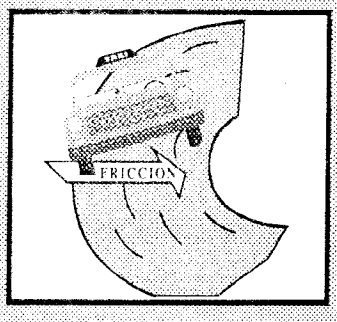
17.3.3. Es perpendicular a la velocidad y obliga al móvil a describir trayectorias circulares. Está presente en todo movimiento curvilineo.

17.3.4. Produce la aceleración centrípeta y cambia la dirección de la velocidad.



La F_c produce el movimiento circular

En las curvas los automóviles se recargan sobre las ruedas exteriores.



Esto sucede por 2 razones:

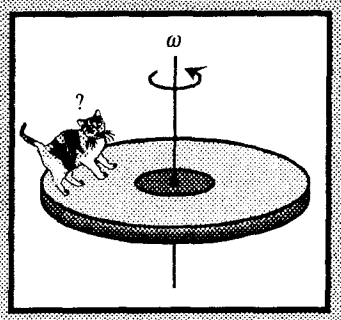
1. Por inercia el automóvil tiende a seguir de frente.
2. La fricción empuja las ruedas hacia el centro de curvatura.

17.4. LA IMAGINARIA FUERZA CENTRIFUGA

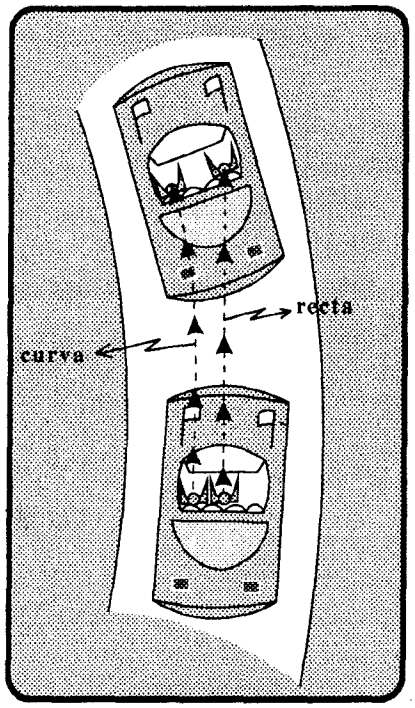
Cuando viajamos en un carrusel o en una plataforma

giratoria nos parece sentir una fuerza que nos empuja hacia afuera que trata de alejarnos del centro de giro. Esta es la mal llamada "FUERZA CENTRIFUGA". En el siguiente diagrama podremos estudiar esta fuerza imaginaria.

Cuando el disco gira, el gato siente una fuerza hacia afuera, ésta es la fuerza centrífuga.



La fuerza centrífuga solamente la sentimos cuando viajamos en un sistema rotatorio. Esto es, si estamos girando.



El diagrama muestra un automóvil que a gran velocidad toma una curva. Asumiendo que el asiento es resbaloso se tendrá que:

a El chofer (izquierda) sujetándose del timón sigue una trayectoria circular.

b El pasajero (derecha), obedeciendo la primera ley de Newton, sigue una línea recta pareciéndole haber sido expulsado hacia afuera por una fuerza que no existe a la cual el mismo llama "FUERZA CENTRIFUGA".

*La **fuerza centrífuga** es una fuerza imaginaria (no existe) que solamente la experimentamos si viajamos con una trayectoria circular. Parece existir como una consecuencia de la primera ley de Newton*

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Un automóvil de 2 000 kg se desplaza con una rapidez constante de 12 m/s. ¿Qué fuerza centrípeta requiere si debe tomar una curva de 72 m, de radio.

RESOLUCION:

$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$F_c = (2\,000\text{ kg})\ \frac{(12\text{ m/s})^2}{72\text{ m}}$$

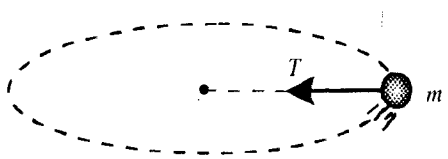
$$\boxed{F_c = 4\,000\text{ N}}$$

PROBLEMA 02

Un objeto de 0.4 kg se ata a una cuerda y se hace girar en un círculo horizontal de 2 m de radio con una velocidad angular de 6 rad/s. Halle la tensión en la cuerda. Despreciar el peso.

RESOLUCION:

* Representamos el círculo horizontal



* la fuerza centrípeta es:

$$F_c = m\frac{v^2}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* además: $v = \omega R$ ..... (2) (ω : velocidad angular)

* reemplazando (2) en (1):

$$F_c = m\frac{(wR)^2}{R}$$

$$\boxed{F_c = m\omega^2 R}$$

* reemplazando datos:

$$T = (0.4\text{ kg})\,(6\text{ rad/s})^2\,(2\text{ m})$$

$$\boxed{T = 28.8\text{ N}}$$

PROBLEMA 03

Un carrusel da vueltas con un período de 2π s. Un niño de 20 kg colocado a 3 m del centro del carrusel, ¿qué fuerza centrípeta experimentará?

RESOLUCION:

* Con el período calculamos la velocidad angular del carrusel:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\text{ rad/s} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

* La fuerza centrípeta será:

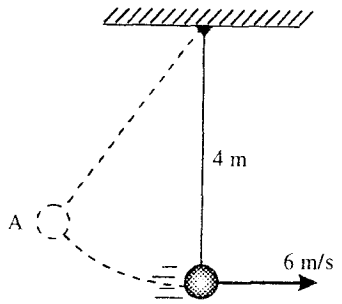
$$F_c = m\omega^2 R$$

$$F_c = (20\text{ kg})\,(1\text{ rad/s})^2\,(3\text{ m})$$

$$\boxed{F_c = 60\text{ N}}$$

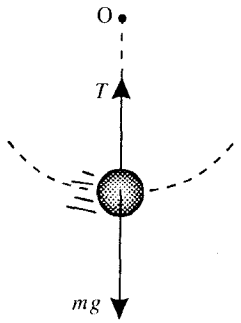
PROBLEMA 04

Un péndulo está formado por una bola de 4 kg al final de un cable de 4 m de largo. Al soltar la esfera desde el punto A pasa por el punto más bajo con una velocidad de 6 m/s, halle la tensión en el cable en ese momento. (g = 10 m/s^2)



RESOLUCION:

* Hacemos el DCL de la bola en el punto más bajo:



O: Centro de giro:

$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$T - mg = m\frac{v^2}{R}$$

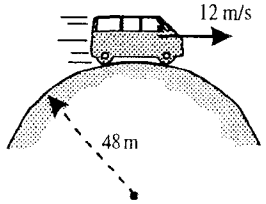
$$T - (4\text{ kg})(10\text{ m/s}^2) = (4\text{ kg})\frac{(6\text{ m/s})^2}{4\text{ m}}$$

$$T - 40\text{ N} = 36\text{ N}$$

$$\boxed{T = 76\text{ N}}$$

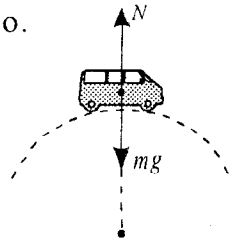
PROBLEMA 05

Un pequeño coche de 400 kg viaja con una rapidez constante de 12 m/s, ¿con qué fuerza presionarán las ruedas del coche al pasar por la cima de un puente convexo de 48 m de radio? (g = 10 m/s^2)



RESOLUCION:

* Representamos el DCL del coche en la cima del puente convexto.



$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$mg - N = m\frac{v^2}{R}$$

* despejando:

$$N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right)$$

* reemplazando datos:

$$N = (400\,\text{kg})\left(10\ \text{m/s}^2 - \frac{(12\ \text{m/s})^2}{48\ \text{m}}\right)$$

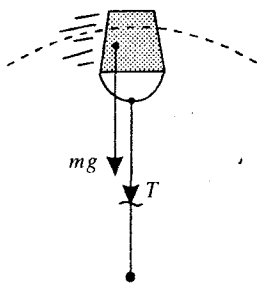
N = 2 800 N

PROBLEMA 06

Una cubeta con agua se amarra al extremo de una cuerda de 1.6 m y se hace girar en un plano vertical, ¿qué velocidad mínima puede tener la cubeta en el punto más alto de la trayectoria circular sin que el agua se derrame? (g = 10 m/s^2)

RESOLUCION:

* El agua está a punto de derramar cuando la cuerda se afloja. $T = 0$
* Representamos el DCL de la cubeta en el punto más alto.



$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$mg + T = m\frac{v^2}{R}$$

Pero $T = 0$, luego:

$$mg = m\frac{v^2}{R}$$

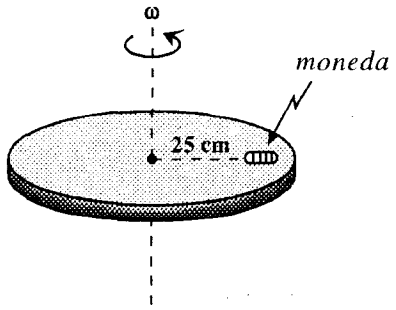
$$v = \sqrt{gR}$$

$$v = \sqrt{(10\ \text{m/s}^2)(1.6\,\text{m})}$$

v = 4 m/s

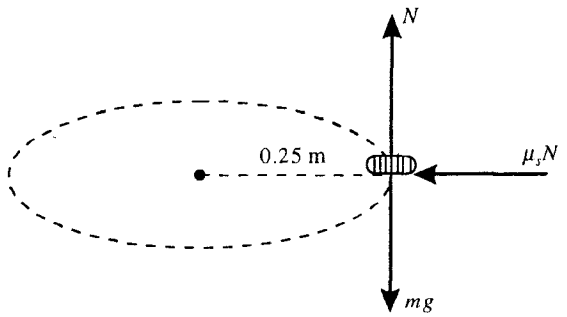
PROBLEMA 07

Se coloca una moneda a 25 cm del eje de una tornamesa (ver figura). Calcule la máxima velocidad angular que puede tener la tornamesa sin que la moneda se desprenda. $\mu_s = 0.4$ (g = 10 m/s^2)



RESOLUCION:

* Si la moneda no se desprende debe girar junto con la plataforma.
* Hacemos el DCL de la moneda:



* Equilibrio en el eje vertical

$$N = mg \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* En el eje radial empleamos

$$F_c = m\omega^2 R$$

$$\mu_s N = m\omega^2 R \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

* reemplazando (1) en (2):

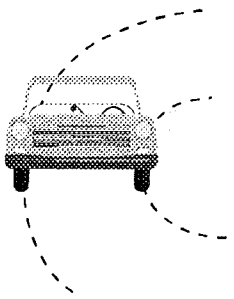
$$\mu_s(mg) = m\omega^2 R$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu_s g}{R}} = \sqrt{\frac{(0.4)\,(10)}{0.25}}$$

ω = 4 rad/s

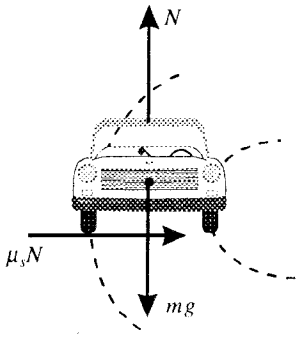
PROBLEMA 08

¿Cuál es la velocidad máxima a la que un automóvil puede tomar una curva de 75 m de radio en una carretera plana, si el coeficiente de fricción estática entre la pista y los neumáticos es 0.3? (g = 10 m/s^2)



RESOLUCION:

* DCL del automóvil:



En el eje vertical:

$$N = mg \ldots\ldots (1)$$

En el eje radical:

$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$\mu_s N = m\frac{v^2}{R} \ldots\ldots (2)$$

* Reemplazando (1) en (2):

$$\mu_s(mg) = m\frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\mu_s gR}$$

* Reemplazando:

$$v = \sqrt{(0.3)(10)(75)}$$

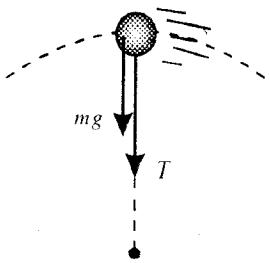
$$\boxed{v = 15 \text{ m/s}}$$

PROBLEMA 09

Una pelota de 0.5 kg atada a una cuerda gira en un círculo vertical de 2 m. de radio. En el punto más alto la velocidad de esta pelota es 8 m/s, en dicho lugar halle la tensión en la cuerda. (g = 10 m/s^2)

RESOLUCION:

* DCL en el punto más alto del círculo vertical:



$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$T + mg = m\frac{v^2}{R}$$

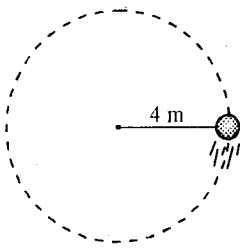
$$T + (0.5)(10) = (0.5)\frac{(8)^2}{2}$$

$$T + 5 = 16$$

$$\boxed{T = 11 \text{ N}}$$

PROBLEMA 10

El diagrama muestra una masa de 2 kg que gira en un plano vertical. En el lugar mostrado halle la tensión en la cuerda si la velocidad de la pelota en ese instante es 12 m/s. El radio de giro es de 4 m.



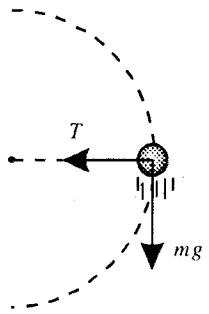
RESOLUCION:

* Representamos el DCL de la pelota en el lugar mostrado:

$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

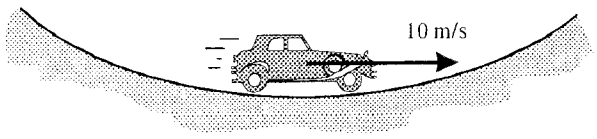
$$T = (2 \text{ kg})\frac{(12 \text{ m/s}^2)}{4 \text{ m}}$$

$$\boxed{T = 72 \text{ N}}$$



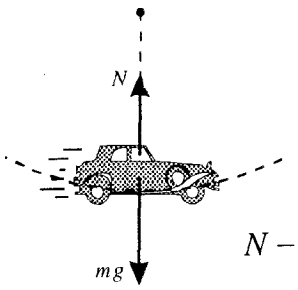
PROBLEMA 11

Un cochecito de 200 kg cruza un puente cóncavo de 50 m de radio con una rapidez constante de 10 m/s. ¿Con qué fuerza presionan las ruedas del coche sobre el puente en el punto más bajo? (g = 10 m/s^2)



RESOLUCION:

* DCL del cochecito en el punto más bajo.



$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

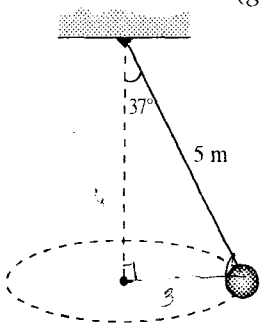
$$N - mg = m\frac{v^2}{R}$$

$$N - (200)(10) = (200)\frac{(10)^2}{50}$$

$$\boxed{N = 2\,400\ \text{N}}$$

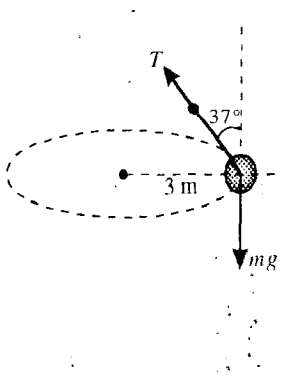
PROBLEMA 12

Un péndulo cónico gira en un plano horizontal como se puede ver en el diagrama. La cuerda mide 5 m y siempre forma 37° con la vertical. Halle la velocidad angular del péndulo. (g = 10 m/s^2)



RESOLUCION:

* Hacemos el DCL del péndulo cónico.



* Equilibrio en el eje vertical:

$T\cos 37° = mg$ ... (1)

* En el eje radial usamos :

$F_c = m\omega^2 R$

$T\,\text{sen}\,37° = m\omega^2 R$ .. (2)

dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{T\cos 37°}{T\,\text{sen}\,37°} = \frac{mg}{m\omega^2 R}$$

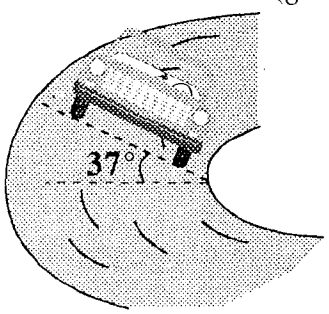
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}\tan 37°}$$

Reemplazando: $\omega = \sqrt{\frac{(10)}{3}\left(\frac{3}{4}\right)}$

$$\boxed{\omega = \frac{\sqrt{10}}{2}\ \text{rad/s}}$$

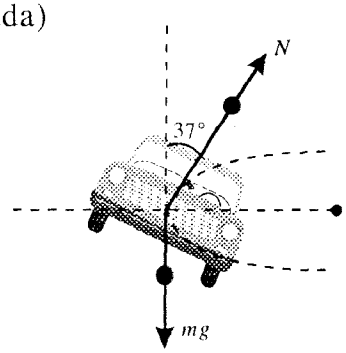
PROBLEMA 13

Halle la velocidad de un automóvil, si debe tomar una curva de 30 m de radio cuya inclinación (peralte) con respecto a la horizontal es 37°. (g = 10 m/s^2)



RESOLUCION:

* DCL del automóvil en la curva inclinada (peraltada)



* Equilibrio en el eje vertical:

$N\cos 37° = mg$ ..... (1)

* En el eje radial usamos:

$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$N\,\text{sen}\,37° = m\frac{v^2}{R} \ldots\ldots (2)$$

* Dividiendo (1) entre (2):

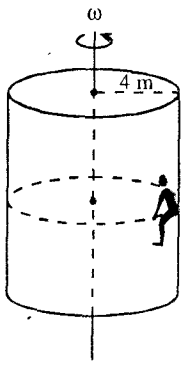
$$\frac{N\,\text{sen}\,37°}{N\cos 37°} = \frac{mg}{m\frac{v^2}{R}}$$

$$v = \sqrt{gR\tan 37^\circ} = \sqrt{(10)(30)\left(\frac{3}{4}\right)}$$

$$\boxed{v = 15\ \text{m/s}}$$

PROBLEMA 14

Determine la mínima velocidad angular del rotor (cilindro) del parque de diversiones para que el pasajero gire pegado a la pared interior de este rotor. $\mu_s = 0.4$ ($g = 10\ m/s^2$)

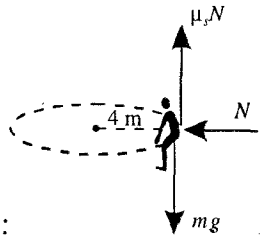


RESOLUCION:

* DCL del pasajero:

* Equilibrio en el eje vertical:

$$\mu_s N = mg \ldots\ldots (1)$$



* en el eje radial usamos:

$$F_c = m\omega^2 R$$

$$N = m\omega^2 R \ldots\ldots (2)$$

* Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{\mu_s N}{N} = \frac{mg}{m\omega^2 R}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\mu_s R}} = \sqrt{\frac{10}{(0.4)(4)}}$$

$$\boxed{\omega = 2.5\ \text{rad/s}}$$

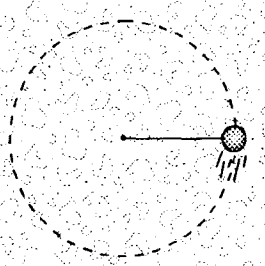
AUTOEVALUACION

01 Todo movimiento circular requiere de
a) una fuerza
b) una fuerza tangencial
c) una fuerza resultante
d) una fuerza centrípeta
e) N.A.

02 La fuerza centrípeta cambia
a) la rapidez b) la aceleración
c) la dirección de la velocidad
d) la dirección de la aceleración
e) la posición

03 Seleccione con verdadero (V) o falso (F) con respecto a la fuerza centrípeta
I. no se debe a ninguna interacción, es una fuerza resultante.
II. es perpendicular a la velociad.
III. Cambia el módulo de la velocidad
a) VVV b) VVF c) VFV
d) FVV e) VFF

04 Se muestra una billa que atada al extremo de una cuerda gira en un plano vertical, si en el lugar que se muestra se rompe la cuerda, ¿ en qué dirección sale despedida la billa?



05 ¿En qué caso experimentamos la imaginaría fuerza centrífuga?
a) Cuando frenamos el automóvil?
b) Cuando aceleramos el automóvil
c) paseandonos en un carrusel
d) saltando hacia arriba
e) si caemos en un pozo vertical.

06 Un objeto pesado descansa en la plataforma de un camión. Cuando el camión toma una curva, el objeto también sigue la curva. ¿Cuál es la fuerza que hace voltear al objeto en la curva?

a) el peso b) la reacción normal
c) la fricción d) la inercia
e) N.A.

07 Un objeto atado al extremo de una cuerda gira en un plano vertical, ¿Cuántas fuerzas actúan sobre el objeto mientras gira?

a) 1 b) 2 c) 3
c) 4 e) 5

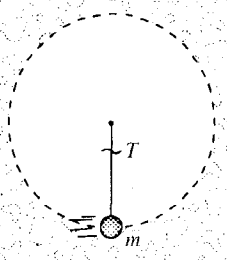
08 Es sabido que por exceso de velocidad los automóviles se salen de las curvas planas, la razón principal de este fenómeno es

a) la fuerza centrífuga
b) masa excesiva del automóvil
c) insuficiente fricción entre las ruedas y la pista.
d) radio excesivo de la curva.
e) masa insuficiente del automóvil.

09 Suponiendo que un automóvil viaja con la misma rapidez, ¿en qué caso la fuerza centrípeta será mayor?

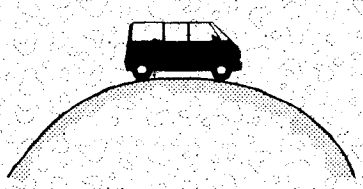
a) en una pista recta
b) cuando toma una curva abierta
c) cuando toma una curva cerrada
d) en los casos anteriores F_c es la misma
e) no se puede afirmar.

10 Sea "T" la tensión en la cuerda en el lugar mostrado y "m" la masa del objeto, la fuerza centrípeta en dicho lugar es:



a) T
b) mg
c) $T + mg$
d) $mg - T$
e) $T - mg$

11 Un coche pasa por la cima de un puente convexo, en dicho punto la reacción normal del puente es N. Halle la fuerza centrípeta en tal lugar si la masa del coche es "m".



a) mg
b) N
c) $mg - N$
d) $mg + N$
e) $N - mg$

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

Un insecto de 100 g describe una circunferencia horizontal, de 40 cm de radio, con una rapidez constante de 8 m/s. Halle la fuerza centrípeta sobre el insecto.

a) 12 N b) 16 N c) 20 N
d) 24 N e) 28 N

PROBLEMA 13

Una piedra de 2 kg gira con una velocidad angular de 3 rad/s describiendo una circunfencia de 0.5 m de radio. determine la fuerza centrípeta.

a) 5 N b) 7 N c) 9 N
d) 11 N e) 13 N

PROBLEMA 14

Un atleta de 60 kg corre por una pista circular de 25 m de radio de manera que en cada vuelta demora 20 s. Calcule la fuerza centrípeta sobre el atleta, en newtons.

a) $10\pi^2$ b) $15\pi^2$ c) $20\pi^2$
d) $25\pi^2$ e) $30\pi^2$

PROBLEMA 15

Seleccione las afirmaciones verdaderas con respecto a la fuerza centrípeta:

I. se representa en un DCL
II. es una fuerza resultante
III. es perpendicular a la velocidad.

a) I y II b) II y III c) I y III
d) sólo II e) sólo III

PROBLEMA 16

En un plano horizontal gira una pelota de 0.2 kg con una velocidad angular de 10 rad/s. La pelota está atada a una cuerda de manera

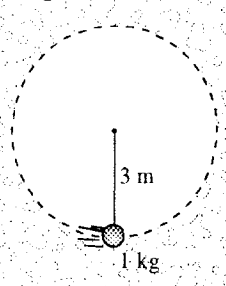
que describe un radio de 0.8 m . Calcule la tensión en la cuerda.

a) 16 N b) 18 N c) 20 N
d) 22 N e) 24 N

PROBLEMA 17

El diagrama muestra una apiedra de 1 kg amarrada a una cuerda de 3 m de longitud. Halle la tensión "T" si en dicho instante la velocidad de la piedra es de 6 m/s y se encuentra girando en un plano vertical.

($g = 10\ m/s^2$)



a) 10 N
b) 12 N
c) 18 N
d) 20 N
e) 22 N

PROBLEMA 18

Una bola de 4 kg gira en un círculo horizontal mediante una cuerda de 2 m de largo. ¿Cuál es la tensión en la cuerda si el período es de 0.5 s?

a) $128\pi^2$ N b) $138\pi^2$ N c) $148\pi^2$ N
d) $158\pi^2$ N e) $168\pi^2$ N

PROBLEMA 19

Un carrusel da vueltas con un período de 4 π segundos, ¿qué fuerza centrípeta experimenta un niño de 40 kg que gira a 2 m del centro?

a) 20 N b) 30 N c) 40 N
d) 50 N e) 60 N

PROBLEMA 20

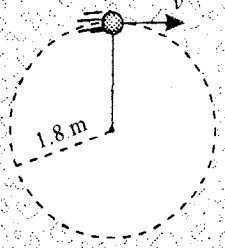
La resistencia a la ruptura de una cuerda es 12 N. ¿Cual es la máxima velocidad con que puede girar una masa de 4 kg atada a esa cuerda si describe en el plano horizontal un círculo de 3 m de radio?

a) 3 m/s b) 5 m/s c) 7 m/s
d) 9 m/s e) 11 m/s

NIVEL II

PROBLEMA 21

Una masa atada al extremo de una cuerda de 1.8 m de longitud gira en plano vertical. Calcule la velocidad "v" en el punto más alto si en ese lugar la tensión y el peso son de igual módulo. ($g = 10\ m/s^2$)



a) 5 m/s
b) 6 m/s
c) 7 m/s
d) 8 m/s
e) 9 m/s

PROBLEMA 22

Un autobús recorre una curva de 300 m de radio con una rapidez de 72 km/h. ¿Qué fuerza ejerce la pared interior del autobús sobre un pasajero de 60 kg?

a) 70 N b) 80 N c) 90 N
d) 100 N e) 110 N

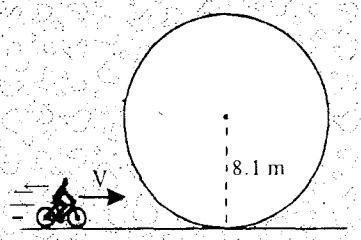
PROBLEMA 23

En un día lluvioso, el coeficiente de fricción estática entre las llantas y la carretera es 0.4. ¿Cuál es el radio de una curva conociéndose que la máxima velocidad de los automóviles es de 12 m/s? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 36 m b) 40 m c) 44 m
d) 48 m e) 52 m

PROBLEMA 24

Halle la rapidez "v" suficiente que debe mantener el motociclista para superar el rizo vertical de 8.1 m de radio. ($g = 10\ m/s^2$)



a) 5 m/s
b) 6 m/s
c) 7 m/s
d) 8 m/s
e) 9 m/s

PROBLEMA 25

Amarrada al extremo de una cuerda de 3.6 m de largo gira una masa en un plano vertical, ¿Cuál es la mínima velocidad en el punto más alto sin que la masa deje de girar? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 0 b) 2 m/s c) 4 m/s
d) 6 m/s e) 8 m/s

PROBLEMA 26

La masa total de un motociclista es de 80 kg. Viaja por una curva de 50 m de radio con una rapidez de 10 m/s. Seleccione como verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones:

I. la fuerza centrípeta sobre el motociclista es de 160 N

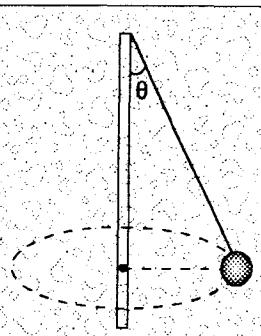
II. el motociclista tiene una aceleración centrípeta de 2 m/s^2

III. la fuerza centrípeta cambia la rapidez del motociclista.

a) VVV b) FVV c) VFV
d) VVF e) FVF

PROBLEMA 27

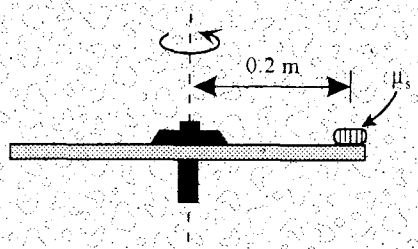
Cuando el poste gira con una velocidad angular de 2 rad/s la masa pendular describe una circunferencia de 2.5 m de radio alrededor de éste. Calcule "θ" ($g = 10\ m/s^2$)



a) 60°
b) 53°
c) 45°
d) 37°
e) 30°

PROBLEMA 28

La máxima velocidad angular de la tornamesa, sin que la moneda se desprenda, es de 5 rad/s. Calcule μ_s ($g = 10\ m/s^2$)



a) 0.2
b) 0.3
c) 0.4
d) 0.5
e) 0.6

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	B	E	C	C	B	C	C	E	C	B	C	B	B	A	E	A	A	A
21	22	23	24	25	26	27	28												
B	B	A	E	D	D	C	D												

18 Capítulo

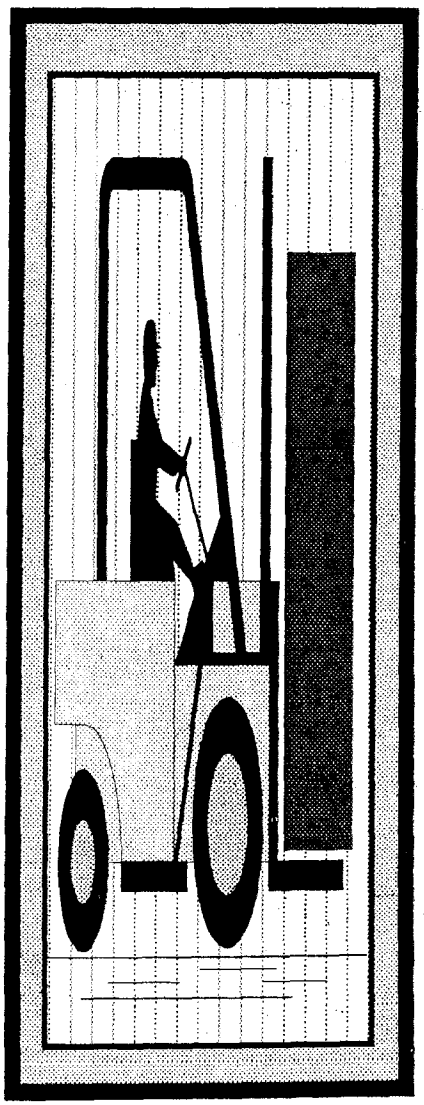
TRABAJO Potencia EFICIENCIA MECANICOS

OBJETIVOS

1. *Definir el trabajo mecánico y diferenciarlo del trabajo cotidiano*
2. *Aplicar los conceptos de potencia y eficiencia de una máquina*

©DRDV

18.1. INTRODUCCION



En el lenguaje cotidiano la palabra "trabajo" tiene diferentes significados. En física, se emplea para describir aquello que logramos mediante la acción de una fuerza cuando hacemos que un objeto se desplace. Cuando arrastramos un bloque, levantamos una carga, deformamos un resorte, detenemos o impulsamos un balón; hacemos trabajo, en forma general. Hay dos maneras de hacer trabajo:

a) Cuando se hace trabajo contra otra fuerza.
   - Si arrastramos un bloque _____ contra la fricción.
   - Si levantamos una carga _____ contra el peso.
   - Si estiramos un resorte _____ contra la rigidez

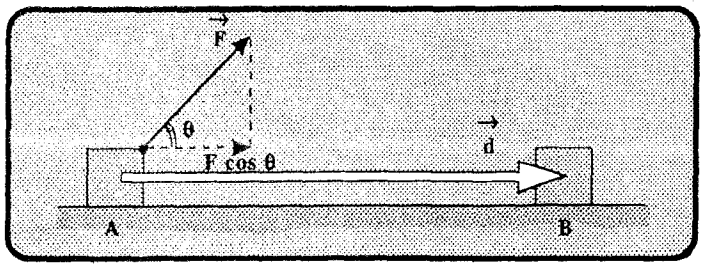
b) Cuando cambiamos la rapidez de un objeto.
   - Si lanzamos una piedra
   - Si detenemos un balón

El trabajo mecánico consiste en vencer una resistencia. La fricción, el peso y la inercia son las resistencias frecuentes.

18.2. TRABAJO MECANICO DE UNA FUERZA CONSTANTE

Una fuerza es constante si conserva su módulo y su direc-

ción. El diagrama muestra una fuerza constante $\vec{F}$ que produce un desplazamiento $\vec{d}$ desde A hacia B



El trabajo mecánico efectuado por una fuerza constante, es una cantidad escalar y se define como el producto entre la componente de fuerza paralela al desplazamiento y el desplazamiento.

Trabajo = componente de fuerza • desplazamiento

$$W = (F \cos \theta)\, d$$

ordenando:

$$\boxed{W = Fd \cos \theta}$$

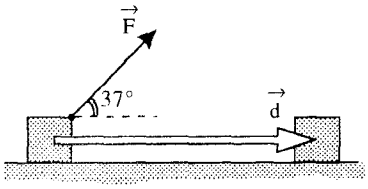
Unidad en el SI:

F	d	W
newton(N)	metro(m)	newton•metro(N•m)=joule(J)

James Watt (1736 - 1819, escocés) Watt comenzó el estudio de la máquina de vapor cuando estaba empleado en la construcción de instrumentos para la Universidad de Glasgow. Le llevarón un modelo roto de máquina para que la reparara y quedó sorprendido del bajo rendimiento de la máquina.

A proyectar un nuevo modelo, Watt se asoció con un hombre de negocios y empezó a fabricarla. En 1790, su máquina había, de hecho, reemplazado a todos los demás modelos. Entre las innovaciones que introdujo se cuenta el regulador centrífugo. este dispositivo empleaba la información de la máquina para regular su velocidad . Así, Watt había dado el primer paso hacia la automatización con un sistema que utilizaba retroalimentación. Otra innovación fue la de hacer pasar las tuberías de vapor de una máquina a través de su oficina, siendo, por tanto, el primero en utilizar "calefacción de vapor"

PROBLEMA 01



Un caja se arrastra 30 m por un piso horizontal mediante una fuerza constante de 60 N que ejerce una persona. La fuerza forma 37° con la horizontal como se ve en la figura. Calcule el trabajo que efectúa esta fuerza.

RESOLUCION:

* El trabajo de una fuerza constante es:

$$W = Fd \cos 37° = (60\ \text{N})(30\ \text{m})(4/5)$$

$$\boxed{W = 1\,440\ \text{J}}$$

OBSERVACIONES:

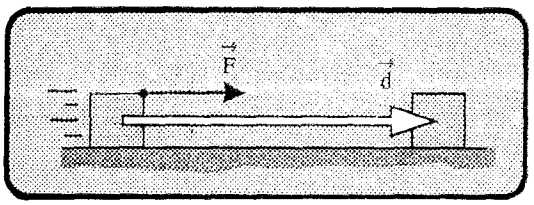
Usando la definición del trabajo $W = Fd \cos \theta$ se deduce que:

a) si el ángulo (θ) es ***agudo*** el trabajo es ***positivo***
b) si el ángulo (θ) es ***obtuso*** el trabajo es ***negativo***
c) si el ángulo (θ) es ***recto*** ($\theta = 90°$) el trabajo es ***cero***

Cuando la fuerza es perpendicular al desplazamiento no se efectúa trabajo mecánico.

CASOS ESPECIALES:

a Cuando la fuerza es paralela al desplazamiento el ángulo entre estos es cero ($\theta = 0°$)

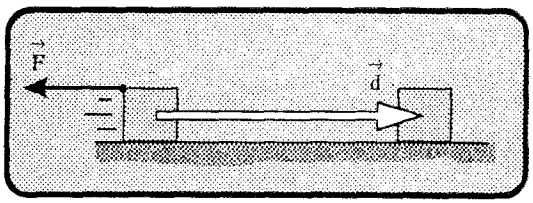


$W = Fd \cos 0°$

$W = Fd(1)$

$$W = Fd$$

b Cuando la fuerza es opuesta al desplazamiento el ángulo entre estos es 180°



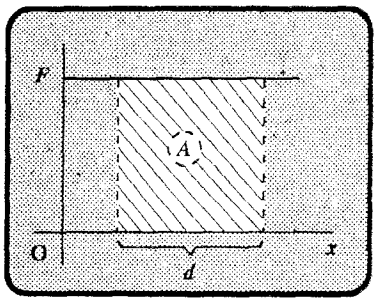
$W = Fd \cos 180°$

$W = Fd(-1)$

$$W = -Fd$$

18.2. CALCULO DEL TRABAJO EN UNA GRAFICA FUERZA (F) – POSICION (X):

Si la fuerza que obra sobre un objeto es constante a lo largo del desplazamiento se puede demostrar que el trabajo de esta fuerza equivale al área debajo de la gráfia $F - X$

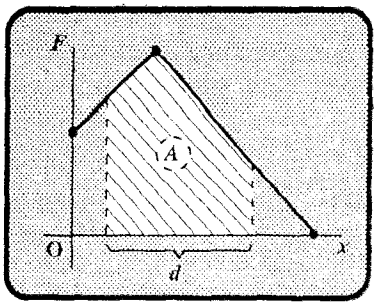


Area del rectángulo = Fd

Trabajo = Fd

Trabajo = *Area*

Si la fuerza sobre el desplazamiento es **variable** a lo largo del desplazamiento es fácil demostrar que el trabajo también se halla con el área debajo de la gráfica:

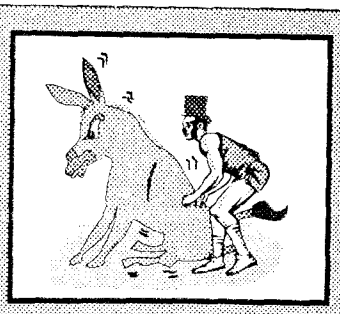


Para el desplazamiento ***d*** el trabajo es el área debajo de la gráfica

Trabajo = *A*

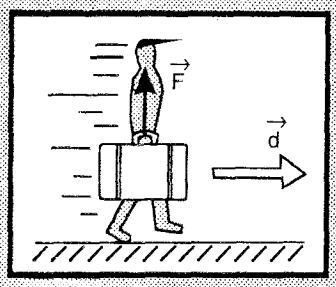
En cualquier gráfica $F - X$ *el trabajo que efectúa la fuerza equivale al área debajo de la gráfica.*

Trabajo(W) = Area(A)



A pesar del esfuerzo (cansancio) si no hay desplazamiento tampoco hay trabajo mecánico.

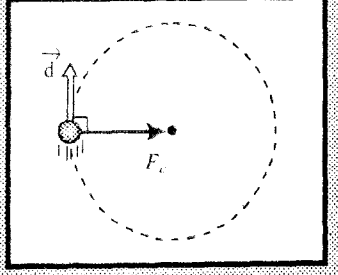
Para sujetar el maletín el hombre hace una fuerza ($\vec{F}$) perpendicular al desplazamiento ($\vec{d}$).



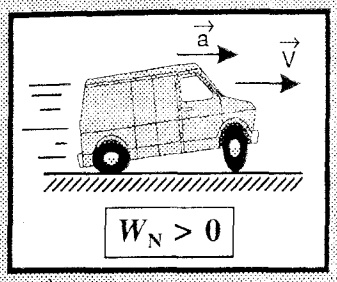
Cuando la fuerza $\vec{F}$ es perpendicular al desplazamiento $\vec{d}$ el trabajo mecánico es cero, porque $\theta = 90°$.

$$W = 0$$

La fuerza centrípeta (F_c) no realiza trabajo mecánico por ser perpendicular al desplazamiento.

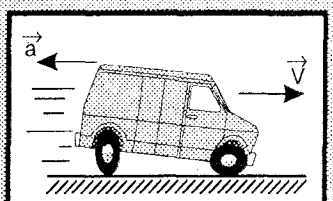


Si un objeto acelera el trabajo neto es positivo.



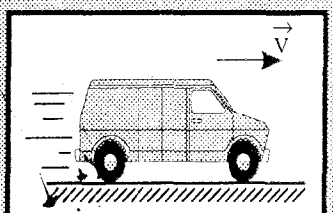
$W_N > 0$

Si un objeto desacelera (frena) el trabajo neto es negativo.



$W_N < 0$

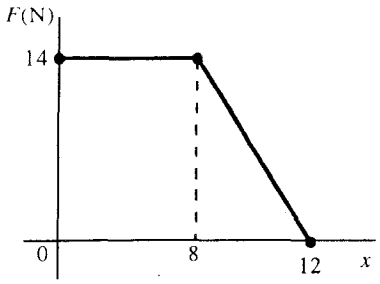
Si un objeto viaja a rapidez constante el trabajo neto es cero.



$W_N = 0$

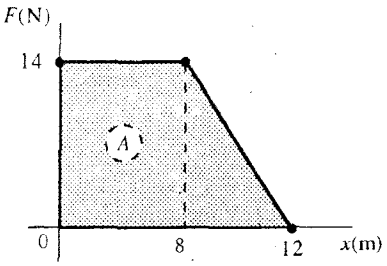
PROBLEMA 02

Una fuerza variable actúa sobre un objeto como se pude ver en la figura. Halle el trabajo de esta fuerza para todo el recorrido.



RESOLUCION:

Todo el recorrido es de $X_o = 0$ hasta $X_F = 12$ m



Trabajo = Area del trapecio

$$W = \frac{(12+8)}{2}(14)$$

$$\boxed{W = 140 \text{ J}}$$

18.3. TRABAJO NETO

Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo en movimiento, el trabajo nèto o resultante es la suma de los trabajo efectuados por cada una de las fuerzas.

$$\boxed{W_{neto} = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots}$$

18.4. POTENCIA MECANICA (*P*)

En la definición del trabajo no se especifica el tiempo que toma realizarlo. Si tenemos que levantar una carga esta tarea se puede hacer en algunos segundos, en horas o quizas tardemos varios días. La relación entre el trabajo y el tiempo que toma relizarlo se denomina **potencia** y viene a ser una cantidad escalar.

$$\text{potencia} = \frac{\text{trabajo efectuado}}{\text{tiempo que toma hacerlo}}$$

$$\boxed{P = \frac{W}{t}}$$

Unidades en el SI:

W	*t*	*P*
joule (J)	segundo (s)	$\frac{J}{s}$ = watt (W)

La potencia se puede calcular también conociendo la fuerza aplicada y la velocidad media del objeto:

Si la fuerza es paralela al desplazamiento el trabajo es:

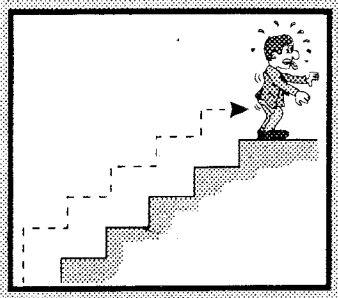
$W = Fd$ reemplazando en la potencia:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F\left(\frac{d}{t}\right) .$$

Recordemos que $\frac{d}{t}$ es una velocidad media, luego:

$$\boxed{P = Fv}$$

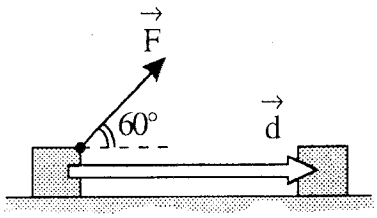
Si subimos lentamente las escaleras de un edificio no sentimos fatiga, pero si corremos quedamos exhaustos a pesar de haber hecho el mismo trabajo.



Esto sucede porque al correr desarrollamos más potencia ya que empleamos menos tiempo.

PROBLEMA 03

Haciendo una fuerza de 120 N que forma 60° con la horizontal se arrastra una caja desplazandola en 6 m, esta tarea demoró 40 s. Halle la potencia desarrollada.



RESOLUCION:

* Calculamos el trabajo: $W = Fd \cos 60° = (120\ \text{N})(6\ \text{m})(1/2)$

$$W = 360\ \text{J}$$

La potencia será: $$P = \frac{W}{t} = \frac{360\ \text{J}}{40\ \text{s}}$$

$$\boxed{P = 9\ \text{W}}$$

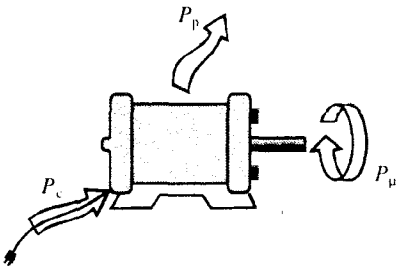
18.5. EFICIENCIA MECANICA (n)

El petróleo sería inútil si el hombre no hubiera ideado el motor de combustión interna. La energía interna del petróleo se convierte, en el motor, en energía mecánica. En las baterias la energía química se transforma en eléctrica. En los calentadores la energía eléctrica se transforma en calor ..... etc

El hombre ha inventado las máquinas para convertir un tipo de energía en otro tipo de energía que se pueda utilizar.

Fatalmente y sin poderse remediar, debido a la fricción, las máquinas se calientan. Decimos entonces que la energía se pierde en forma de calor. Por ejemplo: en un motor eléctrico por cada 100 J de energía eléctrica consumida 20 J se disipan en forma de calor y los 80 J restantes son convertidos en energía mecánica utilizable.

Una tenista consume una potencia promedio de 600 W durante el juego.



P_c : potencia consumida
P_u : potencia útil
P_p : potencia perdida (flujo de calor)

La eficiencia (n) se define como:

$$\text{eficiencia} = \frac{\text{potencia útil}}{\text{potencia consumida}}$$

$$\boxed{n = \frac{P_u}{P_c}}$$

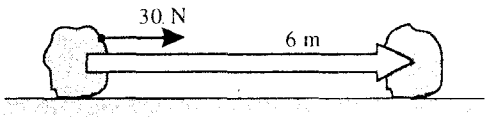
PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 04

Una fuerza horizontal de 30 N es necesaria para desplazar en 6 m una roca a través de una habitación. Halle el trabajo y la potencia desarrolladas si la operación duró 30 s.

RESOLUCION:

* Graficamos el desplazamiento de la roca:



* Cálculo del trabajo:

$$W = Fd\cos 0° = (30\text{ N})(6\text{ m})(1)$$

$$\boxed{W = 180\text{ J}}$$

* Cálculo de la potencia:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{180\text{ J}}{30\text{ s}}$$

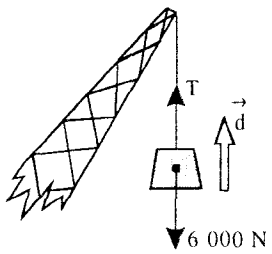
$$\boxed{P = 6\text{ W}}$$

PROBLEMA 02

Calcule el trabajo y la potencia que desarrolla una grúa si en 4 s levanta una carga de 6 000 N hasta una altura de 2 m.

RESOLUCION:

* La grúa desplaza la carga hacia arriba:



* La fuerza que hace la grúa equivale a la tensión en el cable:

$F = T = 6\,000\text{ N} \ldots (1)$

* Cálculo del trabajo:

$$W = Fd\cos 0° = (6\,000\text{ N})(2\text{ m})(1)$$

$$\boxed{W = 12\,000\text{ J}}$$

* Cálculo de la potencia:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{12\,000\text{ J}}{4\text{ s}}$$

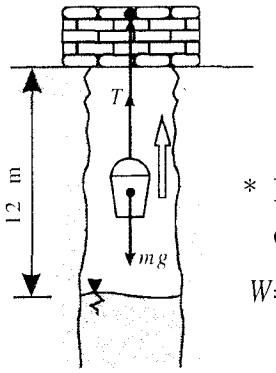
$$\boxed{P = 3\,000\text{ W}}$$

PROBLEMA 06

Desde un pozo de 12 m de profundidad se extrae 4 litros de agua. Cada litro de agua contiene 1 kg de masa. Halle el trabajo efectuado. $g = 10\text{ m/s}^2$

RESOLUCION:

* La fuerza equivale a la tensión:



$F = T = mg$

$F = T = (4\ \text{kg})(10\ \text{m/s}^2)$

$F = T = 40\ \text{N}$

* El balde con el agua desplaza hacia arriba:

$W = Fd\cos 0° = (40\ \text{N})(12\ \text{m})(1)$

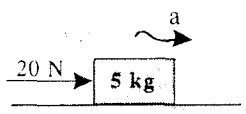
W = 480 J

PROBLEMA 07

Una fuerza horizontal de 20 N se aplica sobre un ladrillo de 5 kg inicialmente en reposo sobre un piso sin fricción, transcurridos 6 s, ¿qué trabajo desarrolló esta fuerza?

RESOLUCION:

* La fuerza, al no haber fricción, produce aceleración:



$\Sigma F = ma$

$20\ \text{N} = (5\ \text{kg})a$

$a = 4\ \text{m/s}^2 \ldots (1)$

* Con esta aceleración hallamos el desplazamiento:

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(4\ \text{m/s}^2)(6\ \text{s})^2$$

$d = 72\ \text{m} \ldots\ldots (2)$

* Cálculo del trabajo:

$W = Fd\cos 0° = (20\ \text{N})(72\ \text{m})(1)$

W = 1 440 J

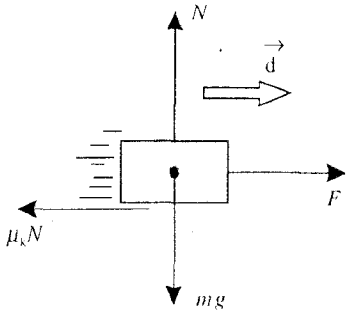
PROBLEMA 08

Un bloque de 10 kg se empuja 8 m a velocidad constante a lo largo de una superficie horizontal áspera ($\mu_k = 0.2$) mediante una fuerza también horizontal. Halle el trabajo que efectúa esta fuerza.

$g = 10\ \text{m/s}^2$

RESOLUCION:

* Hacemos el DCL del bloque:



* Como el bloque se desplaza a velocidad constante está en equilibrio cinético:

$N = mg = (10\ \text{kg})(10\ \text{m/s}^2)$

$N = 100\ \text{N} \ldots\ldots (1)$

$F = \mu_k N = (0.2)(100\ \text{N})$

$F = 20\ \text{N} \ldots\ldots (2)$

* Cálculo del trabajo:

$W = Fd\cos 0° = (20\ \text{N})(8\ \text{m})(1)$

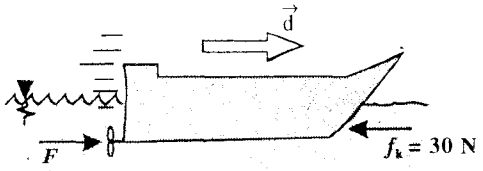
W = 160 J

PROBLEMA 09

Calcule la potencia que gasta el motor de un bote cuando se desplaza con una rapidez constante de 12 m/s. Considere que para esa velocidad la fricción con el agua es de 30 N.

RESOLUCION:

* Representamos la fuerza motriz "F" y la fricción sobre el bote.



* Como el bote va a rapidez constante se cumple que:

$F = f_k = 30\ \text{N} \ldots\ldots (1)$

* Calculamos la potencia:

$P = F \bullet v = (30\ \text{N})(12\ \text{m/s})$

P = 360 W

PROBLEMA 10

¿Cuánto tarda un motor de 1 500 W en elevar un piano de 400 kg hasta la ventana de un edificio ubicada a 15 m de altura? $g = 10 m/s^2$

RESOLUCION:

* El trabajo para levantar verticalmente un objeto es:

$$W = Fd\cos 0° = Fd \quad \ldots\ldots (1)$$

* La fuerza "F" equivale al peso del piano

$$F = mg = (400\ kg)(10\ m/s^2)$$

$$F = 4\ 000\ N \quad \ldots\ldots (2)$$

* Reemplazando en (1)

$$W = (4\ 000\ N)(15\ m)$$

$$W = 60\ 000\ J \quad \ldots\ldots (3)$$

* Usando la potencia del motor:

$$P = \frac{W}{t}$$

$$1\,500\ W = \frac{60\,000\ J}{t}$$

$$\boxed{t = 40\ s}$$

PROBLEMA 11

Una bomba debe elevar 3 kg de agua por minuto hasta una altura de 6 m. ¿Qué potencia gasta la bomba en esta tarea? $(g = 10\ m/s^2)$

RESOLUCION:

* La fuerza equivale al peso del agua

$$F = mg = (3\ kg)(10\ m/s^2)$$

$$F = 30\ N \quad \ldots\ldots (1)$$

* El trabajo para levantar un objeto es:

$$W = Fd = (30\ N)(6\ m)$$

$$W = 180\ J \quad \ldots\ldots (2)$$

* Si el tiempo es 1 minuto (t = 60 s) la potencia será:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{180\ J}{60\ s}$$

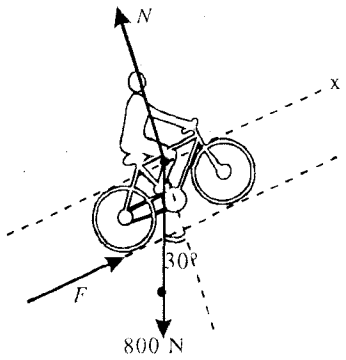
$$\boxed{P = 3\ W}$$

PROBLEMA 12

Un ciclista sube por una rampa, que forma 30° con la horizontal, con una velocidad de 8 m/s. El peso total del ciclista y la bicicleta es de 800 N. Calcule la potencia que debe mantener el ciclista.

RESOLUCION:

* Hacemos el DCL del ciclista y la bicicleta.



F : fricción estática que permite que la bicicleta se impulse y pueda subir

* Cálculo de "F" en el eje x ($\Sigma F = 0$)

$$F = 800\ N \text{ sen } 30°$$

$$F = 800\ N\ (1/2)$$

$$F = 400\ N \quad \ldots\ldots (1)$$

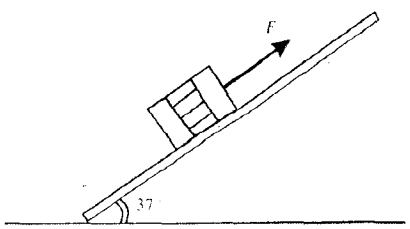
* Calculamos la potencia

$$P = F \bullet v = (40\ N)\ (8\ m/s)$$

$$\boxed{P = 3\ 200\ W}$$

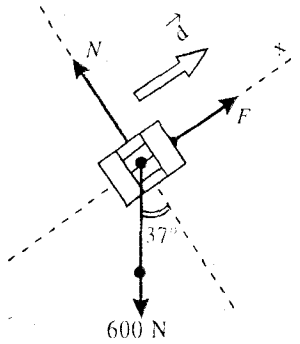
PROBLEMA 13

Por una tabla sin fricción, inclinada en 37°, se remolca una caja de 600 N aplicando la fuerza "F". La tabla mide 8 m, calcule el trabajo que desarrolla la fuerza en todo el recorrido.



RESOLUCION:

* Hacemos el DCL de la caja.



* Calculamos la fuerza F en el eje x:

$F = 600\ \text{N} \operatorname{sen} 37° = 600\ \text{N}\ (3/5)$

$F = 360\ \text{N}$

* Cálculo del trabajo

$W = Fd \cos 0° = (360\ \text{N})(8\ \text{m})(1)$

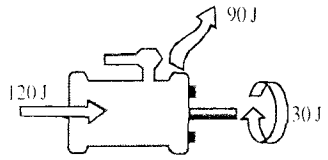
$$\boxed{W = 2\,880\ \text{J}}$$

PROBLEMA 14

Cada vez que un motor diesel consume 120 J de combustible las pérdidas por calentamiento debido a la fricción equivalen a 90 J, halle el rendimiento de este motor.

RESOLUCION:

* Representamos el motor.



* Trabajo útil

$W_u = 30\ \text{J}$

* Energía consumida

$W_c = 120\ \text{J}$

* La eficiencia es:

$$n = \frac{W_u}{W_c} = \frac{30\ \text{J}}{120\ \text{J}} = 0.25$$

$$\boxed{n = 25\ \%}$$

PROBLEMA 15

Cuando un muchacho levanta un costal de 60 N hasta una altura de 0.5 m su organismo consume calorías equivalente a 200 J. calcule la eficiencia mecánica del cuerpo humano.

RESOLUCION:

* Calculamos el trabajo que hace el muchacho.

$W = Fd = (60\ \text{N})(0.5\ \text{m}) = 30\ \text{J}$

* Cálculo de la eficiencia:

$$n = \frac{\text{trabajo útil}}{\text{energía consumida}} = \frac{30\ \text{J}}{200\ \text{J}} = 0.15$$

$$\boxed{n = 15\ \%}$$

AUTOEVALUACION

01 ¿Cuántas cantidades físicas de la siguiente lista son escalares?
Desplazamiento, trabajo, fuerza, aceleración, potencia y peso.

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

02 Al intentar nadar contra la corriente de un río un nadador permanece en el mismo lugar, el trabajo del nadador es:

a) negativo b) cero
c) positivo d) no es calculable
e) N.A.

03 El trabajo de la fuerza centrípeta:

a) no existe
b) siempre es positivo
c) siempre es negativo
d) siempre es cero
e) puede ser positivo o negativo

04 Cuando empujamos un muro, nos cansamos, sin embargo el trabajo mecánico sobre el muro es:

a) pequeño b) grande
c) muy grande d) infinito
e) cero

05 Seleccione con verdadero (V) o falso (F)

I. El trabajo en el lenguaje cotidiano no siempre tiene igual sentido a lo que se define en la física.

II. Toda fuerza realiza trabajo mecánico.
III. El trabajo mecánico puede ser negativo.

a) VFV b) VVV c) VFF
d) FVV e) FFF

06 ¿En qué caso(s) no se realiza trabajo mecánico?
I. Cuando la fuerza es paralela al desplazamiento.
II. Cuando la fuerza se opone al desplazamiento.
III. Cuando la fuerza es perpendicular al desplazamiento.

a) I b) II c) III
d) I y II e) I y III

07 Si un objeto desliza hacia adelante sabemos que la fricción cinética es hacia atrás. El trabajo de esta fricción:
a) es positiva b) es negativa
c) es cero d) no existe
e) N.A.

08 ¿Realiza algún trabajo una fuerza que siempre es perpendicular a la velocidad?
a) algunas veces b) si
c) no, es cero d) el trabajo no existe
e) N.A.

09 Cuando levantamos rapidamente la misma cantidad de cajas hasta la plataforma de un camión desarrollamos más:
a) desplazamiento b) trabajo
c) fuerza d) potencia
e) eficiencia

10 Si una máquina desarrolla el mismo trabajo en menos tiempo se dice que es:
a) más eficiente b) más fuerte
c) más veloz d) más potente
e) N.A.

11 Si una máquina aprovecha mejor la energía consumida se dice que es:
a) más eficiente b) más fuerte
c) más veloz d) más potente
e) N.A.

12 Dos grúas A y B levantan cargas iguales hasta la misma altura. La grúa A emplea más tiempo que la grúa B. Las afirmaciones ciertas son:
I. ambas desarrollan el mismo trabajo
II. las grúa A es más potente que la grúa B
III. las grúas desarrollan igual potencia

a) I y II b) I y III c) Sólo I
d) Sólo II e) Sólo III

13 Señale las afirmaciones verdaderas (V) o falsas (F):
I. Si al aplicar una fuerza no hay movimiento, tampoco habrá trabajo
II. La potencia es la rapidez con que se hace trabajo.
III. La unidad de potencia en el S.I. es el watt (W)

a) VFV b) FVV c) VVF
d) VVV e) FFV

14 El kilowatthora (kWh) es una unidad de:
a) fuerza b) eficiencia c) trabajo
d) potencia e) masa

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 15

Al arar, un tractor arrastra el arado con una fuerza de 6 000 N, ¿qué trabajo realiza con ello en un recorrido de 15 m?

a) 60 000 J b) 70 000 J c) 80 000 J
d) 90 000 J e) 100 000 J

PROBLEMA 16

La potencia del motor de un ventilador doméstico es de 35 W. ¿Qué trabajo efectúa en 10 minutos?

a) 19 kJ b) 21 kJ c) 23 kJ
d) 25 kJ e) 27 kJ

PROBLEMA 17

¿Cuál es la potencia de un hombre al andar, si durante 2 minutos da 40 pasos y con cada paso realiza 30 J de trabajo?

a) 10 W b) 12 W c) 14 W
d) 16 W e) 18 W

PROBLEMA 18

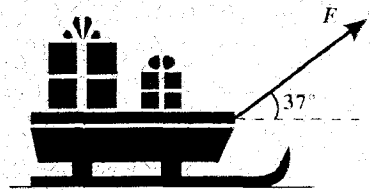
Un transportador eleva, en el transcurso de 40 s una carga de 160 kg hasta una altura de 2 m. Halle la potencia desarrollada.

$g = 10\ m/s^2$

a) 80 W b) 90 W c) 100 W
d) 110 W e) 120 W

PROBLEMA 19

Un trineo es arrastrado mediante una fuerza $F = 50$ N sobre un piso de hielo. Calcule el trabajo cuando el trineo ha desplazado 4 m.



a) 120 J
b) 140 J
c) 160 J
d) 180 J
e) 200 J

PROBLEMA 20

Se levanta un libro de 0.4 kg hasta una altura de 1.5 m tardándose 3 s. ¿Qué potencia fué desarrollada? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 1 W b) 2 W c) 3 W
d) 4 W e) 5 W

PROBLEMA 21

¿Qué potencia consume un coche de carreras cuando se desplaza a razón de 30 m/s venciendo una resistencia de 180 N?

a) 5 000 W b) 5 200 W c) 5 400 W
d) 5 600 W e) 5 800 W

PROBLEMA 22

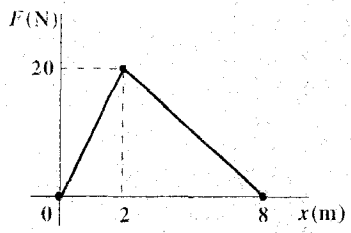
En una construcción se sube un balde de arena de 30 kg de masa total a una rapidez constante de 3 m/s. Halle la potencia que consume el motor que mueve el balde.

($g = 10\ m/s^2$)

a) 90 W b) 180 W c) 450 W
d) 900 W e) 1 000 W

PROBLEMA 23

La figura muestra la variación de una fuerza sobre el desplazamiento. Calcule el trabajo desde $X_0 = 0$ hasta $X_F = 8$ m



a) 40 J
b) 80 J
c) 160 J
d) 320 J
e) 480 J

PROBLEMA 24

Un motor eléctrico disipa 60 J de energía en forma de calor mientras aprovecha 20 J como trabajo útil. Halle la eficiencia de este motor.

a) 10 % b) 15 % c) 20 %
d) 25 % e) 30 %

NIVEL II

PROBLEMA 25

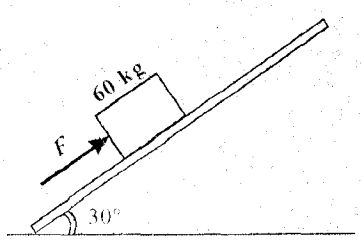
De un pozo debe extraerse cada 3 minutos 900 litros de agua desde una profundidad de 150 m, halle los watts necesarios. (g=10 m/s^2)

a) 5 500 b) 6 000 c) 6 500
d) 7 000 e) 7 500

PROBLEMA 26

Por una tabla inclinada lisa de 1.5 m de largo sube un ladrillo de 60 kg a rapidez constante impulsada por la fuerza "F". Calcule el trabajo de la fuerza para todo el recorrido.

($g = 10\ m/s^2$)



a) 300 J
b) 350 J
c) 400 J
d) 450 J
e) 500 J

PROBLEMA 27

Bajo la acción de cierta fuerza un objeto de 3 kg adquiere una aceleración constante de

2 m/s^2 . ¿Cuál es el trabajo de esta fuerza cuando el objeto desplaza 4 m?

a) 6 J b) 8 J c) 12 J
d) 24 J e) 36 J

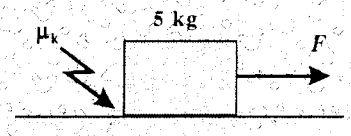
PROBLEMA 28

Un turista de 60 kg sube corriendo por las escaleras hasta la azotea de un edificio de 200 m de alto tardándose 4 minutos. Calcule la potencia que desarrolló. $g = 10$ m/s^2

a) 500 W b) 600 W c) 700 W
d) 800 W e) 900 W

PROBLEMA 29

Determine el trabajo de la fuerza "F" horizontal si logra desplazar el bloque de 5 kg en 8 m a velocidad constante. $\mu_k = 0.3$ $g = 10$ m/s^2



a) 12 J
b) 15 J
c) 120 J
d) 150 J
e) 200 J

PROBLEMA 30

¿En qué caso(s) no se realiza trabajo mecánico?

I. si detenemos una pelota.
II. si sujetamos un madero para que el carpintero pueda clavarlo.
III. si un levantador de pesas mantiene suspendida las pesas.

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo II e) Sólo III

PROBLEMA 31

Un bloque de 4 kg se empuja una distancia de 6 m sobre un plano horizontal mediante una fuerza paralela a este plano a velocidad constante. Calcule el trabajo de esta fuerza. $\mu_k = 0.2$ $g = 10$ m/s^2

a) 48 J b) 52 J c) 56 J
d) 60 J e) 64 J

PROBLEMA 32

Un elevador suspende hasta una altura de 3 m un peso de 800 N. Halle la eficiencia del elevador si en esta tarea consume 3 000 J.

a) 40 % b) 50 % c) 60 %
d) 70 % e) 80 %

PROBLEMA 33

Una avioneta usa un cable para tirar en linea recta un anuncio publicitario con una velocidad constante de 180 km/h. La tensión en este cable es de 1 200 N. ¿Qué trabajo realiza la tensión sobre el anuncio durante un vuelo de 10 min?

a) $2.6 \cdot 10^7$ J b) $3.6 \cdot 10^7$ J c) $4.6 \cdot 10^7$ J
d) $5.6 \cdot 10^7$ J e) $6.6 \cdot 10^7$ J

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	D	E	A	C	B	C	D	D	A	C	D	C	D	B	A	A	C	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
C	D	B	D	E	D	D	A	C	C	A	E	B

19 Capítulo

ENERGIA MECANICA

OBJETIVOS	
1.	*Conocer las diferentes manifestaciones de la energía y su ley de conservación*
2.	*Estudiar las energías potencial y cinética.*

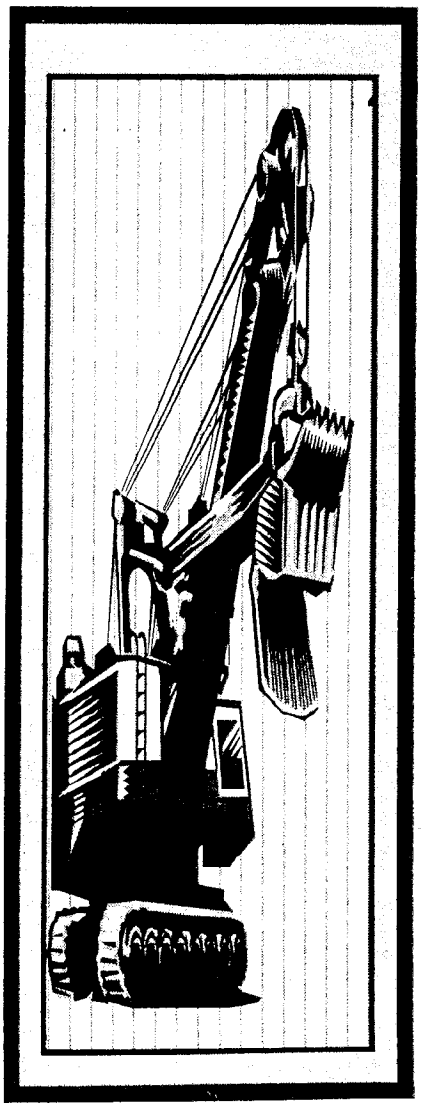
©DJHDV

19.1. ENERGIA:

En la vida cotidiana la palabra ***energía*** es usada con mucha frecuencia. Convivimos con diferentes formas de energías:

- Los electromotores son movidos mediante la energía eléctrica
- Los automóviles, los aviones y locomotoras trabajan consumiendo la energía del combustible que se quema.
- Nosotros mismos, para poder vivir y trabajar debemos renovar nuestras energías mediante la alimentación y el descanso.

En forma general; nosotros y las máquinas consumimos energía para poder trabajar y generar movimiento.



> *La energía puede considerarse como la capacidad para hacer trabajo. Un objeto tiene energía si es capaz de ejercer una fuerza sobre otro objeto para efectuar un trabajo sobre él.*

De lo expuesto podemos anticipar que la energía tiene la misma unidad que el trabajo: el joule (J)

Podemos encontrar diferentes formas de energía como:

- La energía eléctrica _____ debido al movimiento ordenado de las cargas eléctricas.

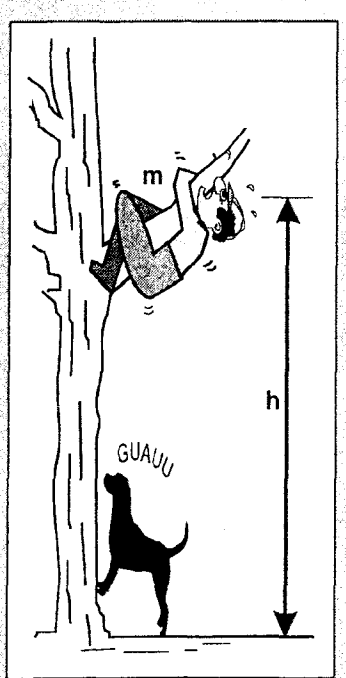
- La energía térmica _____ debido al movimiento aleatorio de las moléculas que forman un cuerpo.
- La energía química _____ debido a los enlaces químicos
- La energía hidraúlica _____ debido a la caída de agua desde las represas.
- La energía nuclear _____ debido a la fisión (ruptura) del nucleo de uranio U-235.
- La energía radiante _____ debido la emisión de ondas electromagnéticas. Aqui se incluye la energía calorifica, luminosa y la radiación X.
- La energía mecánica _____ debido a la ubicación o al movimiento de un objeto.

En este capítulo nos dedicaremos al estudio de la ***energía mecánica.***

19.2. ENERGíA MECANICA (*E*)

Un sistema puede tener energía mecánica como consecuencia de su ubicación, su arreglo molecular interno o su movimiento; debido a su ubicación se denomina ***energía potencial*** y por su movimiento; ***energía cinética.***

El hombre de masa "m trepado en el árbol dispone de energía potencial gravitatoria porque se halla a una altura "h" del suelo.

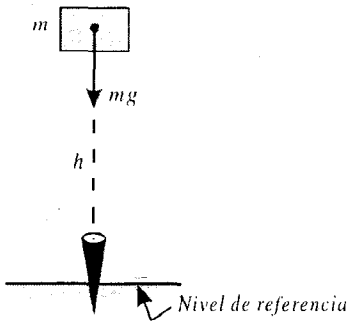


19.2.1 ENERGIA POTENCIAL (EP)

La energía potencial es la energía de un objeto debido a su posición. En otras palabras, la energía potencial está asociada a la ubicación de un objeto, puesto que se necesita trabajo para moverlo de una posición a otra. Existen diversas formas de energía potencial. Aqui nos ocupamos de la energía potencial ***gravitatoria*** y la energía potencial de un resorte (***elástica***)

19.2.1.1 ENERGIA POTENCIAL GRAVITATORIA

Un objeto de masa m a una altura h sobre el piso puede efectuar un trabajo $W = mgh$ cuando cae, esta capacidad de trabajo que tiene el objeto suspendido se denomina ***energía potencial gravitatoria.***



$$\boxed{EP = mgh}$$

La energía del ladrillo de masa m se aprovecha para hincar la estaca en el piso.

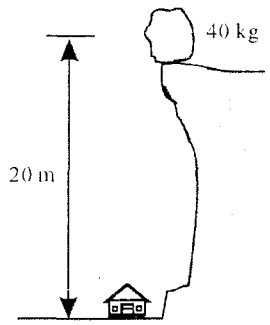
La energía potencial gravitatoria equivale al trabajo que realiza el objeto al caer.

Unidades en el SI:

m	*g*	*h*	EP
kg	m/s^2	m	J

PROBLEMA 01

Halle la energía potencial de una roca de 40 kg ubicada a 20 m del suelo ($g = 10\ m/s^2$)



RESOLUCION:

* La energía potencial gravitatoria de la roca con respecto al suelo es:

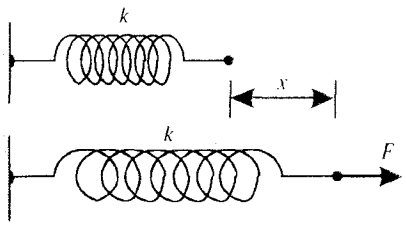
$$EP = mgh = (40\ kg)(10\ m/s^2)(20\ m)$$

$$\boxed{EP = 8\ 000\ J}$$

Este resultado nos indica que al caer la roca haría un trabajo destructor sobre la casa equivalente a 8 000 J.

19.2.1.2 ENERGIA POTENCIAL ELASTICA

Es la energía asociada a los materiales elásticos, como los resortes, cuando están estirados o comprimidos. En el diagrama se muesta un resorte estirado en x:



F : fuerza deformadora
k : constante de rigidez del resorte.
x : elongación

La energía potencial del resorte es directamente proporcional al cuadrado de la elongación (x)

$$\boxed{EP = \frac{1}{2}kx^2}$$

La energía potencial elástica equivale al trabajo que puede efectuar la fuerza elástica cuando el resorte sea liberado.

Unidades en el SI:

k	*x*	EP
N/m	m	J

PROBLEMA 01

La constante de rigidez de cierto resorte es 1 000 N/m. ¿Qué energía potencial almacenará este resorte cuando sea deformado en 40 cm?

RESOLUCION:

* La energía potencial que almacena el resorte es:

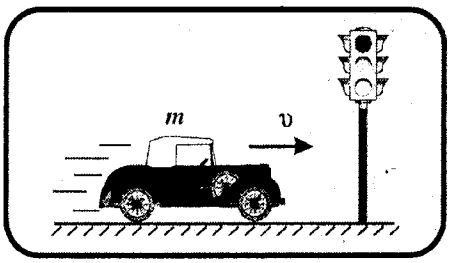
$$EP = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2}(1\,000\ \text{N/m})(0.4\ \text{m})^2$$

$$\boxed{EP = 80\ \text{J}}$$

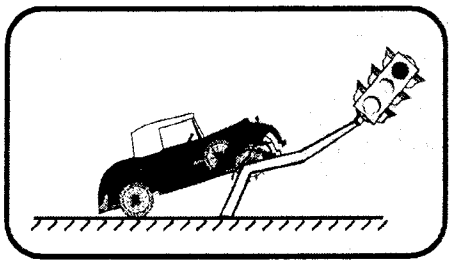
Cuando el resorte sea liberado la fuerza elástica hará un trabajo de 80 J.

19.2.2 ENERGIA CINETICA (EC)

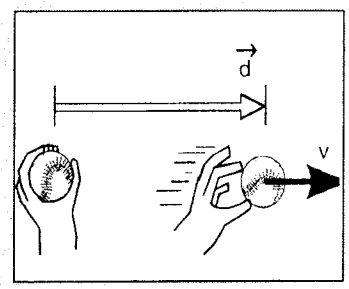
Es la capacidad de un cuerpo para efectuar trabajo en virtud de su movimiento.



Un automóvil en movimiento dispone de energía cinética porque .....



efectúa trabajo si llega a derribar el semáforo como consecuencia del choque.



A lo largo del desplazamiento $\vec{d}$ la mano hace trabajo sobre la piedra para que ésta adquiera energía cinética y salga disparada con velocidad V

La energía cinética depende de la masa del objeto y de la rapidez.

$$\boxed{EC = \frac{1}{2} m v^2}$$

La energía cinética equivale al trabajo sobre un objeto desde el reposo hasta que logra una velocidad "v", o también se puede decir que es el trabajo que haría un móvil, cuya velocidad es "v", hasta que llegue a detenerse.

PROBLEMA 03

Una pelota de beisbol de 0.2 kg se lanza con una velocidad de 30 m/s.

a ¿Cuál es su energía cinética?

b ¿Qué trabajo efectuó el beisbolista en el lanzamiento?

RESOLUCION:

a Calculamos la energía cinética de la pelota:

$$EC = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.2\text{ kg})(30\text{ m/s})^2$$

$$\boxed{EC = 90\text{ J}}$$

b Estos 90 J de energía cinética tiene hasta dos significados:

b.1. Que el beisbolista hizo un trabajo de 90 J para lanzar la pelota.

b.2. Que una vez lanzada, la pelota tiene la capacidad de hacer un trabajo de 90 J si llega a detenerse.

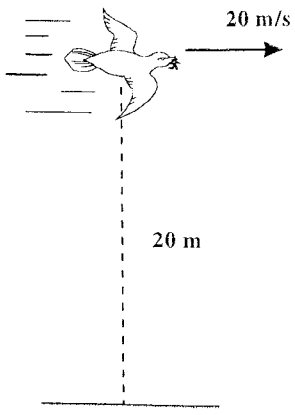
PROBLEMA 04

Un ave de 0.5 kg vuela con una rapidez de 10 m/s a una altura de 20 m. Calcule. ($g = 10\text{ m/s}^2$)

a la energía cinética del ave
b la energía potencial del ave
c la energía mecánica del ave

RESOLUCION:

* Representamos el vuelo del ave:



a Cálculo de la energía cinética:

$$EC = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.5\text{ kg})(10\text{ m/s})^2$$

$$\boxed{EC = 25\text{ J}}$$

b Cálculo de la energía potencial:

$$EP = mgh = (0.5\text{ kg})(10\text{ m/s}^2)(20\text{ m})$$

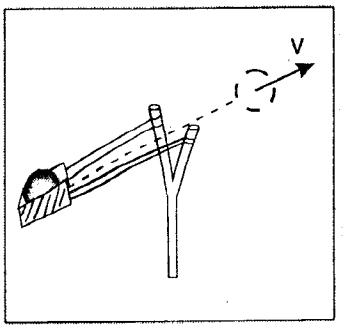
$$\boxed{EP = 100\text{ J}}$$

c La energía mecánica es la suma de las energías potencial y cinética:

$$E = EP + EC = 100\text{ J} + 25\text{ J}$$

$$\boxed{E = 125\text{ J}}$$

Cuando cazas pajaritos la energía potencial elástica de la resortera se transmite al proyectil como energía cinética.



19.3. CONSERVACION DE LA ENERGIA MECANICA:

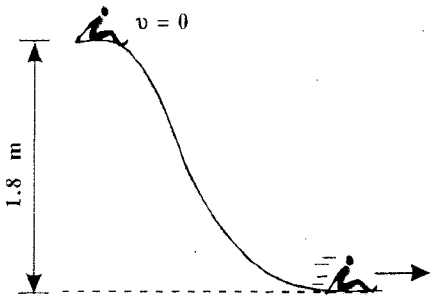
La energía total mecánica (potencial + cinética) se conserva cuando un objeto se mueve ***sin fricción*** bajo la acción

de la ***gravedad*** y/o fuerza elástica solamente.

PROBLEMA 05

Un niño comienza a deslizar desde el reposo por un tobogán. El comienzo del tobogán está a 1.8 m de altura del suelo. Halle la velocidad al final del tobogán. No considere la fricción.

(g = 10 m/s^2)



RESOLUCION:

* La energía mecánica se conserva porque no hay fricción y el niño se mueve bajo la acción de la gravedad (su propio peso).

Energía total al inicio (E_o) = Energía total al final (E_f)

$$mgh_o + \frac{1}{2}mv_o^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

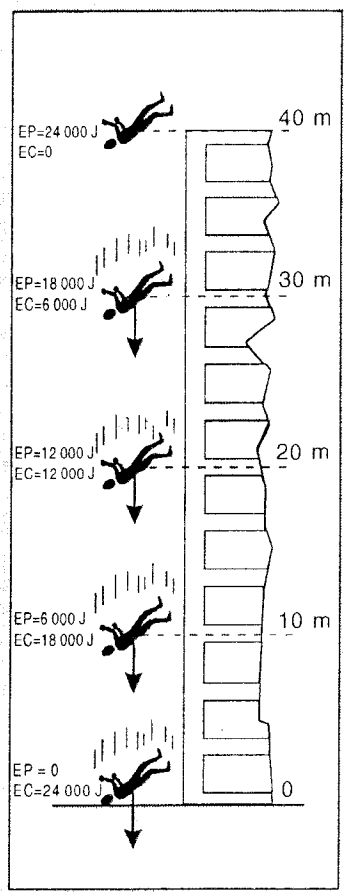
En el diagrama se observa que : $v_o = 0$ y $h_f = 0$. La ecuación (1) se reduce a :

$$mgh_o = \frac{1}{2}mv_f^2$$

de donde ..... $v_f = \sqrt{2gh_o} = \sqrt{2(10\ \text{m/s}^2)(1.8\ \text{m})}$

$$\boxed{v_f = 6\ \text{m/s}}$$

Cuando una persona de 60 kg cae desde un edificio de 40 m de altura su energía potencial (EP) se transforma progresivamente a energía cinética (EC).



Si se desprecia la fricción del aire toda la energía potencial (EP) se transforma a energía cinética (EC)

19.4. LEY DE LA CONSERVACION DE LA ENERGIA:

"No debemos confundirla con la conservación de la energía mecánica" sabemos que en la naturaleza la energía se presenta en diferentes formas y que en las máquinas la energía se transforma de una a otra forma.

Ejemplos:

- ***En el motor eléctrico:*** La energía eléctrica se transforma a energía mecánica.
- ***En el generador:*** La energía mecánica se transforma a energía eléctrica.
- ***En las baterías:*** La energía química se transforma a energía eléctrica
- ***En el motor de combustión:*** La energía interna del combustible se transforma a energía mecánica.
- ***En la turbina Pelton:*** La energía hidraúlica se transforma a energía mecánica.

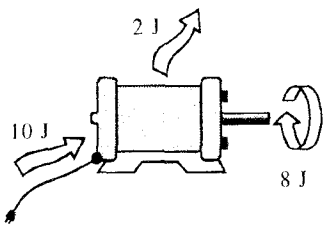
En todas las transformaciones de energía se observa un desprendimiento de calor debido a la fricción de las partes internas de las máquinas.

El estudio de las diversas formas de energía y de sus transformaciones de unas en otras condujo a una de las mayores generalizaciones de la física, conocida como ***ley de la conservación de la energía:***

> *La energía no se crea ni se destruye; se puede transformar de una forma en otra, pero la cantidad total de energía no cambia jamás.*

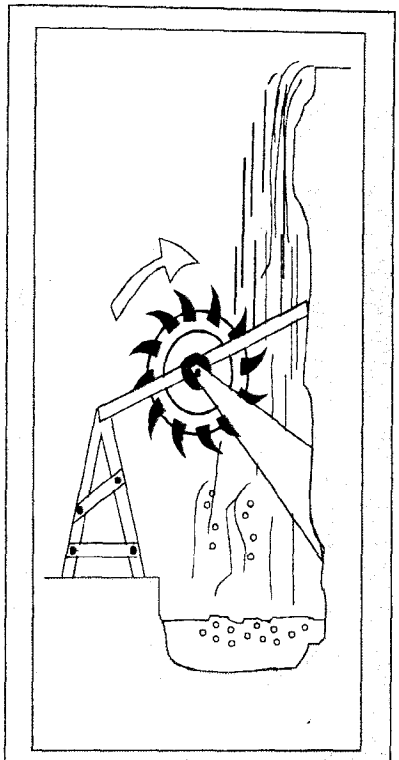
Ejemplo:

En un motor eléctrico, por cada **10 J** de energía eléctrica que consume el motor **8 J** se transforman en energía mecánica y los **2 J** en calor.



Cuando el motor eléctrico está en funcionamiento parte de la energía eléctrica que consume se transforma en calor, por esto se calienta.

Energía eléctrica(**10 J**) = Energía mecánica(**8 J**) + Calor(**2 J**)



En la turbina Pelton la energía hidraúlica de un salto de agua se transforma a energía mecánica de rotación.

PROBLEMAS RESUELTOS

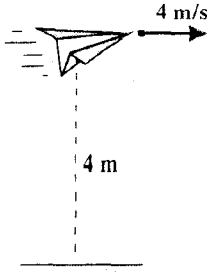
PROBLEMA 06

Un avión de papel de 0.2 kg vuela a una altura de 3 m con una rapidez de 4 m/s, en esos instantes halle: $g = 10\ m/s^2$

a la energía potencial
b la energía cinética
c la energía mecánica total

RESOLUCION:

* Graficamos el vuelo del avión de papel:



a Hallamos la energía potencial:

$$EP = mgh$$

$$EP = (0.2\ kg)(10\ m/s^2)(3\ m)$$

$$\boxed{EP = 6\ J}$$

b Hallamos la energía cinética:

$$EC = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.2\ kg)(4\ m/s)^2$$

$$\boxed{EC = 1.6\ J}$$

c La energía mecánica total es la suma de las energías potencial y cinética:

$$E = EP + EC = 6\ J + 1.6\ J$$

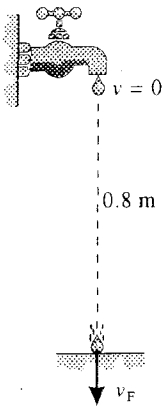
$$\boxed{E = 7.6\ J}$$

PROBLEMA 07

¿Con que velocidad llegan al suelo las gotas que se desprenden de un caño malogrado que se ubica a 0.8 m del suelo? $(g = 10\ m/s^2)$

RESOLUCION:

* Representamos el desplazamiento de las gotas



* La energía mecánica se conserva:

$$E_o = E_f$$

$$mgh_o = \frac{1}{2}mv_f^2$$

* *de donde:*

$$v_f = \sqrt{2gh_o}$$

$$v_f = \sqrt{2(10\ m/s^2)(0.8\ m)}$$

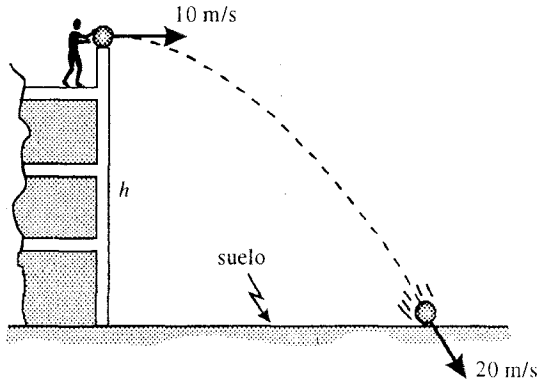
$$\boxed{v_f = 4\ m/s}$$

PROBLEMA 08

Desde la azotea de un edificio de altura "h", un niño lanza horizontalmente una piedra con una velocidad de 10 m/s. Halle "h" conociéndose que la piedra llega al suelo con una velocidad de 20 m/s. (g = 10 m/s^2)

RESOLUCION:

* Representamos el lanzamiento de la piedra:



* Igualamos la energía inicial a la final:

$$E_o = E_f$$

$$mgh_o + \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}mv_f^2$$

* Cancelamos m y reemplazamos datos:

$$(10)\,h + \frac{1}{2}(10)^2 = \frac{1}{2}(20)^2$$

$$10\,h + 50 = 200$$

$$10\,h = 150$$

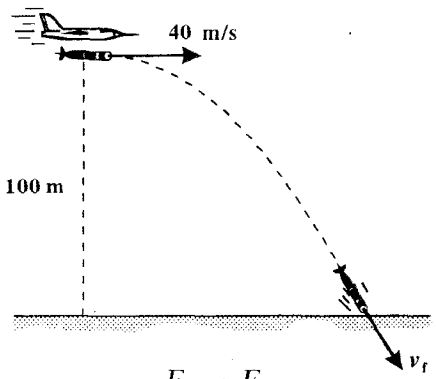
$$\boxed{h = 15\ m}$$

PROBLEMA 09

Un bombardero vuela horizontalmente con una rapidez de 40 m/s a 100 m del suelo. Halle la velocidad con que llegan al suelo las bomas dejadas caer desde este bombardero. (g = 10 m/s^2)

RESOLUCION:

* Por inercia, las bombas al ser soltadas adquieren la velocidad del bombardero:



$$E_o = E_f$$

$$mgh_o + \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}mv_f^2$$

* Cancelamos "m" y reemplazamos datos:

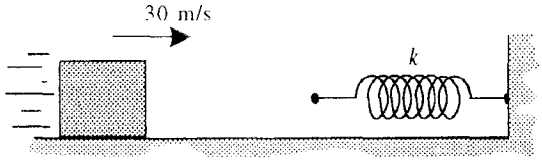
$$(10)(100) + \frac{1}{2}(40)^2 = \frac{1}{2}v_f^2$$

* De donde: v_f^2 = 3 600

$$\boxed{v_f = 60\ m/s}$$

PROBLEMA 10

Un ladrillo de 2 kg se acerca con una rapidez de 30 m/s hacia el extremo libre de un resorte (k = 7 200 N/m). Halle la máxima compresión del muelle.



RESOLUCION:

* Cuando el ladrillo aplasta al resorte la energía cinética del ladrillo se convierte en energía potencial del resorte.

$$E_o = E_f$$

$$\frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$(2\text{ kg})(30\text{ m/s})^2 = (7\,200\text{ N/m})\,x^2$$

$$x^2 = \frac{2(900)}{7\,200}$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{x = 0.5\text{ m}}$$

AUTOEVALUACION

01 Si un sistema de cuerpos puede realizar trabajo decimos que posee ....

a) fuerza b) potencia c) movimiento
d) energía e) eficiencia

02 La energía mecánica debido al movimiento de las partículas se denomina....

a) potencial
b) potencial gravitatoria
c) trabajo del peso
d) cinética
e) potencial elástica.

03 En el SI la unidad empleada para medir la energía es:

a) newton b) watt c) joule
d) no tiene e) N.A.

04 Seleccione con V si la afirmación es verdadera o con F si es falsa.

I. La energía cinética siempre es positiva
II. La energía potencial elástica siempre es positiva.
III. Si duplicamos la velocidad de un objeto se duplicará también su energía cinética.

a) VVV b) VFV c) FVV
d) FVF e) VVF

05 Una roca en el borde de un acantilado dispone de:

a) trabajo b) potencial
c) energía cinética d) energía potencial
e) N.A.

06 Cuando un fruto maduro cae de un árbol se cumple que:

a) la energía potencial se conserva
b) la energía cinética se conserva
c) la energía potencial se transforma a cinética
d) la energía cinética se transforma a potencial.
e) N.A.

07 Cierta ley establece que "la energía no se crea ni se destruye", esto indica que:

a) la energía cinética se conserva
b) la energía potencial se conserva
c) la energía mecánica total se conserva
d) la energía total se conserva
e) no hay transformaciones de energía

08 Sea "m" la masa de un bus que marcha con una velocidad "v", la energía cinética del bus para un pasajero que viaja en él es:

a) $\frac{1}{2}mv^2$ b) cero c) negativo
d) mayor que cero
e) no se puede calcular.

09 Lanzando un proyectil verticalmente hacia arriba desde el suelo, se cumplirá que:

I. en el punto de lanzamiento solamen-

te hay energía cinética.

II. en la altura máxima solamente hay energía potencial.

III. mientras el proyectil sube la energía cinética se transforma a potencial.

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo I e) Todas

10 El resorte helicoidal de un dinamómetro deformado almacena energía ____

a) cinética b) potencial
c) total d) potencial elástica
e) N.A.

11 La energía cinética es independiente de:

I. la masa del móvil

II. la velocidad del móvil

III. la dirección de la velocidad del móvil

a) I b) II c) I y II
d) III e) I y II

12 Si la velocidad de un móvil se duplica, su energía cinética.

a) permanece igual b) se duplica
c) se triplica d) se reduce a la mitad
e) se cuadruplica

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 13

En un estante, un libro de 0.5 kg se halla a 1.6 m del suelo. ¿Cuál es su energía potencial con respecto al piso? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 4 J b) 6 J c) 8 J d) 10 J e) 12 J

PROBLEMA 14

Se dispara un proyectil de 3 kg con una velocidad de 60 m/s. Halle la energía cinética del proyectil.

a) 5 200 J b) 5 400 J c) 5 600 J
d) 5 800 J e) 6 000 J

PROBLEMA 15

¿Qué trabajo se debe hacer sobre una roca de 50 kg, inicialmente en reposo, para que empiece a rodar con una velocidad de 2 m/s?

a) 100 J b) 110 J c) 120 J
d) 130 J e) 140 J

PROBLEMA 16

Un cometa de $2 \cdot 10^{10}$ kg se estrella contra la Tierra con una velocidad de 20 km/s, encuentre, en joules, la energía cinética del cometa.

a) $2 \cdot 10^{18}$ b) $3 \cdot 10^{18}$ c) $4 \cdot 10^{18}$
d) $5 \cdot 10^{18}$ e) $6 \cdot 10^{18}$

PROBLEMA 17

Un alpinista de 60 kg escala una montaña de 250 m de altura, ¿Cuánto trabajo realiza? ($g = 10\ m/s^2$)

a) $1.5 \cdot 10^5$ J b) $2.5 \cdot 10^5$ J c) $3.5 \cdot 10^5$ J
d) $4.5 \cdot 0^5$ J e) $5.5 \cdot 10^5$ J

PROBLEMA 18

La constante de rigidez de un muelle es de 2 000 N/m. ¿qué energía almacena cuando el muelle es deformado en 10 cm?

a) 8 J b) 10 J c) 12 J d) 16 J e) 20 J

PROBLEMA 19

Miguel y su bicicleta tienen una masa total de 80 kg. Halle la energía cinética total si cubre una distancia de 80 m en 16 s.

a) 500 J b) 600 J c) 700 J
d) 800 J e) 1 000 J

PROBLEMA 20

Una pelota de 0.2 kg se deja caer desde una altura de 8 m y rebota hasta una altura de 5 m. ¿Qué energía se perdió en el choque? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 6 J b) 10 J c) 12 J d) 16 J e) 0

PROBLEMA 21

Una rampa tiene una altura de 0.8 m, si una esferita es soltada en la parte superior, ¿con qué velocidad esta esferita llegará al suelo? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s d) 4 m/s e) 5 m/s

PROBLEMA 22

Calcule al energía mecánica total de una pelota de 0.4 kg en el instante en que su velocidad es de 10 m/s y se halla a 6 m del piso. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 20 J b) 24 J c) 34 J d) 44 J e) 60 J

NIVEL II

PROBLEMA 23

Un auto de masa "m" mantiene una energía cinética constante "E", halle la distancia que recorre el auto en un tiempo "t".

a) $\frac{E}{m}t$ b) $\sqrt{\frac{E}{m}}t$ c) $\sqrt{\frac{2E}{m}}t$ d) $\sqrt{\frac{m}{E}}t$ e) $\sqrt{\frac{2E}{mt}}$

PROBLEMA 24

Un mono de 20 kg sube por un árbol derecho con un rapidez de 0.4 m/s. Halle la energía potencial que ganó el mono si llegó a la copa del árbol en 20 s. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 1 600 J b) 1 700 J c) 1 800 J
d) 1 900 J e) 2 000 J

PROBLEMA 25

Un arquero coloca una flecha de 0.2 kg en su arco, al tensar la cuerda del arco adquiere una energía potencial de 10 J, ¿con qué velocidad saldrá disparada la flecha?

a) 2 m/s b) 4 m/s c) 6 m/s d) 8 m/s e) 10 m/s

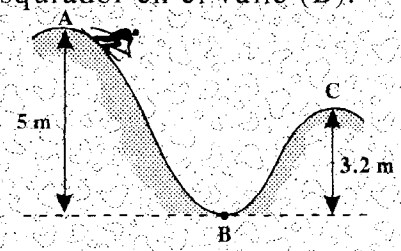
PROBLEMA 26

¿Hasta qué altura se debe levantar unas pesas de modo que cuando sean soltadas se estrellen en el piso con una velocidad de 5 m/s? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 0.75 m b) 1.0 m c) 1.25 m
d) 1.50 m e) 1.75 m

PROBLEMA 27

Un esquiador parte desde el reposo en la cima de una colina (A), si se desprecia la fricción con el hielo, halle la velocidad del esquiador en el valle (B). ($g = 10\ m/s^2$)



a) 8 m/s
b) 10 m/s
c) 12 m/s
d) 14 m/s
e) 16 m/s

PROBLEMA 28

En el problema anterior, halle la velocidad del esquiador cuando pasa por la cima de la segunda colina (C), en m/s.

a) 0 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

PROBLEMA 29

Se deja caer un objeto desde una altura de 21 m. ¿A qué altura durante su caída la energía cinética será el doble que su energía potencial?

a) 5 m b) 7 m c) 14 m d) 16 m e) F. datos

PROBLEMA 30

Un cochecito de 400 kg parte desde el reposo con una aceleración constante de 0.5 m/s^2. Halle la energía cinética del cochecito cuando ha transcurrido 20 s?, en kJ.

a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 25

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	C	E	D	C	D	B	E	D	D	E	C	B	A	C	A	B	E	A

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	D	C	A	E	C	B	D	B	D

20 Capítulo

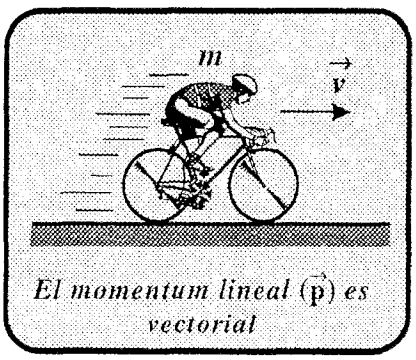
CANTIDAD de MOVIMIENTO

OBJETIVOS

1. *Definir la cantidad de movimiento y el impulso*
2. *Conocer el teorema de impulso y la cantidad de movimiento.*
3. *Usar la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.*

20.1. CANTIDAD DE MOVIMIENTO ($\vec{p}$)

Esta cantidad física también se conoce como ***momentum lineal***. Está definido por el producto entre la masa (m) del cuerpo y su respectiva velocidad ($\vec{v}$). La cantidad de movimiento es entonces una cantidad ***vectorial***.



El momentum lineal ($\vec{p}$) es vectorial

momentum = masa • velocidad

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Unidades en el SI:

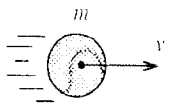
m	v	p
kg	m/s	kg • m/s

PROBLEMA 01

Una pelota de beisbol de 0.2 kg de masa se mueve con un rapidez de 15 m/s. Halle la cantidad de movimiento o el momentum de la pelota.

RESOLUCION:

* Representamos la pelota de beisbol: $p = mv$



$p = (0.2\ \text{kg})(15\ \text{m/s})$

$$p = 3\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

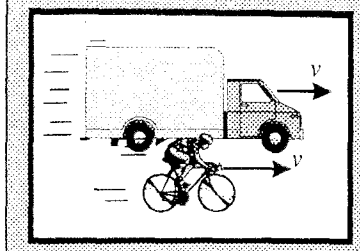
OBSERVACIONES:

a El momentum lineal (p) es grande si la masa y/o la velocidad del cuerpo es grande.

- Un camión tiene un gran momentum debido a su masa
- Una bala disparada tiene un gran momentum debido a su velocidad

"Todos sabemos que es muy difícil detener una bala o un camión"

> *Los cuerpos que tiene grandes momentums lineales son muy dificíles de detener.*

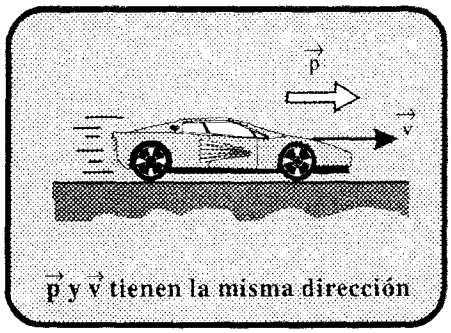


Entre un camión y un ciclista que viajan con la misma rapidez, el camión es más difícil de detener porque tiene mayor momentum.

$$m_1 \upsilon > m_2 \upsilon$$

b Si cambia el módulo y/o la dirección de la velocidad también cambiará la cantidad de movimiento.

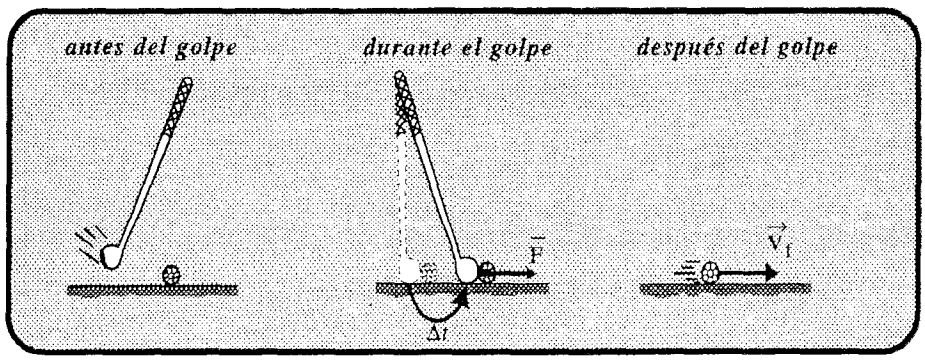
c El vector momentum ($\vec{p}$) tiene la misma dirección que el vector velocidad ($\vec{v}$), esto se debe a que la masa (m) es escalar.



$\vec{p}$ y $\vec{v}$ tienen la misma dirección

20.2. IMPULSO ($\vec{J}$)

Cuando se golpea una pelota de golf, como se puede ver en el diagrama, una fuerza promedio ($\overline{F}$) actúa sobre la bola durante un tiempo muy corto (Δt) llamado instante. El producto entre la fuerza promedio y el tiempo que actúa se denomina ***impulso***



Δt : tiempo de contacto entre el palo de golf y la pelota.

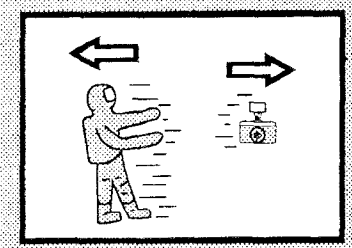
Luego, el impulso será:

$$J = \overline{F} \cdot \Delta t$$

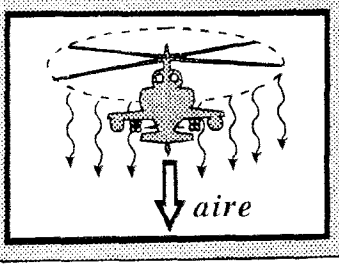
Unidades en el SI:

$\overline{F}$	Δt	J
N	s	N • s

En el espacio un astronauta logra retroceder lanzando un objeto hacia adelante.



El helicoptero logra subir lanzando con su hélice el aire hacia abajo.



PROBLEMA 02

Un jugador de hockey da un golpe al disco ejerciendo sobre él una fuerza de 30 N durante 0.12 s. ¿Cuál es el impulso dado al disco?

RESOLUCION:

$$J = \bar{F} \cdot \Delta t = (30\ N)(0.12\ s)$$

$$\boxed{J = 3.6\ N \cdot s}$$

20.3. EL IMPULSO CAMBIA EL MOMENTUM:

El momentum o cantidad de movimiento cambia si es que cambia la velocidad del objeto. La segunda ley de Newton establece que la velocidad cambia si sobre el objeto actúa una fuerza resultante.

$$\vec{F} = m\vec{a} \text{ ..... pero } \vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_o}{\Delta t}$$

Reemplazando: $\vec{F} = m\,\dfrac{(\vec{v}_f - \vec{v}_o)}{\Delta t}$

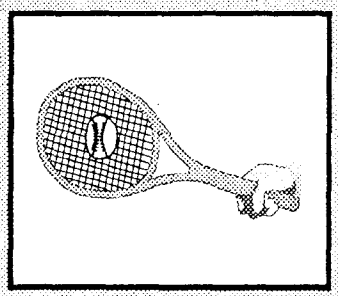
de donde obtenemos:

$$\boxed{\vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_o}$$

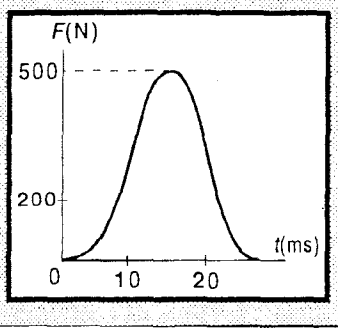
Esta ecuación se denomina ***teorema del impulso y la cantidad de movimiento.***

> *El impulso* $(\vec{F} \cdot \Delta t)$ *es igual al cambio de la cantidad de movimiento que experimenta un objeto.*

La deformación de la pelota de tenis y de las cuerdas de la raqueta en el instante del golpe indican grandes fuerzas impulsoras que duran periodos cortos.



La gráfica muestra la variación de la fuerza impulsora en función del tiempo de contacto.

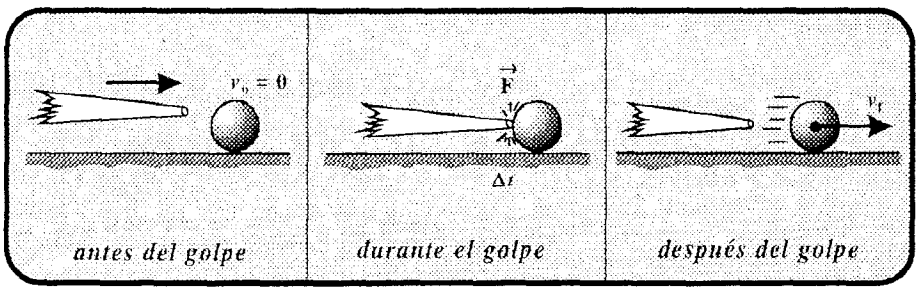


PROBLEMA 03

Un taco de billar golpea una bola de 0.4 kg inicialmente en reposo, la fuerza promedio del golpe es de 20 N y dura 0.1 s. ¿Con qué velocidad sale impulsada la bola?.

RESOLUCION:

* Representamos el impulso sobre la bola.



* Usamos el teorema del impulso y la cantidad de movimiento.

$$\vec{F} \bullet \Delta t = m\vec{\upsilon}_f - m\vec{\upsilon}_o$$

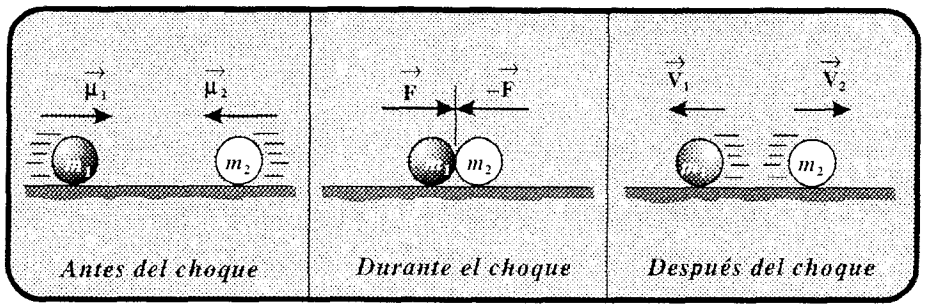
$$(20\ \text{N})(0.1\ \text{s}) = (0.4\ \text{kg})\upsilon_f - (0.4\ \text{kg})(0)$$

de donde: $$\upsilon_f = \frac{2\ \text{N} \bullet \text{s}}{0.4\ \text{kg}}$$

$$\boxed{\upsilon_f = 5\ \text{m/s}}$$

20.4. LEY DE LA CONSERVACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

Consideremos el choque frontal (de frente) de dos esferas de masas m_1 y m_2. Denotamos sus velocidades $\vec{\mu}_1$ y $\vec{\mu}_2$ antes del impacto y $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ después del impacto.



OBSERVACIONES:

I. Antes del choque la cantidad total de movimiento es:

$$\boxed{\vec{p}_o = m_1\vec{\mu}_1 + m_2\vec{\mu}_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

II. Durante el choque la fuerza (F) sobre cada esfera es de igual magnitud pero de sentido contrario, luego la fuerza resultante durante el choque es cero.

$$\boxed{\Sigma\vec{F} = 0}$$

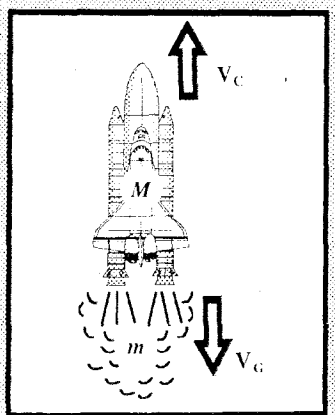
III. Después del choque la cantidad total de movimiento es:

$$\boxed{\vec{p}_f = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}$$

Como la fuerza resultante, durante el choque, es cero la cantidad total de movimiento se conserva.

La cantidad total de movimiento de los cuerpos antes del choque es igual a la cantidad total de movimiento después del choque.

La propulsión de los cohetes se basa en la conservación de la cantidad de movimiento.



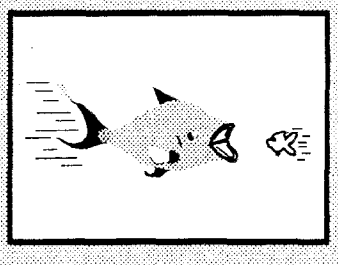
En ausencia de la gravedad, el momentum hacia abajo de los gases de combustión es igual al momentum del cohete hacia arriba.

$$mv_G > Mv_C$$

Entonces ..... $\vec{P}_o = \vec{P}_f$

Reemplazando : $m_1\vec{\mu}_1 + m_2\vec{\mu}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

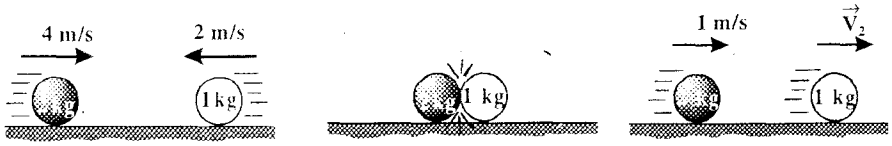
¿Qué cantidad física se conserva cuando un pez grande se come a un pequeño?



Se conserva la cantidad de movimiento porque se parece a un choque plástico.

PROBLEMA 04

El esquema muestra dos esferas de 2 kg y 1 kg y sus respectivas velocidades antes y después de chocar. Calcule la velocidad de la esfera de 1 kg después del choque.



Antes del choque *Durante el choque* *Después del choque*

RESOLUCION:

* La cantidad total de movimiento de conserva:

$$\vec{p}_o = \vec{p}_f$$

$$m_1\vec{\mu}_1 + m_2\vec{\mu}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

* Reemplazando datos; observe que las velocidades se consideran negativas si apuntan hacia la izquierda.

$$(2\text{ kg})(4\text{ m/s}) + (1\text{ kg})(-2\text{ m/s}) = (2\text{ kg})(1\text{ m/s}) + (1\text{ kg})v_2$$

$$8\text{ kg}\cdot\text{m/s} - 2\text{kg}\cdot\text{m/s} = 2\text{ kg}\cdot\text{m/s} + (1\text{ kg})v_2$$

$$4\text{ kg}\cdot\text{m/s} = (1\text{ kg})v_2$$

$$\boxed{v_2 = 4\text{ m/s}}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 05

Una bala de 0.2 kg se dispara con una velocidad de 200 m/s. Halle la cantidad de movimiento o el momentum de la bala.

RESOLUCION:

* El momentum o cantidad de movimiento es:

$p = mv = (0.2\text{ kg})\ (200\text{ m/s})$

$$\boxed{p = 40\text{ kg}\cdot\text{m/s}}$$

PROBLEMA 06

Al patear un balón, un futbolista aplica una fuerza de 120 N, encuentre el impulso sobre la pelota considerando que el contacto entre el pie y el balón duró 0.3 s.

RESOLUCION:

* El impulso (J) es el producto entre la fuerza media ($\overline{F}$) y el tiempo que dura su aplicación (Δt):

$$J = \overline{F}\cdot\Delta t = (120\text{ N})(0.3\text{ s})$$

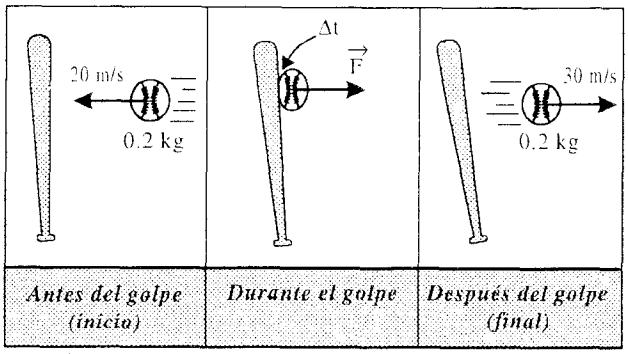
$$\boxed{J = 36\text{ N}\cdot\text{s}}$$

PROBLEMA 07

Una pelota de beisbol de 0.2 kg alcanza el bate con una rapidez de 20 m/s. Después de que la pelota ha sido golpeada, deja el bate a 30 m/s en dirección inversa. Si el bate ejerce una fuerza media de 500 N, ¿Cuánto tiempo duró el contacto con la pelota?

RESOLUCION:

* Representamos el golpe sobre la pelota:



* Empleamos el teorema del impulso y la cantidad de movimiento:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_o$$

* Reemplazando datos:

$$(500\ N)\Delta t = (0.2\ kg)(30\ m/s) - (0.2\ kg)(-20\ m/s)$$

$$(500\ N)\Delta t = 10\ kg \cdot m/s$$

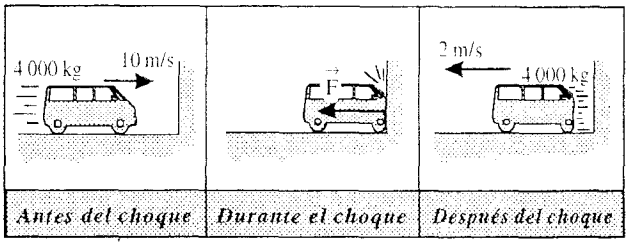
$$\boxed{\Delta t = 0.02\ s}$$

PROBLEMA 08

Un bus de 4 000 kg viaja con una rapidez de 10 m/s e impacta frontalmente contra un muro del cual rebota y retorna con una rapidez de 2 m/s. Halle el impulso que la pared ejerce sobre el bus.

RESOLUCION:

* Representamos el choque frontal (de frente) del bus.



Empleamos el teorema del impulso y la cantidad de movimiento.

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_o$$

* Reemplazando datos:

$$(-F)\Delta t = (4\ 000\ kg)(-2\ m/s) - (4\ 000\ kg)(10\ m/s)$$

$$-F \cdot \Delta t = -8\ 000\ kg \cdot m/s - 40\ 000\ kg \cdot m/s$$

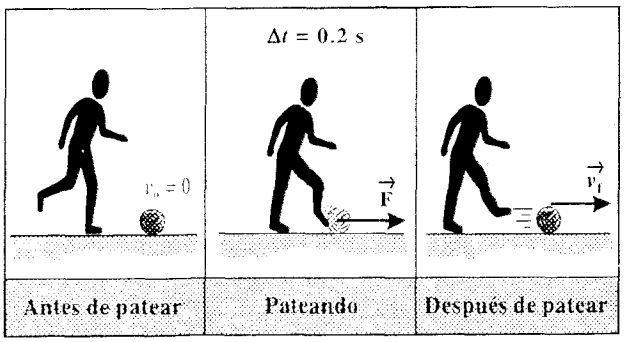
$$\boxed{F \cdot \Delta t = 48\ 000\ kg \cdot m/s}$$

PROBLEMA 09

Un futbolista patea una pelota estática de 0.5 kg aplicando una fuerza de 120 N, halle la velocidad de salida de la pelota si el contacto entre el zapato del jugador y la pelota es de 0.2 s.

RESOLUCION:

* Graficamos al futbolista pateando el balón.



* Usamos el teorema del impulso y la cantidad de movimiento.

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_o$$

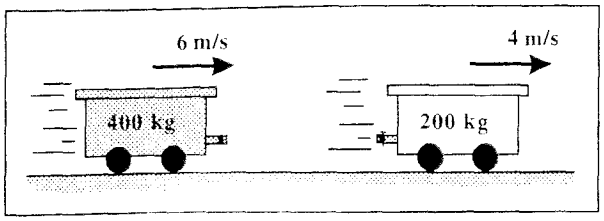
$$(120\ N)(0.2\ s) = (0.5\ kg)v_f - (0.5\ kg)(0)$$

$$24\ N \cdot s = (0.5\ kg)v_f$$

$$\boxed{v_f = 48\ m/s}$$

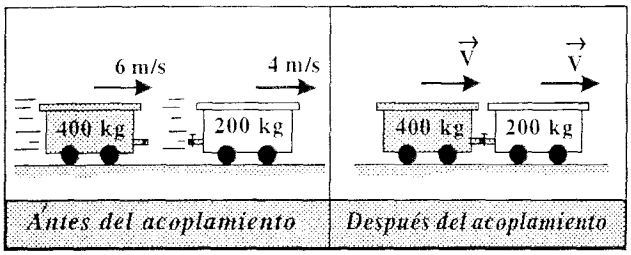
PROBLEMA 10

Sobre rieles horizontales lisos viajan dos vagones con velocidades de 6 m/s y 4 m/s siendo sus masas respectivas de 400 kg y 200 kg. ¿Cual será la nueva velocidad cuando los vagones se acoplen?



RESOLUCION:

* Representamos las velocidades antes y después del acoplamiento.



* Después del acoplamiento adquieren la misma velocidad ($\vec{v}$).

* En todo acoplamiento se conserva la cantidad de movimiento:

$$\vec{p}_o = \vec{p}_f$$

$$m_1\vec{\mu}_1 + m_2\vec{\mu}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$(400\text{ kg})(6\text{ m/s})+(200\text{ kg})(4\text{ m/s})=(400\text{ kg})v + (200\text{ kg})v$$

$$2\,400\text{ kg•m/s} + 800\text{ kg•m/s} = (600\text{ kg})v$$

$$3\,200\text{ kg•m/s} = (600\text{ kg})v$$

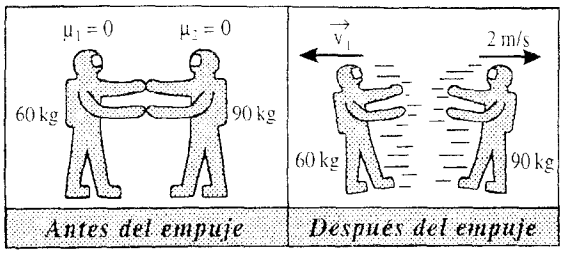
$$\boxed{v = 5.3\text{ m/s}}$$

PROBLEMA 11

Un astronauta de 60 kg, que flota libremente en el espacio, empuja a otro de 90 kg de masa. Si ambos estaban inicialmente en reposo y el segundo empieza a moverse con 2 m/s, ¿cuál será la velocidad de retroceso del primer astronauta?

RESOLUCION:

* Graficamos la interacción mutua de los astronautas:



* Cuando dos personas se empujan se conserva la cantidad total de movimiento:

$$\vec{p}_o = \vec{p}_f$$

$$m_1\vec{\mu}_1 + m_2\vec{\mu}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

* Reemplazando datos:

$$(60\text{ kg})(0) + (90\text{ kg})(0) = (60\text{ kg})(-v_1)+(90\text{ kg})(2\text{ m/s})$$

$$0 = -60v_1 + 180\text{ m/s}$$

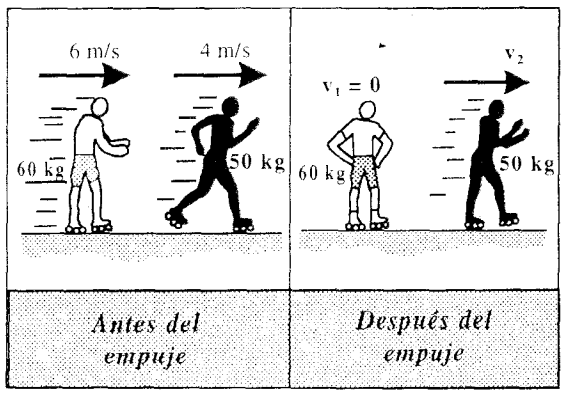
$$\boxed{v_1 = 3\text{ m/s}}$$

PROBLEMA 12

Dos patinadores de 60 kg y 50 kg avanzan en la misma dirección con velocidades de 6 m/s y 4 m/s respectivamente, si estando cerca el patinador de 60 kg al empujar al de 50 kg queda quieto, ¿con qué velocidad sigue moviéndose el patinador de 50 kg ?

RESOLUCION:

* Representamos las velocidades de los patinadores antes y después de que el patinador de 60 kg empuje al otro.



$$\vec{p}_o = \vec{p}_f$$

$$m_1\vec{\mu}_1 + m_2\vec{\mu}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$(60\text{ kg})(6\text{ m/s})+(50\text{ kg})(4\text{ m/s}) = (60\text{ kg})(0)+(50\text{ kg})v_2$$

$$360\text{ kg • m/s} + 200\text{ kg • m/s} = (50\text{ kg})v_2$$

$$560\text{ kg • m/s} = (50\text{ kg})v_2$$

$$\boxed{V_2 = 11.2\text{ m/s}}$$

AUTOEVALUACION

01 La cantidad de movimiento es una cantidad .....

a) escalar b) fundamental
c) vectorial d) auxiliar
e) N.A.

02 La cantidad de movimiento también es llamada:

a) impulso b) impetu c) energía
d) momentum e) tiempo

03 Si duplicamos la velocidad de un objeto su cantidad de movimiento.

a) no varía b) se duplica c) disminuye
d) se reduce a la mitad e) N.A.

04 ¿Quién tiene mayor cantidad de movimiento, un camión en reposo o un patín en movimiento?

a) camión b) patín c) iguales
d) quizas el camión e) N.A.

05 Una bicicleta, un automóvil y un camión de carga se mueven con la misma velocidad, ¿Cuál de estos tiene mayor cantidad de movimiento?

a) bicicleta b) camión c) automóvil
d) ninguno e) F. datos

06 El impulso es una cantidad:

a) escalar b) fundamental
c) auxiliar d) suplementaria
e) vectorial

07 Los golpes secos tienen la(s) siguientes(s) cualidades.

I. son de corta duración
II. son de larga duración
III. producen fuerzas grandes

a) Sólo I b) sólo III c) II y III
d) sólo II e) I y III

08 ¿Cómo podriamos igualar la cantidad de movimiento de un auto y una bicicleta?

a) aumentando la velocidad del auto
b) disminuyendo la masa de la bicicleta
c) aumentando la velocidad y la masa de la bicicleta
d) aumentando la masa del auto.
e) deteniendo la bicicleta

09 La cantidad de movimiento de una bala es alta debido a su:

a) masa b) inercia
c) volumen pequeño
d) alta velocidad e) N.A.

10 Un caballo y un perro se mueven con la misma cantidad de movimiento, ¿cuál de éstos se mueve más rapido?

a) el caballo b) el perro
c) posiblemente el caballo
d) F. datos e) N.A.

11 La velocidad de un objeto y su respectivo momentum tienen:

a) la misma dirección
b) direcciones opuestas
c) direcciones perpendiculares
d) no tienen direcciones
e) N.A.

12 En el SI las unidades del impulso y la cantidad de movimiento son respectivamente:

a) N•s, kg•m b)N•s, kg•m/s
c) N, kg•m/s^2 d) N•s, kg/s^2
e) N.A.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 13

Determine la cantidad de movimiento de una pelota de 0.5 kg que se mueve con una rapidez de 20 m/s.

a) 5 kg•m/s b) 10 kg•m/s c) 15 kg•m/s
d) 20 kg•m/s e) 25 kg•m/s

PROBLEMA 14

Halle la energía cinética de un proyectil de masa "m" cuando su cantidad de movimiento es "p".

a) p^2/m b) $2p/m$ c) $2pm$
d) $2p^2/m$ e) $p^2/2m$

PROBLEMA 15

Halle la cantidad de movimiento de un luchador de 90 kg que sale despedido por el aire a 2 m/s, en kg•m/s

a) 45 b) 90 c) 180
d) 270 e) 360

PROBLEMA 17

Un cochecito a cuerda de 200 g se traslada a 2 m/s, ¿qué fuerza es necesaria para detenerlo en 0.4 s ?.

a) 0.25 N b) 0.50 N c) 0.75 N
d) 1.00 N e) 1.25 N

PROBLEMA 18

Una pelota de 0.5 kg, inicialmente en reposo, sale disparada con una velocidad de 30 m/s cuando un futbolista la patea con una fuerza media "F", halle "F" considerando que el golpe duró 0.6 s.

a) 20 N b) 25 N c) 30 N
d) 35 N e) 40 N

PROBLEMA 19

Una pelota de golf de 60 g es lanzada desde el reposo hasta una velocidad de 50 m/s debido al impacto de un palo, tal impacto dura sólo 0.02 s, calcule la fuerza ejercida por el palo.

a) 50 N b) 100 N c) 150 N
d) 200 N e) 250 N

PROBLEMA 20

Una bola de billar de 300 g se halla en reposo sobre la mesa, halle su velocidad de salida cuando recibe un golpe de 80 N que dura 0.06 s.

a) 16 m/s b) 17 m/s c) 18 m/s
d) 19 m/s e) 20 m/s

PROBLEMA 21

Una pelota de tenis de 0.2 kg llega a la raqueta con una velocidad de 20 m/s y después de golpeada retorna en dirección opuesta con una velocidad de 30 m/s, calcule el impulso que le fué comunicada.

a) 5 N•s b) 10 N•s c) 15 N•s
d) 20 N•s e) 25 N•s

PROBLEMA 22

Encuentre la velocidad de retroceso de un rifle de 5 kg cuando dispara una bala de 100 g con una velocidad de 300 m/s.

a) 3 m/s b) 6 m/s c) 9 m/s
d) 12 m/s e) 15 m/s

NIVEL II

PROBLEMA 23

Una bola húmeda de arcilla de 0.3 kg es arrojada frontalmente hacia un muro con una velocidad de 8 m/s en el cual queda pegada, ¿qué impulso efectuó el muro sobre la arcilla?

a) 1.6 N•s b) 1.8 N•s c) 2.0 N•s
d) 2.2 N•s e) 2.4 N•s

PROBLEMA 24

En un juego de tenis la pelota de masa "m" llega a la raqueta con una rapidez "v" y al recibir el golpe regresa con rapidez "v" en sentido contrario. Calcule el módulo del impulso que la raqueta efectúo sobre la pelota.

a) 0 b) mv c) $mv/2$ d) $2mv$ e) N.A.

PROBLEMA 25

Un camión de 3 000 kg que viaja a 12 m/s golpea un muro blando y llega a detenerse en 0.4 s, encuentre la fuerza promedio sobre el camión durante el choque.

a) $9 \cdot 10^4$ N b) $8 \cdot 10^4$ N c) $7 \cdot 10^4$ N
d) $6 \cdot 10^4$ N e) $5 \cdot 10^4$ N

PROBLEMA 26

Un objeto de 4 kg que está en reposo recibe un impulso de 36 N•s, halle la velocidad de

este objeto después del impulso.

a) 3 m/s b) 5 m/s c) 7 m/s
d) 9 m/s e) 11 m/s

PROBLEMA 27

Un bloque de masa de 1 kg se mueve a una velocidad de 2 m/s hacia la derecha sobre un plano sin fricción, choca y se pega con un bloque de masa de 3 kg que estaba en reposo, ¿con que velocidad sigue moviéndose el conjunto? en m/s.

a) 0.5 b) 0.8 c) 1.0
d) 1.2 e) 1.4

PROBLEMA 28

Si un automóvil , en un pista recta, duplicara su cantidad de movimiento, su energía cinética.....

a) se duplica
b) se reduce a la mitad
c) se triplica
d) permanece igual
e) se cuadruplica

PROBLEMA 29

Un arquero de fútbol de 59.9 kg de masa, inicialmente en reposo, atrapa un balón de 0.1 kg que se acercaba con una rapidez de 60 m/s, ¿con que velocidad retrocede el arquero?, en m/s.

a) 0.05 b) 0.10 c) 0.15
d) 0.20 e) 0.25

PROBLEMA 30

Un auto se mueve hacia la derecha con una velocidad de 12 m/s y choca con un camión de masa doble que viene en sentido contrario. Si ambos vehículos quedan quietos después de choque, ¿con qué velocidad venía el camión ?

a) 12 m/s b) 9 m/s c) 6 m/s
d) 3 m/s e) 1 m/s

PROBLEMA 31

Las masas de un padre y su respectivo hijo son de 80 kg y 40 kg éstos se hallan en reposo en una plataforma de hielo sin fricción. Al empujare mutuamente el padre se aleja con una velocidad de 0.4 m/s. ¿con qué velocidad se alejará el hijo (en m/s) ?

a) 0.2 b) 0.4 c) 0.6
d) 0.8 e) 1.0

PROBLEMA 32

Dos carros de 3 000 kg y 2 000 kg se mueven con velocidades de 10 m/s y 8 m/s respectivamente, siguiendo direcciones opuestas, si estos al chocar quedan pegados, ¿con qué velocidad seguirán moviéndose? en m/s

a) 0.8 b) 1.8 c) 2.8
d) 3.8 e) 4.8

CLAVES

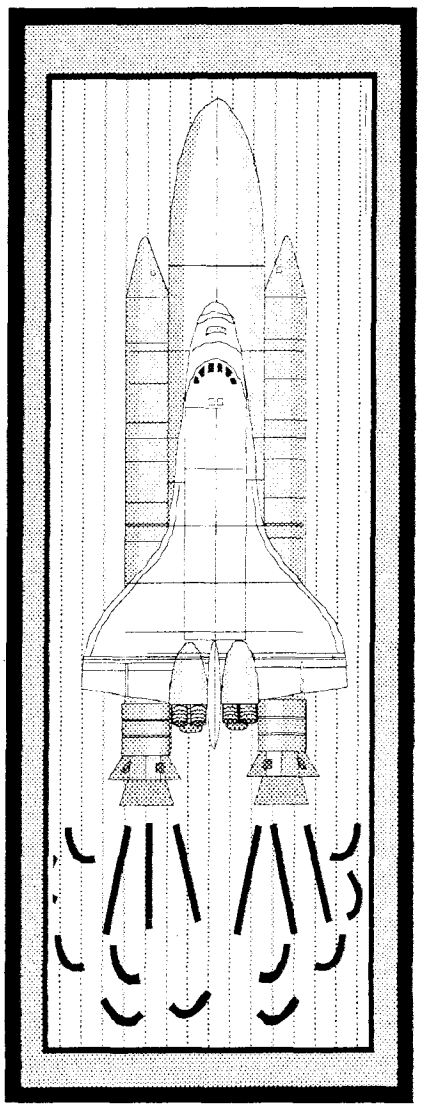
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	B	B	B	E	E	C	D	B	A	B	B	E	C	C	D	B	C	A

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
B	B	E	D	A	D	A	E	B	C	D	C

21 Capítulo Gravitación

OBJETIVOS

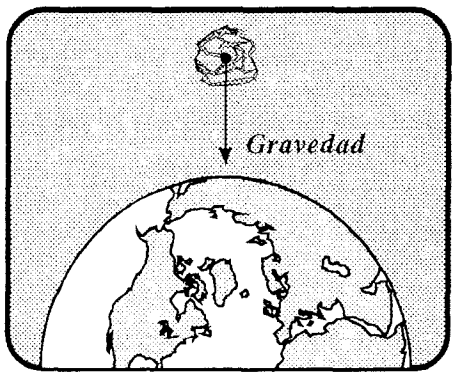
1.	*Estudiar y analizar la ley de gravitación universal.*
2.	*Conocer las leyes que gobiernan el movimiento planetario.*



21.1. GRAVEDAD DE LA TIERRA

Cada objeto sobre la superficie de la Tierra, sin importar la materia de que está hecho, siente una misteriosa fuerza hacia el centro de la Tierra a la que llamamos ***gravedad.***

Newton llegó a la conclusión de que debería ser la Tierra misma la que ejerce esta fuerza de ***gravedad.***



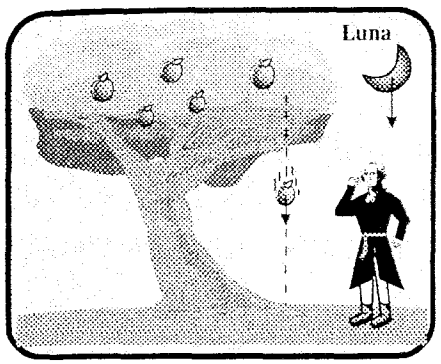
21.2. LA MANZANA DE NEWTON

Según una versión antigua, Newton estaba sentado en su jardín y notó cuando una manzana caía de un árbol. Se dice que Newton tuvo una inspiración súbita y llegó a las siguientes conclusiones:

I. La gravedad de la Tierra actúa en las copas de los árboles.

II. La gravedad también actúa en las cumbres de las montañas.

III. La gravedad quizás llegue hasta la Luna.



Newton hizo los cálculos respectivos y concluyó que:

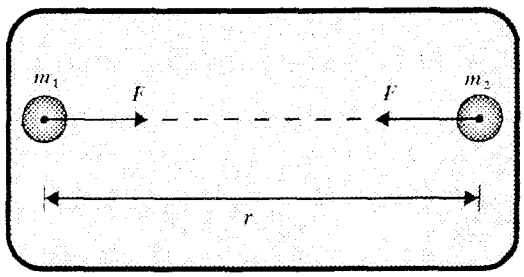
> A pesar de la distancia la Tierra, de algún modo, atrae a la Luna.

21.3. LEY DE NEWTON DE LA GRAVITACION UNIVERSAL

Newton dió un paso más en su análisis de la gravedad. Examinando las órbitas de los planetas concluyó que así como la Tierra atrae a la Luna, el Sol debe atraer a todos los planetas de modo que puedan girar alrededor de él. Por ello propuso su famosa ley de gravitación universal enunciado como sigue:

> *Dos partículas se atraen con una fuerza que es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.*

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \ldots\ldots (1)$$



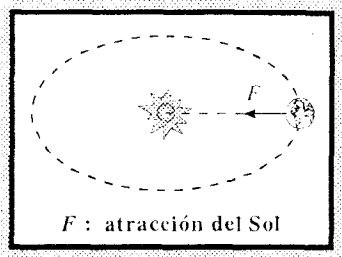
En donde:

* m_1 y m_2 son las masas de las partículas, en kg.
* r es la distancia entre ellas, en m.
* G es una constante universal que se debe medir experimentalmente y que tiene el mismo valor para todos los objetos, fué medido por primera vez por Henry Cavendish en 1798, cien años después de la publicación de la ley de Newton. Actualmente el valor aceptado de "G" es:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$$

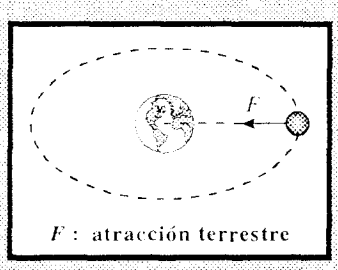
Como podemos ver el valor de G es muy pequeño, por eso, no percibimos ninguna fuerza de atracción entre objetos de tamaño ordinario. La fuerza de atracción gravitación se percibe

La Tierra gira alrededor del Sol bajo la influencia de la gravedad solar.



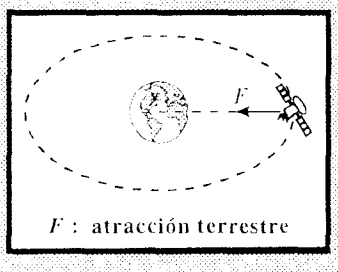
F : atracción del Sol

La Luna gira alrededor de la Tierra bajo la influencia de la gravedad terrestre.



F : atracción terrestre

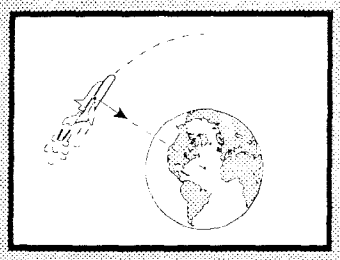
Los satélites artificiales giran bajo la gravedad terrestre.



F : atracción terrestre

cuando, por lo menos, una de las masas es muy grande, tan grande como la de los planetas.

Una nave espacial, en las cercanías de la Tierra, será atraída por la gravedad hacia el centro de la Tierra.



La masa de la Tierra atrae a la masa del cohete.

> *La fuerza de atracción gravitacional se percibe solamente para objetos de masas* ***muy grandes.***

PROBLEMA 01

Calcule la fuerza gravitacional entre dos personas que están paradas a 2 m de distancia, sus masas son de 60 kg y 80 kg.

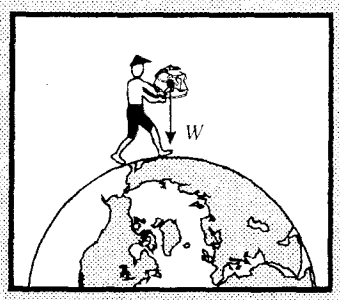
RESOLUCION:

* La fuerza gravitacional será: $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

* Reemplazando: $F = \left(6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}\right)\dfrac{(60\ \text{kg})(80\ \text{kg})}{(2\ \text{m})^2}$

$$\boxed{F = 8 \cdot 10^{-8}\ \text{N}}$$

* Observe que para masas ordinarias de 60 kg y 80 kg la fuerza de gravitación es despreciable.



El peso (W) de una piedra es la fuerza de atracción gravitacional entre la piedra y la Tierra.

21.4. GRAVEDAD CERCA DE LA SUPERFICIE TERRESTRE

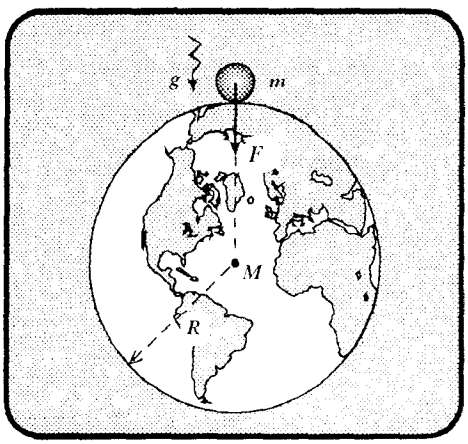
El peso de un objeto es consecuencia de la atracción gravitacional (F) entre el objeto y la Tierra. En la superficie terrestre el peso de un objeto es $W = mg$ y cuando el objeto está en caída libre produce su respectiva aceleración (g)

Peso $= F$

$$W = G\frac{M\,m}{R^2}$$

$$mg = G\frac{M\,m}{R^2}$$

$$\boxed{g = G\frac{M}{R^2}} \quad \ldots\ldots (2)$$

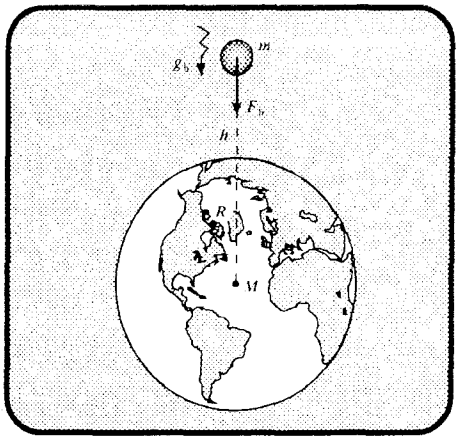


g: aceleración debida a la gravedad de un planeta de masa M y de radio R.

21.5. VARIACION DE LA GRAVEDAD CON LA ALTURA

Representamos la fuerza gravitacional (F_h) a una altura h sobre la superficie terrestre. La distancia medida desde el centro de la Tierra será:

$$r = R + h$$



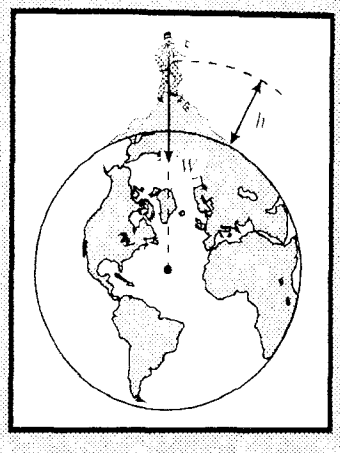
Luego; el peso de un objeto a cierta altura será:

$$W_h = F_h$$

$$mg_h = G\frac{Mm}{(R+h)^2}$$

$$\boxed{g_h = G\frac{M}{(R+h)^2}} \quad \ldots\ldots (3)$$

En la cima de una montaña el peso de una persona es menor por estar más alejado del centro de la Tierra.



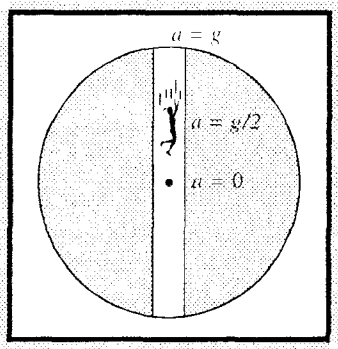
A mayor altura, menor peso.

Si dividimos las ecuaciones (3) y (2) obtendremos una nueva expresión de la eceleración de la gravedad en función de la altura.

$$\frac{g_h}{g} = \frac{G\dfrac{M}{(R+h)^2}}{G\dfrac{M}{R^2}}$$

$$\boxed{\frac{g_h}{g} = \left[\frac{R}{R+h}\right]^2}$$

En el interior de la Tierra, a través de un túnel imaginario que pasa por el centro de la Tierra, la aceleración de la gravedad (g) va disminuyendo desde la superficie hasta hacerse cero en el centro de la Tierra.



En donde:

g_h : aceleración de la gravedad a una altura h sobre la superficie terrestre.

g : aceleración de la gravedad en la superficie terrestre.

R : radio de la Tierra.

h : altura sobre la superficie terrestre.

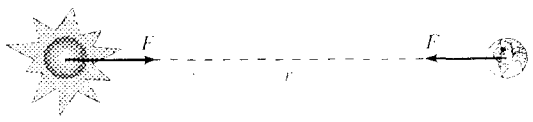
PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 02

Determine la fuerza que ejerce el Sol (m=2•10^{30} kg) sobre un planeta (m= 4•10^{26} kg) que se halla a 4•10^{10} m.

RESOLUCION:

* Representamos la fuerza de atracción entre el Sol y el planeta:



* Luego; $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

* Reemplazando:

$$F = (6{,}67 \cdot 10^{-11}) \frac{(2 \cdot 10^{30})(4 \cdot 10^{26})}{(4 \cdot 10^{10})^2}$$

$$\boxed{F = 3{,}3 \cdot 10^{25}\ \text{N}}$$

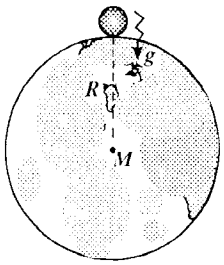
PROBLEMA 03

Un asteroide tiene una masa de $7{,}5 \cdot 10^{20}$ kg y un radio de 500 km. ¿Cuál es el valor de g en su superficie?

RESOLUCION:

* La ecuación (2) siempre se emplea cuando queremos hallar g en la superficie de un asteroide, planeta, estrella, etc.

$$g = G\frac{M}{R^2}$$



* Reemplazando datos para el asteroide.

$$g = (6{,}67 \cdot 10^{-11}) \frac{(7{,}5 \cdot 10^{20})}{(5 \cdot 10^{5})^2}$$

$$\boxed{g = 0{,}2\ \text{m/s}^2}$$

PROBLEMA 04

¿Cuál será el valor de g si la Tierra tuviera el doble de su masa pero el mismo radio?

RESOLUCION:

* El valor de g en la superficie de la Tierra es:

$$g = G\frac{M}{R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Pero si la Tierra tuviera doble masa e igual radio, el nuevo g_N será:

$$g_N = G\frac{(2M)}{R^2}$$

$$g_N = 2\left[G\frac{M}{R^2}\right] \quad \ldots\ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$g_N = 2\ g$$

$$g_N = 2(9{,}8\ \text{m/s}^2)$$

$$\boxed{g_N = 19{,}6\ \text{m/s}^2}$$

PROBLEMA 05

Se descubre un nuevo planeta, comprobándose que tiene una masa triple que la de la Tierra y su radio es el doble. Halle la aceleración de la gravedad en la superficie de este planeta.

RESOLUCION:

* En la superficie de la Tierra la aceleración de la gravedad es:

$$g = G\frac{M}{R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Esta ecuación también se puede aplicar a la superficie de cualquier planeta:

$$g_P = G\frac{M_P}{R_P^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

* Este planeta tiene masa triple ($M_P = 3\ M$) y el radio doble ($R_P = 2\ R$)

* Reemplazando en (2):

$$g_P = G\frac{(3\,M)}{(2\,R)^2}$$

$$g_P = \frac{3}{4}\left[G\frac{M}{R^2}\right] \quad \ldots\ldots (3)$$

* Reemplazando (1) en (3):

$$g_P = \frac{3}{4}\,g$$

$$g_P = \frac{3}{4}(9{,}8\ \text{m/s}^2)$$

$$\boxed{g_P = 7{,}35\ \text{m/s}^2}$$

PROBLEMA 06

Suponga que un planeta hipotético tiene un

radio 20 veces mayor que el de la Tierra, y una masa igual a 100 veces la de la Tierra. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en su superficie?

RESOLUCION:

* En la superficie de la Tierra la aceleración de la gravedad es:

$$g = G\frac{M}{R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Para otro planeta se tendrá:

$$g_P = G\frac{M_P}{R_P^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

* Por dato: $M_P = 100\,M$

$$R_P = 20\,R$$

* Reemplazando en (2):

$$g_P = G\frac{(100\,M)}{(20\,R)^2}$$

$$g_P = \frac{1}{4}\left[G\frac{M}{R^2}\right] \quad \ldots\ldots (3)$$

* Reemplazando (1) en (3):

$$g_P = \frac{1}{4}g$$

$$g_P = \frac{1}{4}(9{,}8\ \text{m/s}^2)$$

$$\boxed{g_P = 2{,}45\ \text{m/s}^2}$$

PROBLEMA 07

Escriba la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre en función de su densidad promedio "ρ" y de su radio "R"

RESOLUCION:

* La aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra es:

$$g = G\frac{M}{R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Calculamos la masa M de la Tierra:

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

$$\rho = \frac{M}{V}$$

* Luego: $M = \rho V \quad \ldots\ldots\ldots (2)$

* Siendo la Tierra una esfera, su volumen será:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^2$$

* Reemplazando en (2):

$$M = \rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

* Reemplazando (4) en (1) :

$$g = G\frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{R^2}$$

$$\boxed{g = \frac{4}{3}\pi G\rho R}$$

PROBLEMA 08

¿A qué altura sobre la superficie terrestre la aceleración de la gravedad será un noveno de lo que es en su superficie? El radio terrestre es de 6 400 km.

RESOLUCION:

* En la función de la altura, la aceleración de la gravedad, es:

$$\frac{g_h}{g} = \left[\frac{R}{R+h}\right]^2$$

* Por dato: $g_h = g/9$

* Luego:

$$\frac{\frac{g}{9}}{g} = \left[\frac{6\,400\ \text{km}}{6\,400\ \text{km} + h}\right]^2$$

$$\frac{1}{3} = \frac{6\,400\text{ km}}{6\,400\text{ km} + h}$$

$$6\,400\text{ km} + h = 19\,200\text{ km}$$

$$\boxed{h = 12\,800\text{ km}}$$

PROBLEMA 09

Considerando que el radio de la Tierra es 6 400 km, la aceleración de la gravedad a 1 600 km sobre la superficie terrestre es:

RESOLUCION:

* En la función de la altura, la aceleración de la gravedad es:

$$\frac{g_h}{g} = \left[\frac{R}{R+h}\right]^2$$

* Reemplazando datos:

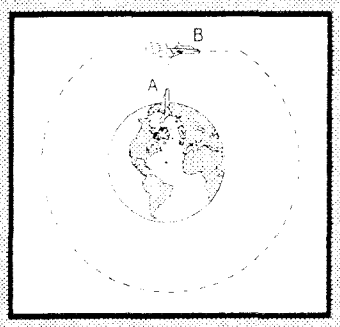
$$\frac{g_h}{9{,}8\text{ m/s}^2} = \left[\frac{6\,400\text{ km}}{6\,400\text{ km} + 1\,600\text{ km}}\right]^2$$

$$\frac{g_h}{9{,}8\text{ m/s}^2} = \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$g_h = \frac{16}{15}(9{,}8\text{ m/s}^2)$$

$$\boxed{g_h = 6{,}27\text{ m/s}^2}$$

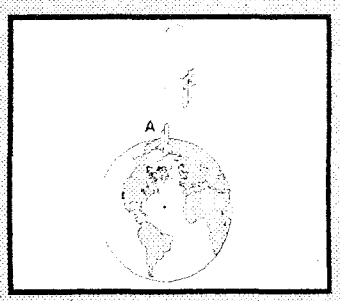
Observe como un cohete coloca una carga útil en órbita.



En A, el empuje inicial del cohete lo eleva verticalmente.

En B, otro empuje lo desvía del curso vertical impartiéndole la velocidad necesaria para ponerlo en órbita.

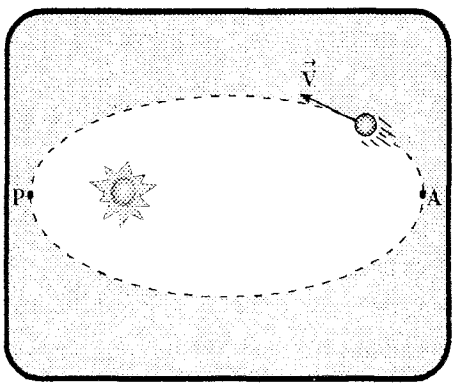
Sin el empuje en B el cohete, con la carga útil, volvería nuevamente a Tierra.



21.6. LAS LEYES DE KEPLER

Cómo se mueven los planetas

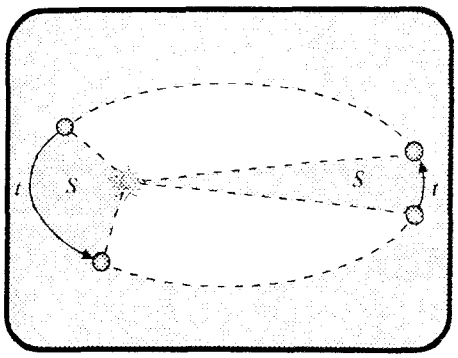
Antes de que Newton estableciera la ley de la gravitación, Kepler había enunciado las leyes que los planetas cumplen en su movimiento alrededor del Sol. Las había obtenido estudiando cuidadosamente los datos que había reunido un astrónomo anterior a él: **Ticho Brahe**. Estas leyes son:



Primera ley:

La trayectoria de cada planeta alrededor del Sol es una elipse y el Sol está en uno de sus focos.

- El punto más cercano al Sol (P) se denomina **perihelio**.
- El punto más alejado del Sol (A) se denomina **afelio**.



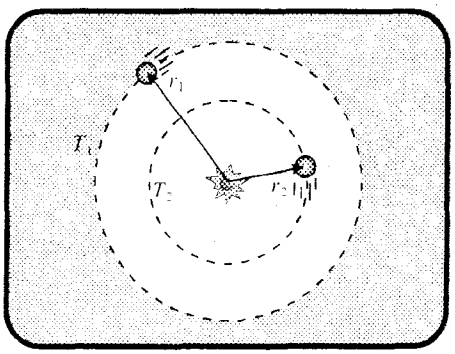
Segunda ley:

La línea que une un planeta con el Sol barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales.

De esta ley se deduce que los planetas se mueven con más rapidez cuando están más cerca al Sol.

Tercera ley:

El cuadrado del período de la órbita, de cualquier planeta, es proporcional al cubo de la distancia medida del planeta al Sol.

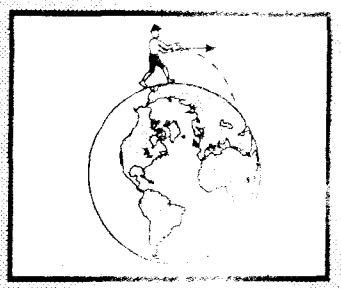


Para simplificar consideramos que las órbitas de los planetas son aproximadamente circulares.

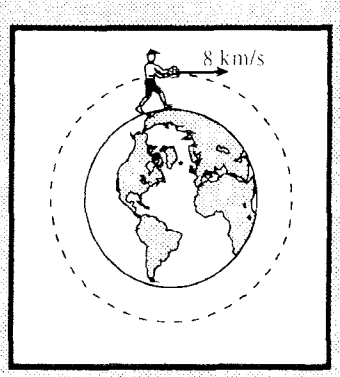
$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

Esta ley también se puede usar para dos satélites que giran alrededor de un planeta.

Lanzando horizontalmente una piedra sabemos que se estrellará en la superficie terrestre.



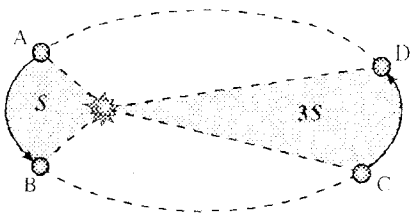
Pero si la velocidad de lanzamiento es de 8 km/s la piedra dará una vuelta a la Tierra sin estrellarse.



PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 10

Suponga que un planeta tarda 3 meses en recorrer el arco AB. Halle el tiempo que empleará en el arco CD.



RESOLUCION:

* De la segunda ley de Kepler deducimos que; el área que barre la linea que une el planeta con el Sol es directamente proporcional al tiempo.

$$\frac{S}{t_{AB}} = \frac{3S}{t_{CD}}$$

$$\frac{S}{(3\text{ meses})} = \frac{3S}{t_{CD}}$$

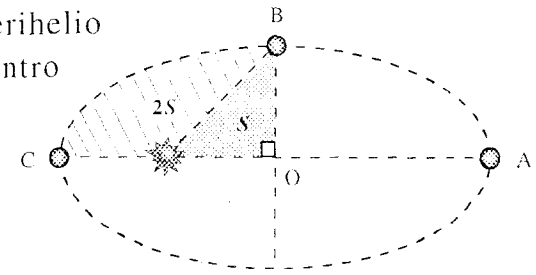
$$t_{CD} = 9 \text{ meses}$$

PROBLEMA 11

Determine los días que tarda un planeta para

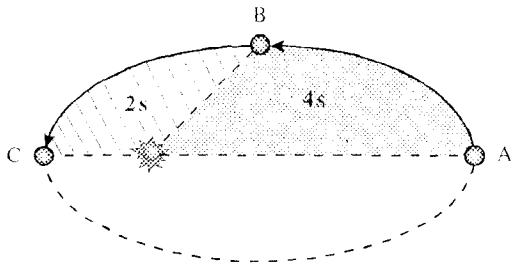
trasladarse de A hacia B. En el tramo BC tarda 80 días.

A : afelio
C : perihelio
O : centro



RESOLUCION:

* Observe que el área de un cuarto de elipse es 3s.



* El área barrida es proporcional al tiempo:

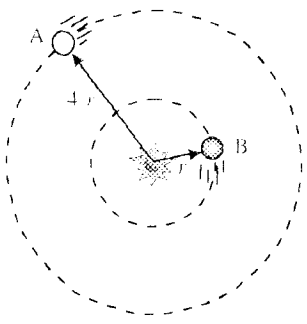
$$\frac{2\,s}{t_{BC}} = \frac{4\,s}{t_{AB}}$$

$$\frac{2\,s}{80\,\text{d}} = \frac{4\,s}{t_{AB}}$$

$$\boxed{t_{AB} = 160\ \text{d}}$$

PROBLEMA 12

El diagrama muestra dos planetas A y B que orbitan alrededor del Sol. El período del planeta A es de 800 d. Halle el período del planeta B. $r_A = 4r$ y $r_B = r$



RESOLUCION:

* Usamos la tercera ley de Kepler:

$$\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{T_B^2}{r_B^3}$$

* Reemplazando:

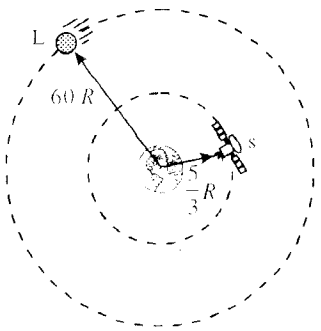
$$\frac{(800\,\text{d})^2}{(4\,r)^3} = \frac{T_B^2}{r^3}$$

$$\frac{800\,\text{d}}{8} = T_B$$

$$\boxed{T_B = 100\ \text{d}}$$

PROBLEMA 13

La Luna gira alrededor de la Tierra en aproximadamente 27 días, a una distancia de 60 radios terrestres. Calcule el período de un satélite artificial que gira a una distancia 5/3 el radio de la Tierra, medida desde el centro.



RESOLUCION:

* La tercera ley de Kepler se puede aplicar también a dos satélites que giran alrededor de un planeta.

$$\frac{T_S^2}{r_S^3} = \frac{T_L^2}{r_L^3}$$

$$T_S^2 = T_L^2 \left(\frac{r_S}{r_L}\right)^3$$

$$T_S^2 = (27\ \text{d})^2 \left(\frac{\frac{5}{3}R}{60\,R}\right)^3$$

$$\boxed{T_S = \frac{1}{8}\ \text{d}}$$

AUTOEVALUACION

01 La fuerza de atracción gravitacional es considerable cuando las masas son ...
a) pequeñas b) ordinarias
c) muy pequeñas d) grandes
e) muy grandes

02 La fuerza de atracción gravitacional es inversamente proporcional.
a) a las masas
b) al producto de las masas
c) a la distancia
d) al cuadrado de la distancia
e) al cubo de la distancia

03 ¿Qué mantiene a la Luna en su órbita alrededor de la Tierra?
a) su velocidad
b) su aceleración centrípeta
c) la atracción gravitacional del Sol
d) la atracción gravitacional de la Tierra
e) la atracción gravitacional de los planetas

04 ¿Qué mantiene a la Tierra en su órbita alrededor del Sol?
a) la atracción gravitacional del Sol
b) la atracción gravitacional de los planetas
c) la atracción gravitacional de las estrellas
d) la atracción gravitacional de la Luna
e) la atracción gravitacional de si misma

05 La fuerza de atracción gravitacional entre dos personas gordas es:
a) muy grande b) grande
c) pequeña d) despreciable
e) N.A.

06 La constante de gravitación universal G fue medida por:
a) Halley b) Galileo c) Newton
d) Hooke d) Cavendish

07 La aceleración de la gravedad al nivel del mar es ..... que la acceleración en lo alto de una montaña.
a) menor b) ligeramente menor
c) igual d) ligeramente mayor
e) mucho mayor

08 El Sol atrae a la Tierra con una fuerza cuyo módulo es ..... que el módulo de la fuerza con que la Tierra atrae al Sol.
a) igual b) mayor
c) mucho mayor d) menor
e) mucho menor

09 En la segunda ley de Kepler se establece que la linea que une el planeta con el Sol barre ..... en .....
a) distancias iguales; tiempos iguales
b) ángulos iguales; tiempos iguales
c) áreas iguales; tiempos iguales
d) distancias diferentes; tiempos iguales
e) áreas diferentes; tiempos iguales

10 La velocidad de traslación de un planeta en el perihelio es ..... que la velocidad en el afelio.
a) menor b) mucho menor
c) igual d) mayor e) N.A.

11 La tercera de kepler se puede aplicar para dos .... que giran alrededor de un planeta.
a) planetas b) estrellas c) cometas
d) satélites e) galaxias

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

Las masas de dos esferas son de 4 kg y 9 kg, sus centros distan en 60 cm. Calcule la fuerza gravitacional entre éstas.

a) $6{,}67 \cdot 10^{-9}$ N b) $7{,}67 \cdot 10^{-9}$ N
c) $8{,}67 \cdot 10^{-9}$ N d) $9{,}67 \cdot 10^{-9}$ N
e) $10{,}67 \cdot 10^{-9}$ N

PROBLEMA 13

¿Con qué fuerza una estrella de $1{,}6 \cdot 10^{27}$ kg

atrae a un planeta de $4 \cdot 10^{24}$ kg que se halla a $4 \cdot 10^{10}$ m?

a) $1{,}67 \cdot 10^{20}$ N b) $2{,}67 \cdot 10^{20}$ N
c) $3{,}67 \cdot 10^{20}$ N d) $4{,}67 \cdot 10^{20}$ N
e) $5{,}67 \cdot 10^{20}$ N

PROBLEMA 14

Si la distancia entre el Sol y la Tierra se reduce a la mitad. ¿Cómo varía la fuerza de atracción gravitacional?

a) no varía
b) se duplica
c) se triplica
d) se cuadruplica
e) se reduce a la mitad

PROBLEMA 15

Determine la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta de $8 \cdot 10^{25}$ kg. Su radio es de $2 \cdot 10^{7}$ m, en m/s^2

a) 10,34 b) 11,34 c) 12,34
d) 13,34 e) 14,34

PROBLEMA 16

Aproximadamente la masa del Sol y su radio son respectivamente $2 \cdot 10^{30}$ kg y $7 \cdot 10^{8}$ m Halle la aceleración de la gravedad en su superficie.

a) 272 m/s^2 b) 262 m/s^2 c) 252 m/s^2
d) 242 m/s^2 e) 232 m/s^2

PROBLEMA 17

La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta es 6,67 m/s^2 y su radio es de 3 100 km. Calcule la masa de este planeta.

a) $5{,}61 \cdot 10^{23}$ kg b) $6{,}61 \cdot 10^{23}$ kg
c) $7{,}61 \cdot 10^{23}$ kg d) $8{,}61 \cdot 10^{23}$ kg
e) $9{,}61 \cdot 10^{23}$ kg

PROBLEMA 18

¿A qué altura sobre la superficie terrestre la aceleración de la gravedad es 2,45 m/s^2?. El radio de la Tierra es 6 400 km.

a) 1 600 km b) 3 200 km c) 4 800 km
d) 6 400 km e) 8 000 km

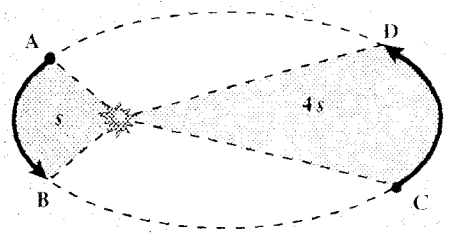
PROBLEMA 19

A una altura de 3 200 km sobre la superficie terrestre, ¿qué aceleración debida a la gravedad encontraremos?. Considere que el radio terrestre es de 6 400 km.

a) 3,35 m/s^2 b) 4,35 m/s^2 c) 5,35 m/s^2
d) 6,35 m/s^2 e) 7,35 m/s^2

PROBLEMA 20

Un planeta, en su órbita alrededor del Sol, tarda 3 meses desde A hacia B. ¿Cuánto tardará desde C hasta D?



a) 3 meses b) 6 meses c) 9 meses
d) 12 meses e) 15 meses

PROBLEMA 21

Dos satélites artificiales A y B giran alrededor de un planeta con periodos de 4 h y 32 h respectivamente. El satélite A orbita a una distancia de 7 000 km del centro del planeta. ¿A qué distancia orbita el satélite B?

a) 3 500 km b) 7 000 km c) 14 000 km
d) 21 000 km e) 28 000 km

NIVEL II

PROBLEMA 22

¿Qué sucede con el peso de un objeto si se duplican la masa y el radio de la Tierra?

a) se reduce a la mitad
b) se duplica
c) permanece igual
d) se triplica
e) no se sabe

PROBLEMA 23

Una estrella cercana posee una masa 32 000 veces la masa de la Tierra y su radio 40 veces. Calcúlese la aceleración de la gravedad en la superficie de esta estrella.

a) 156 m/s^2 b) 166 m/s^2 c) 176 m/s^2
d) 186 m/s^2 e) 196 m/s^2

PROBLEMA 24

Suponga que la Tierra pudiera comprimirse hasta la mitad de su diámetro, ¿cuál sería la aceleración de la gravedad en la superficie?

a) $g/2$ b) g c) $2g$
d) $3g$ e) $4g$

PROBLEMA 25

Suponiendo que la densidad de la Tierra y de la Luna son iguales, y que en la Luna los objetos pesan la sexta parte que en la Tierra, halle el radio de la Luna en términos del radio "R" de la Tierra.

a) 0,07 R b) 0,17 R c) 0,27 R
d) 0,37 R e) 0,47 R

PROBLEMA 26

¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie del Sol, cuyo radio equivale a 100 radios terrestres y su densidad media es 1/4 de la densidad de la Tierra?

a) 10g b) 15g c) 20g
d) 25g e) 30g

PROBLEMA 27

La aceleración debida a la gravedad sobre la cima del monte Everest es:

a) igual a 9,8 m/s^2
b) menor que 9,8 m/s^2
c) mayor que 9,8 m/s^2
d) cero
e) ligeramente menor que 9,8 m/s^2

PROBLEMA 28

¿Qué fracción de su peso actual pesaría un astronauta en un cohete, a cuatro radios terrestres de distancia de la superficie de nuestro planeta?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{16}$
d) $\frac{1}{25}$ e) $\frac{1}{36}$

PROBLEMA 29

¿Qué tan lejos sobre la superficie de la Tierra tendría que subir persona, de 810 N de peso para que su nuevo peso sea de 640 N? Considere que el radio terrestre es de 6 400 km.

a) 700 km b) 800 km c) 900 km
d) 1 000 km e) 1 200 km

PROBLEMA 30

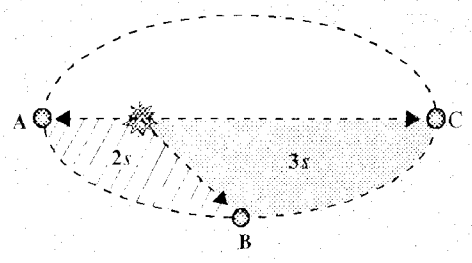
Asigne una F, si la afirmación es falsa, o una V si es verdadera.

I. Las órbitas de los planetas alrededor del Sol son elipses.
II. El punto de mayor alejamiento de un planeta con respecto al Sol se denomina afelio.
III. La máxima velocidad de un planeta se presenta en el perihelio.

a) VVF b) FVV c) VFV
d) VVV e) VFF

PROBLEMA 31

Se muestra la órbita de un planeta alrededor del Sol. Desde A hacia B el planeta tarda 6 meses y su radio vector barre un área $2s$. Desde B hacia C, ¿cuánto tardará el planeta, si su radio vector barre un área $3s$?



a) 3 meses b) 6 meses c) 9 meses
d) 12 meses e) 15 meses

PROBLEMA 32

En el problema anterior, si A es el perihelio y C el afelio. ¿Cuántos meses tendrá el año del planeta?

a) 9 b) 12 c) 15
c) 18 e) 30

PROBLEMA 33

Si aumentamos a cuatro veces la distancia de un satélite al centro de la Tierra, su periodo de revolución alrededor de la Tierra aumenta a:

a) 4 veces b) 6 veces c) 8 veces
d) 10 veces e) 12 veces

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E	D	D	A	D	E	D	A	C	D	D	A	B	D	D	A	E	D	B	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
E	A	E	E	B	D	E	D	B	D	C	E	C

22 Capítulo

Movimiento Armónico Simple

OBJETIVOS

1. *Conocer la cinemática y la dinámica del* MAS
2. *Estudiar el comportamiento de una masa conectada a un conjunto de muelles elásticos.*

22.1. INTRODUCCION

Hay muchos objetos que vibran y oscilan, como:

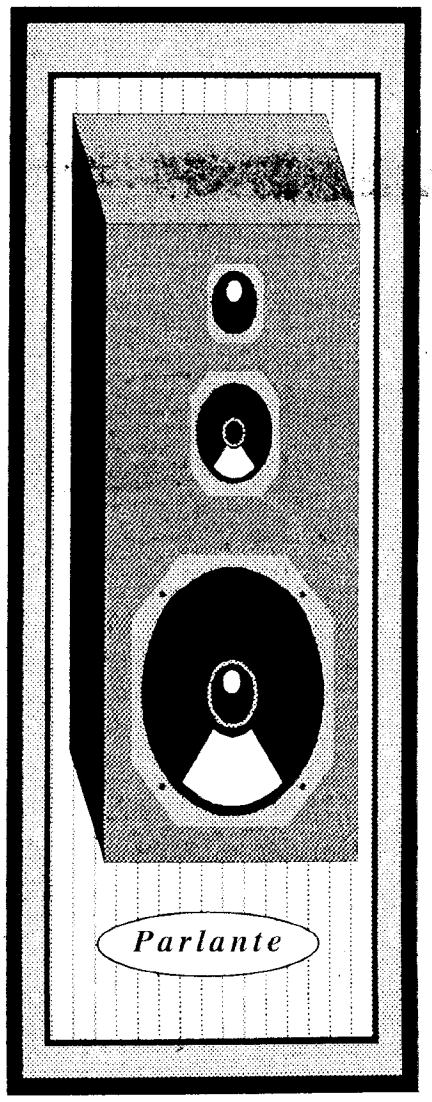
a. las cuerdas de una guitarra

b. los automóviles oscilan hacia arriba y hacia abajo cuando pasan por un bache.

c. un objeto en el extremo de un resorte

d. el péndulo de un reloj ... etc.

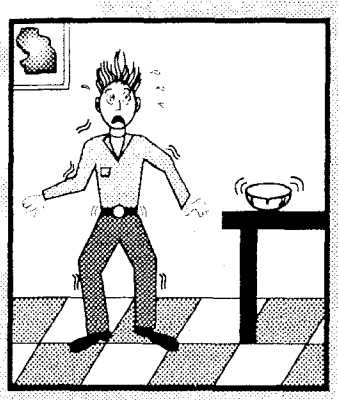
Estos movimientos se caracterizan por ser periódicos y repetitivos porque retornan a una misma configuración después de cierto tiempo, estos son llamados movimientos oscilatorios o periódicos.



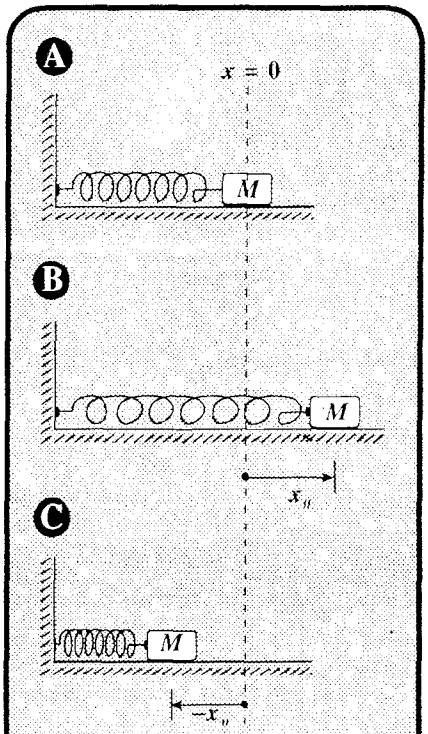
22.2. CINEMATICA DEL MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE (MAS)

El tipo más sencillo de movimiento oscilatorio es el denominado ***movimiento armónico simple.*** Supongamos que fijamos una masa M al extremo libre de un resorte y tiramos de ésta hacia la derecha llevándola a una distancia x_0. Si después soltamos la masa, la fuerza elástica del resorte hará que la masa oscile alrededor del punto de equilibrio ($x = 0$). Si se desprecia las fricciones la masa oscilará entre x_0 y $-x_0$.

Cuando hay sismos o terremotos se producen vibraciones armónicas en el terreno debido a la propagación de las ondas sísmicas que se desplazan a lo largo de la superficie terrestre.



Estos movimientos son causados por la liberación repentina de un esfuerzo acumulado en las fallas o hendiduras de la Tierra, como la falla de San Andrés en California.



En el MAS la masa M oscila alrededor del punto de equilibrio.

Figura A

La masa M está en el punto de equilibrio $x = 0$

Figura B

M se ha movido hacia la derecha. El resorte se estira y jala al bloque hacia la izquierda.

Figura C

M se ha movido hacia la izquierda. El resorte se ha comprimido y empuje al bloque hacia la derecha.

La oscilación se debe a la fuerza elástica del resorte sobre el bloque.

Antes de entrar en más detalles sobre el MAS, definiremos alguna terminología útil.

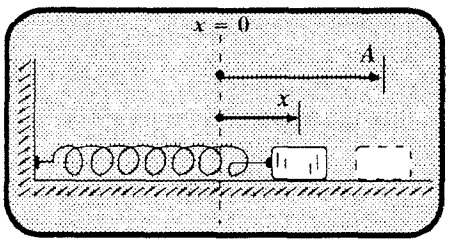
Periodo (T) : es el tiempo que se tarda en una oscilación completa.

Frecuencia (f) : es el número de oscilaciones completas o ciclos en cada unidad de tiempo. La frecuencia equivale a la inversa del periodo.

$$f = \frac{1}{T}$$

La frecuencia se mide en **hertz**, que se abrevia **Hz** y equivale a un ciclo por segundo.

Desplazamiento ($\vec{x}$) : es la desviación del bloque de su posición de equilibrio $x = 0$



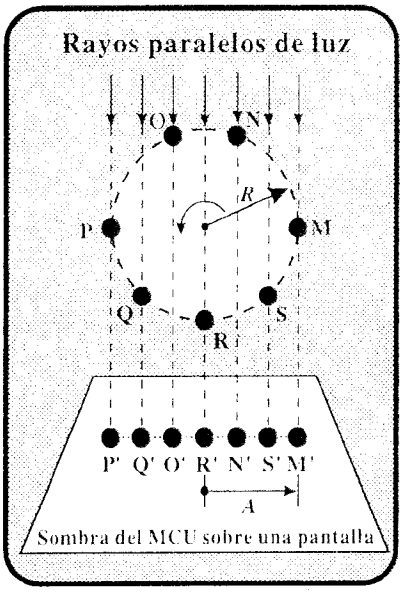
Amplitud (A) : es la desvia ción máxima del bloque de su posición de equilibrio.

22.2.1 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU) Y MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE (MAS)

Existe una relación estrecha entre el movimiento

armónico simple (MAS), que se mueve a lo largo de una linea (eje x), y el movimiento circular uniforme (MCU).

> *El* **MAS** *es la proyección del* **MCU** *sobre una linea recta.*



* Los rayos paralelos de luz iluminan al móvil que gira uniformemente siguiendo una circunferencia.
* La sombra del móvil sobre la pantalla se mueve a lo largo de una linea recta describiendo un **MAS.**
* **El radio** (R) de la circunferencia es igual a la amplitud (A) del **MAS.**

$$R = A$$

22.2.2 INICIO DEL MAS

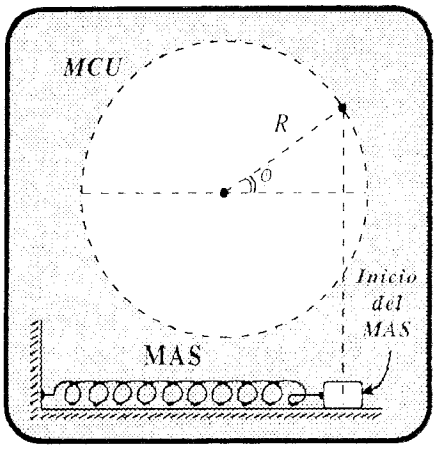
Si tenemos un bloque unido al extremo libre de un resorte existe 3 maneras de iniciar el MAS:

I. Estirando el muelle y soltando el bloque desde uno de sus extremos.

II. Lanzando el bloque desde el punto de equilibrio.

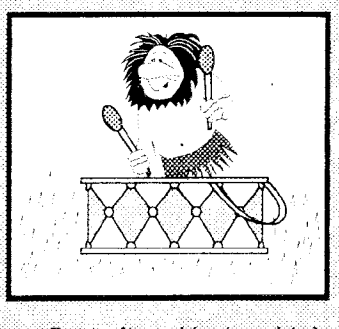
III. Estirando parcialmente el muelle y lanzando el bloque

> *Un parámetro ϕ se emplea en el* **MAS** *para caracterizar su inicio. Este parámetro ϕ se denomina constante de fase.*



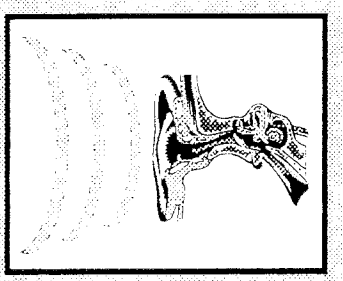
* El valor de ϕ nos indica como empezó el MAS.
  - Si $\phi = 0°$, empezó en el extremo derecho.
  - Si $\phi = 90°$, empezó en el punto de equilibrio, desde donde fué lanzado.
  - Si $\phi = 180°$, empezó en el extremo izquierdo.

El sonido de los tambores se produce por la vibración de su menbrana como consecuencia de los golpes dados por el indigena.



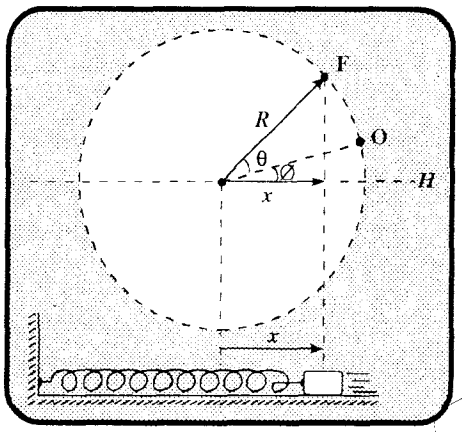
Esta vibración (sonido) se transmite a través del aire hasta nuestros oidos.

Los sonidos que viajan a través del aire hacen vibrar el tímpano del oido medio, que comunicado al cerebro mediante el nervio auditivo, se reconoce el tipo de sonido.



22.2.3 DESPLAZAMIENTO DEL MAS ($\vec{x}$)

Es la proyección del radio (R) del MCU sobre una linea recta horizontal (H).



o : inicio del MAS

De la figura:

$$x = R \cos(\theta + \phi) \ldots (1)$$

Pero $R = A$ (amplitud) y

$$\theta = \omega t$$

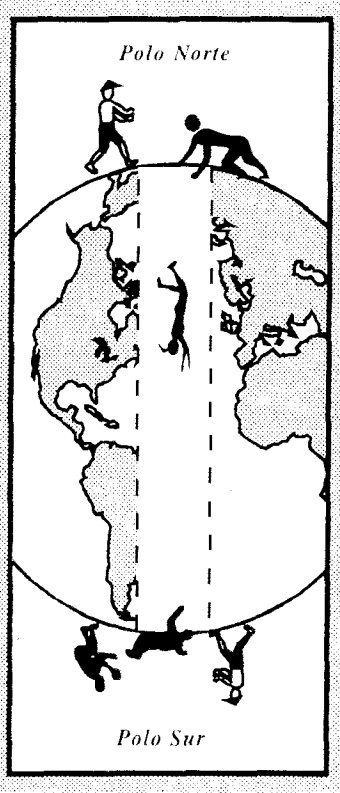
Reemplazando en (1):

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

En donde:

x	:	desplazamiento
A	:	amplitud
ω	:	frecuencia angular (en el MCU es llamada velocidad angular)
$\omega t + \phi$	:	fase

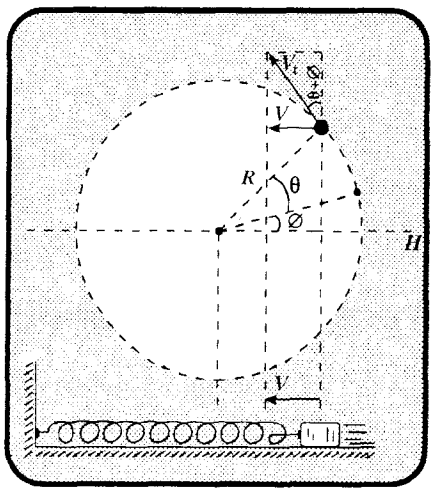
Si un objeto se cayera en un pozo practicado a través del centro de la Tierra oscilaría armonicamente de un extremo a otro sin detenerse.



El viaje desde un extremo de la Tierra hacia el otro, despreciando las fricciones, duraría solamente 42 minutos.

22.2.4 VELOCIDAD DEL MAS ($\vec{v}$)

Es la proyección de la velocidad tangencial ($\vec{v}_t$) del MCU sobre una línea recta horizontal (H).



Descomponemos la velocidad tangencial (v_t)

$$v = -v_t \operatorname{sen}(\theta + \phi) \ldots (2)$$

El signo (−) se debe a que $\vec{v}$ apunta hacia la izquierda:

Del MCU se sabe que:

* $v_t = \omega R$
* $\theta = \omega t$
* $R = A$

Reemplazando en (2):

$$v = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$

22.2.5 ACELERACION DEL MAS ($\vec{a}$)

Es la proyección de la aceleración céntrípeta ($\vec{a}_c$) del MCU sobre una línea recta horizontal (H)

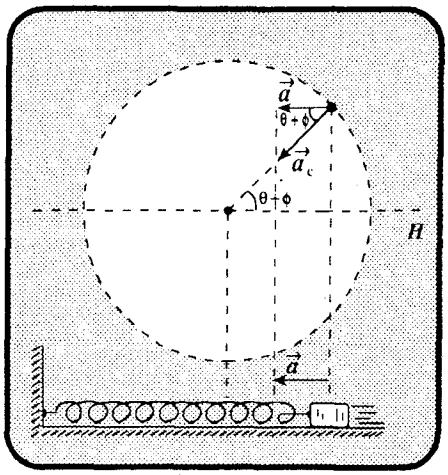
Descomponemos la aceleración centrípeta (a_c)

$a = -a_c \cos(\theta + \phi)$ .... (3)

El signo (−) se debe a que la aceleración $\vec{a}$ apunta hacia la izquierda.

Del MCU se sabe que:

* $a_c = \omega^2 R$
* $\theta = \omega t$
* $R = A$



Reemplazando en (3):

$$\boxed{a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)}$$

22.2.6 RELACION ENTRE LA VELOCIDAD (v) Y EL DESPLAZAMIENTO (x)

Sabemos que: $v = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$

Elevando al cuadrado:

$$v^2 = \omega^2 A^2 \operatorname{sen}^2(\omega t + \phi)$$

$$v^2 = \omega^2 A^2 [1 - \cos^2(\omega t + \phi)]$$

$$v^2 = \omega^2 [A^2 - A^2 \cos^2(\omega t + \phi)]$$

$$v^2 = \omega^2 [A^2 - \underbrace{(A \cos(\omega t + \phi))^2}_{x}]$$

$$v^2 = \omega^2 [A^2 - x^2]$$

$$\boxed{v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}}$$

22.2.7 RELACION ENTRE LA ACELERACION (a) Y EL DESPLAZAMIENTO (x):

Sabemos que: $a = -\omega^2 \underbrace{A \cos(\omega t + \phi)}_{x}$

Luego: $\boxed{a = -\omega^2 x}$

El signo (−) indica que la aceleración ($\vec{a}$) tiene dirección contraria que el desplazamiento ($\vec{x}$)

RESUMEN:

En el siguiente recuadro mostramos las fórmulas cinemáticas del MAS

N°	M A S
1	$x = A\cos(\omega t + \phi)$
2	$v = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$
3	$a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$
4	$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$
5	$a = -\omega^2 x$

* En el MAS las fórmulas cinemáticas más usuales son (1), (4) y (5).

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Un objeto describe un MAS de manera que su desplazamiento es:

$$x = 0{,}4\cos(4t + 30°)$$

Las unidades están escritas en el SI. Hállese:

a) La constante de fase.
b) La frecuencia circular.
c) La amplitud

RESOLUCION:

* La ecuación general del desplazamiento es:

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

* Comparando con la ecuación dad:

$$x = \underbrace{0{,}4}_{A}\cos(\underbrace{4t}_{\omega} + \underbrace{30°}_{\phi})$$

* Luego:

A	$= 0{,}4$ m
ω	$= 4$ rad/s
ϕ	$= 30°$

PROBLEMA 02

Una partícula experimenta un MAS con un desplazamiento

$$x = 0{,}5\cos(\pi t + 90°)$$

con unidades en el SI. Encuentre el periodo de las oscilaciones.

RESOLUCION:

* Comparamos la ecuación general con la ecuación dada:

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$x = 0{,}4\cos(\pi t + 90°)$$

de donde:

$$\omega = \pi \text{ rad/s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Recordemos que la frecuencia circular o la velocidad angular es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

* Reemplazando:

$$(\pi \text{ rad/s}) = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{T = 2 \text{ s}}$$

PROBLEMA 03

El desplazamiento de una partícula con **MAS** viene dada por: $x = 0{,}3\cos(6t + 20°)$. Encuentre la ecuación de la velocidad.

RESOLUCION:

* Comparando la ecuación general con la ecuación dada:

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$x = 0{,}3 \cos (6\,t + 20°)$$

* de donde: $A = 0{,}3$ m

$\omega = 6$ rad/s

$\phi = 20°$

* La ecuación general de la velocidad es:

$$v = -\omega A \text{ sen } (\omega t + \phi)$$

* Reemplazando:

$$v = -(6)(0{,}3) \text{ sen } (6t + 20°)$$

$$\boxed{v = -1{,}8 \text{ sen } (6t + 20°)}$$

PROBLEMA 04

Un sistema oscila con una frecuencia de 4 Hz con una amplitud de 2 m. Escriba la ecuación del desplazamiento considerando una constante de fase $\phi = 30°$

RESOLUCION:

* Hallamos la frecuencia circular o velocidad angular:

$\omega = 2\pi f$

$\omega = 2\pi(4 \text{ Hz})$

$\omega = 8\pi$ rad/s ..... (1)

* Por dato, la amplitud es:

$A = 2$ m ..... (2)

* Y la constante de fase $\phi = 30°$ ..... (3)

* La ecuación del desplazamiento es:

$$x = A \cos (\omega t + \phi) \text{ ..... (4)}$$

* Reemplazando (1), (2) y (3) en (4):

$$\boxed{x = 2 \cos (8\pi t + 30°)}$$

PROBLEMA 05

Una masa oscila unida a un resorte con un desplazamiento descrito por la siguiente ecuación:

$$x = 0{,}25 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Calcule la frecuencia de oscilación, x está en metros y t en segundos.

RESOLUCION:

* La ecuación del desplazamiento es:

$$x = A \cos (\omega t + \phi)$$

* Comparándola con la ecuación dada:

$$x = 0.25 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

* de donde: $A = 0{,}25$ m

$\omega = 4\pi$ rad/s

$\phi = \frac{\pi}{3}$ rad

* Cálculo de la frecuencia (f):

$$\omega = 2\pi f \text{ rad}$$

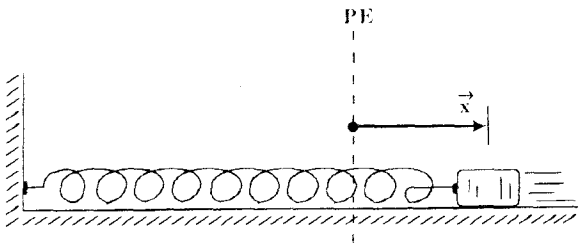
* Reemplazando:

$$(4\pi \text{ rad/s}) = 2\pi f \text{ rad}$$

$$\boxed{f = 2 \text{ Hz}}$$

PROBLEMA 06

Se muestra la oscilación de un bloque con una frecuencia de 2 Hz. Halle la aceleración del bloque cuando pasa por un punto ubicado a x = 25 cm del punto de equilibrio.



RESOLUCION:

* Con la frecuencia (f) hallamos la frecuencia angular (ω)

$$\omega = 2\pi f \text{ rad}$$

$$\omega = 2\pi(2\text{ Hz})\text{ rad}$$

$$\omega = 4\pi\text{ rad/s} \ldots\ldots\ldots (1)$$

* Calculamos la aceleración instantanea:

$$a = -\omega^2 x$$

$$a = -(4\pi\text{ rad/s})^2\,(0{,}25\text{ m})$$

$$\boxed{a = -4\pi^2\text{ m/s}^2}$$

PROBLEMA 07

En un MAS, cuya frecuencia es de 10 Hz, la amplitud es de 50 cm. Determine la velocidad de la partícula cuando el desplazamiento es $x = 30$ cm.

RESOLUCION:

* Calculamos la frecuencia circular (ω):

$$\omega = 2\pi f\text{rad}$$

$$\omega = 2\pi(10\text{ Hz})\text{ rad}$$

$$\omega = 20\pi\text{ rad/s} \ldots\ldots\ldots (1)$$

* Cálculo de la velocidad:

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

* Reemplazando datos:

$$v = 20\pi\sqrt{(0{,}5)^2 - (0{,}3)^2}$$

$$v = 20\pi\sqrt{0{,}16} = 20\pi(0{,}4)$$

$$\boxed{v = 8\pi\text{ m/s}}$$

PROBLEMA 08

El desplazamiento en un MAS está dado por la siguiente ecuación:

$$x = 5\cos(2t + 40°)$$

en donde x está en metros y t en segundos. ¿Cuál es la velocidad cuando el desplazamiento de la partícula es $x = 4$ m?

RESOLUCION:

* La ecuación general del desplazamiento es:

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

* Comparándola con la ecuación dada:

$$x = 5\cos(2t + 40°)$$

* de donde : $A = 5$ m

$$\omega = 2\text{ rad/s}$$

* Calculamos la velocidad

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

* Reemplazando datos:

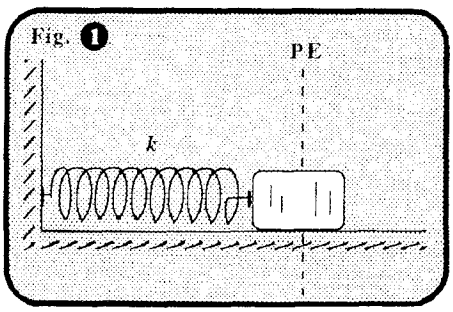
$$v = (2\text{ rad/s})\sqrt{(5\text{ m})^2 - (4\text{ m})^2}$$

$$v = (2\text{ rad/s})\sqrt{9\text{ m}^2}$$

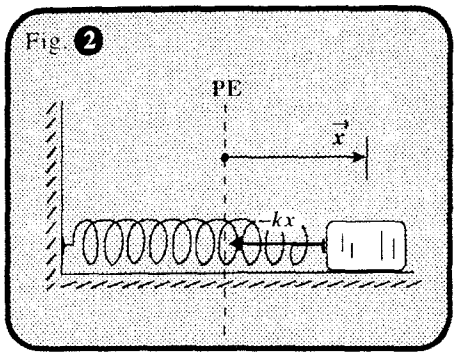
$$\boxed{v = 6\text{ m/s}}$$

22.3. DINAMICA DEL MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE

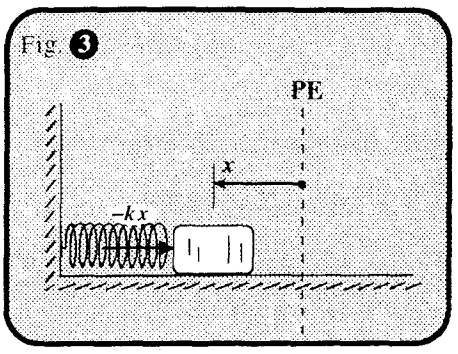
Observemos el comportamiento de un bloque de masa "m" unida al extremo de un resorte elástico.



En la figura 1: el bloque se encuentra en reposo en el punto de equilibrio (PE)



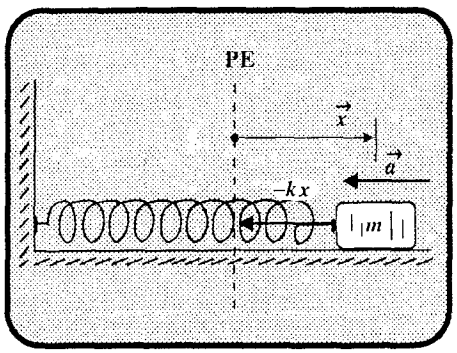
En la figura 2: Si el bloque es deplazado hacia la **derecha**, en el resorte, al estirarse, aparece la fuerza elástica $(-kx)$ hacia la **izquierda**, esta fuerza es llamada recuperadora.



En la figura 3: Si el bloque es desplazado hacia la **izquierda**, en el resorte, al comprimirse, aparece la fuerza elástica recuperadora $(-kx)$ hacia la **derecha.**

El signo (−) en la fuerza recuperadora (−kx) significa que la fuerza recuperadora siempre se opone al desplazamiento(x).

Usamos la segunda ley de Newton cuando la masa "m", unida al extremo de un resorte, ha desplazado en $\vec{x}$.



$$\Sigma F = ma$$
$$-kx = ma \quad \text{.....(1)}$$

Recordemos que: $a = -\omega^2 x$

Reemplazando en (1)

$$-kx = m(-\omega^2 x)$$

de donde:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

De esta ecuación se deduce que:

La frecuencia de oscilación de una masa unida al extremo de un resorte es independiente del desplazamiento (x)

Cálculo del periodo (T):

Sabemos que: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ además que $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Reemplazando: $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Despejando: $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

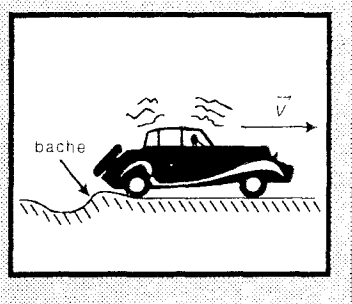
El periodo (T) de un MAS *es independiente del desplazamiento (x) de la partícula.*

22.4. ASOCIACION DE MUELLES ELASTICOS

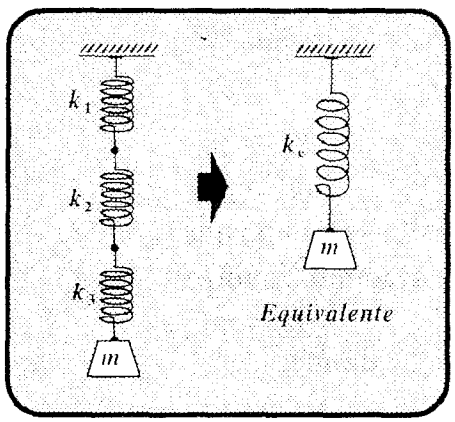
Varios muelles o resorte pueden ser conectados a las masas de dos maneras distintas, en **serie** y en **paralelo**. La asociación de resortes puede ser sustituido por un sólo resorte equivalente a cuya constante de rigidez llamamos **constante equivalente** (k_e).

22.4.1. ASOCIACION EN SERIE

Un automóvil, debidoa sus muelles, vibra armonicamente hacia arriba y hacia abajo, después de pasar por un bache.



Cuando los resortes se instalan unos a continuación de otros:

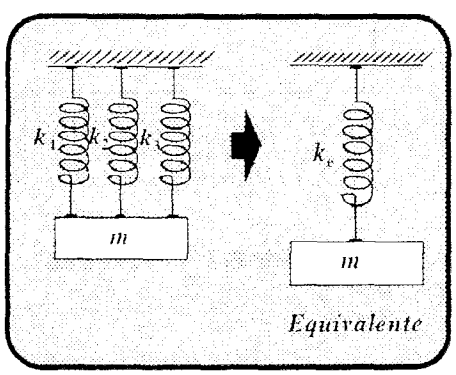


El resorte equivalente haría el mismo trabajo que los tres resortes en serie. La constante equivalente (k_e) se hallará con:

$$\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$$

22.4.2. ASOCIACION EN PARALELO

Cuando los resortes al ser instalados quedan unidos por ambos extremos.

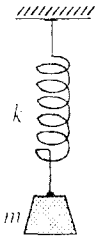


El resorte equivalente haría el mismo trabajo que los tres resortes en paralelo. La constante equivalente (k_e) se hallará con:

$$k_e = k_1 + k_2 + k_3$$

PROBLEMA 09

El oscilador armónico que se muestra está constituido por un muelle elástico (k = 100 N/m) y un bloque de 4 kg. Halle:



a La frecuencia angular

b El periodo de oscilación

RESOLUCION:

a Calculamos la frecuencia angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100\ \text{N/m}}{4\ \text{kg}}}$$

$$\boxed{\omega = 5\ \text{rad/s}}$$

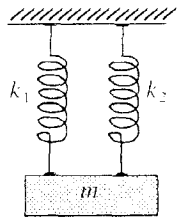
b Calculamos el periodo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{4\ \text{kg}}{100\ \text{N/m}}}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{5}\ \text{s}}$$

PROBLEMA 10

Determine el periodo de oscilación de un ladrillo de 10 kg de masa, unido a dos muelles arreglados en paralelo cuyas constantes de rigidez son: k_1 = 250 N/m y k_2 = 110 N/m



RESOLUCION:

* Hallamos la rigidez equivalente (k_e) del arreglo en paralelo.

$$k_e = k_1 + k_2 = 250\ \text{N/m} + 110\ \text{N/m}$$

$$k_e = 360\ \text{N/m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

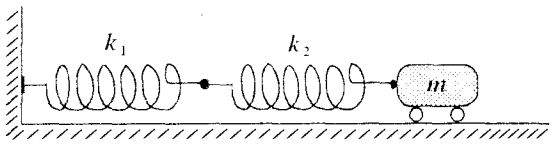
* Calculamos el periodo empleando esta rigidez equivalente.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_e}} = 2\pi\sqrt{\frac{10\ \text{kg}}{360\ \text{N/m}}}$$

$$\boxed{T = \frac{\pi}{3}\ \text{s}}$$

PROBLEMA 11

Una masa de 5 kg puede oscilar libremente unida a un arreglo de resortes en serie. Las constantes de rigidez son: k_1 = 60 N/m y k_2 = 180 N/m. Halle el periodo de oscilación.



RESOLUCION:

* Hallamos la rigidez equivalente (k_e) del arreglo en serie:

$$\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{60\ \text{N/m}} + \frac{1}{180\ \text{N/m}}$$

$$\frac{1}{k_e} = \frac{4}{180\ \text{N/m}}$$

$$k_e = 45\ \text{N/m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

* Calculamos el periodo usando esta rigidez equivalente.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_e}} = 2\pi\sqrt{\frac{5\ \text{kg}}{45\ \text{N/m}}}$$

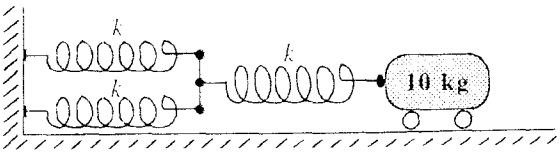
$$\boxed{T = \frac{2\pi}{3}\ \text{s}}$$

PROBLEMA 12

Una masa de 10 kg oscila conectada a una agrupación de resortes(k = 60 N/m), determine:

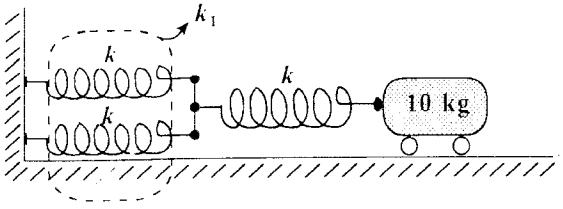
a La frecuencia angular

b El periodo de oscilación



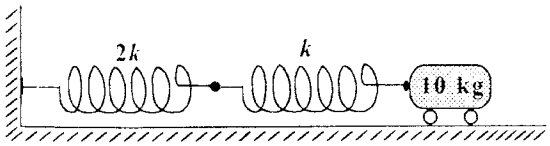
RESOLUCION:

* Calculamos la rigidez equivalente (k_1) para los dos resortes en paralelo:



$$k_1 = k + k = 2k \ldots\ldots (1)$$

* Calculamos la rigidez equivalente total (k_e) para los dos resortes en serie:



$$\frac{1}{k_e} = \frac{1}{2k} + \frac{1}{k} = \frac{3}{2k}$$

* Luego: $k_e = \frac{2k}{3} = \frac{2(60\ \text{N/m})}{3}$

$$\boxed{k_e = 40\ \text{N/m}}$$

* Cálculo del periodo usando esta rigidez total.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_e}} = 2\pi\sqrt{\frac{10\ \text{kg}}{40\ \text{N/m}}}$$

$$\boxed{T = \pi\ \text{s}}$$

AUTOEVALUACION

01 ¿Cuál de los siguientes movimientos nunca es un MAS?
a) oscilación del péndulo de un reloj
b) los autos cuando pasan por un bache
c) vibración de una cuerda de violín
d) objeto en el extremo de un resorte
e) caída libre de un cuerpo

02 ¿Cuales son las características de un MAS?
I. son periódicos
II. son oscilatorios
III. retornan a una misma configuración
a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo I e) Todas

03 La fuerza que produce un MAS es:
a) El peso b) La normal
c) La fricción d) La fuerza elástica
e) cualquiera.

04 En un MAS la velocidad es:
a) constante b) cero
c) variable d) constante en módulo
e) nunca es cero

05 En el extremo de un MAS ($x = A$) la velocidad de la partícula es:
a) cero b) menor que cero
c) mayor que cero d) máxima
e) igual que la aceleración

06 Cuando, obedeciendo un MAS, la partícula pasa por la posición de equilibrio ($x = 0$) su velocidad es:
a) cero b) positiva
c) igual que la amplitud
d) máxima e) negativa

07 En un MAS la aceleración es:
a) cero b) constante c) variable
d) igual que la velocidad
e) menor que cero

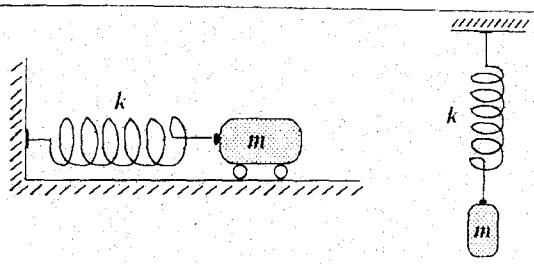
08 En el punto de equilibrio ($x = 0$) de un MAS, la aceleración es:
a) positiva b) cero c) negativa
d) máxima e) igual a la velocidad

09 En un MAS la aceleración en sus extremos es:
a) cero b) pequeño c) máxima
d) igual al desplazamiento
e) N.A.

10 Una masa soldada al extremo de un resorte obedece un MAS, la fuerza recuperadora del resorte...
a) es perpendicular al desplazamiento

b) siempre es cero
c) es paralela al desplazamiento
d) es opuesta al desplazamiento
e) equivale al desplazamiento

11 Se muestra dos osciladores armónicos. Sus periodos son T_1 y T_2, estos periodos cumplen que:



a) $T_1 < T_2$ b) $T_1 = T_2$ c) $T_1 > T_2$
d) $T_1 \neq T_2$ e) N.A.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

El desplazamiento de un MAS está descrito por la siguiente ecuación:

$$x = 0{,}25 \cos (0{,}4\ t + \pi/3)$$

en donde; x está en metros y t en segundos, calcule la amplitud y la frecuencia angular.

a) 0,4 m y 0,25 rad/s b) 0,25 m y $\frac{\pi}{3}$ rad/s
c) 0,25 m y 0,4 rad/s d) 0,4 m y $\frac{\pi}{3}$ rad/s
e) $\frac{\pi}{3}$ m y 0,25 rad/s

PROBLEMA 13

En la siguiente ecuación las unidades están escritas en el SI y describe el desplazamiento de un **MAS**:

$$x = 0{,}18 \cos (\pi t + \pi/2)$$

Halle el periodo de las oscilaciones.

a) 1 s b) 2 s c) 3 s d) 4 s e) 5 s

PROBLEMA 14

Una masa en el extremo de un resorte oscila con un desplazamiento descrito por la siguiente ecuación:

$$x = 0{,}26 \cos \left(\frac{\pi}{5} t + 30^\circ \right)$$

Halle la frecuencia de las oscilaciones en Hz

a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3 d) 0,4 e) 0,5

PROBLEMA 15

La ecuación que describe una vibración armónica es: $x = 2 \cos (3t + 50°)$

Señale con verdadero (V) o falso (F). Las unidades están escritas en el S.I.

I. La amplitud es de 2 m.
II. La frecuencia angular es 3 rad/s
III. La constante de fase es 50°.

a) VVF b) VFV c) FVV d) VVV e) VFF

PROBLEMA 16

La frecuencia circular de una oscilación armónica es de 5 rad/s. Halle el módulo de la aceleración de la partícula cuando su desplazamiento es de 20 cm.

a) 1 m/s^2 b) 2 m/s^2 c) 3 m/s^2 d) 4 m/s^2 e) 5 m/s^2

PROBLEMA 17

En un MAS se observa una amplitud de 0,5 m y una frecuencia angular de 4 rad/s. Halle la velocidad de la partícula cuando pasa por el punto de equilibrio ($x = 0$).

a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s d) 4 m/s e) 5 m/s

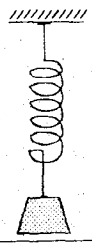
PROBLEMA 18

Halle la frecuencia angular de una masa de 2 kg que oscila verticalmente soldada al extremo de un resorte cuya constante de rigidez es de 288 N/m.

a) 12 rad/s b) 14 rad/s c) 16 rad/s
d) 18 rad/s e) 20 rad/s

PROBLEMA 19

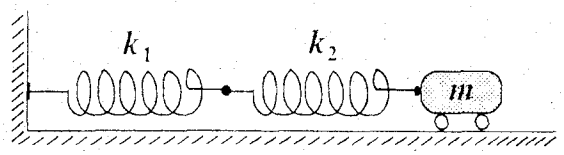
Calcule el periodo de oscilación de la masa de 3 kg. La constante de rigidez del resorte es 300 N/m.



a) π s b) $\frac{\pi}{2}$ s c) $\frac{\pi}{3}$ s d) $\frac{\pi}{4}$ s e) $\frac{\pi}{5}$ s

PROBLEMA 20

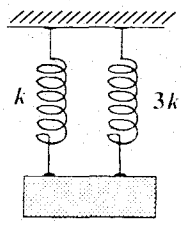
Una masa de 2,4 kg oscila pegada a dos resortes en serie. Halle el periodo si k_1 = 80 N/m y k_2 = 240 N/m.



a) $\frac{\pi}{5}$ s b) $\frac{2\pi}{5}$ s c) $\frac{3\pi}{5}$ s c) $\frac{4\pi}{5}$ s e) π s

PROBLEMA 21

¿Con qué periodo oscila el bloque de 7,5 kg unida a dos resortes en paralelo? k=30 N/m



a) π s b) $\frac{\pi}{2}$ s c) $\frac{\pi}{3}$ s d) $\frac{\pi}{4}$ s e) $\frac{\pi}{5}$ s

NIVEL II

PROBLEMA 22

La vibración armónica se registra según la siguiente ecuación:

$$x = 0{,}4 \cos (1{,}5t + \pi/3)$$

Halle el módulo de la velocidad cuando la partícula pasa por el punto de equilibrio. Las unidades están escritas en el SI.

a) 0,6 m/s b) 0.8 m/s c) 1,0 m/s
d) 1,2 m/s e) 1.4 m/s

PROBLEMA 23

En el problema anterior, calcule el módulo de la aceleración de la partícula en el extremo del MAS.

a) 0,6 m/s^2 b) 0.7 m/s^2 c) 0.8 m/s^2
d) 0,9 m/s^2 e) 1.0 m/s^2

PROBLEMA 24

Una partícula en el extremo de un resorte oscila con una frecuencia de 3 Hz. Halle el módulo de la aceleración de la partícula cuando el desplazamiento es 10 cm.

a) 1,6π^2 m/s^2 b) 2,6π^2 m/s^2 c) 3.6π^2 m/s^2
d) 4,6π^2 m/s^2 e) 5,6π^2 m/s^2

PROBLEMA 25

En un MAS el periodo es de 4 s, el máximo desplazamiento 30 cm y la constante de fase 20°. La ecuación que muestra el desplazamiento en función del tiempo es:

a) 0,3 cos (πt + 20°) b) 0,3 cos $\left(\frac{\pi}{2}t + 20^\circ\right)$

c) 0,3 cos $\left(\frac{\pi}{3}t + 30^\circ\right)$ d) 0,3 cos $\left(\frac{\pi}{2}t + 40^\circ\right)$

e) 0,3 cos $\left(\frac{\pi}{4}t + 20^\circ\right)$

PROBLEMA 26

La amplitud de un MAS es de 0,4 m. La partícula pasa por el punto de equilibrio con una velocidad de $\frac{\pi}{2}$ m/s. Calcule el periodo de las oscilaciones.

a) 1,4 s b) 1,6 s c) 1,8 s d) 2,0 s e) 2,2 s

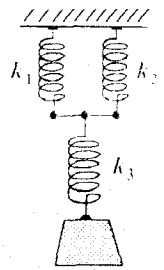
PROBLEMA 27

El periodo de un MAS es de π segundos. Halle la amplitud de esta oscilación si se observa que la velocidad de la partícula es de 8 cm/s cuando su desplazamiento es de 3 cm.

a) 8 cm b) 7 cm c) 6 cm d) 5 cm e) 4 cm

PROBLEMA 28

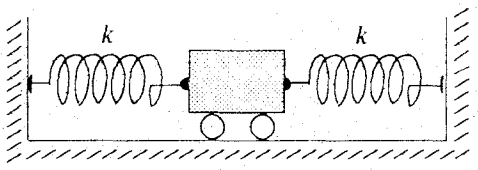
Calcule el periodo de oscilación de la masa de 8 kg unida a un grupo de resortes.
k_1 = 400 N/m, k_2 = 200 N/m y k_3 = 300 N/m



a) $\frac{\pi}{5}$ s b) $\frac{\pi}{3}$ s c) $\frac{2\pi}{5}$ s d) $\frac{2\pi}{3}$ s e) $\frac{2\pi}{7}$ s

PROBLEMA 29

En la siguiente oscilación armónica la rigidez equivalente es:



a) $\frac{k}{4}$ b) $\frac{k}{2}$ c) k d) $2k$ e) k^2

PROBLEMA 30

Una masa de 9 kg, en el extremo de un resorte (k = 900 N/m), oscila armonicamente con una amplitud de 30 cm. Halle la velocidad de esta masa cuando pasa por el punto de equilibrio, en m/s.

a) 3 b) 5 c) 7 d) 9 e) 11

CLAVES

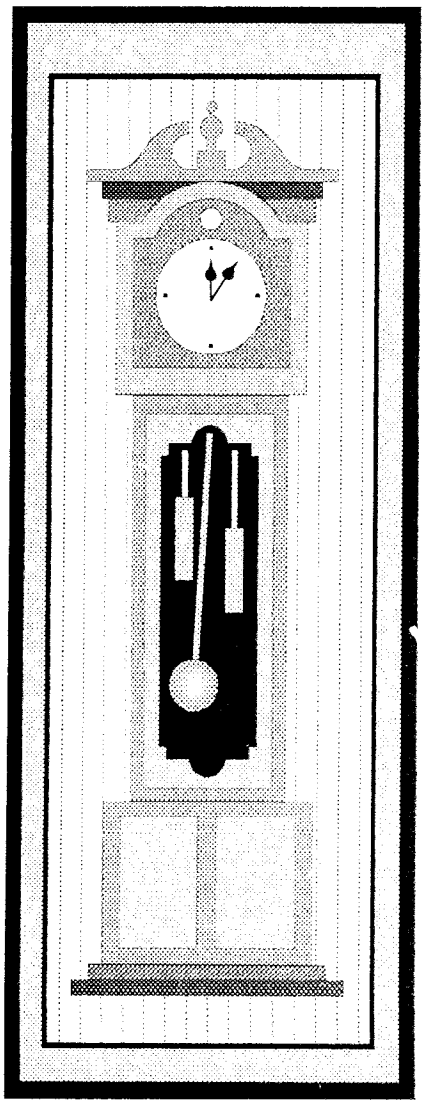
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E	E	D	C	A	D	C	B	C	D	B	C	B	A	D	E	B	A	E	B
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**										
B	A	D	C	B	B	D	C	D	A										

23 Capítulo

PENDULO SIMPLE

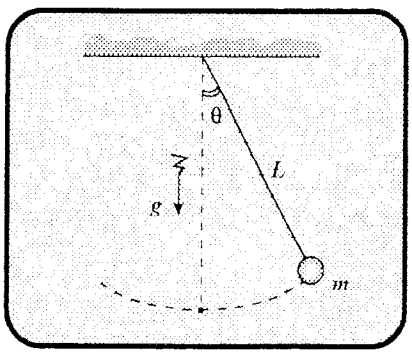
OBJETIVOS

1.	*Analizar el movimiento pendular y su relación con el MAS*
2.	*Estudiar e interpretar las leyes del péndulo simple.*



23.1. PENDULO SIMPLE:

Un péndulo simple consiste de un objeto pequeño (**lenteja**), colgado del extremo de un hilo sin peso e inextensible.



ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO PENDULAR:

I. LONGITUD (L):

Es la longitud del hilo. Se mide desde el punto de suspensión hasta el CG de la masa (m) que oscila.

II. OSCILACION COMPLETA:

Es el movimiento realizado por el péndulo desde una de sus posiciones extremas hasta otra, y su vuelta hasta la primera posición.

III. PERIODO (T):

Es el tiempo que emplea el péndulo en realizar una oscilación completa.

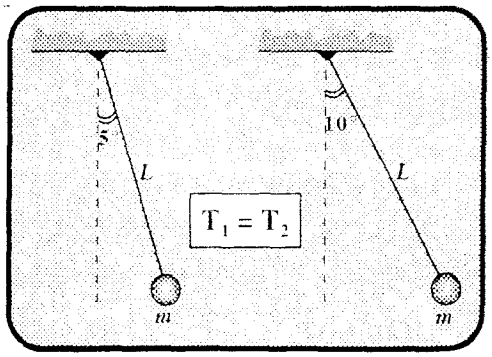
IV. AMPLITUD(θ):

Es el ángulo formado por la vertical con el hilo, cuando el péndulo está en una de sus posiciones extremas.

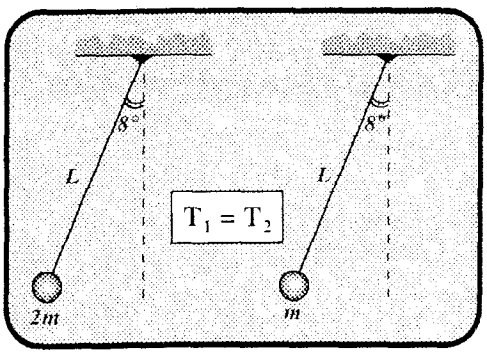
23.2. LEYES DEL PENDULO

Primera Ley:

Tomando dos péndulos idénticos (la misma longitud y la misma masa) hacemos oscilar con amplitudes de 5° y 10°, se observará el mismo período.



El período de un péndulo simple es independiente de su amplitud.



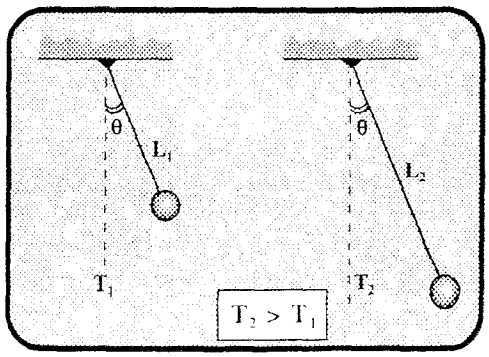
Segunda Ley:

Su pongamos dos péndulos de la misma longitud, pero uno con mayor masa que el otro. Hacemos oscilar con la misma amplitud (8°), se observará el mismo periodo.

El período de un péndulo simple es independiente de su masa.

Tercera Ley:

Se observa que cuanto más largo es el péndulo, más lenta se hace su oscilación; es decir que a mayor longitud, mayor periodo. Mediante pruebas experimentales se comprueba que:

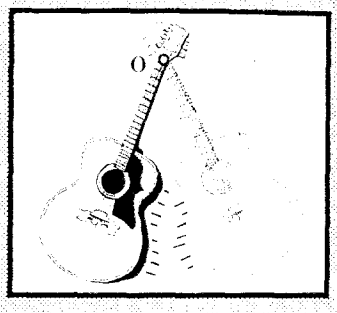


El periodo de un péndulo simple es directamente proporcional a la raíz cuadrada de su longitud.

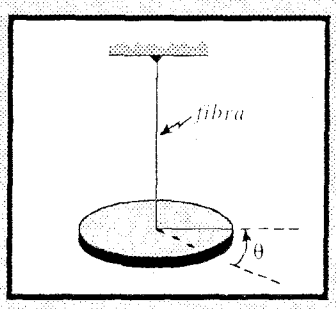
matematicamente:

$$\frac{T_1}{\sqrt{L_1}} = \frac{T_2}{\sqrt{L_2}}$$

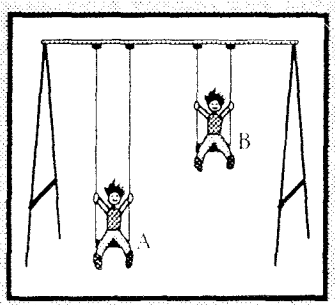
Un cuerpo rígido que oscila suspendido de uno de sus puntos(o) se denomina PENDULO FISICO.



Un disco que puede girar en un plano horizontal en torno a una fibra vertical se denomina PENDULO DE TORSION.

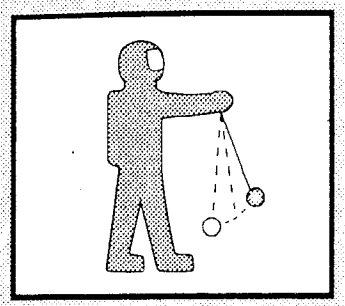


Según la tercera ley los péndulos largos oscilan lentamente y los cortos rapidamente.



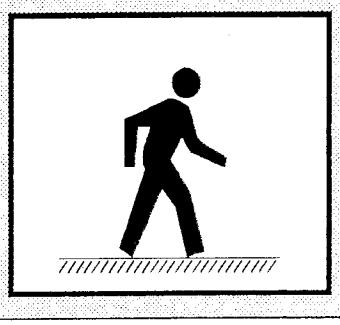
El columpio corto B da más oscilaciones que el columpio largo A.

En la Luna la oscilación pendular es más lenta (mayor periodo) que en la Tierra.



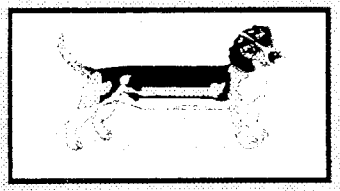
Por esta razón en la Luna los relojes de péndulo se atrazan.

Al andar nuestra piernas se mecen como un péndulo.

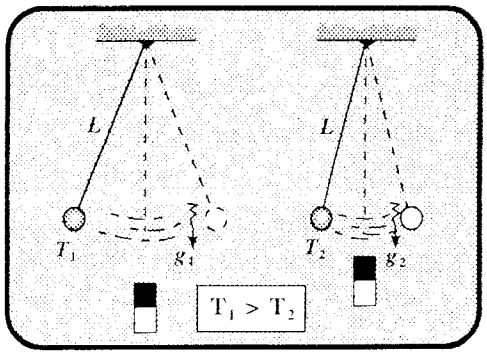


Del mismo modo que un péndulo largo oscila lentamente, una persona de piernas largas tiende a dar pasos más lentos.

Las personas o animales de piernas cortas, como los perros salchicha, corren con pasos rápidos.



Cuarta Ley:



Para comprobar esta ley se requiere un péndulo de hierro y un imán. Hacemos oscilar el péndulo de hierro acercando y alejando el imán, se observará que cuando el imán, está lejos el péndulo oscila más lentamente que cuando el imán está cerca. Se comprueba que:

> *El período de un péndulo es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración de la gravedad.*

matematicamente:

$$T_1\sqrt{g_1} = T_2\sqrt{g_2}$$

23.3. FORMULA DEL PENDULO

La tercera y cuarta ley reunidas establecen que el período del péndulo simple es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud, e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración de la gravedad. Mediante pruebas experimentales se determina la constante de proporcionalidad resultando ser 2π. La fórmula para el periodo del péndulo será.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

En esta fórmula están condensadas las cuatro leyes del péndulo simple. Solamente se emplea cuando las amplitudes son menores que 15°.

23.4. SEMEJANZA ENTRE EL MAS Y EL MOVIMIENTO PENDULAR

Para oscilaciones pequeñas cuyas amplitudes son menores que 15° ($\theta < 15°$) la oscilación pendular cumple con las leyes del MAS.

> *Para amplitudes pequeñas ($\theta < 15°$) la oscilación pendular es armónica.*

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Halle el periodo de un péndulo cuyo hilo inextensible mide 2,45 m.

RESOLUCION:

* Para amplitudes $\theta < 15°$ el periodo del péndulo simple es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

* Reemplazando:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}45\ \text{m}}{9{,}8\ \text{m/s}^2}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}\text{s}^2}$$

$$\boxed{T = \pi\ \text{s}}$$

PROBLEMA 02

Determinar la longitud de un péndulo simple cuyo período es de 3,1416 s

RESOLUCION:

* El período de un péndulo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

* Reemplazando:

$$(3{,}1416\ \text{s}) = 2(3{,}1416)\sqrt{\frac{L}{9{,}8\ \text{m/s}^2}}$$

$$\frac{1}{2}\text{s} = \sqrt{\frac{L}{9{,}8\ \text{m/s}^2}}$$

$$\frac{1}{4}\text{s}^2 = \frac{L}{9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

$$\boxed{L = 2{,}45\ \text{m}}$$

PROBLEMA 03

En un pequeño planeta la aceleración de la gravedad es 3,6 m/s^2. Hallar el período y la frecuencia de un péndulo simple cuya longitud es 0,4 m.

RESOLUCION:

* Calculamos el periodo del péndulo con $g = 3{,}6\ \text{m/s}^2$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

* Reemplazando:

$$T = 2(3{,}1416)\sqrt{\frac{0{,}4\ \text{m}}{3{,}6\ \text{m/s}^2}} = 2(3{,}1416)\sqrt{\frac{1}{9}\text{s}^2}$$

$$T = \frac{2(3{,}1416)}{3}\text{s}$$

$$\boxed{T = 2{,}094\ \text{s}}$$

* La frecuencia (f) es la inversa del periodo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}094\ \text{s}}$$

$$\boxed{f = 0{,}48\ \text{Hz}}$$

PROBLEMA 04

Un péndulo de longitud 0,36 m oscila en un lugar en donde $g = \pi^2\ \text{m/s}^2$. ¿Cuántas oscilaciones completas hará en 1 minuto?

RESOLUCION:

* El tiempo para cada oscilación se denomina periodo, el cual es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}36}{\pi^2}}$$

$$T = 1{,}2\ \text{s} \quad \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

* Recordemos que el periodo (T) es:

$$T = \frac{\text{tiempo total}}{\text{N° osc.}}$$

$$\text{N° osc} = \frac{\text{tiempo total}}{T}$$

$$\text{N° osc} = \frac{1\ \text{min}}{1{,}2\ \text{s}} = \frac{60\ \text{s}}{1{,}2\ \text{s}}$$

N° osc = 50

PROBLEMA 05

El período de un péndulo simple es de 1 s. Si la longitud se duplicara, ¿cuál será su nuevo periodo?

RESOLUCION:

* El periodo inicial es:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

* El periodo final será:

$$T_f = 2\pi\sqrt{\frac{L_f}{g}} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

* Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{T_0}{T_f} = \sqrt{\frac{L_0}{L_f}}$$

* Reemplazando datos:

$$\frac{1\ \text{s}}{T_f} = \sqrt{\frac{L_0}{(2L_0)}}$$

$$T_f = \sqrt{2}\ \text{s}$$

T_f = 1,41 s

PROBLEMA 06

Un péndulo simple se halla oscilando con un periodo de 1 s. Si el hilo del péndulo se aumenta en 0,54 m el nuevo periodo del péndulo será de 2 s. Halle la longitud inicial del péndulo.

RESOLUCION:

* El periodo inicial es:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

* El periodo final será:

$$T_f = 2\pi\sqrt{\frac{L_0 + 0{,}54\ \text{m}}{g}} \quad \ldots\ldots (2)$$

* Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{T_0}{T_f} = \sqrt{\frac{L_0}{L_0 + 0{,}54\ \text{m}}}$$

* Reemplazando datos:

$$\frac{1\ \text{s}}{2\ \text{s}} = \sqrt{\frac{L_0}{L_0 + 0{,}54\ \text{m}}}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{L_0}{L_0 + 0{,}54\ \text{m}}$$

$$L_0 + 0{,}54\ \text{m} = 4L_0$$

$$L_0 = \frac{0{,}54\ \text{m}}{3}$$

L_0 = 0,18 m

PROBLEMA 07

En la Tierra, el periodo de un péndulo simple es de 2 s. ¿Cuál será el periodo de este péndulo en la Luna en donde la aceleración de la gravedad es la sexta parte que la de la Tierra?

RESOLUCION:

* El periodo en la Tierra es:

$$T_T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_T}} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

* El periodo en la Luna será:

$$T_L = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_L}} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

* Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{T_T}{T_L} = \sqrt{\frac{g_L}{g_T}} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

* Por dato : $g_T = 6g_L$ ..... (4)

* Reemplazando datos en (3):

$$\frac{2\,s}{T_L} = \sqrt{\frac{g_L}{(6g_L)}}$$

$$\frac{2\,s}{T_L} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\boxed{T_L = 2\sqrt{6}\ s}$$

* Un periodo mayor indica que la oscilación pendular es más lenta.

AUTOEVALUACION

01 La oscilación pendular es un MAS cuando su amplitud es:
a) igual a 15° b) mayor que 15°
c) cerca de 15° d) menor que 15°
e) un ángulo agudo

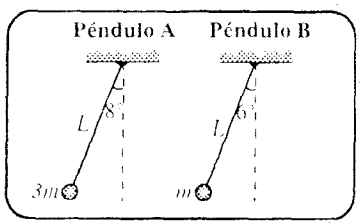
02 Para pequeñas amplitudes el periodo del péndulo simple es independiente de:
I. La longitud
II. La aceleración de la gravedad
III. La masa pendular
IV. La amplitud
a) I y III b) II y IV c) III y IV
d) II y III e) I y IV

03 Un péndulo simple oscila con una amplitud de 4°; si esta amplitud se duplicara, su periodo:
a) se duplica b) aumenta c) disminuye
d) no varía e) puede aumentar

04 Si aumentamos la longitud de un péndulo simple, su oscilación se hace.
a) más rápida b) más lenta c) igual
d) muy rápida e) no oscila

05 En lo alto de una montaña el periodo de un péndulo simple:
a) aumenta b) disminuye c) no cambia
d) puede disminuir e) N.A.

06 El diagrama muestra las amplitudes y las masas de dos péndulos simples A y B. Con respecto a sus periodos se cumplirá que:
a) $T_A = T_B$
b) $T_A = 3T_B$
c) $T_A < T_B$
d) $T_A > T_B$
e) $T_A \neq T_B$



07 Si un péndulo simple es llevado a la Luna su oscilación se hace:
a) más rápida b) igual
c) muy rápida d) más lenta
e) N.A.

08 Cuando la longitud del hilo de un péndulo simple se duplica, su periodo:
a) se duplica b) aumenta
c) no varía d) se reduce a la mitad
e) disminuye

09 Si la amplitud de un péndulo simple es de 20° se cumplirá que:
I. La oscilación no es periódica
II. La oscilación no es armónica
III. La oscilación no es pendular
a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

10 ¿Qué sucede con el periodo de un péndulo simple cuando duplicamos su masa pendular?
a) se duplica
b) no cambia
c) aumenta
d) disminuye
e) se reduce a la mitad

11 ¿En qué caso disminuye el período de un péndulo simple que oscila con una amplitud de 10°?
a) aumentando su longitud
b) disminuyendo su amplitud
c) llevándolo a un planeta más grande que la Tierra
d) llevándolo a la Luna
e) disminuyendo su masa pendular

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

Un péndulo simple oscila con un período de 6,28 m. Determine la longitud del hilo del péndulo.

a) 9,8 m b) 4,9 m c) 2,45 m
d) 1,25 m e) 0,62 m

PROBLEMA 13

Calcule la longitud de un péndulo simple cuyo período es $\pi/3$ s en un planeta en donde la aceleración de la gravedad es de 7,2 m/s^2

a) 0,1 m b) 0,2 m c) 0,3 m
d) 0,4 m e) 0,5 m

PROBLEMA 14

¿Cuál es el periodo de un péndulo simple de 0,4 m en la Luna. Considere que en la Luna la aceleración de la gravedad es 1,6 m/s^2?, en segundos

a) $\frac{\pi}{2}$ b) π c) $\frac{2\pi}{5}$ d) $\frac{2\pi}{3}$ e) $\frac{3\pi}{2}$

PROBLEMA 15

Calcule la frecuencia de oscilación de un péndulo simple de 0,64 m de longitud. Suponer que $g = \pi^2$ m/s^2

a) 3,625 Hz b) 2,625 Hz c) 1,625 Hz
d) 0,625 Hz e) 0,025 Hz

PROBLEMA 16

¿Cuál será la longitud de un péndulo que oscila con un período de 2 s? use $g = \pi^2$ m/s^2

a) 0,50 m b) 0,75 m c) 1,00 m
d) 1,25 m e) 1,50 m

PROBLEMA 17

Determine el periodo de un péndulo simple que en 8 s da 12 oscilaciones completas.

a) 0,27 s b) 0,37 s c) 0,47 s
d) 0,57 s e) 0,67 s

PROBLEMA 18

¿Cuál es la longitud de un péndulo simple que en nuestro planeta oscila con un periodo de 1 s?

a) $\frac{g}{4\pi^2}$ b) $\frac{g}{3\pi^2}$ c) $\frac{g}{2\pi^2}$ d) $\frac{g}{\pi^2}$ e) $\frac{2g}{\pi^2}$

NIVEL II

PROBLEMA 19

Un péndulo simple oscila con un periodo de 0,5 s. Halle el nuevo periodo cuando se triplique su longitud.

a) 0,565 s b) 0,655 s c) 0,765 s
d) 0,865 s e) 0,965 s

PROBLEMA 20

El periodo de un péndulo simple se triplica cuando aumentamos su longitud en 1 m. Halle la longitud inicial del péndulo.

a) 0,125 m b) 0,225 m c) 0,325 m
d) 0,425 m e) 0,525 m

PROBLEMA 21

Calcule la aceleración de gravedad en un lugar en donde un péndulo simple de longitud "L" da "N" oscilaciones completas en un lapso "t".

a) $\frac{2\pi N^2 L}{t}$ b) $\frac{4\pi N^2 L}{t^2}$ c) $\frac{4\pi^2 N^2 L}{t^2}$

d) $\frac{\pi N L^2}{t^2}$ e) $\frac{4\pi N L}{t^2}$

PROBLEMA 22

Un reloj de péndulo, que en la Tierra oscila con un periodo de 2 s, es llevado a un planeta en donde la aceleración de la gravedad es 9/16 g . Halle el periodo de oscilación en este planeta.

a) 0,67 s b) 1,67 s c) 2,67 s
d) 3,67 s e) 4,67 s

PROBLEMA 23

¿En qué porcentaje aumenta el periodo de un péndulo cuando su longitud es aumentada en un 21 % ?

a) 5 % b) 10 % c) 11 %
d) 21 % e) 42 %

PROBLEMA 24

¿En qué lugar un péndulo simple oscilaría con mayor rapidez?

a) En la Luna
b) En lo alto de una montaña
c) En la superficie de la Tierra
d) En la azotea de un edificio muy alto
e) En Jupiter

PROBLEMA 25

Halle el periodo de un péndulo sabiendo que si aumentamos su longitud en 1 m su periodo aumenta en 0,5 s. use $g = \pi^2$ m/s^2

a) 0.75 s b) 1,75 s c) 2,75 s
d) 3,75 s e) 4.75 s

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	D	B	A	A	D	B	B	B	C	A	B	B	D	C	E	A	D	A

21	22	23	24	25
C	C	B	E	D

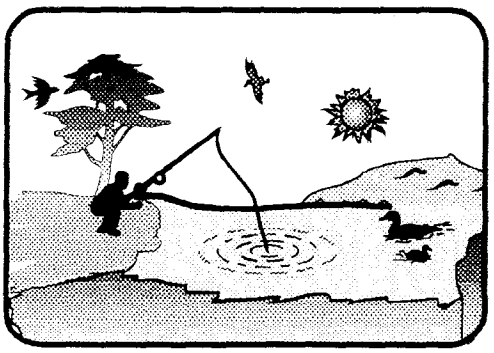
24 Capítulo

MOVIMIENTO ONDULATORIO

OBJETIVOS	
1.	*Describir el movimiento ondulatorio transversal y longitudinal.*
2.	*Estudiar las ondas transversales en una cuerda.*
3.	*Conocer la ecuacion general de una onda senoidal.*

24.1. CONCEPTO DE ONDA:

Si arrojamos una piedra al agua de un estanque tranquilo se producirá una perturbación en el agua que se aleja del centro de contacto en forma de círculos que se expanden hacia afuera. Esta perturbación es llamada ONDA



- La perturbación (ONDA) es la energía que la piedra imparte en el impacto y que se transmite a través del agua hacia las orillas.

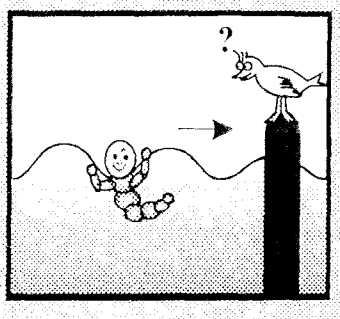
- Pasada la onda el agua permanece en su lugar, es la onda ***(energía)*** la que se transmite. La onda no transporta materia (agua)
- Las ondas que requieren un medio para propagarse son llamadas ONDAS MECANICAS.

RESUMEN:

> *Una onda mecánica es una perturbación física que se propaga a través de un medio elástico transportando energía más no materia.*

Hay también ondas electromagnéticas y ondas de materia. En este capítulo nos encargaremos del estudio de las ondas mecánicas.

Las ondas transportan energía pero no materia.



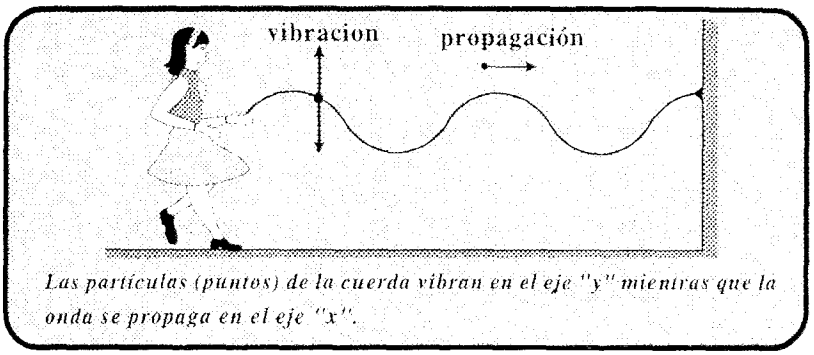
24.2 TIPOS DE ONDA:

24.2.1 ONDAS TRANSVERSALES:

En una ***onda transversal*** la vibración de las partículas del medio es perpendicular a la dirección en que se propaga (viaja) la onda.

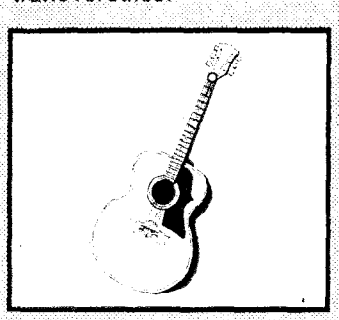
Ejemplo:

Se producen ondas transversales cuando agitamos (hacia arriba y hacia abajo) el extremo libre de una cuerda tensa fija en el otro extremo.



Las partículas (puntos) de la cuerda vibran en el eje "y" mientras que la onda se propaga en el eje "x".

Cuando un músico toca las cuerdas de su guitarra en estas se producen ondas transversales.



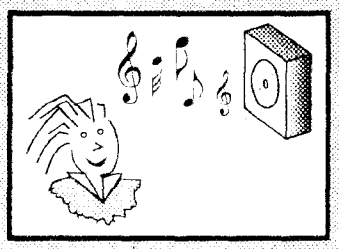
24.2.2. ONDAS LONGITUDINALES:

En una onda longitudinal la vibración de las partículas del medio es paralela a la dirección de propagación de la onda.

Ejemplo:

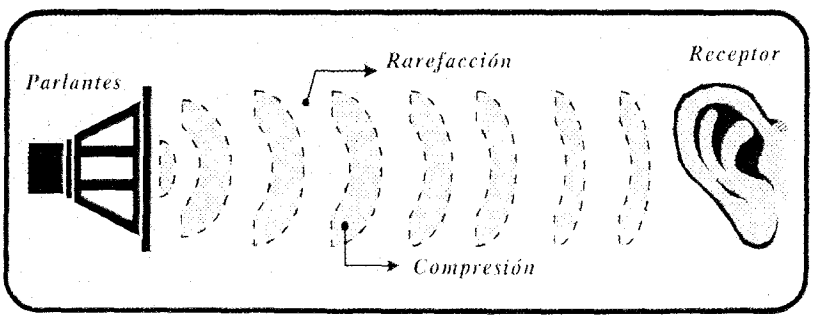
Las ondas de ***sonido*** son longitudinales puesto que las moléculas del aire mueven hacia adelante y hacia atrás en la misma dirección de las ondas produciendo regiones alternas de compresión y rarefacción (densidad baja).

El oído humano puede detectar el sonido cuando su frecuencia va desde 20 Hz hasta 20 000 Hz.



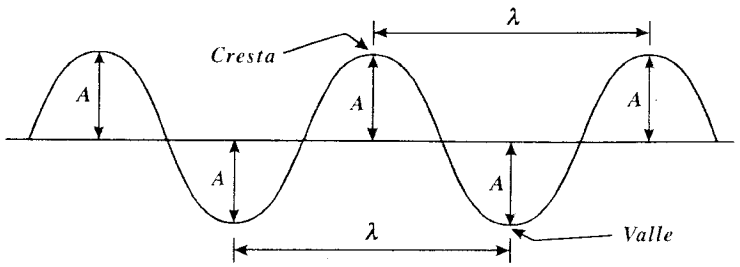
Las ondas sonoras con frecuencia menores que 20 Hz son llamadas *infrasónicas*.

Las ondas sonoras con frecuencias mayores que 20 000 Hz son llamadas *ultrasónicas*.



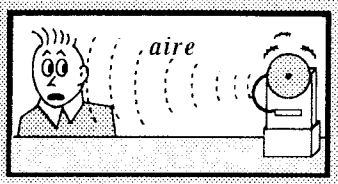
24.3. ELEMENTOS DE UNA ONDA

Si fotografiamos una onda que se propaga a través de una cuerda tensa, observaremos que esta onda tiene forma senoidal. Sus elementos son:

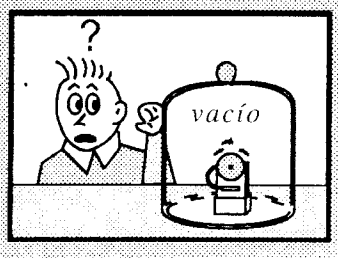


El sonido, por ser una onda mecánica, requiere un medio elástico para propagarse.

La mayoría de los sonidos que oímos se transmiten a través del aire.



Si colocamos el timbre en una campana de vacío no se oye el sonido del timbre. El sonido no se propaga en el *vacío* .



Si aplicas la oreja a las líneas del tren puedes oír el traqueteo del tren antes de oirlo en el aire. El sonido se propaga con mayor rapidez a través de los sólidos.

24.3.1. CICLO:

Es el movimiento ordenado de una onda viajera comprendida entre dos puntos consecutivos de posición semejante.

24.3.2. PERIODO (T)

Es el tiempo que emplea un ciclo para pasar por un punto del medio elástico.

24.3.3. FRECUENCIA (f)

Es el número de ciclos completos que pasan por determinado punto por unidad de tiempo. Se mide en hertz (Hz)

24.3.4. CRESTAS:

Son los puntos más elevados de la onda.

24.3.5. VALLES:

Son los puntos más bajos de la onda.

24.3.6. AMPLITUD (A):

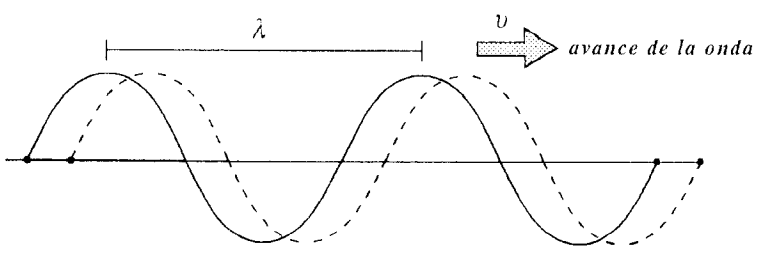
Es la altura máxima de una cresta, o bien la profundidad de un valle, en relación con el nivel de equilibrio.

24.3.7. LONGITUD DE ONDA (λ)

Es la distancia entre dos crestas consecutivas o entre dos valles consecutivos.

24.4. VELOCIDAD DE ONDA (v)

Es la velocidad a la cual se mueven las crestas o cualquier otra parte de la onda. Esta velocidad se debe diferenciar de la velocidad de vibración de los puntos del medio elástico.



La velocidad de la onda (v) será:

$$v = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{\lambda}{T}$$

$$v = \lambda\left(\frac{1}{T}\right)$$

$$\boxed{v = \lambda f}$$

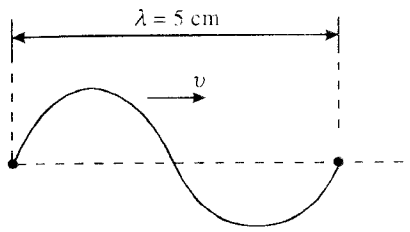
Esta ecuación se emplea para cualquier onda senoidal.

PROBLEMA 01

Calcule la frecuencia de una onda senoidal cuya longitud de onda es de 5 cm. Se sabe que en 5 s la onda recorre 100 cm.

RESOLUCION:

* Representamos la onda



$$v = \lambda f$$

$$\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \lambda f$$

Reemplazando:

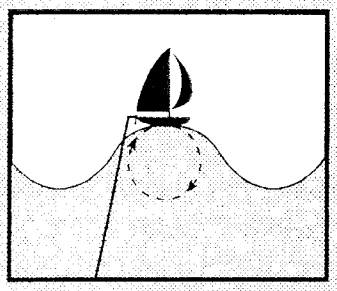
$$\frac{100\text{ cm}}{5\text{ s}} = (5\text{ cm})f$$

$$\boxed{f = 4\text{ Hz}}$$

Con el tiempo, los obreros demoledores se acostumbran a los sonidos fuertes porque van quedándose sordos (pierden la sensibilidad auditiva)

Las ondas de agua en el mar mueven los botes anclados hacia arriba y hacia abajo (movimiento transversal) y cuando rompen en la playa regresan hacia el mar generando un movimiento hacia adelante y hacia atrás (longitudinal), por lo tanto:

Las ondas de agua son una combinación de ondas longitudinales y transversales.

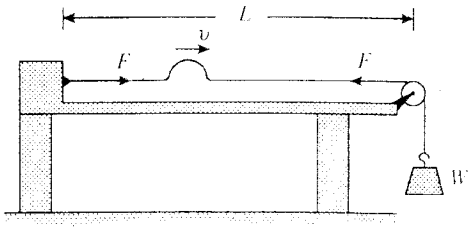


Cuando las ondas de agua pasan hacia la derecha el bote realiza un movimiento periodico en un círculo pequeño, pero no es arrastrado por las ondas.

24.5. VELOCIDAD DE ONDA EN UNA CUERDA TENSA

La velocidad con la cual se mueve un pulso a través de un medio depende de la elásticidad del medio y de la inercia de sus partículas. Los medios más densos ofrecen más resistencia al movimiento de las ondas.

La velocidad de una onda en una cuerda tensa depende de la fuerza (F) que tensa la cuerda y de la masa de la cuerda por unidad de longitud ($\mu = m/L$). "μ" es llamada densidad lineal.

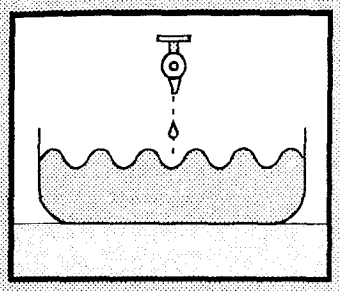


La velocidad de la onda transversal que viaja a lo largo de la cuerda se calcula con la siguiente fórmula.

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$

F : fuerza de tensión en la cuerda, en N.
μ : densidad lineal de la cuerda, en kg/m
m : masa de la cuerda, en kg.
L : longitud de la cuerda, en m.

Si en un depósito amplio con agua dejamos caer gota a gota el agua de una llave se formarán círculos concéntricos (ondas de agua) cuyo centro común está en el punto donde caen las gotas.

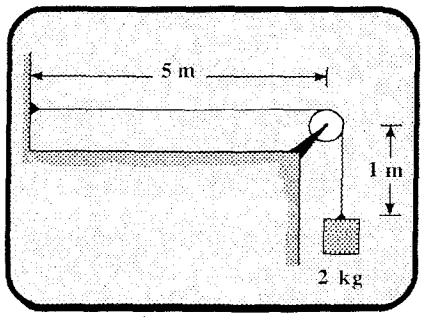


Los círculos concéntricos se extienden hasta los bordes transmitiendo la energía.

PROBLEMA 02

Un cuerda uniforme de 0,3 kg de masa y 6 m de longitud se mantiene tensa mediante un bloque de 2 kg de masa. Encuentre la velocidad de un pulso en esta cuerda.

$g = 10\ m/s^2$



RESOLUCION:

* La tensión (F) en la cuerda equivale al peso del bloque suspendido:

$$F = mg = (2\ kg)(10\ m/s^2) = 20\ N$$

* Hallamos la densidad lineal de la cuerda (μ)

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0{,}3\ kg}{6\ m} = 0{,}05\ kg/m$$

* Por lo tanto, la rapidez (υ) de la onda será:

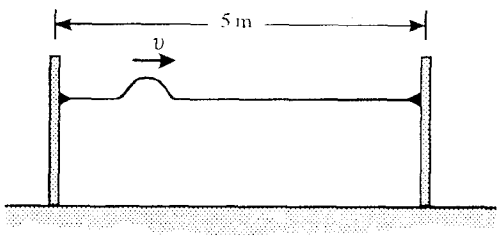
$$\upsilon = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{20\ N}{0{,}05\ kg/m}} = 20\ m/s$$

$\upsilon = 20$ m/s

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 03

El diagrama muestra un alambre de 0,2 kg de masa. Si el alambre sujeto a los postes se encuentra bajo una tensión de 100 N, ¿Cuál es la velocidad de la onda provocada en este alambre?



RESOLUCION:

* Hallamos la densidad lineal (μ)

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0{,}2\ kg}{5\ m} = 0{,}04\ kg/m$$

* La velocidad (υ) de la onda es:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{100\ N}{0{,}04\ kg/m}}$$

$\upsilon = 50$ m/s

PROBLEMA 04

Una onda, cuya longitud de onda es 0,3 m, viaja por un alambre de 27 m, cuya masa total es 3 kg. Si el alambre soporta una tensión de 400 N encuentre:

(a) La velocidad de la onda
(b) La frecuencia de la onda

RESOLUCION:

* Hallamos la densidad lineal (μ) del alambre:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{3\ kg}{27\ m} = \frac{1}{9}\ kg/m$$

a Cálculo de la velocidad de la onda

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{400\ \text{N}}{\left(\frac{1}{9}\ \text{kg/m}\right)}}$$

$$\boxed{v = 60\ \text{m/s}}$$

b Para toda onda senoidal usamos:

$$v = \lambda f$$

* Reemplazando datos:

$$(60\ \text{m/s}) = (0{,}3\ \text{m})f$$

$$\boxed{f = 200\ \text{Hz}}$$

PROBLEMA 05

Una onda sonora en el aire tiene una frecuencia de 170 Hz y viaja a 340 m/s, ¿qué distancia hay entre dos crestas consecutivas de onda?

RESOLUCION:

* La distancia entre dos crestas consecutivas de onda viene a ser la longitud de onda (λ):

Luego: $v = \lambda f$

$$(340\ \text{m/s}) = \lambda(170\ \text{Hz})$$

$$\boxed{\lambda = 2\ \text{m}}$$

PROBLEMA 06

Por la proa de un bote anclado pasan crestas de onda cada 4 s. Un pescador mide la distancia entre dos crestas consecutivas y resulta 12 m, ¿a qué velocidad viajan las ondas.

RESOLUCION:

* La distancia entre dos crestas consecutivas viene a ser la longitud de onda:

$$\lambda = 12\ \text{m} \quad \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

* El tiempo para que pasen dos crestas consecutivas es el periodo:

$$T = 4\ \text{s} \quad \ldots\ldots\ldots\ (2)$$

* La velocidad de la onda es:

$$v = \lambda f$$

$$v = \lambda\left(\frac{1}{T}\right)$$

$$v = 12\ \text{m}\left(\frac{1}{4\ \text{s}}\right)$$

$$\boxed{v = 3\ \text{m/s}}$$

PROBLEMA 07

Una larga cuerda, con densidad lineal $\mu = 0{,}2$ kg/m, se mantiene con una tensión $F = 80$ N. Si un extremo oscila con una frecuencia $f = 4$ Hz. Halle la longitud de onda de los pulsos que viajan por esta cuerda.

RESOLUCION:

* Calculamos la velocidad de propagación

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{80}{0{,}2\ \text{kg/m}}} = 20\ \text{m/s}$$

* En cualquier onda senoidal se cumple:

$$v = \lambda f$$

$$(20\ \text{m/s}) = \lambda(4\ \text{Hz})$$

$$\boxed{\lambda = 5\ \text{m}}$$

PROBLEMA 08

Una liga estirada mide 8 m y dispone de una masa de 0,03 kg. Determine la tensión que soporta conociéndose que en esta liga una onda transversal viaja con una rapidez de 40 m/s.

RESOLUCION:

* En una liga tensa la rapidez es:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

* despejando: $F = v^2\mu$

$$F = v^2\left(\frac{m}{L}\right)$$

* Reemplazando datos:

$$F = (40\ \text{m/s})^2 \left(\frac{0{,}03\ \text{kg}}{8\ \text{m}}\right)$$

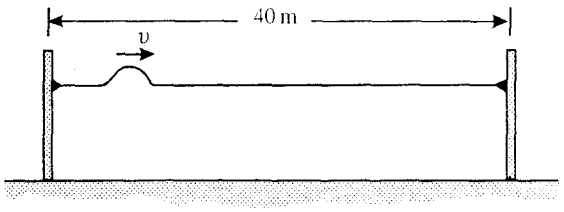
$$\boxed{F = 6\ \text{N}}$$

PROBLEMA 09

Una cuerda de 2 kg de masa se estira entre dos soportes a una distancia de 40 m. Si la tensión de la cuerda es 45 N, ¿cuánto tiempo tardará un pulso en viajar por la cuerda de un soporte hacia el otro?

RESOLUCION:

* Representamos la cuerda entre los soportes.



* Hallamos la densidad lineal:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{2\ \text{kg}}{40\ \text{m}} = \frac{1}{20}\ \text{kg/m}$$

* La velocidad de la onda es:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{45\ \text{N}}{\frac{1}{20}\ \text{kg/m}}} = 30\ \text{m/s}$$

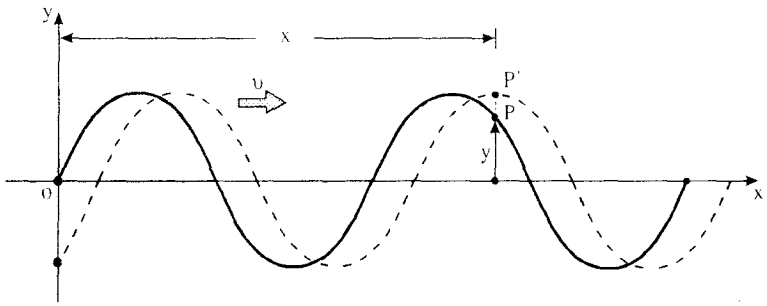
* El tiempo para que la onda viaje de un extremos a otro es:

$$t = \frac{d}{\upsilon} = \frac{40\ \text{m}}{30\ \text{m/s}}$$

$$\boxed{t = 1{,}3\ \text{s}}$$

24.6 ECUACION DE UNA ONDA SENOIDAL:

Cuando una onda pasa por un medio elástico desplaza las partículas del medio hacia arriba y hacia abajo haciéndole oscilar armonicamente en forma vertical.



Al pasar la onda con velocidad "υ" el punto "P" del medio oscila verticalmente obedeciendo a un MAS.

Se demuestra que la ecuación general de una onda de vibración transversal es:

$$\boxed{y = A\ \text{sen}\ (kx \pm \omega t)}$$

En donde:

A : amplitud
$k = 2\pi/\lambda$: número de onda
$\omega = 2\pi/T$: frecuencia angular
λ : longitud de onda

T : periodo
x : desplazamiento horizontal
y : desplazamiento vertical
Con respecto al signo tenemos:
(+) : Si la onda se propaga hacia la izquierda
(−) : Si la onda se propaga hacia la derecha

*En esta ecuación de onda se describe el desplazamiento vertical "**y**" de un punto del medio ubicado a una distancia "**x**" del origen.*

PROBLEMA 10

La ecuación de una onda transversal se describe como $y = 0{,}2 \text{ sen } (0{,}5x - 20t)$ en donde "x" e "y" están en metros y t en segundos, halle la velocidad de propagación de la onda.

RESOLUCION:

* La ecuación general de un onda transversal es:

$$y = A \text{ sen } (kx - \omega t)$$

* Comparando con la ecuación dada:

$$y = 0{,}2 \text{ sen } (0{,}5x - 20t)$$

$$k = 0{,}5 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = 4\pi$$

* Además $\omega = 20 = \dfrac{2\pi}{T} \rightarrow T = \dfrac{\pi}{10}$

* Calculamos la velocidad de propagación:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{4\pi}{\pi/10}$$

v = 40 m/s

PROBLEMA 11

En un alambre tenso se producen ondas transversales descritas por la siguiente ecuación:

$$y = 0{,}3 \text{ sen} \left(\frac{\pi}{2} x - \frac{\pi}{3} t \right)$$

Determine:

ⓐ La longitud de onda
ⓑ el periodo
ⓒ la velocidad de propagación de las ondas.

RESOLUCION:

* La ecuación general de una onda es:

$$y = A \text{ sen } (kx - \omega t)$$

* Comparando con la ecuación dada:

$$y = 0{,}3 \text{ sen} \left(\frac{\pi}{2} x - \frac{\pi}{3} t \right)$$

ⓐ Comparando el número de onda (k)

$$k = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

λ = 4 m

ⓑ Comparando la frecuencia angular (ω)

$$\omega = \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{T = 6\ \text{s}}$$

ⓒ La velocidad de propagación de la onda es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{4\ \text{m}}{6\ \text{s}}$$

$$\boxed{v = 0{,}67\ \text{m/s}}$$

PROBLEMA 12

Determine la velocidad de propagación de una onda cuya vibración vertical esta dada por la siguiente ecuación:

$$y = 0{,}1\ \text{sen}\ 2\pi(0{,}2x - 7t)$$

RESOLUCION:

* La ecuación general de una onda es:

$$y = A\ \text{sen}\ (kx - \omega t)\ \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

* Además: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ y $\omega = \frac{2\pi}{T}$

* Reemplazando en (1):

$$y = A\ \text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right)$$

* La ecuación de onda también se escribe de la siguiente manera:

$$\boxed{y = A\ \text{sen}\ 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)}$$

* Comparando con la ecuación dada:

$$y = 0{,}1\ \text{sen}\ 2\pi(0{,}2x - 7t)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 0{,}2$$

$$\boxed{\lambda = 5\ \text{m}}$$

* Además $\frac{1}{T} = 7$

$$\boxed{T = 1/7\ \text{s}}$$

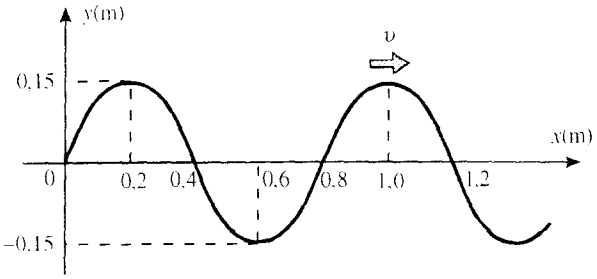
* La velocidad de propagación es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{5\ \text{m}}{1/7\ \text{s}}$$

$$\boxed{v = 35\ \text{m/s}}$$

PROBLEMA 13

Sobre los ejes "x" e "y" se muestran las ondulaciones de una cuerda que vibra con una frecuencia de 4 Hz. Halle la ecuación de las ondas que se propagan hacia la derecha.



RESOLUCION:

* La ecuación general de una onda transversal es:

$$y = A\ \text{sen}\ 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\ \ldots\ldots\ (1)$$

* Para hallar esta ecuación debemos determinar A, λ y T

* La amplitud (A) se observa en el diagrama:

$$\boxed{A = 0{,}15\ \text{m}}$$

* La longitud de onda (λ) también se observa en el diagrama:

$$\boxed{\lambda = 0{,}8\ \text{m}}$$

* El periodo (T) se halla a partir de la frecuencia:

$$f = 1/T$$

$$4\ \text{Hz} = 1/\text{T}$$

$$\boxed{T = 1/4\ \text{s}}$$

* Reemplazando A, λ y T en la ecuación (1):

$$y = 0{,}15\ \text{sen}\ 2\pi\left(\frac{x}{0{,}8} - \frac{t}{1/4}\right)$$

$$\boxed{y = 0{,}15\ \text{sen}\ 2\pi\left(\frac{5}{4}x - 4t\right)}$$

AUTOEVALUACION

01 Algunas ondas son llamadas mecánicas porque requieren ..... para propagarse.
a) una energía b) un periodo
c) una longitud de onda d) una frecuencia
e) un medio elástico

02 Señale con "V" verdadero o "F" falso con respecto a las ondas mecánicas
I. Es una perturbación física
II. Transportan energía
III. No transportan materia
a) VVF b) VFV c) FVV
d) VVV e) VFF

03 Las ondas de sonido son:
I. mecánicas II. transversales
III. longitudinales
a) I y II b) II y III c) I y III
d) I e) II

04 Las ondas de agua son:
a) longitudinales b) transversales
c) longitudinales o transversales
d) combinación de longitudinales y transversales.
e) N.A.

05 Una onda es transversal cuando produce vibraciones ..... a la propagación de la onda.
a) opuestas b) paralelas c) colineales
d) perpendiculares e) N.A.

06 Seleccione con verdadero (V) o falso (F):
I. En una cuerda de violín las ondas producidas son transversales
II. Las ondas sonoras son longitudinales
III. Todas las ondas mecánicas son transversales.
a) VVV b) VVF c) VFV
d) FVV e) VFF

07 En una onda longitudinal el medio se mueve de un lado a otro en una dirección ..... a la dirección de propagación de la onda.
a) perpendicular b) paralela
c) opuesta d) normal
e) diferente

08 Seleccione las afirmaciones ciertas:
I. La cresta es el punto más alto de la onda.
II. El valle es el punto más bajo de la onda.
III. La longitud de onda es la distancia entre una cresta y un valle próximo.
a) I y II b) I c) II
d) II y III e) I y III

09 Con respecto a las ondas sonoras; son verdaderas (V) o falsas (F):
I. se propagan en el vacío
II. son mecánicas
III. transportan energía sin transferir materia.
a) FVV b) FFV c) FFF
d) VFF e) VFV

10 Cuando aumentamos la tensión en una cuerda, las ondas transversales producidas en esta cuerda viajan .....
a) con mayor rapidez
b) con menor rapidez
c) con igual rapidez
d) no se propagan
e) N.A.

11 Las ondas transversales en una cuerda gruesa con respecto a una cuerda delgada, bajo la misma tensión, son:
a) más rápidas b) más lentas
c) muy rápidas d) tienen igual rapidez
e) N.A.

12 Si duplicamos la tensión en un alambre, ¿qué sucede con la velocidad de propagación de las ondas transversales producidas en este alambre?
a) disminuye a la mitad
b) disminuye c) se duplica
d) aumenta
e) No varía

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 13

La longitud de onda de una onda, que viaja a 200 m/s, es de 0.5 m. ¿Cuál es su frecuencia?

a) 100 Hz b) 200 Hz c) 300 Hz
d) 400 Hz e) 500 Hz

PROBLEMA 14

Una balsa de madera, flotando en el mar, completa 8 oscilaciones en 10 s. Si las ondas de agua en el mar corren con una velocidad de 4 m/s, halle su longitud de onda.

a) 3 m b) 4 m c) 5 m d) 6 m e) 7 m

PROBLEMA 15

Cierto día, cuando la velocidad del sonido es de 340 m/s, la frecuencia de una onda sonora es de 400 Hz. Hállese la longitud de onda de estas ondas sonoras.

a) 0,85 m b) 0,75 m c) 0,65 m
d) 0,55 m e) 0,45 m

PROBLEMA 16

Una onda tiene una frecuencia de 60 Hz y una longitud de onda de 2 m. ¿Cuáles son el periodo y la velocidad de propagación?

a) 0,017 s y 120 m/s b) 0,017 s y 30 m/s
c) 0,027 s y 120 m/s d) 0,027 s y 30 m/s
e) 0,037 s y 60 m/s

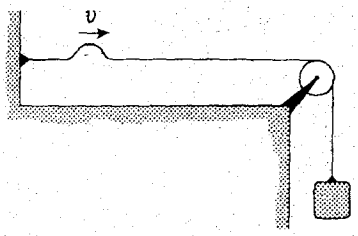
PROBLEMA 17

La tensión en un alambre es de 200 N, su densidad lineal de 0,02 kg/m. ¿Con qué velocidad se propagan las ondas transversales en este alambre?, en m/s.

a) 100 b) 110 c) 120 d) 130 e) 140

PROBLEMA 18

Una cuerda cuya densidad lineal es 0,03 kg/m soporta en su extremo un bloque de 108 N, ¿con qué velocidad "v" avanzará la onda producida en el otro extremo de la cuerda?



a) 30 m/s
b) 40 m/s
c) 50 m/s
d) 60 m/s
e) 70 m/s

PROBLEMA 19

Un alambre de acero, cuya densidad lineal es de 0,2 kg/m, está amarrado entre dos postes de manera que las ondas transversales producidas viajan con una velocidad de 30 m/s, halle la tensión en el alambre.

a) 100 N b) 120 N c) 140 N
d) 160 N e) 180 N

PROBLEMA 20

Una cuerda se estira entre dos postes verticales de tal modo que soporta una tensión de 128 N. Halle su densidad lineal si las ondas tranversales en esta cuerda se propagan con una rapidez de 40 m/s.

a) 0,06 kg/m b) 0,07 kg/m c) 0,08 kg/m
d) 0,09 kg/m e) 0,10 kg/m

PROBLEMA 21

La ecuación de una onda transversal es:

$$y = 2{,}3 \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{x}{6} - \frac{t}{5}\right)$$

en donde "x" está en metros y "t" en segundos. La longitud de onda y el periodo son respectivamente.

a) 3 m y 5 s b) 6 m y 2,5 s c) 6 m y 5 s
d) 3 m y 2,5 s e) 12 m y 5 s

PROBLEMA 22

Haciendo uso de la ecuación transversal de la onda determine su respectiva velocidad de propagación, en m/s.

$$y = 3{,}6 \operatorname{sen} 2\pi\,(0{,}2x - 4t)$$

"x" está en metros y "t" en segundos.

a) 20 b) 25 c) 30
d) 35 e) 40

PROBLEMA 23

La ecuación general de una onda transversal es:

$$y = 0{,}46 \text{ sen } 2\pi (2x + 3t)$$

en donde "x" e "y" están en metros y "t" en segundos. La afirmación incorrecta será:

a) la onda se propaga hacia la izquierda
b) la amplitud de la onda es de 0,46 m
c) el periodo de la onda es 0,33 s
d) la longitud de onda es de 2 m
e) la frecuencia de la onda es de 3 Hz.

NIVEL II

PROBLEMA 24

La luz se compone de ondas electromagnéticas transversales. La luz amarilla tiene una frecuencia de $5 \cdot 10^{14}$ Hz y se propaga en el vacío con una velocidad de $3 \cdot 10^{8}$ m/s. ¿Cuál es su longitud de onda?

a) $0{,}5 \cdot 10^{-6}$ m b) $0{,}6 \cdot 10^{-6}$ m c) $0{,}7 \cdot 10^{-6}$ m
d) $0{,}8 \cdot 10^{-6}$ m e) $0{,}9 \cdot 10^{-6}$ m

PROBLEMA 25

La frecuencia de una onda viajera es de 50 Hz. ¿Cuánto tarda una longitud de onda en pasar por un determinado punto?

a) 0,01 s b) 0,02 s c) 0,03 s
d) 0,04 s e) 0,05 s

PROBLEMA 26

Un pescador observa que cada 2 s una cresta de ola de mar golpea el acantilado, si las olas recorren 8 m en 5 s, ¿cuál es su longitud de onda?

a) 3,2 m b) 4,2 m c) 5,2 m
d) 6,2 m e) 7,2 m

PROBLEMA 27

La relación entre la longitud de onda λ, la frecuencia f y la velocidad de propagación v de una onda es:

a) $v = f/\lambda$ b) $v = \lambda f^2$ c) $\lambda = f/v$
d) $f = v/\lambda$ e) $f = \lambda/v$

PROBLEMA 28

Una cable delgado, tensado con una fuerza de 80 N, tiene una masa de 0,4 kg y una longitud de 8 m. Halle la velocidad de propagación de las ondas que se generan en esta cuerda, en m/s.

a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50

PROBLEMA 29

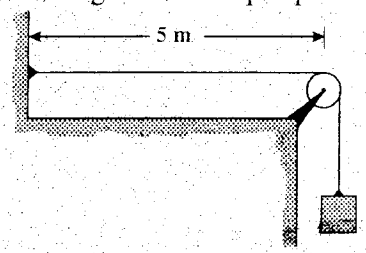
Una cuerda de masa "m" estirada horizontalmente soporta una tensión "F", los pulsos en esta cuerda viajan con velocidad "v". ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

a) $\frac{mv}{F}$ b) $\frac{mF}{v^2}$ c) $\frac{mv^2}{F}$ d) $\frac{Fv^2}{m}$ e) $\frac{F}{mv^2}$

PROBLEMA 30

¿Cuánto tardaría un pulso producido en el extremo de una cuerda fija en la pared para llegar hasta la polea?, la densidad lineal de la cuerda es de 0,4 kg/m. El bloque pesa 250 N.

a) 0,1 s
b) 0,2 s
c) 0,3 s
d) 0,4 s
e) 0,5 s



PROBLEMA 31

La ecuación:

$$y = 8 \text{ sen } 2\pi \left(\frac{x}{20} - \frac{t}{2} \right)$$

describe una onda, todas las longitudes están en centímetros y el tiempo en segundos. Se puede concluir que:

a) la amplitud es 4 cm
b) la longitud de onda es $10/\pi$ cm
c) El periodo es 2 s.
d) la frecuencia es de 2 Hz
e) la onda viaja hacia la izquierda

PROBLEMA 32

Escriba la ecuación de una onda senoidal que se propague hacia la izquierda a 20 m/s, tenga una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 0,36 m.

a) 0,36 sen 2π $(5x + t/4)$

b) 0,36 sen 2π $(x/5 + 4t)$

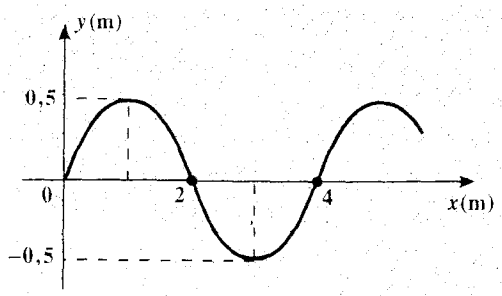
c) 0,36 sen $2\pi(x/4 + 5t)$

d) 0,36 sen $2\pi(4x + 5t)$

e) 0,36 sen $2\pi(5x + 4t)$

PROBLEMA 33

Una onda se propaga hacia la derecha con una velocidad de 8 m/s, como se puede ver en el diagrama. Escriba la ecuación de la onda.



a) $0{,}5 \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{x}{4} - \frac{t}{2}\right)$ b) $0{,}5 \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{x}{2} - \frac{t}{4}\right)$

c) 0,5 sen $2\pi(4x - 2t)$ d) 0,5 sen $2\pi(2x - 4t)$

e) 0,5 sen $2\pi(x/4 - 2t)$

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E	D	C	D	D	B	B	A	A	A	B	D	D	C	A	A	A	D	E	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
C	A	D	B	B	A	D	D	C	B	C	B	E

25 Capítulo

Estática de FLUIDOS

OBJETIVOS	
1.	*Calcular la densidad y el peso específico de los objetos.*
2.	*Definir y aplicar los conceptos de presión y fuerza de empuje*
3.	*Estudiar la ley de Pascal y su aplicación en la prensa hidraúlica.*

©LHDV

25.1. INTRODUCCION

Los tres estados o fases de la materia; son sólido, líquido y gaseoso.

- Un ***sólido*** mantiene una forma definida, aún cuando se le aplique una fuerza no cambia de forma ni de volumen.
- Un ***líquido*** toma la forma del recipiente que lo contiene, pero, como los sólidos, no se comprime con facilidad.
- Un ***gas*** no tiene forma ni volumen fijos; ocupa el volumen de su recipiente, son facilmente compresibles.

> ***Los líquidos y los gases*** *no mantienen una forma fija, tienen la capacidad de fluir y son llamados* ***fluidos.***

25.2. DENSIDAD (ρ)

La ***densidad***, de un objeto, se define como su masa (m) por unidad de volumen (V).

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Unidades en el SI

m	V	ρ
kg	m^3	kg/m^3

25.3. PESO ESPECIFICO (γ)

El peso específico, de un objeto, se define como su peso (W) por unidad de volumen (V).

$$\gamma = \frac{W}{V}$$

Unidades en el SI

W	V	γ
N	m^3	N/m^3

Recordemos que el peso (W) es el producto entre la masa (m) y la aceleración de la gravedad (g)

$$W = mg$$

El peso específico será:

$$\gamma = \frac{mg}{V} = \left(\frac{m}{V}\right) g$$

$$\gamma = \rho g \qquad \rho : \text{densidad}$$

PROBLEMA 01

Se observa que el agua a 4°C tiene una densidad de 1 000 kg/m^3. Su peso específico es:

RESOLUCION:

* Determinamos el peso específico:

$$\gamma = \rho g = (1\,000\ kg/m^3)\ (9{,}8\ m/s^2)$$

$$\gamma = 9\,800\ N/m^3$$

25.4. PRESION (P)

Si ponemos un libro sobre la mesa, no importa como lo coloquemos, siempre tendrá una área (A) de apoyo y debido a su peso el libro ejercerá una fuerza (F) sobre esta área. La presión, es pués, la fuerza por unidad de área. Matematicamente:

Presión no es lo mismo que fuerza

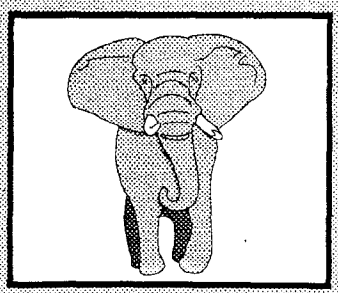
$$P = \frac{F}{A}$$

Donde la fuerza (F) es perpendicular al área de la superficie.

Unidades en el SI

F	A	P
N	m^2	$\frac{N}{m^2}$ = pascal (Pa)

¿Qué ventaja representa para un elefante que el extremo inferior de su patas sea grande y ancho?



A pesar del gran peso del elefante, la mayor área en sus patas le permite menores presiones sobre el terreno. De no tener patas anchas se hundiría en el terreno suelto.

PROBLEMA 02

El peso normal de un hombre es de 800 N, halle la presión sobre la planta de sus zapatos cuando está de pie. El área total de apoyo en el planta de sus zapatos es 0,05 m^2.

RESOLUCION:

* La fuerza que el hombre ejerce sobre sus zapatos se debe a su peso:

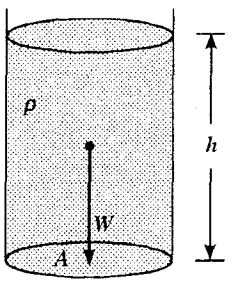
$$P = \frac{F}{A} = \frac{800\ \text{N}}{0{,}05\ \text{m}^2}$$

$$P = 16\,000\ \text{Pa}$$

$$\boxed{P = 16\ \text{kPa}}$$

25.5. PRESION HIDROSTATICA.

La presión que ejerce un bloque (sólido) sobre una mesa no es sino el peso del bloque dividido entre el área de contacto. Del mismo modo, en el caso de un líquido contenido en un recipiente cilíndrico, la presión que ejerce este líquido sobre el fondo del recipiente es igual al ***peso del líquido*** dividido entre el ***área*** del fondo.



Al igual que los sólidos, los líquidos también ejercen presión debido a su peso.

$$\text{Presión} = \frac{\text{peso del liquido}}{\text{área del fondo}}$$

$$P = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A}$$

Reemplazamos la masa (m) del líquido:

$$m = \rho V \quad (V\text{: volumen})$$

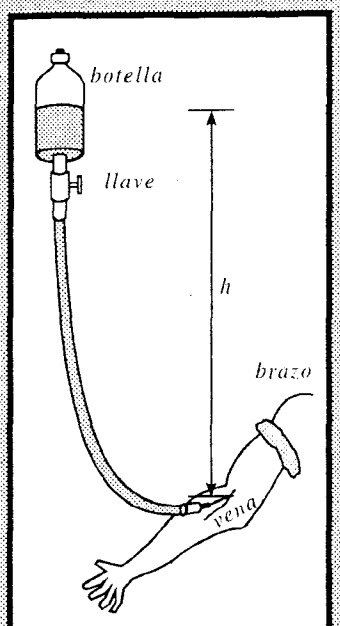
$$m = \rho A h$$

Luego:

$$P = \frac{(\rho A h)\, g}{A}$$

$$\boxed{P = \rho g h}$$

Cuando se debe inyectar suero intravenoso a un paciente, las botellas deben disponerse a cierta altura *h* para que la presión del suero en la aguja pueda superar la presión de la sangre en las venas.



Donde:

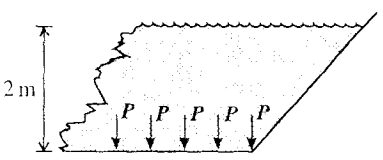
P : presión de líquido, en Pa.
ρ : densidad del líquido, en kg/m^3
g : aceleración de la gravedad, en m/s^2
h : profundidad del líquido, en m

PROBLEMA 03

¿Cuál es la presión del agua en el fondo de un estanque cuya profundidad es de 2 m?

RESOLUCION:

* Representamos la presión en el fondo del estanque:
para el auga: $\rho = 1\,000\ \text{kg/m}^3$

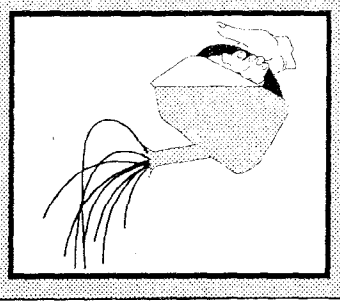


$P = \rho g h$

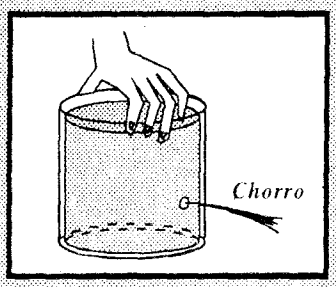
$P = (1000\ \text{kg/m}^3)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(2\ \text{m})$

$\boxed{P = 19\,600\ \text{Pa}}$

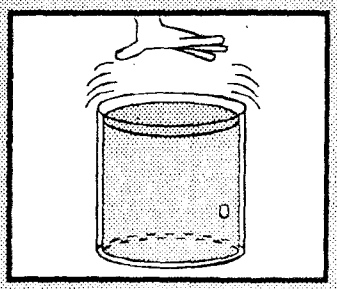
Los diversos chorros, en la boquilla de una regadera, demuestra que la presión en los líquidos actúa en todas las direcciones.



Si haces un orificio en una lata llena con agua, el agua saldrá, en forma de chorro, debido a la presión.



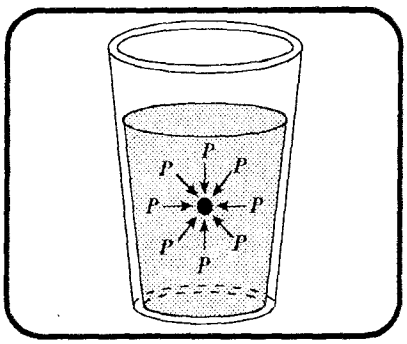
Si dejas caer esta lata con agua, observarás que el agua deja de salir, mientras que la lata cae libremente.



Este fenómeno se debe a que la presión hidrostática depende de la gravedad. Cuando la lata cae libremente, la gravedad efectiva es cero, por tanto, no hay presión, y el agua no sale.

25.6. CARACTERISTICAS DE LA PRESION HIDROSTATICA

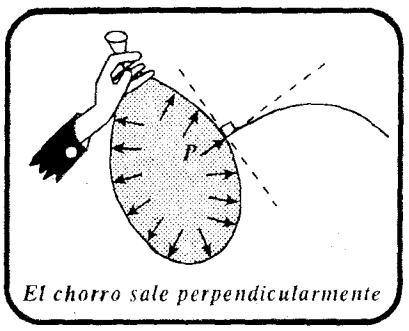
25.6.1 Experimentalmente se comprueba que un fluido ejerce una presión en todas direcciones.



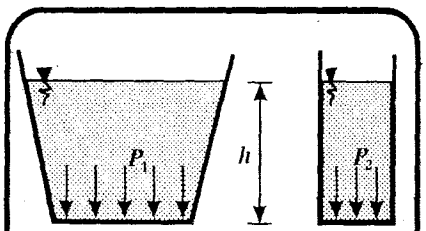
En un punto del interior de un líquido (gotita), hay presiones iguales en todas las direcciones. De lo contrario, esta gotita tendría que estar moviéndose.

25.6.2 Si con un alfiler pinchamos un globito de goma y lo llenamos con agua, veremos que sale un chorrito ***perpendicularmente*** a la pared:

La presión es perpendicular a las paredes del recipiente que contiene al líquido.



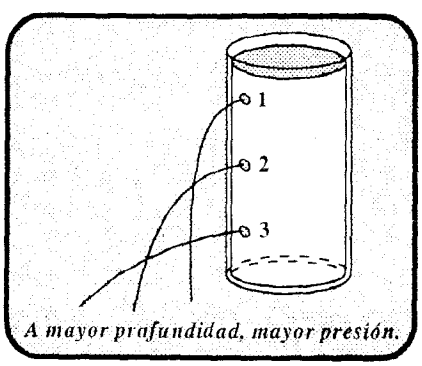
El chorro sale perpendicularmente



La presión depende solamente de la profundidad.

25.6.3 A una profundidad dada, la presión es independiente de la forma del recipiente. A pesar que, en el fondo, las áreas son diferentes, las presiones son iguales.

$\boxed{P_1 = P_2}$



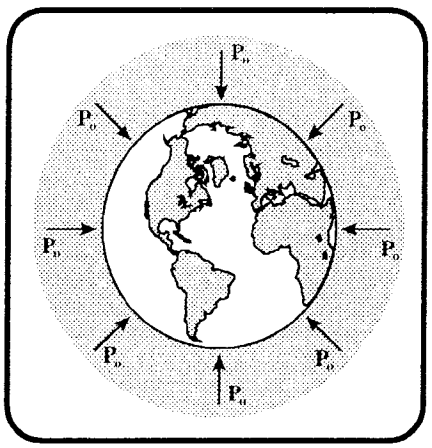
A mayor profundidad, mayor presión.

25.6.4 La presión de un líquido se incrementa con la profundidad. La presión mayor en el punto 3 permite una mayor velocidad de salida, y por consiguiente, un chorro con mayor alcance horizontal.

$\boxed{P_3 > P_2 > P_1}$

25.7. PRESION ATMOSFERICA (P_o):

La atmósfera es la capa de aire que envuelve a la Tierra, su espesor se calcula en unos 500 km, tiene peso y por lo tanto ejerce una presión sobre la superficie terrestre y sobre los objetos y las personas que viven en la tierra. Así como el agua de un lago ejerce presión sobre los peces y el fondo del lago, la atmósfera ejerce presión sobre los hombres, los objetos y la superficie terrestre.



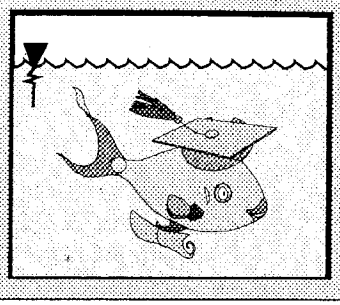
El peso del aire, es pues, la causa de la presión atmosférica. Estamos acostumbrados al aire invisible que a veces olvidamos que tiene peso y que ejerce presión sobre nosotros. Los peces quizá también "olvidan" que el agua pesa y ejerce presión hidrostática.

Al nivel del mar, la presión atmosférica es de aproximadamente:

$$P_o = 1{,}01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Cada m^2, sobre la superficie terrestre, soporta una columna de aire cuyo peso es aproximadamente 10^5 N.

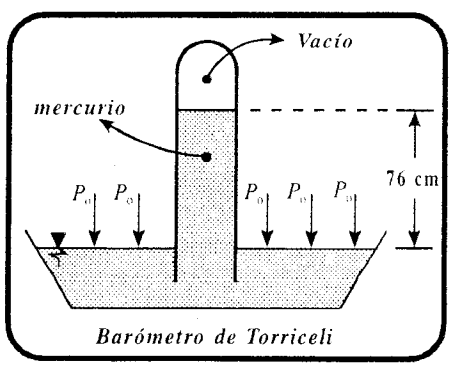
Estamos tan acostumbrados al peso del aire que nos olvidamos de su existencia; así también, los peces podrían "olvidarse" del peso del agua.



25.8. EL BAROMETRO SIMPLE:

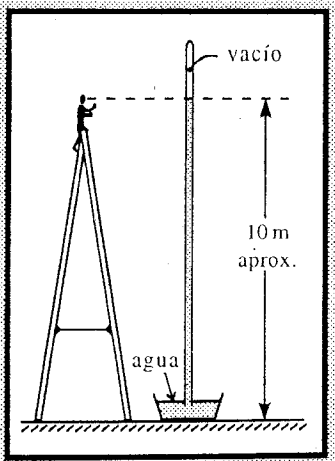
Se llama ***barómetro*** a cualquier instrumento usado para medir la presión atmosférica. En la siguiente figura se ilustra un barómetro simple de mercurio, ideado por Evangelista Torriceli, en el año 1944.

El ***barómetro de Torriceli*** es un tubo de vidrio de más de 76 cm de longitud, cerrado por uno de sus extremos, que es llenado con mercurio y se invierte, colocándolo en una cubeta de mercurio. Parte de mercurio del tubo invertido sale por el extremo inferior abierto sumergido en la cubeta hasta que la altura de mercurio en el tubo se hace de 76 cm sobre el recipiente.



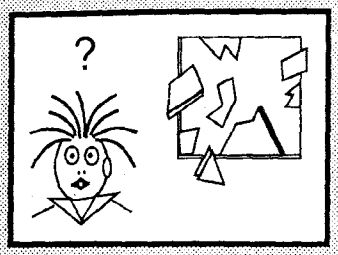
El barómetro se "equilibra" cuando el peso de mercurio, dentro del tubo, ejerce una presión equivalente a la presión atmosférica.

Si en vez de mercurio, se empleara agua para medir la presión atmosférica, debería emplearse un tuvo de más de 10 m de longitud.



Esto sucede porque el agua es casi 14 veces menos densa que el mercurio.

¿Porqué la presión atmosférica no es capaz de romper los vidrios de las ventanas?



A pesar de que cada cm² de la ventana, debido a la presión atmosférica, soporta una fuerza de 10 N, el vidrio no se rompe porque la presión atmosférica actúa en las dos caras de la ventana.

La presión atmosférica, es pues, equivalente a la presión que ejerce 76 cm de mercurio. Con esta experiencia, Torricelli logró medirla.

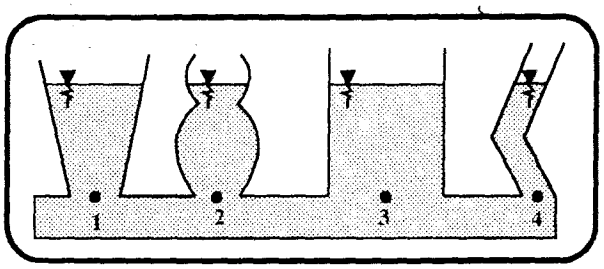
P_0 = presión de la columna de mercurio (76 cm)

$P_0 = \rho_{Hg} gh = (13\,600\ kg/m^3)\ (9{,}8\ m/s^2)\ (0{,}76\ m)$

$$P_0 = 1{,}013 \cdot 10^5\ N/m^2$$

25.9. VASOS COMUNICANTES:

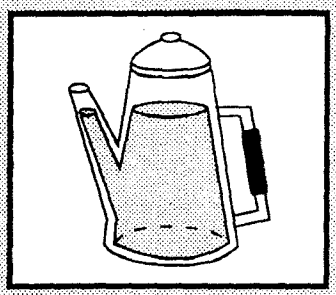
Es una serie de recipientes de areas y formas diferentes interconectados, como se ve en el diagrama. A simple vista, parecería que en el vaso más ancho debe haber mayor presión en el fondo, mientras que, en el fondo del vaso angosto, la presión debería ser menor. Sin embargo, si los vasos son llenados con agua, el nivel en cada vaso será el mismo.



Independientemente de la forma de los vasos y de las áreas, cada vaso ejerce la misma presión en sus fondos.

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4$$

La tetera, de uso doméstico, es un ejemplo de vaso comunicante.



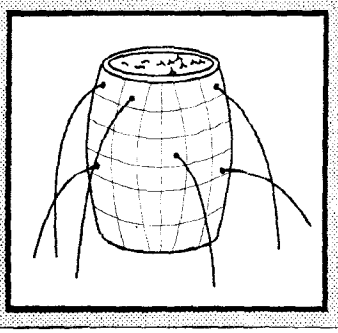
A cada lado el nivel de líquido es el mismo.

25.10. PRINCIPIO DE PASCAL:

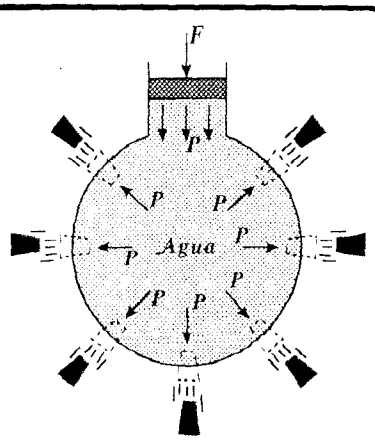
Luego de algunos experimentos, Blaise Pascal llegó a la conclusión que:

Una presión externa aplicada a un líquido encerrado se transmite uniformemente, con la misma intensidad, en todas las direcciones.

En un barril perforado los chorros de agua salen por todos los orificios porque, en un líquido , la presión actúa en todas las direcciones.



La demostración experimental de esta ley se lleva a cabo empleando una botella esférica en la que se ha practicado varios orificios. Empleando corchos, tapamos los orificios y llenamos la botella con agua. Aplicando una súbita presión (P) por el pistón, el agua transmitirá esta presión en todas las direcciones, haciendo saltar los corchos.

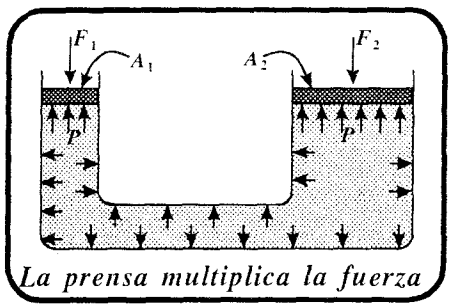


Los líquidos transmiten la presión, mas no, la fuerza.

25.11. PRENSA HIDRAULICA:

Es una de las mejores aplicaciones de la ley de Pascal, consiste de dos cilíndros intercomunicados que comparten el mismo líquido de trabajo.

De acuerdo con el principio de Pascal, una presión aplicada en el líquido del cilindro izquierdo se transmitirá, con la misma intensidad, al líquido del cilindro derecho. De este modo, una fuerza F_1, aplicada en el pistón menor, producirá una fuerza F_2 en el pistón mayor:

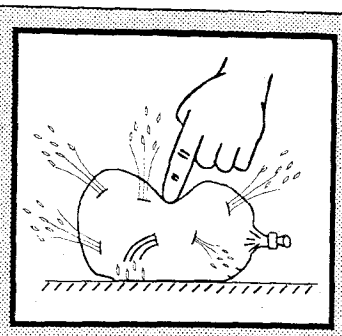


La prensa multiplica la fuerza

Presión de entrada = Presión de salida

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

A_1 y A_2 son las áreas de los pistones.



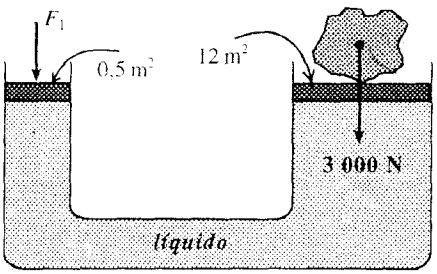
El dedo aplica una presión que se transmite en todo el globo. Esto se comprueba por el hecho de que el agua es impulsada hacia afuera por todos los hoyos del globo.

PROBLEMA 04

Las áreas de los pistones de una prensa hidraúlica son de 0,5 m^2 y 12 m^2. ¿Qué fuerza se debe aplicar en el pistón menor para levantar una carga de 3 000 N colocada en el pistón mayor?

RESOLUCION:

* Representamos la prensa hidraúlica:

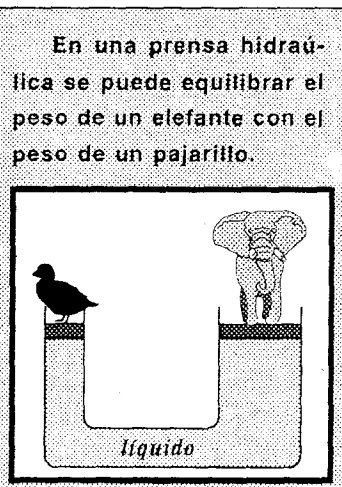


$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Reemplazando datos:

$$\frac{F_1}{0{,}5\ m^2} = \frac{3\,000\ N}{12\ m^2}$$

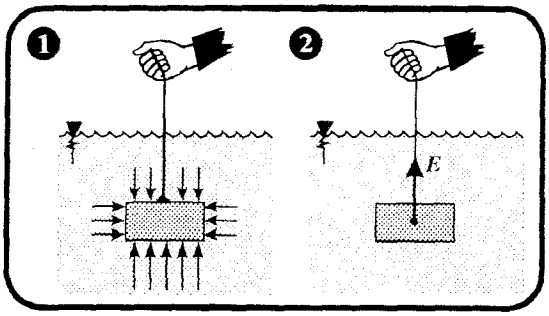
$$\boxed{F_1 = 125\ N}$$



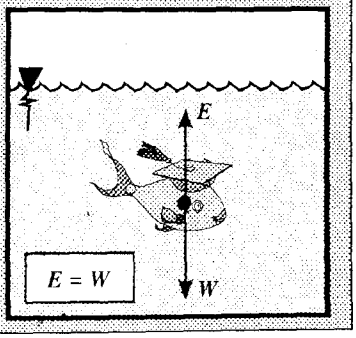
En una prensa hidraúlica se puede equilibrar el peso de un elefante con el peso de un pajarillo.

25.12. EL EMPUJE (E) HACIA ARRIBA: (flotación)

Cuando se sumerge un cuerpo en un líquido parece que pesara menos. Lo sentimos personalmente cuando nos sumergimos en una piscina. Esta disminución del peso se debe a que el líquido ejerce sobre el cuerpo una fuerza hacia arriba.

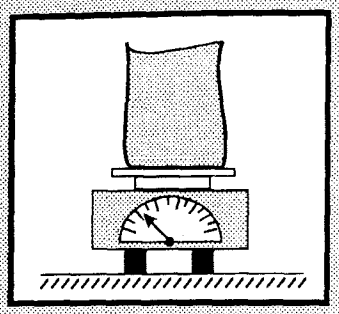


La figura 1 muestra las presiones que el líquido ejerce sobre el cuerpo. La figura 2 muestra la fuerza (E) hacia arriba a causa de esta diferencia de presiones.

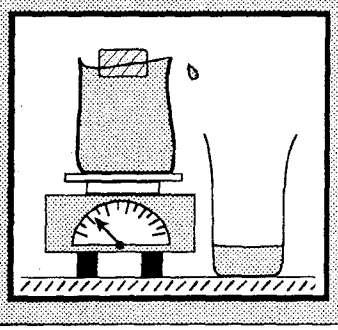


Un pez *se estabiliza a* cierta profundidad en el mar, *cuando el empuje (fuerza de flotación) del* agua equivale *al peso del pez.*

La balanza mide el peso de la jarra llena con agua.



Si haces flotar un cubo de madera desplazarás un volumen de agua, pero, la balanza siempre da la misma lectura.



Todo cuerpo sumergido (total o parcialmente) en un líquido recibe una fuerza de abajo hacia arriba. Esta fuerza se llama empuje hidrostático (E).

25.13. VOLUMEN DEL LIQUIDO DESALOJADO

Cuando se sumerge un objeto en un recipiente inicialmente lleno hasta el borde, el volumen de agua que derrama (desaloja) es igual al volumen del objeto.

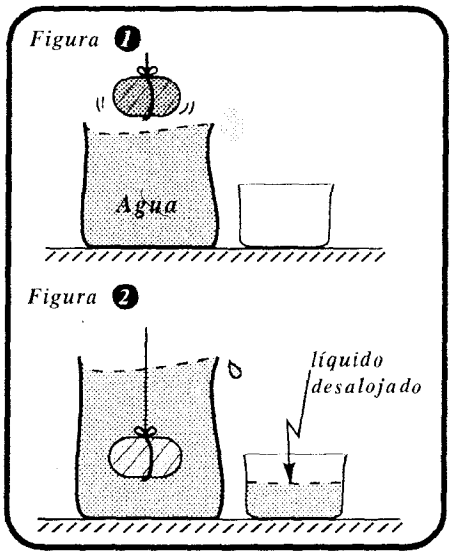


Figura ①

El agua llena el recipiente hasta el borde, y la piedra deberá ser sumergida en el agua.

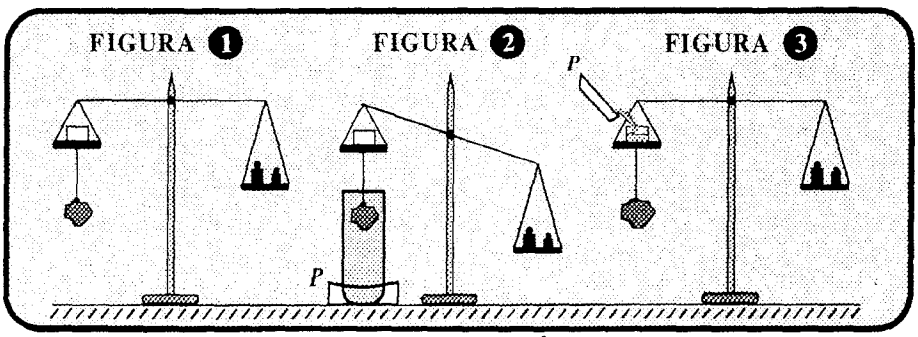
Figura ②

La piedra desaloja un volumen de agua equivalente al volumen de la piedra.

$$V_{\text{piedra}} = V_{\text{agua desalojada}}$$

25.14. VALOR DEL EMPUJE O FUERZA DE FLOTACION

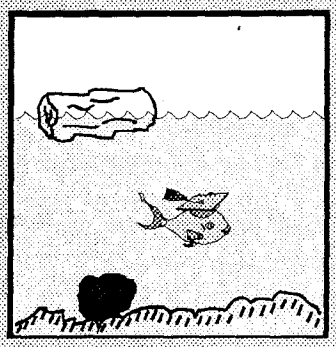
El empuje sobre un cuerpo sumergido, en el agua o en cualquier otro líquido, se puede calcular experimentalmente con el siguiente procedimiento:



① En el platillo corto se coloca un vaso vacío, y también colgamos una piedra; luego se equilibra la balanza colocando pesas en el platillo largo.

② Se sumerge la piedra en un recipiente que contiene agua hasta el borde; se romperá el equilibrio de la balanza y se derramará el agua, que será recogida en un plato P.

③ En el vaso colocado en el platillo corto se volca el agua recogida en el plato P.



La madera flota en el agua porque es menos densa que el agua. La piedra se *hunde porque es* más densa que el agua. El pez no flota ni se hunde porque tiene la misma densidad que el agua.

Al terminar la tercera operación, la balanza recobrará su equilibrio y llegaremos a la siguiente conclusión:

> *Sobre un cuerpo sumergido en un líquido, el empuje es igual al peso del líquido desalojado.*

Empuje = Peso del líquido desalojado.

$E = mg$ ..... (m: masa del líquido desalojado)

$E = (\rho_L V)g$ .... ρ_L : densidad del líquido

V : Volumen desalojado o volumen sumergido del cuerpo.

$$E = \rho_L g V$$

Unidades en el SI

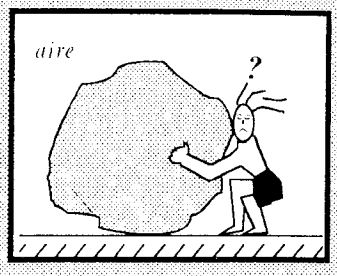
ρ_L	g	V	E
kg/m^3	m/s^2	m^3	N

25.15. PRINCIPIO DE ARQUIMEDES:

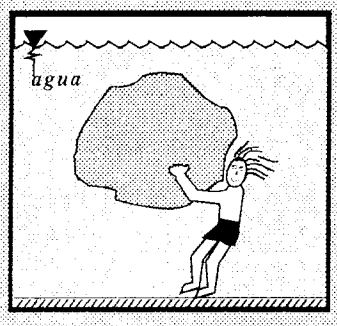
Resumiendo las conclusiones estudiadas anteriormente, Arquímedes enunció:

> *Todo cuerpo sumergido en un líquido recibe un empuje (E), de abajo hacia arriba, igual al peso del líquido desalojado.*

En el aire, las piedras grandes son tan pesadas que el hombre no puede levantarlas.



Dentro del agua podemos levantar grandes piedras porque parecen más livianas.



La disminución aparente de peso, de los objetos dentro del agua, se debe al empuje o fuerza de flotación del agua.

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 05

Un objeto tiene un volumen de 0,002 m^3 y pesa 120 N en el aire. Al ser sumergido completamente en agua: $g = 10$ m/s^2

ⓐ ¿Qué empuje recibe del agua?

ⓑ ¿Cuánto pesa sumergido?

RESOLUCION:

* El diagrama muestra un objeto sumergido, suspendido de un hilo.

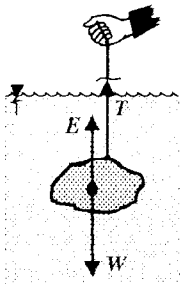
ⓐ Cálculo del empuje:

$$E = \rho_L g V$$

Para el agua $\rho_L = 1\,000$ kg/m^3

$E = (1\,000\,\text{kg/m}^3)(10\,\text{m/s}^2)(0{,}002\,\text{m}^3)$

$$\boxed{E = 20\ \text{N}}$$



ⓑ Sumergido, su peso equivale a la tensión en la cuerda:

Del diagrama: $T + E = W$

$$\boxed{T = W - E}$$

T : peso del objeto en el agua

W : peso del objeto en el aire

E : empuje del agua

Reemplazando:

$T = 120\ \text{N} - 20\ \text{N}$

$$\boxed{T = 100\ \text{N}}$$

PROBLEMA 06

Una piedra pesa 140 N en el aire, halle su

peso cuando es sumergida completamente en alcohol (ρ_L = 800 kg/m^3). La piedra tiene un volumen de 0,003 m^3. g = 10 m/s^2

RESOLUCION:

* Calculamos el empuje del alcohol:

$$E = \rho_L g V$$
$$E = (800\ \text{kg/m}^3)(10\ \text{m/s}^2)(0{,}003\ \text{m}^3)$$
$$E = 24\ \text{N} \quad \ldots\ldots (1)$$

* El peso en el acohol (T) es igual al peso en el aire (W), menos el empuje (E):

$$T = W - E$$
$$T = 140\ \text{N} - 24\ \text{N}$$
$$\boxed{T = 116\ \text{N}}$$

PROBLEMA 07

¿Cuál es el volumen de un cuerpo cuyo peso disminuye 40 N al ser sumergido en agua? g = 10 m/s^2

RESOLUCION:

* La disminución del peso de un cuerpo sumergido se debe al empuje:

$$E = \rho_L g V$$
$$40\ \text{N} = (1\,000\ \text{kg/m}^3)(10\ \text{m/s}^2)V$$
$$\boxed{V = 0{,}004\ \text{m}^3}$$

PROBLEMA 08

Un trozo de vidrio pesa 0,8 N en el aire y 0,5 N en el agua. Halle su respectivo volumen. g = 10 m/s^2

RESOLUCION:

* Recordemos que:

$$T = W - E$$

* Donde:

T : peso en el agua
W : peso en el aire
E : empuje del agua

* Despejando el empuje:

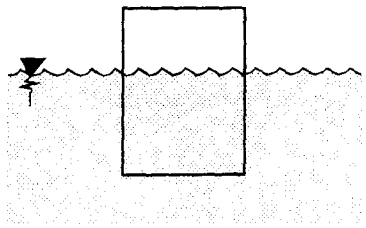
$$E = W - T$$

* Reemplazado:

$$\rho_L g V = W - T$$
$$(1\,000\ \text{kg/m}^3)(10\ \text{m/s}^2)V = 0{,}8\ \text{N} - 0{,}5\ \text{N}$$
$$(10^4\ \text{N/m}^3)V = 0{,}3\ \text{N}$$
$$\boxed{V = 3 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3}$$

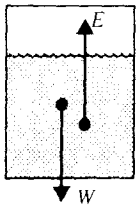
PROBLEMA 09

Un bloque de madera flota sobre el agua, como se ve en el diagrama, su peso es de 80 N. Halle el volumen de madera que está bajo la superficie. g = 10 m/s^2



RESOLUCION:

* Como el bloque está flotando, estará en equilibrio.



$$\Sigma F = 0$$
$$E = W$$
$$\rho_L g V = W$$
$$(1\,000\ \text{kg/m}^3)(10\ \text{m/s}^2)V = 80\ \text{N}$$
$$\boxed{V = 0{,}008\ \text{m}^3}$$

PROBLEMA 10

Una boya cilíndrica pesa 180 N y ocupa un volumen de 0,04 m^3. Determine la densidad del material que constituye la boya. g = 10m/s^2

RESOLUCION:

* Deduzcamos una relación entre el peso (W), la densidad (ρ_c) y el volumen (V_c) de cualquier cuerpo.

$$\text{Peso específico} = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}}$$
$$\rho_c g = \frac{W}{V_c}$$

$$\boxed{W = \rho_c g V_c}$$

* Reemplazando datos:

$$180\ \text{N} = \rho_c (10\ \text{m/s}^2)(0{,}04\ \text{m}^3)$$

$$\rho_c = \frac{180}{0{,}4}\ \text{kg/m}^3$$

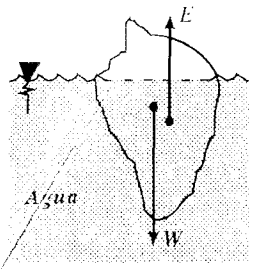
$$\boxed{\rho_c = 450\ \text{kg/m}^3}$$

PROBLEMA 11

Un trozo de hielo flota en el agua con el 90 % de su volumen sumergido en ésta. Halle la densidad del hielo.

RESOLUCION:

* Hacemos el DCL del hielo, flotando en el agua:



El volumen sumergido (V) es el 90 % de todo el volumen (V_c) del cuerpo (hielo)

$$V = 0{,}9\ V_c \ldots\ (1)$$

* Del diagrama: $W = E$

$$\rho_c g V_c = \rho_L g V$$

$$\rho_c V_c = \rho_L V$$

* Reemplazando datos:

$$\rho_c V_c = (1000\ \text{kg/m}^3)(0{,}9\ V_c)$$

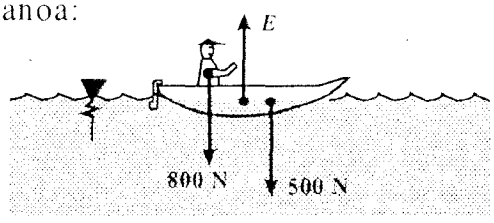
$$\boxed{\rho_c = 900\ \text{kg/m}^3}$$

PROBLEMA 12

Una persona de 80 kg viaja en una canoa de 50 kg a través de un lago. ¿Qué volumen de la canoa se sumerge en el agua? $g = 10\ \text{m/s}^2$

RESOLUCION:

* Representamos a la persona viajando en la canoa:



equilibrando las fuerzas.

$$E = 800\ \text{N} + 500\ \text{N}$$

$$\rho_L g V = 1\,300\ \text{N}$$

$$(1\,000\ \text{kg/m}^3)(10\ \text{m/s}^2)V = 1300\ \text{N}$$

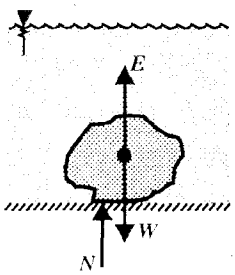
$$\boxed{V = 0{,}13\ \text{m}^3}$$

PROBLEMA 13

Una piedra tiene un peso de 120 N y ocupa un volumen de 0,004 m^3. Si se halla en el fondo de una piscina con agua, ¿con qué fuerza estará presionando el fondo?

RESOLUCION:

* Hacemos el DCL de la piedra en el fondo de la piscina:



$$E + N = W$$

$$N = W - E$$

$$N = W - \rho_L g V$$

Reemplazando:

$$N = 120\ \text{N} - (1\,000\ \text{kg/m}^3)(10\ \text{m/s}^2)(0{,}004\ \text{m}^3)$$

$$N = 120\ \text{N} - 40\ \text{N}$$

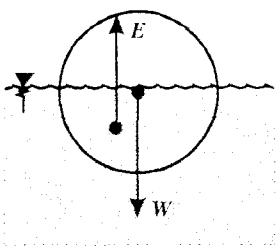
$$\boxed{N = 80\ \text{N}}$$

PROBLEMA 14

Una esfera sólida de metal flota en mercurio, con la mitad de su volumen dentro de él. Halle la densidad del metal que constituye la esfera.
La densidad del mercurio es de 13 600 kg/m^3

RESOLUCION:

* Hacemos el DCL de la esfera de metal sumergida en mercurio hasta la mitad.



$$E = W$$

$$\rho_L g V = \rho_c g V_c$$

$$\rho_L V = \rho_c V_c \ldots..(1)$$

* Como la mitad está sumergida se tendrá que:

$$V = \frac{V_c}{2} \quad \ldots\ldots (2)$$

* Reemplazando (2) en (1):

$$\rho_L \left(\frac{V_c}{2}\right) = \rho_c V_c$$

$$\frac{\rho_L}{2} = \rho_c$$

$$\frac{13\,600 \text{ kg/m}^3}{2} = \rho_c$$

$$\boxed{\rho_c = 6\,800 \text{ kg/m}^3}$$

PROBLEMA 15

Un bloque de aluminio cuyo volumen es de 0,1 m^3 se encuentra completamente sumergido en agua. El bloque está suspendido por medio de un cable. Hállese:

ⓐ La masa y el peso del bloque de aluminio;
ⓑ El empuje que ejerce el agua;
ⓒ La tensión en el cable.

La densidad del aluminio es de 2 700 kg/m^3

$g = 10 \text{ m/s}^2$

RESOLUCION:

ⓐ Hallamos la masa del bloque:

$$m = \rho V = (2\,700 \text{ kg/m}^3)(0{,}1 \text{ m}^3)$$

$$\boxed{m = 270 \text{ kg}}$$

Calculamos el peso:

$$W = mg = (270 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2)$$

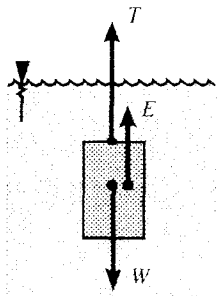
$$\boxed{W = 2\,700 \text{ N}}$$

ⓑ Determinamos el empuje hidrostático:

$$E = \rho_L g V = (1000 \text{ kg/m}^3)(10 \text{ m/s}^2)(0{,}1 \text{ m}^3)$$

$$\boxed{E = 1\,000 \text{ N}}$$

ⓒ Hacemos el DCL del bloque de aluminio sumergido completamente en el agua:



* Equilibrando:

$$T + E = W$$

$$T = W - E$$

* Reemplazando:

$$T = 2\,700 \text{ N} - 1\,000 \text{ N}$$

$$\boxed{T = 1\,700 \text{N}}$$

AUTOEVALUACION

01 Señale si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):

I. Un gas llena el recipiente en el cual se encuentra.
II. Los líquidos adoptan la forma del recipiente que los contiene
III. Un sólido tiene forma fija.

a) VVF b) VVV c) VFV
d) VFF e) VFF

02 De las siguientes afirmaciones cual (es) es (son) verdaderas:

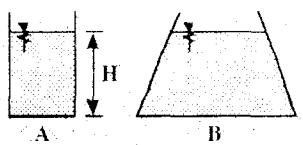
I. En el SI la presión se mide en newtons
II. La presión es la fuerza ejercida por unidad de área
III. Los líquidos también ejercen presión

a) I y II b) II y III c) I y III
d) II e) III

03 Cuando un buzo desciende en el mar, la presión sobre el buzo...

a) aumenta b) disminuye c) no varía
d) falta conocer el tamaño del buzo
e) falta conocer la densidad del agua del mar

04 Dos depósitos de diferente forma se han llenado parcialmente con agua. ¿En qué depósito será mayor la presión en el fondo?



a) en A b) en B
c) son iguales
d) F. datos
e) N.A.

05 La presión hidrostática en el fondo de una piscina es independiente de:

a) la profundidad b) la densidad del agua
c) la gravedad d) el área del fondo
e) N.A.

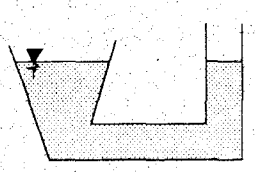
06 Con respecto a la presión hidrostática, no es cierto que:

a) actúa en todas las direcciones.
b) es perpendicular a las paredes del recipiente.
c) es independiente de la forma del recipiente
d) es independiente de la gravedad
e) aumenta con la profundidad

07 ¿Cuántos de los siguientes materiales son fluidos a la temperatura ambiente? Vidrio, mercurio, aire, oro alcohol, madera

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

08 Se muestra dos vasos comunicantes que contienen algún líquido, con respecto a estos vasos, las afirmaciones ciertas serán:



I. ambos vasos ejercen la misma presión en sus fondos
II. en el vaso más angosto es mayor la altura del líquido
III. la presión en los fondos de los vasos depende del área de sus fondos.

a) I b) II c) III d) I y II e) I y III

09 Con respecto a la presión atmosférica podemos afirmar que:

I. se debe al peso del aire
II. disminuye con la altura
III. es aproximadamente $2 \cdot 10^4$ Pa

a) I y II b) I y III c) II y III
d) I e) Todas

10 En la sierra la presión atmosférica es ..... que en la costa.

a) mayor b) igual c) menor
d) podría ser mayor e) N.A.

11 Por primera vez, la presión atmosférica fué medida por:

a) Galileo b) Newton c) Pascal
d) Torriceli e) Arquímedes

12 Señale con verdadero (V) o falso (F) con respecto a la presión atmosférica.

I. se mide con el barómetro
II. equivale a la presión que ejerce una columna de 76 cm de mercurio
III. equivale a la presión que ejerce una columna de 10 m de agua aproximadamente.

a) VVF b) VFV c) FVV d) FFV e) VVV

13 Según la ley de Pascal, los líquidos transmiten:

a) la fuerza b) la presión
c) la energía d) el movimiento
e) el desplazamiento

14 En una prensa hidraúlica:

I. Se transmite la presión de uno hacia el otro pistón
II. Se multiplica la fuerza aplicada en el pistón menor.
III. funciona obedeciendo la ley de Pascal.

Son ciertas:

a) I y II b) II y III c) I y III
d) II e) Todas

15 ¿Cuales de las siguientes afirmaciones son ciertas?

I. Un nadador flota con más facilidad en agua salada que en agua dulce.
II. El hierro sólido siempre se hunde en el mercurio
III. El aceite flota en agua porque tiene menor densidad que el agua.

a) I y II b) II y III c) I y III
d) I e) III

16 ¿Cuándo un cuerpo flotará parcialmente sumergido?

a) Cuando su densidad es mayor que la del líquido.

b) Cuando su densidad es igual que la del líquido
c) Cuando su densidad es menor que la del líquido
d) Cuando el objeto es muy voluminoso
e) Cuando el objeto es compacto

17 Las burbujas, en un vaso de cerveza, suelen subir hacia la superficie, si el vaso es soltado en caída libre, ¿las burbujas seguirán subiendo hacia la superficie?

a) Si b) No c) posiblemente
d) es impredecible e) faltan datos

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 18

Hállese el peso de 0,002 m^3 de agua, en N.

a) 9,6 b) 15,6 c) 19,6 d) 29,4 e) 39,2

PROBLEMA 19

La densidad del cacao es de 1 120 kg/m^3. Calcule su peso específico, en N/m^3

a) 10 876 b) 10 976 c) 11 076
d) 11 176 e) 11 276

PROBLEMA 20

Una enferma aplica una fuerza de 40 N al pistón de una jeringa cuya área es de 10^{-3} m^2. Encuentre la presión que ejerce, en Pa.

a) $2 \cdot 10^4$ b) $3 \cdot 10^4$ c) $4 \cdot 10^4$
d) $8 \cdot 10^4$ e) $9 \cdot 10^4$

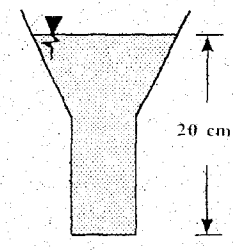
PROBLEMA 21

Determine la presión hidrostática sobre el fondo de una piscina de 3 m de profundidad $g = 10\ m/s^2$

a) $1 \cdot 10^4$ Pa b) $1,5 \cdot 10^4$ Pa c) $2 \cdot 10^4$ Pa
d) $2,5 \cdot 10^4$ Pa e) $3 \cdot 10^4$ Pa

PROBLEMA 22

Se muestra un depósito que contiene mercurio. Calcúlese la presión en el fondo del depósito debido al mercurio, en Pa. $g=10m/s^2$



a) 25 200
b) 26 200
c) 27 200
d) 28 200
e) 29 200

PROBLEMA 23

Las áreas de los pistones de una prensa hidraúlica son: 0,5 m^2 y 10 m^2. Halle la carga que podrá levantarse con esta prensa, cuando se aplique una fuerza de 0,4 kN.

a) 6 kN b) 8 kN c) 10 kN d) 12 kN e) 14 kN

PROBLEMA 24

Se desea construir una prensa hidraúlica para ejercer fuerzas de 10^4 N. ¿Qué superficie deberá tener el pistón grande, si sobre el menor, de 0,03 m^2, se aplicará una fuerza de 500 N?

a) 0,03 m^2 b) 0,06 m^2 c) 0,3 m^2
d) 0,6 m^2 e) 6 m^2

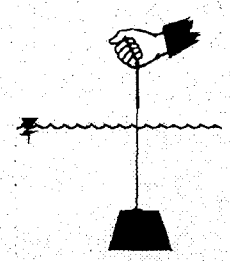
PROBLEMA 25

El peso de un bote de madera, que flota en el lago junto al muelle, es de 700 N. Halle el volumen sumergido del bote. $g = 10\ m/s^2$

a) 0,07 m^3 b) 0,08 m^3 c) 0,09 m^3
d) 0,10 m^3 e) 0,20 m^3

PROBLEMA 26

Una pesa metálica, que pesa 80 N, está sumergida en agua y ocupa un volumen de 0,006 m^3. Calcule el peso aparente de la pesa. $g = 10\ m/s^2$



a) 20 N
b) 40 N
c) 60 N
d) 80 N
e) 100 N

PROBLEMA 27

Un trozo de madera liviana tiene una densidad de 400 kg/m^3 y ocupa un volumen de 0,03 m^3. Calcule su peso en newtons.

$g = 10$ m/s^2

a) 40 b) 60 c) 80
d) 100 e) 120

PROBLEMA 28

Halle la densidad (en kg/m^3) de una esfera de corcho, si flota en agua con las dos terceras partes de su volumen debajo del nivel de agua.

a) 567 b) 667 c) 767
d) 867 e) 967

NIVEL II

PROBLEMA 29

¿Cuántos m^3 de corcho pesan tanto como 0,02 m^3 de hierro?
Densidad el corcho: 200 kg/m^3
Densidad del hierro: 7 800 kg/m^3

a) 0,39 b) 0,58 c) 0,78
d) 0,98 e) 1,2

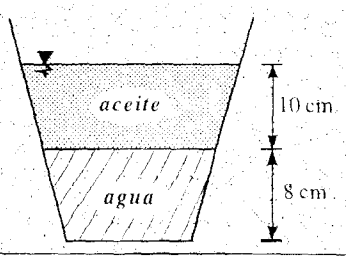
PROBLEMA 30

Un recipiente de 30 cm de largo, 6 cm de ancho y 8 cm de alto está lleno de mercurio. ¿Cuál es la presión hidrostática en el fondo del recipiente? $g = 10$ m/s^2

a) 10 880 Pa b) 10 480 Pa c) 10 080 Pa
d) 9 880 Pa e) 9 480 Pa

PROBLEMA 31

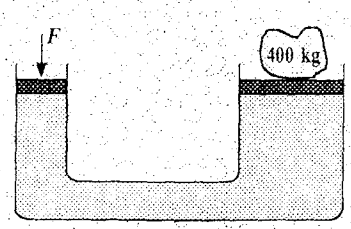
Se muestra un vaso que contiene agua y aceite. La densidad de este aceite es de 600 kg/m^3. ¿Cuál es la presión hidrostática (en pascales) en el fondo del vaso?.



a) 600
b) 800
c) 1 000
d) 1 400
e) más de 1 400

PROBLEMA 32

El diagrama muestra una prensa cuyas áreas, en los pistones, son: 0,02 m^2 y 0,98 m^2. Calcule la fuerza F que puede suspender la carga mostrada.



a) 60 N
b) 70 N
c) 80 N
d) 90 N
e) 100 N

PROBLEMA 33

Un objeto, completamente sumergido en el agua, pesa la tercera parte de lo que pesa en el aire. Halle la densidad del material del objeto, en kg/m^3.

a) 666 b) 800 c) 1 000
d) 1 500 e) 1666

PROBLEMA 34

En el aire un objeto pesa 420 N, sumergido completamente en el agua pesa solamente 280 N, según esto, las afirmaciones ciertas son: ($g = 10$ m/s^2)

I. el empuje o fuerza de flotación es de 140 N
II. el volumen del objeto es de 0,014 m^3
III. la densidad del objeto es aproximadamente 3 000 kg/m^3

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo I e) Todas

PROBLEMA 35

En una canoa, de 50 kg de masa, un aldeano, de 60 kg, transporta una carga de carbón de 180 kg, a través de río. Halle el volumen de la canoa debajo de la superficie del agua, en m^3

a) 0,19 b) 0.29 c) 0,39
d) 0,49 e) 0,59

PROBLEMA 36

Suponiendo que la densidad del agua salada es de 1 030 kg/m^3. Calcule la densidad de una tabla que flota en el mar con el 20 % de su volumen fuera del agua, en kg/m^3.

a) 524 b) 624 c) 724
d) 824 e) 924

PROBLEMA 37

Una esfera metálica de 0,023 m^3, completamente sumergida en el agua pesa 320 N. ¿Cuánto pesará en el aire? g=10m/s^2

a) 230 N b) 340 N c) 550 N
d) 640 N e) 750 N

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	A	C	D	D	C	A	A	C	D	E	B	E	C	C	B	C	B	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37			
E	C	B	D	A	A	E	B	C	A	D	C	D	E	B	D	C			

26 Capítulo

TERMOMETRÍA Y DILATACIÓN

OBJETIVOS	
1.	*Conocer las escalas Celsus, Fàhrenheit y Kelvin*
2.	*Escribir y aplicar las fórmulas para dilatación lineal, superficial y volumétrica.*

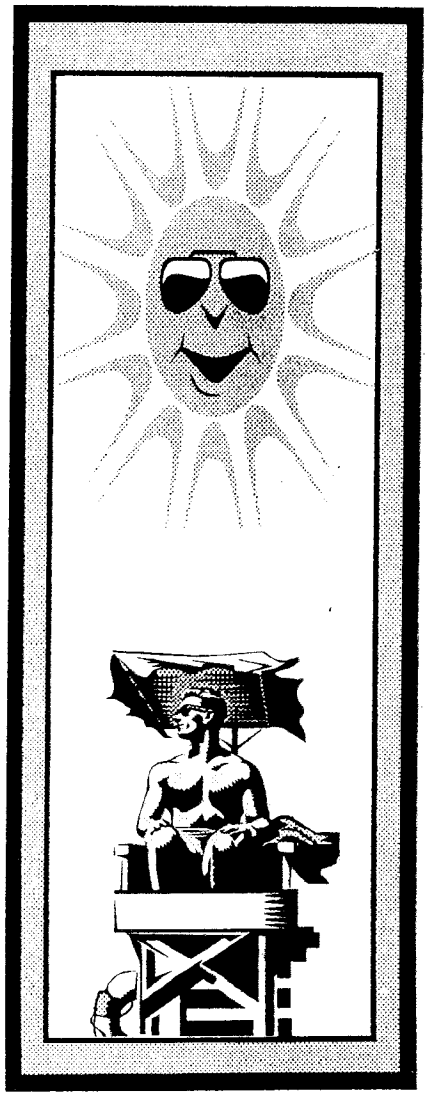
26.1. ENERGIA TERMICA O INTERNA:

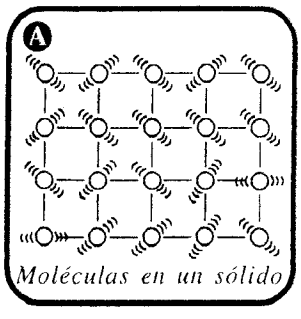
De acuerdo con la teoría cinética, todos los cuerpos están hechos de pequeñas partículas llamadas moléculas. Estas moléculas están en constante movimineto e interaccionan unas con otras cuando están cerca.

En un sólido (figura A): Las moléculas se encuentran vibrando alrededor de un punto fijo, pero no pueden cambiar de posición debido a la atracción molecular que mantiene su volumen y su forma.

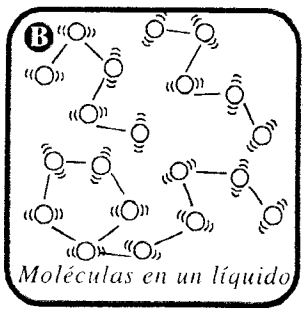
En un líquido (figura B): Las moléculas también se encuentran vibrando, pero además, se trasladan o cambian de posición. Las fuerzas de atracción son de menor intensidad que en los sólidos, por eso, conservan su volumen, más no su forma.

En un gas (figura C): Las moléculas están muy espaciadas, se trasladan a grandes velocidades. La fuerza de atracción practicamente desaparece, y por esto, los gases no conservan ni su volumen, ni su forma.

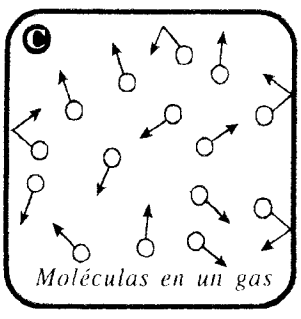




Moléculas en un sólido

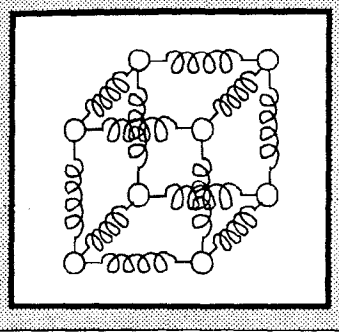


Moléculas en un líquido



Moléculas en un gas

Puedes imaginar que en un sólido las moléculas están como unidas por resortes, de allí que, solamente vibran en torno a un mismo punto.



En los diagramas observamos que las moléculas de los sólidos, líquidos y gases están en movimiento (agitación molecular) constante y que además interaccionan entre ellas.

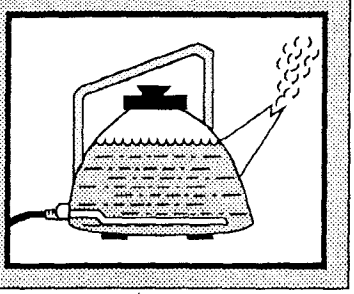
- Si las moléculas se mueven, disponen de energía cinética.
- Si las moléculas interaccionan entre si, disponen de energía potencial.

La energía térmica es la energía total de un objeto, es decir, la suma de las energías cinética y potencial de sus moléculas.

26.2. TEMPERATURA

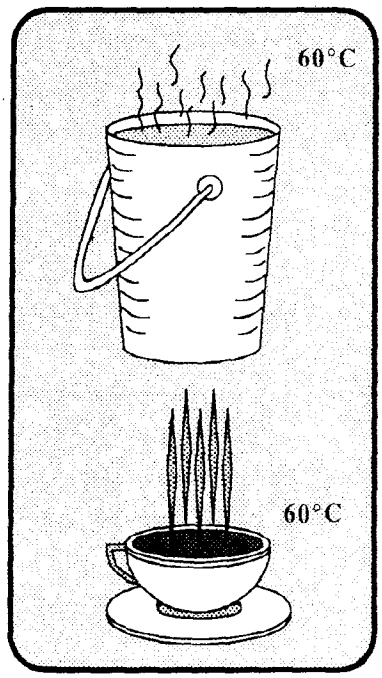
La cantidad que nos dice qué tan caliente o qué tan frío está un objeto es la temperatura, esta temperatura está asociada con el movimiento de las moléculas que componen el objeto. Si un objeto se calienta aumenta el movimiento molecular y por consiguiente aumentará también su temperatura. Si un objeto se enfría disminuye el movimiento molecular y su temperatura también disminuirá, por tanto:

Cuando el agua es calentada en una tetera eléctrica, aumentaremos la agitación de sus moléculas, de este modo, aumentará la energía cinética molecular.



La temperatura mide el grado de agitación molecular promedio que en su interior tiene un objeto, es decir, mide la energía cinética promedio de traslación de sus moléculas.

Debemos hacer notar la diferencia que hay entre la energía cinética total de las moléculas y la temperatura (energía cinética promedio de traslación).



Para aclarar esta diferencia emplearemos un balde y una taza, ambos con agua a 60°C

(a) Si ambos están a la misma temperatura (60°C), en el balde y en la taza hay la misma energía cinética molecular **promedio** de traslación.

(b) A pesar de que ambos están a la misma temperatura (60°C), en el balde hay más energía cinética molecular (total), porque hay más moléculas que en la taza.

La temperatura no depende del tamaño del objeto, porque es un valor promedio.

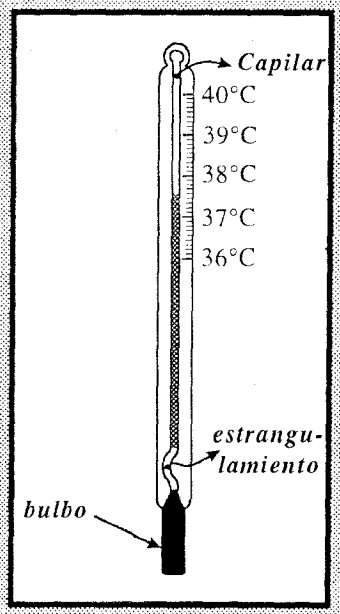
26.3. MEDICION DE LA TEMPERATURA

La temperatura suele determinarse midiendo algún cambio físico que se manifiesta en los objetos cuando varía la temperatura; por ejemplo, la mayor parte de las sustancias se dilata cuando aumenta la temperatura. En algunos termómetros se aprovecha la dilatación del mercurio, que hay en su interior para medir la temperatura de los objetos.

Un termómetro es un dispositivo que, por medio de cierta escala, se emplea para medir la temperatura.

TERMOMETRO CLINICO

Es un termómetro especial de mercurio en vidrio, usado para medir la temperatura del cuerpo humano. La escala usada cubre solamente algunos grados alrededor de la temperatura promedio del cuerpo humano que es 37°.



Se coloca el bulbo en la zona caliente. El mercurio al dilatarse sube por el capilar registrándose la temperatura en la escala del termómetro.

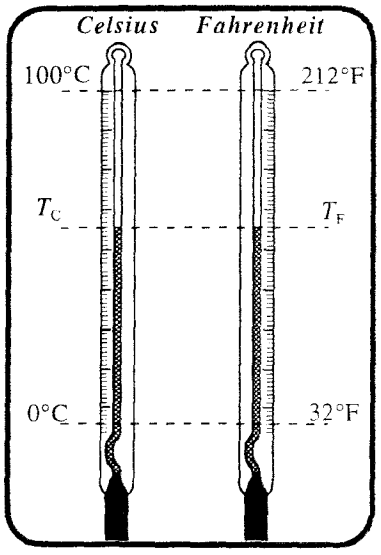
26.4. ESCALAS TERMOMETRICAS

Un termómetro común mide la temperatura mostrando la expansión y la contracción de un líquido (mercurio o alcohol) que se encuentra en un tubo fino (capilar) de vidrio provisto de una escala. Entre las diferentes escalas podemos mencionar:

26.4.1 ***Escala Celsius:*** Es la escala más usada, asigna el 0°C a la temperatura de congelación del agua y el 100°C a la temperatura de ebullición del agua (a la presión atmosférica normal). El intervalo de 0°C a 100°C se divide en 100 partes y cada parte se denomina grado celsius (°C).

26.4.2 ***Escala Fahrenheit:*** Usada comunmente en Estados Unidos, asigna el 32°F a la temperatura de congelación del agua y el 212°F a la temperatur de ebullición del agua a la presión de una atmósfera.

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit



* Sean T_C y T_F las lecturas de la misma temperatura. Establecemos la proporcionalidad entre los segmentos:

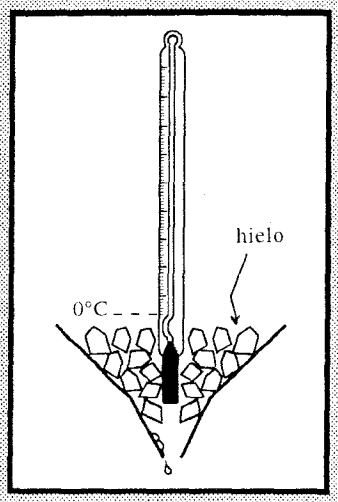
$$\frac{T_c - 0}{100 - 0} = \frac{T_F - 32}{212 - 32}$$

$$\frac{T_c}{100} = \frac{T_F - 32}{180}$$

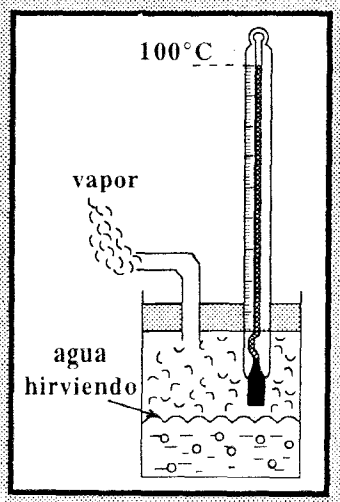
$$\boxed{\frac{T_c}{5} = \frac{T_F - 32}{9}}$$

Para calibrar un termometro en la escala Celsius, procedemos del siguiente modo:

a Colocamos el termómetro en hielo fundente (derritiéndose) y marcamos con 0°C en el termómetro.



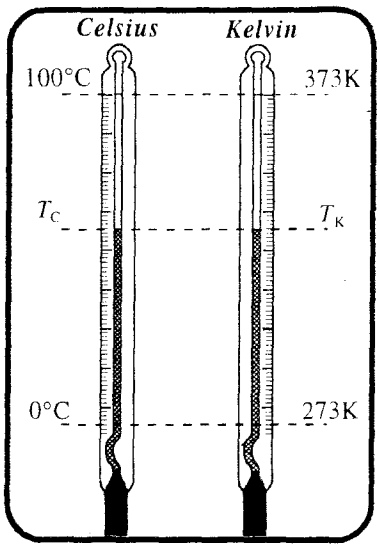
b Colocamos el termómetro en el vapor del agua hirviendo y marcamos con 100°C en el termómetro.



c El intervalo de 0°C a 100°C se divide en 100 partes.

26.4.3 Escala Kelvin: Empleada en la investigación científica. Asigna el 0 K (cero absoluto) a la menor temperatura, a esta temperatura las sustancias ya no tienen energía cinética, sus moléculas dejan de moverse. El cero de la escala Kelvin, o cero absoluto, corresponde a –273° C de la escala Celsius. Los grados en la escala Kelvin son del mismo tamaño que los de las escala Celsius. Así, el hielo funde a 0°C o 273 K, y el agua hierve a 100°C o 373 K.

Relación entre las escalas Celsius y Kelvin:



* Sean T_C y T_K las lecturas de la misma temperatura. Establecemos la proporcionalidad entre los segmentos:

$$\frac{T_c - 0}{100 - 0} = \frac{T_K - 273}{373 - 273}$$

$$\frac{T_c}{100} = \frac{T_K - 273}{100}$$

$$\boxed{T_C = T_K - 273}$$

PROBLEMA 01

El medio ambiente está a la temperatura de 20°C, halle esta temperatura en la escala de Fahrenheit.

RESOLUCION:

* Escribimos la relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit:

$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9}$$

Reemplazando:

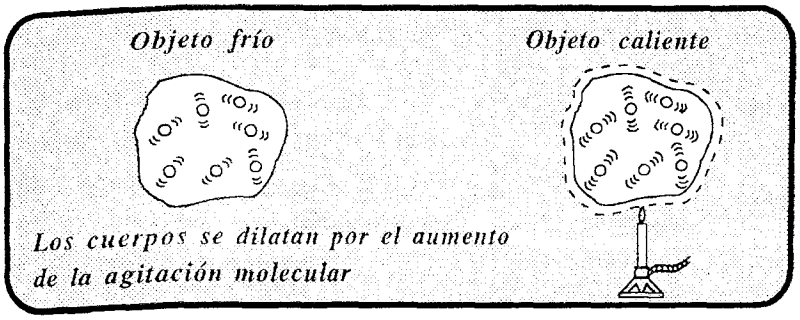
$$\frac{20}{5} = \frac{T_F - 32}{9}$$

$$\boxed{T_F = 68°F}$$

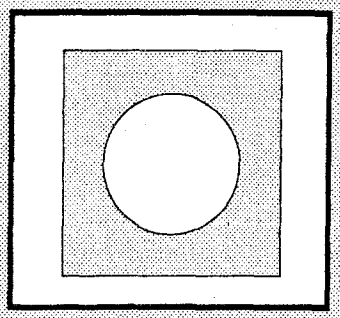
26.5. DILATACION TERMICA

Cuando un cuerpo es calentado, a medida que aumenta la temperatura, aumentará también la agitación de sus moléculas; vibrando con más intensidad. Esto producirá un aumento en las dimensiones del objeto.

En el digrama se muestra un objeto caliente, cuyas moléculas vibran con mayor intensidad que cuando estaba frío.



Los agujeros en una lámina de metal se dilatan o contraen como si estuvieran hechos del mismo material que los rodea.



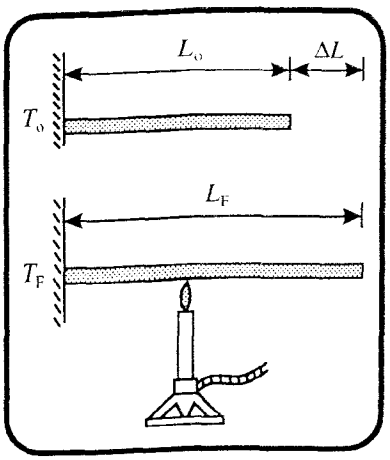
Si calentamos; el agujero se dilatará, y si enfriamos, se contraerá.

26.5.1. DILATACION LINEAL (ΔL)

Un cambio en una dimensión de un sólido se llama dilatación lineal. Experimentalmente se encuentra que la dilatación lineal depende de:

ⓐ La longitud incial (L_0)

ⓑ El cambio de temperatura (ΔT)



Esta dependencia puede expresarse mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

Donde α es una constante de proporcionalidad llamada coeficiente de dilatación lineal.

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta T}$$

Los coeficientes de dilatación; lineal, superficial y volumétrica se relacionan aproximadamente según la siguiente ecuación.

$$\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

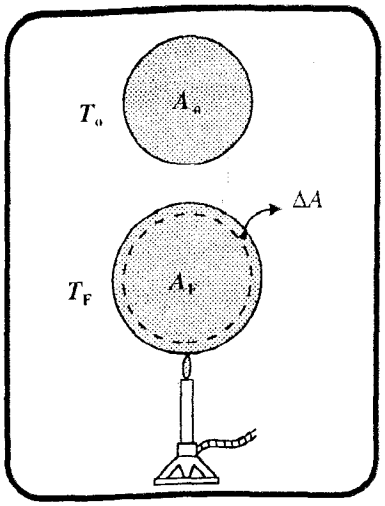
Reemplazando $\Delta L = L_F - L_0$ en la primera ecuación podemos hallar la longitud final (L_F) de la barra.

$$L_F - L_0 = \alpha L_0 \Delta T$$

$$L_F = L_0 + \alpha L_0 \Delta T$$

$$L_F = L_0(1 + \alpha \Delta T)$$

26.5.2 DILATACION SUPERFICIAL (ΔA)



La dilatación superficial es exactamente análoga a la dilatación lineal. El cambio de area ΔA será proporcional al área inicial A_0 y al cambio de temperatura ΔT.

$$\Delta A = \beta A_0 \Delta T$$

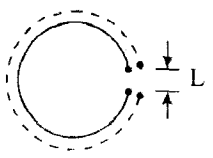
β : coeficiente de dilatación superficial

De igual modo se halla la superficie final A_F:

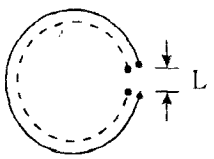
$$A_F = A_0 (1 + \beta \Delta T)$$

(A) Si calentamos el aro, la luz (L) dejado en el aro aumentará.
(B) Si enfrías el aro, la luz disminuirá.

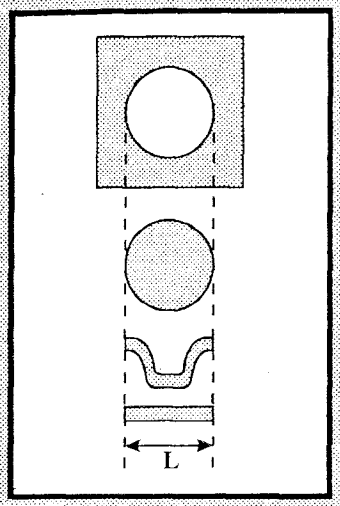
(A) Si calientas:



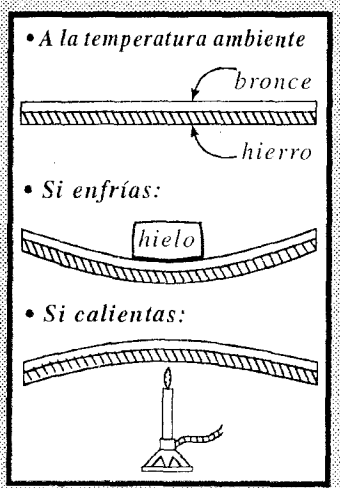
(B) Si enfrías:



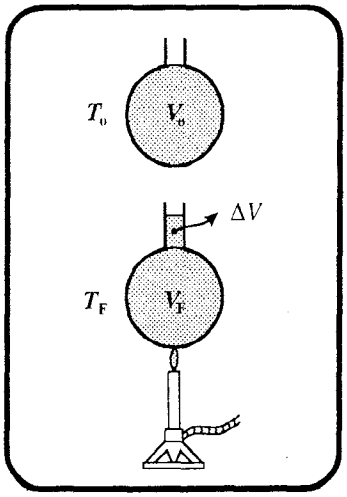
El agujero de la lámina se dilata de igual modo que los demás cuerpos hechos del mismo material de la lámina



Un tira bimetálica se construye soldando dos tiras de metales diferentes. La tira bimetálica siempre se tuerce cuando cambia la temperatura.



26.5.3 DILATACION VOLUMETRICA (ΔV)



EL cambio de volumen ΔV será proporcional al volumen inicial V_0 y al cambio de temperatura ΔT.

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta T$$

γ : coeficiente de dilatación volumétrica

Del mismo modo hallamos el volumen final.

$$V_F = V_0(1 + \gamma \Delta T)$$

26.6. VARIACION DE LA DENSIDAD (ρ) CON LA TEMPERATURA

Cuando calentamos un objeto, su masa (m) permanece practicamente constante, pero, como su volumen aumenta su densidad (ρ) debe disminuir

Demostración:

La densidad inicial es: $\rho_0 = \dfrac{m}{V_0}$

Al calentar la densidad final será: $\rho_F = \dfrac{m}{V_F}$

Pero: $V_F = V_0(1 + \gamma \Delta T)$ luego: $\rho_F = \dfrac{m}{V_0(1+\gamma \Delta T)}$

$$\rho_F = \frac{\rho_0}{1+\gamma \Delta T}$$

La mayoría de los objetos, al ser calentados, disminuyen de densidad, y viceversa.

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 12

En una fría mañana se informa que la temperatura es de 50°F y que hasta el mediodia la temperatura subirá en 8°C. Halle:

ⓐ La temperatura en la mañana, en °C
ⓑ La temperatura al mediodia, en °C.

RESOLUCION:

* Escribimos la ecuación que relaciona las escalas Celsius y Fahrenheit:

$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9}$$

* Reemplazando:

$$\frac{T_C}{5} = \frac{50-32}{9}$$

$$\boxed{T_C = 10°C}$$

* Al mediodía la temperatura será:

$$T = 10°C + 8°C$$

$$\boxed{T = 18°C}$$

PROBLEMA 03

¿Cuál es la temperatura que en las escalas Celsius y Fahrenheit tiene la misma lectura?

RESOLUCION:

* De la ecuación:

$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9}$$

* Por dato:

$$T_C = T_F = T$$

* Reemplazando:

$$\frac{T}{5} = \frac{T-32}{9}$$

$$9T = 5T - 160$$

$$T = -40$$

* Luego:

$$\boxed{T = -40°C = -40°F}$$

PROBLEMA 04

Una tubería de cobre ($\alpha = 1{,}7 \cdot 10^{-5}°C^{-1}$) mide 6 m de largo a 10°C. Si es calentada hasta 70°C, halle:

ⓐ el aumento de longitud
ⓑ la nueva longitud

RESOLUCION:

ⓐ Cálculo del aumento de longitud:

$$\Delta L = \alpha L_o \Delta T$$

$$\Delta L = (1{,}7 \cdot 10^{-5}°C^{-1})(6\ m)(70°C - 10°C)$$

$$\boxed{\Delta L = 0{,}00612\ m}$$

ⓑ La nueva longitud será:

$$L_F = L_o + \Delta L$$

$$L_F = 6\ m + 0{,}00612\ m$$

$$\boxed{L_F = 6{,}00612\ m}$$

PROBLEMA 05

Se instalan rieles de acero ($\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}°C^{-1}$) de 100 m de largo cuando la temperatura es de 10°C. Si la máxima temperatura que se espera es de 30°C. ¿Cuál debe ser el espacio entre los rieles?

RESOLUCION:

* El espacio entre los rieles es la tolerancia para la dilatación de una riel.

$$\Delta L = \alpha L_o \Delta T$$

$$\Delta L = (1{,}2 \cdot 10^{-5})(100)(30-10)$$

$$\boxed{\Delta L = 0{,}024\ m}$$

PROBLEMA 06

El área de una hoja de vidrio Pyrex es de 0,4 m^2 a 20°C. ¿Cuál será la nueva área si la temperatura se eleva a 70°C?

Para el vidrio Pyrex: $\beta = 0{,}6 \cdot 10^{-5}°C^{-1}$

RESOLUCION:

* Calculamos la dilatación superficial:

$$\Delta A = \beta A_o \Delta T$$

$$\Delta A = (0{,}6 \cdot 10^{-5})(0{,}4)(70-20)$$

$$\Delta A = 0{,}00012\ m^2$$

* Hallamos el área final:

$$A_F = A_o + \Delta A$$

$$A_F = 0{,}4\ m^2 + 0{,}00012\ m^2$$

$$\boxed{A_F = 0{,}40012\ m^2}$$

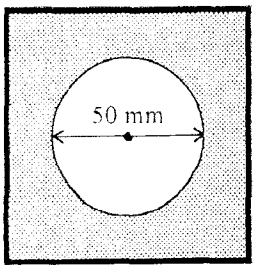
PROBLEMA 07

El diámetro de un agujero en una placa de aluminio ($\alpha = 2{,}4 \cdot 10^{-5}°C^{-1}$) es de 50 mm a 20°C. ¿Cuál es el nuevo diámetro cuando la placa se calienta a la temperatura de 220°C?

RESOLUCION:

* Mostramos el agujero en la placa de aluminio:

El agujero y su diámetro se dilatan como si estuvieran llenos del material que los rodea.



* Hallamos la dilatación del diámetro:

$$\Delta L = \alpha L_o \Delta T$$
$$\Delta L = (2{,}4 \cdot 10^{-5})(50)(220 - 20)$$
$$\Delta L = 0{,}24 \text{ mm}$$

* La longitud del diámetro final será:

$$L_F = L_o + \Delta L$$
$$L_F = 50 \text{ mm} + 0{,}24 \text{ mm}$$

$$\boxed{L_F = 50{,}24 \text{ mm}}$$

PROBLEMA 08

¿Cuál es el aumento en volumen de 20 L de alcohol etílico cuando su temperatura cambia de 20°C a 50°C? Para el alcohol $\gamma = 11 \cdot 10^{-4} °C^{-1}$

RESOLUCION:

* Calculamos la variación de volumen:

$$\Delta V = \gamma V_o \Delta T$$
$$\Delta V = (11 \cdot 10^{-4})(20)(50 - 20)$$

$$\boxed{\Delta V = 0{,}66 \text{ L}}$$

PROBLEMA 09

Un tanque de acero ($\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$) de 100 L se llena completamente con gasolina ($\gamma = 10{,}8 \cdot 10^{-4} °C^{-1}$) a 10°C. Si la temperatura aumenta a 50°C. ¿Qué volumen de gasolina se derramará?

RESOLUCION:

* Cuando se eleve la temperatura se dilatarán; la gasolina y también el tanque de acero:
* Dilatación de la gasolina:

$$\Delta V_1 = \gamma V_o \Delta T$$
$$\Delta V_1 = (10{,}8 \cdot 10^{-4})(100)(50 - 10)$$

$$\boxed{\Delta V_1 = 4{,}32 \text{ L}}$$

* Dilatación del tanque de acero:

$$\Delta V_2 = \gamma V_o \Delta T$$
$$\Delta V_2 = (3\alpha) V_o \Delta T$$
$$\Delta V_2 = (3 \text{ x } 1{,}2 \cdot 10^{-5})(100)(50 - 10)$$

$$\boxed{\Delta V_2 = 0{,}144 \text{ L}}$$

* El volumen de gasolina que se derramará es la diferencia de estas dilataciones:

$$V_{derrama} = 4{,}32 - 0{,}144$$

$$\boxed{V_{derrama} = 4{,}176 \text{ L}}$$

PROBLEMA 10

Una tapa redonda de latón tiene un diámetro de 80 mm a 32°C. ¿Hasta qué temperatura debe calentarse la tapa, si ajustará exactamente en un agujero con un diámetro de 80,0144 mm. Para el latón $\alpha = 1{,}8 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$

RESOLUCION:

* La dilatación del diámetro de la tapa es:

$$\Delta L = \alpha L_o \Delta T$$
$$L_F - L_o = \alpha L_o (T_F - T_o)$$

* Reemplazando:

$$80{,}0144 - 80 = (1{,}8 \cdot 10^{-5})(80)(T_F - 32)$$
$$0{,}0144 = 144 \cdot 10^{-5}(T_F - 32)$$
$$144 \cdot 10^{-4} = 144 \cdot 10^{-5}(T_F - 32)$$
$$10 = T_F - 32$$

$$\boxed{T_F = 42°C}$$

AUTOEVALUACION

01 Las moléculas de todas las sustancias ...

a) siempre están en reposo
b) siempre están en movimiento
c) están quietas si la sustancia es sólida
d) se mueven si la sustancia es líquida o gaseosa.
e) N.A.

02 La energía térmica de un objeto viene a ser:

a) la energía cinética de las moléculas

b) la energía cinética promedio de las moléculas
c) la energía potencial de las moléculas
d) la suma de las energías cinética y potencial de las moléculas.
e) la energía potencial promedio de las moléculas.

03 ¿Cuál es el estado de la materia que no conserva su volumen, ni su forma?

a) sólido b) líquido
c) gas d) líquido y gas
e) sólido y líquido

04 Cuando medimos la temperatura de un objeto estamos midiendo:

a) su energía térmica
b) su energía interna
c) la energía cinética promedio de sus moléculas
d) su energía cinética molecular
e) su energía potencial molecular

05 Asigne una V cuando la afirmación es verdadera, o una F cuando es falsa.

I. En un sólido las moléculas no pueden trasladarse
II. Los líquidos conservan su volumen, más no su forma.
III. En un gas las moléculas están muy espaciadas.

a) VVF b) VVV c) VFV
d) FVV e) VFF

06 Dos objetos, de diferentes tamaños y sustancias, están a la misma temperatura. sus energías _____ serán iguales.

a) internas b) térmicas
c) cinéticas moleculares
d) cinéticas promedios moleculares
e) N.A.

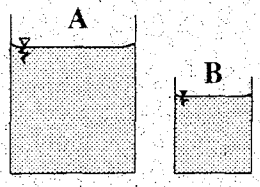
07 Cuando enfriamos un objeto, la agitación de sus moléculas ...

a) aumenta
b) permanece igual
c) disminuye
d) no se puede afirmar
e) N.A.

08 El dispositivo empleado para medir la temperatura se denomina:

a) conductor b) calorímetro
c) fotómetro d) termómetro
e) galvanómetro

09 A y B son dos depósitos que contienen agua hirviendo. Con respecto a estos, las afirmaciones ciertas son:



I. En A y B las energías térmicas son iguales
II. A y B están a la misma temperatura
III. En A la energía cinética molecular es mayor.

a) I y II b) II y III c) I y III
d) II e) Todas

10 En el cero absoluto, las moléculas de las sustancias:

a) continúan moviéndose
b) dejarían de moverse
c) se mueven con mayor intensidad
d) siguen moviéndose muy lentamente
e) N.A.

11 Cuando calientas un objeto comprobarás que se dilata. Esto se debe a que ...

a) sus moléculas se mueven con menos intensidad
b) el movimiento molecular aumenta
c) las moléculas continúan moviéndose al mismo ritmo
d) en el objeto, aumenta el número de moléculas
e) se desconoce la causa de la dilatación

12 Generalmente, la densidad de una sustancia aumenta cuando su temperatura ....

a) aumenta b) no varía c) disminuye
d) es alta e) N.A.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 13

La temperatura de un horno es de 450°C. ¿A cuántos grados Fahrenheit equivale esta temperatura?

a) 812 b) 822 c) 832 d) 842 e) 852

PROBLEMA 14

La temperatura interior de una habitación es de 20°C, ésta equivale a:

a) 290 K b) 20 K c) 68° F
d) 78° F e) 20° F

PROBLEMA 15

Halle la temperatura en grados fahrenheit, si se sabe que equivale a la mitad en grados celsius.

a) 160°F b) 200°F c) 240°F
d) 280°F e) 320°F

PROBLEMA 16

Una vara de latón tiene exactamente 2 m de longitud a 50°C. ¿Cuál es su longitud a 150°C? Para el latón $\alpha = 1{,}9 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$

a) 2,0018 m b) 2,0028 m c) 2,0038 m
d) 2,0048 m e) 2,0058 m

PROBLEMA 17

Una tubería de acero ($\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$) mide 20 m a 20°C. ¿Hasta qué longitud se dilatará cuando por esta tubería pase vapor de agua a 100°C?

a) 20,0152 m b) 20,0162 m c) 20,0172 m
d) 20,0182 m e) 20,0192 m

PROBLEMA 18

La densidad del cobre es aproximadamente 9000 kg/m^3. Si un trozo de cobre es colocado en un horno muy caliente su nueva densidad será:

a) mayor que 9000 kg/m^3
b) igual a 9000 kg/m^3
c) ligeramente menor que 9000 kg/m^3
d) ligeramente mayor que 9000 kg/m^3
e) no se puede predecir

PROBLEMA 19

Suponga que el área de una lámina de aluminio, a 40°C, es de 500 cm^2. Halle la nueva área a 140°C. Para el aluminio $\alpha = 2{,}4 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$. Use $\beta = 2\alpha$

a) 502,4 cm^2 b) 502,2 cm^2 c) 502,0 cm^2
d) 501,8 cm^2 e) 501,6 cm^2

PROBLEMA 20

A 20°C el volumen de una lata de cobre ($\alpha = 1{,}7 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$) es de 1 L. ¿Cuál es su volumen aproximadamente a 100°C? Use $\gamma = 3\alpha$

a) 1,0037 L b) 1,0041 L c) 1,0045 L
d) 1,0046 L e) 1,0053 L

PROBLEMA 21

Determine el coeficiente de dilatación lineal de un metal, si un tubo de este metal mide 1 m a 20°C y cuando transporta vapor a 95°C se estira hasta 1,003 m.

a) $2 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$ b) $3 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$ c) $4 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$
d) $5 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$ e) $6 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$

PROBLEMA 22

El área de una tapa es de 100 cm^2, su coeficiente de dilatación superficial es $5 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$. Halle el incremento de temperatura que debe experimentar la tapa para que pueda cubrir un agujero de 100,2 cm^2?

a) 30°C b) 40°C c) 50°C
d) 60°C e) 80°C

NIVEL II

PROBLEMA 23

Una tuerca de acero se utiliza con un perno, también de acero. ¿Qué convendría si queremos retirar la tuerca?

a) calentar solamente el perno

b) calentar el perno y la tuerca
c) calentar solamente la tuerca
d) enfriar el perno y la tuerca
e) enfriar solamente la tuerca

PROBLEMA 24

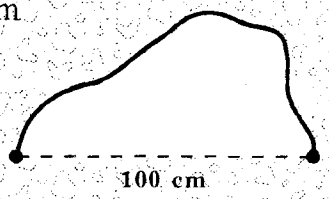
En una lámina de aluminio hay un agujero circular. Si calentamos uniformemente esta lámina, el área del agujero:

a) aumenta b) disminuye c) no cambia
d) no se puede afirmar e) N.A.

PROBLEMA 25

Se muestra un alambre torcido de cobre. Calcule la nueva separación entre los extremos de este alambre cuando la temperatura se incrementa en 50°C. Para el cobre $\alpha = 1{,}7 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$.

a) menos que 100 cm
b) igual a 100 cm
c) 100,85 cm
d) 100,085 cm
e) 100,042 cm



PROBLEMA 26

Un tubo de hierro ($\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$) tiene 300 m de longitud a la temperatura ambiente de 20°C. Si debe transportar agua hirviendo, ¿qué tolerancia debe considerarse para la dilatación?

a) 0,088 m b) 0,188 m c) 0,288 m
d) 0,388 m e) 0,488 m

PROBLEMA 27

Un matraz de vidrio Pyrex ($\gamma = 0{,}9 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$) se llena completamente con 50 cm^3 de mercurio ($\gamma = 1{,}8 \cdot 10^{-4} °C^{-1}$) a 20°C. ¿Qué volumen de mercurio se derramará, si el conjunto se calienta uniformemente hasta 60°C?

a) 0,042 cm^3 b) 0,142 cm^3 c) 0,242 cm^3
d) 0,342 cm^3 e) 0,442 cm^3

PROBLEMA 28

Una copa de acero ($\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$), está completamente llena con 300 cm^3 de petróleo ($\gamma = 0{,}9 \cdot 10^{-4} °C^{-1}$) a 50°C. El sistema se enfría gradualmente hasta 0°C. ¿Qué volumen adicional de petróleo puede agregarse sin que haya derrame?

a) 0,54 cm^3 b) 0,81 cm^3 c) 1,35 cm^3
d) 1,89 cm^3 e) 2,25 cm^3

PROBLEMA 29

Un alambre de hierro ($\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$) se ha doblado en forma circular dejando una luz de 4 mm. ¿Cuánto medirá esta luz en el interior de un horno que se halla a 200°C más caliente que el medio ambiente?

a) menos que 4 mm b) 3,9904 mm
c) 4mm d) 4,0096 mm
e) 4,096 mm

PROBLEMA 30

Una hoja rectangular de aluminio ($\alpha = 2{,}4 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$) mide 30 cm por 20 cm cuando su temperatura es 10°C. Halle la nueva área cuando la temperatura se eleva hasta 210°C.

a) 602,76 cm^2 b) 603,76 cm^2 c) 604,76 cm^2
d) 605,76 cm^2 e) 606,76 cm^2

CLAVES

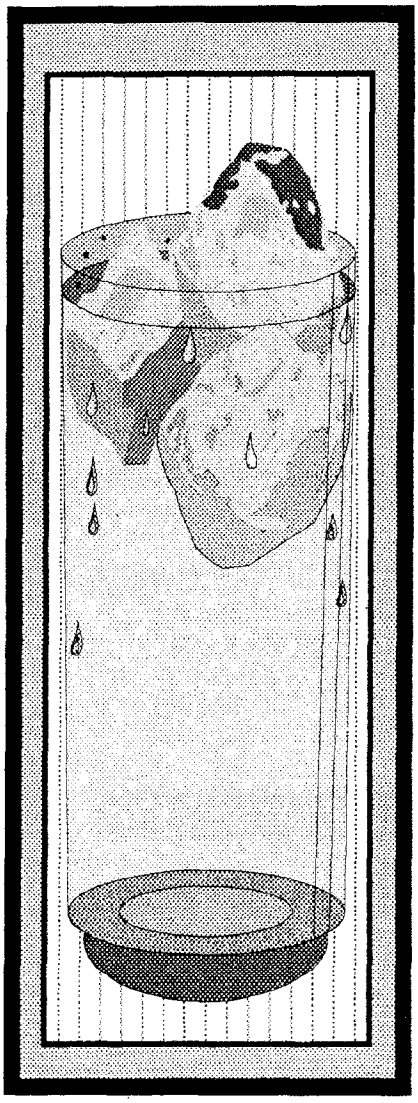
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	C	C	B	D	C	D	B	B	B	C	D	C	E	C	E	C	A	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	B	C	A	D	C	D	B	D	D

27 Capítulo

CALORIMETRIA

OBJETIVOS	
1.	*Estudiar el calor y sus formas de transmisión*
2.	*Definir la cantidad de calor en términos de la caloría, la kilocaloría y el joule.*
3.	*Conocer la equivalencia entre el trabajo y el calor*



27.1. CALOR

Cuando tocamos un objeto caliente, entra energía a nuestras manos porque el objeto está más caliente que nuestras manos. Pero si tocamos un cubo de hielo, nuestras manos cederán energía al hielo porque está más frío. Observamos que, la energía se está transmitiendo de la sustancia caliente a la sustancia más fría, esta energía que se transmite de denomina calor.

> *El calor (Q) es la energía que se transmite de un cuerpo a otro, solamente a causa de una diferencia de temperaturas. Siempre se transmite del más caliente al más frío.*

El calor se transmite del cuerpo caliente(mano) al frío (hielo)

En el diagrama; si tocamos el hielo:

- La mano pierde energía interna en forma de calor (Q).
- El calor (Q) se almacena en el hielo, no como calor, sino como energía interna.

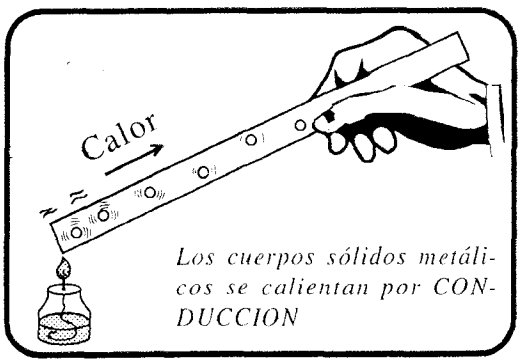
> *La sustancias no contienen ni almacenan calor, pero si contienen y almacenan energía interna. Esta energía puede cambiar cuando la sustancia cede o absorve calor.*

27.2. TRANSFERENCIA DE CALOR

El calor es una forma de energía en tránsito que se puede propagar de tres modos: por conducción, por convección y por radiación.

27.2.1. POR CONDUCCION

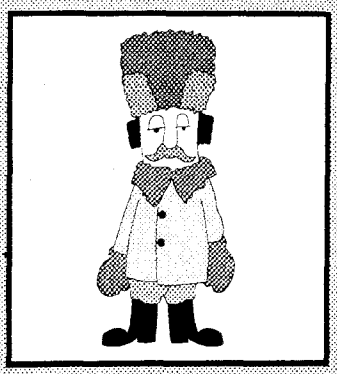
Si colocamos el extremo de una barra metálica es una llama (fuego), al cabo de unos instantes, el calor se habrá extendido en toda la barra que será difícil sostenerla. El calor se ha transmitido a través del metal por conducción.



Los cuerpos sólidos metálicos se calientan por CONDUCCION

El calor de la llama incrementa, en el extremo de la barra, la agitación molecular que se va extendiendo progresivamente a lo largo de toda la barra.

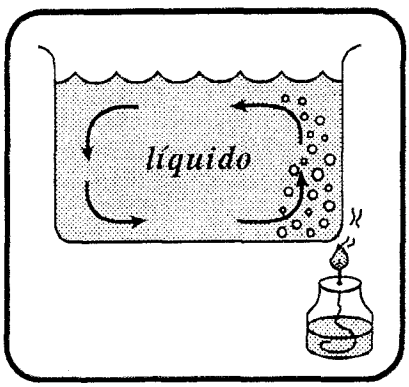
Un abrigo "calientito" no te da calor, solamente retarda la salida de calor de nuestro cuerpo. La tela gruesa es un mal conductor del calor.



Nuestra ropa regula la salida de calor de nuestro cuerpo.

27.2.2. POR CONVECCION

Si colocamos un recipiente con agua en la estufa, las moléculas de las capas inferiores de agua se calientan disminuyendo su densidad, y siendo más livianas ascienden a la superficie dejando su lugar a las capas frías. De este modo se establecen flujos de agua caliente hacia arriba, transmitiéndose el calor por CONVECCION.

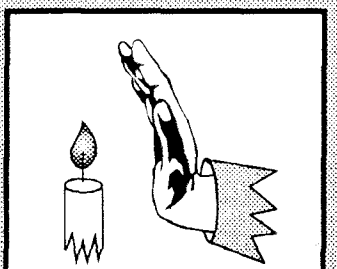


Las moléculas calientes del agua suben y dejan su lugar a las moléculas frías que bajan.

> Los líquidos y los gases se calientan principalmente por convección

EXPERIMENTO

Podemos colocar la mano cerca de la llama de una vela sin quemarnos.



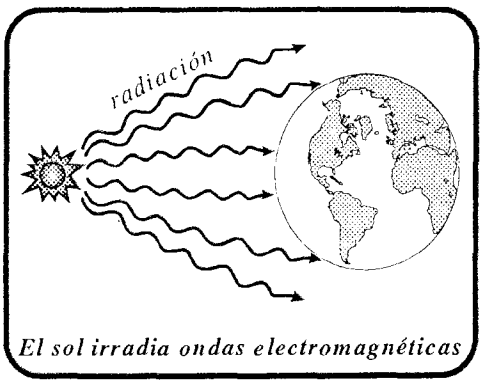
El calor nos llega solamente por radiación.

Si colocamos la mano sobre la llama podríamos quemarnos.

El calor nos llegaría principalmente por convección, siendo mayor que la radiación.

27.2.3 POR RADIACION

La superficie de nuestro planeta se calienta con la energía que viene del Sol; y comprobándose que entre la Tierra y el Sol, más allá de la atmósfera, no hay materia, entendemos que la energía que viene del Sol se propaga a través del vacío, a tal transmisión se denomina RADIACION y sucede por medio de ondas electromagnéticas.

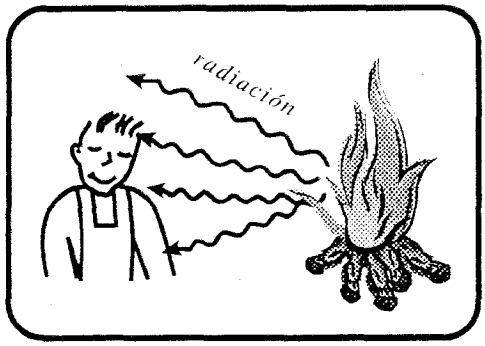


El sol irradia ondas electromagnéticas

La enorme cantidad de calor recibida en la Tierra es transportada por ondas electromagnéticas.

Cuando nos acercamos a una fogata, el calor que llega hasta nosotros se transfiere por radiación.

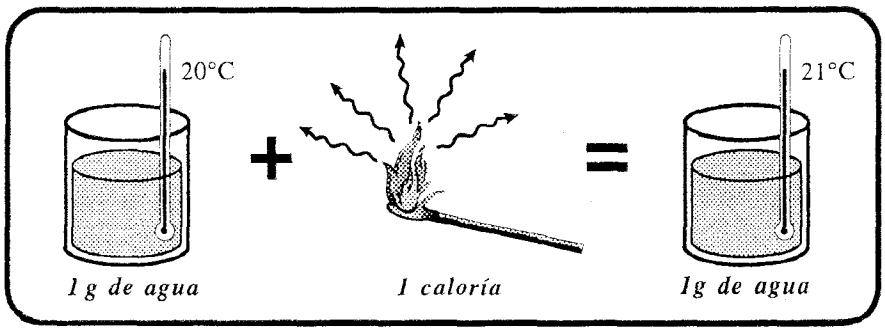
Todos los objetos están continuamente emitiendo energía radiante. A bajas temperaturas, la tasa de emisión es pequeña, pero se incrementa rapidamente con un aumento de temperatura.



La transmisión de calor por radiación es el proceso a través del cual el calor se transfiere a través de ondas electromagnéticas. Sucede también a través del vacío.

27.3. UNIDADES DE LA CANTIDAD DE CALOR

27.3.1 La caloría (cal): Se define como la cantidad de calor que se requiere para elevar la temperatura de un gramo de agua en 1°C.



También se usa un múltiplo; la gran caloría o kilocaloría; su símbolo es kcal o también se representa con Cal (con C mayúscula).

1 kcal = 1000 cal

En el sistema internacional; el calor, como cualquier otra energía, se expresa en joules. Pero, la unidad de calor de uso más frecuente es la caloría.

27.4. CALOR ESPECIFICO (c):

También es llamada capacidad calorífica específica.

Todos sabemos que el agua caliente demora en enfriarse, mientras que un trozo caliente de hierro se enfría rapidamente, así también se sabe que toma más tiempo calentar el agua que calentar un trozo de hierro. Las sustancias que demoran en enfriarse, también demoran en ser calentadas.

> *Cada sustancia tiene su respectiva capacidad de calentarse o enfriarse, esta cualidad se mide con el calor especifico de la sustancia.*

Si para cambiar en ΔT la temperatura de una masa m de una sustancia se le tiene que suministrar una cantidad de calor Q, el calor específico será:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}$$

De la definición anterior se puede concebir que:

> *El calor específico es la cantidad de calor requerida para aumentar, en un grado, una unidad de masa.*

De la definición del calor específico, deducimos la ecuación que calcula la cantidad de calor (Q) suministrada a una masa (m) para que su temperatura varíe en ΔT:

$$Q = mc\Delta T$$

en esta ecuación, la unidades comunmente usadas son:

m	c	ΔT	Q
g	$\frac{\text{cal}}{\text{g °C}}$	°C	cal

PROBLEMA 01

Determine el calor específico de una pieza metálica de 20 g de masa, si para elevar su temperatura en 40°C se requiere una cantidad de calor de 120 cal.

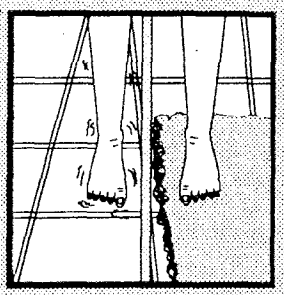
RESOLUCION:

* Por definición, el calor específico es:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{120\,\text{cal}}{(20\,\text{g})(40^\circ\text{C})}$$

$$\boxed{c = 0{,}15\ \text{cal/g°C}}$$

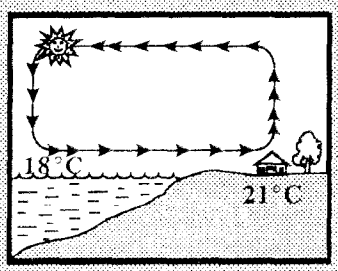
A pesar que el piso de losetas está a la misma temperatura, el pie derecho siente frías las losetas, mientras que el pie izquierdo siente tibia la alfombra.



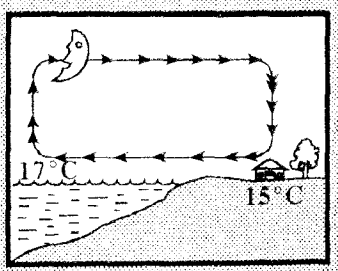
La loseta se siente más fría, no porque este a menor temperatura, sino porque absorve mejor el calor.

La alfombra es mal conductor del calor.

Durante el día, en la playa, la arena se calienta más facilmente que el agua, por esto, el viento sopla del mar hacia la tierra (brisa marina).



Durante la noche la tierra se enfría más rapidamente que el agua del mar y el viento sopla de la tierra hacia el mar.



El calentamiento desigual se debe a sus diferentes calores especificos.

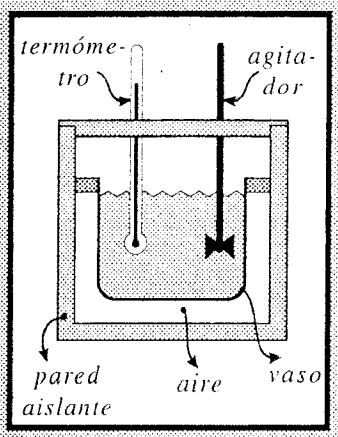
Calores específicos de algunas sustancias

Sustancia	c(cal/g °C)	Sustancia	c(cal/g°C)
Aluminio	0,22	Alcohol etílico	0,58
Cobre	0,093	Mercurio	0,033
Vidrio	0,020	Agua:	
Hierro o acero	0,11	Hielo	0,50
Plomo	0,031	Líquido	1,00
Mármol	0,21	Vapor	0,48
Plata	0,056	Cuerpo humano	0,83

CALORIMETRO

Son basicamente depósitos termicamente aislados, consta de paredes plateadas, un termómetro y removedor para uniformar la mezcla.

Se emplea para determinar el calor específico de las sustancias.



El calorímetro impide la transferencia de calor con el medio ambiente.

PROBLEMA 02

¿Qué calor se necesita para elevar de 30°C hasta 110°C la temperatura de un tanque de hierro de 20 kg? El calor específico del hierro es 0,11 cal/g°C.

RESOLUCION:

* Cálculo del calor necesario:

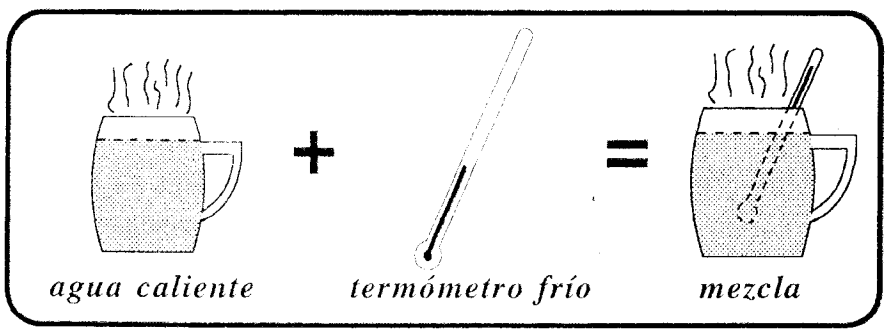
$$Q = mc\Delta T = (20\text{ kg})(0{,}11\text{ cal/g°C})\ (110°C - 30°C)$$

$$\boxed{Q = 176\text{ kcal}}$$

27.5. EQUILIBRIO TERMICO (Temperatura de una mezcla)

Cuando mezclamos una sustancia caliente con otra que está fría, se observará que la primera se enfría, mientras que, la segunda se va calentando hasta que la temperatura en todo el sistema se hace uniforme, ésta es llamada temperatura de equilibrio o temperatura de la mezcla.

Si queremos medir la temperatura del agua caliente de una taza, colocamos el termómetro (frío) y lo que en realidad mide el termómetro, es la temperatura de la mezcla: agua - termómetro.



Un termómetro debe ser lo bastante pequeño para no alterar de manera apreciable la temperatura de la sustancia por medir.

De acuerdo con la conservación de la energía, el calor que gana el cuerpo frío debe ser igual al calor perdido por el cuerpo caliente.

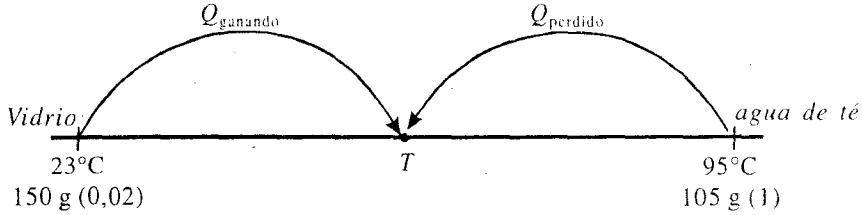
Calor ganado = Calor perdido

PROBLEMA 03

Se vierten 105 cm^3 de té a 95°C en un vaso de vidrio de 150 g que incialmente está a 23°C. ¿Cuál será la temperatura final de la mezcla cuando se alcance el equilibrio? El calor específico del vidrio es de 0,02 cal/g°C y del agua 1 cal/g°C.

RESOLUCION:

* En un diagrama lineal representamos la mezcla:



Calor ganado por el vaso = Calor perdido por el té

$$m_V c_V \Delta T_V = m_{té} c_{té} \Delta T_{té}$$

$$150\text{ g}\,(0{,}02\text{ cal/g°C})(T - 23°\text{C}) = 105\text{ g}\,(1\text{ cal/g°C})(95°\text{C} - T)$$

$$3(T - 23°\text{C}) = 105(95°\text{C} - T)$$

$$T - 23°\text{C} = 35(95°\text{C} - T)$$

$$36T = 3348°\text{C}$$

$$\boxed{T = 93°\text{C}}$$

Observe que la variación de temperatura ΔT del cuerpo caliente se halla restando la temperatura mayor menos la menor: 95°C – T

$$\boxed{\Delta T = T_{mayor} - T_{menor}}$$

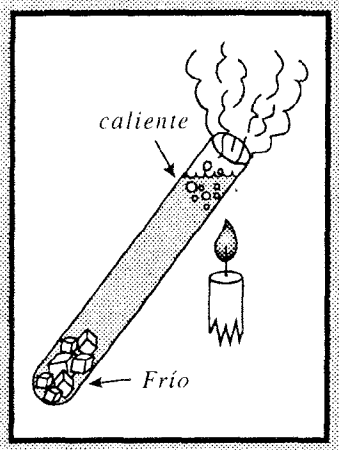
Luego; en una mezcla, el calor perdido se debe hallar con la siguiente ecuación:

$$\boxed{Q_{perdido} = mc(T_{mayor} - T_{menor})}$$

EXPERIMENTO

¿Puedes hervir el agua sin que se derrita el hielo que está en el fondo?

Usando una probeta larga podemos lograr este prodigio. Coloque el mechero en la parte superior, el agua hervirá en la superficie pero el fondo permanece frío.



Este fenómeno sucede porque el agua caliente tiene menos densidad que el agua fría y no puede descender hacia el fondo.

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 04

¿Cuánto calor necesitas para elevar 15°C la temperatura de 100 kg de agua para tu baño?

RESOLUCION:

* Recordamos que el calor específico del agua es de 1 cal/g°C.

$$Q = mc\Delta T$$

$$Q = (100\text{ kg})\,(1\text{ cal/g°C})(15°\text{C})$$

$$\boxed{Q = 1500\text{ kcal}}$$

PROBLEMA 05

¿Qué cantidad de calor se liberará cuando 200 g de cobre se enfría de 90°C hasta 20°C? El calor específico del cobre es de 0,093 cal/g°C.

RESOLUCION:

$$Q = mc\Delta T$$

$$Q = 200\text{ g}\,(0{,}093\text{ cal/g°C})(20°\text{C} - 90°\text{C})$$

$$\boxed{Q = -1222\text{ cal}}$$

El signo (–) indica que el calor sale del cobre.

PROBLEMA 06

En un vaso de vidrio de 300 g hay 100 cm^3 de agua a 20°C. Halle el calor que se requiere para calentar el conjunto hasta los 60°C. El calor específico del vidrio es de 0,02 cal/g°C

RESOLUCION:

* Cuando calentamos el conjunto; el vaso de vidrio y el agua absorben calor:
* Calor que absorbe el vaso de vidrio:

$$Q_V = m_V c_V \Delta T_V$$

$$Q_V = 300\text{ g}\,(0{,}02\text{ cal/g°C})(60°\text{C} - 20°\text{C})$$

$$Q_V = 240\text{ cal} \ldots\ldots (1)$$

* Calor que absorbe el agua:

(En 100 cm^3 de agua, la masa es 100 g)

$$Q_{agua} = m_{agua} c_{agua} \Delta T_{agua}$$

$$Q_{agua} = (100\text{ g})(1\text{ cal/g°C})(60°\text{C} - 20°\text{C})$$

$$Q_{agua} = 4000\text{ cal} \ldots\ldots (2)$$

* Hallamos el calor total absorbido:

$$Q_T = Q_V + Q_{agua} = 240\text{ cal} + 4000\text{ cal}$$

$$\boxed{Q_T = 4240\text{ cal}}$$

PROBLEMA 07

Un perno de acero (c = 0,11 cal/g°C) de 60 g se enfría hasta una temperatura de 22°C, perdiendo 660 cal en el proceso. ¿Cuál es la temperatura inicial del perno?

RESOLUCION:

* Como el perno pierde calor (se enfría) el: calor será: $Q = -660$ cal ..... (1)

$$Q = mc\Delta T$$

$$-660\text{ cal} = 60\text{ g}\,(0{,}11\text{ cal/g°C})(22°\text{C} - T_o)$$

$$-660 = 6{,}6\,(22 - T_o)$$

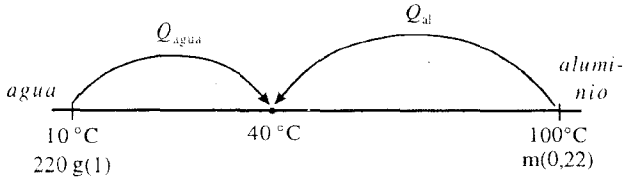
$$\boxed{T_o = 122°\text{ C}}$$

PROBLEMA 08

¿Qué masa de aluminio (c = 0,22 cal/g°C) a 100°C debe añadirse a 220 g de agua a 10°C, de manera que la temperatura de equilibrio sea de 40°C?

RESOLUCION:

* Hacemos una representación lineal:



$$\begin{pmatrix}\text{Calor ganado}\\ \text{por el agua}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Calor perdido}\\ \text{por el aluminio}\end{pmatrix}$$

$$m_{agua}\, c_{agua}\, \Delta T_{agua} = m_{al}\, c_{al}\, \Delta T_{al}$$

$$220(1)(40 - 10) = m_{al}\,(0{,}22)(100 - 40)$$

$$220(30) = m_{al}\,(0{,}22)(60)$$

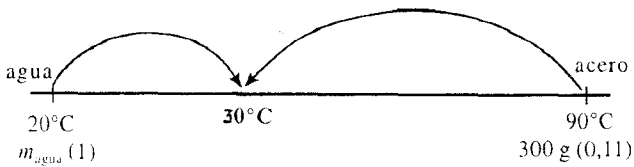
$$\boxed{m_{al} = 500\text{ g}}$$

PROBLEMA 09

Se agregan 300 g de municiones de acero a 90°C a una cantidad desconocida de agua inicialmente a 20°C. ¿Cuál es la masa de agua si la temperatura de equilibrio es 30°C? Para el acero c = 0,11 cal/g°C

RESOLUCION:

* En un diagrama lineal.



$$\begin{pmatrix}\text{Calor ganado}\\ \text{por el agua}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Calor perdido}\\ \text{por el acero}\end{pmatrix}$$

$$m_{agua}\, c_{agua}\, \Delta T_{agua} = m_{ac}\, c_{ac}\, \Delta T_{ac}$$

$$m_{agua}\,(1)(30-20) = 300(0{,}11)(90-30)$$

$$10 m_{agua} = 3 \text{ x } 11 \text{ x } 60$$

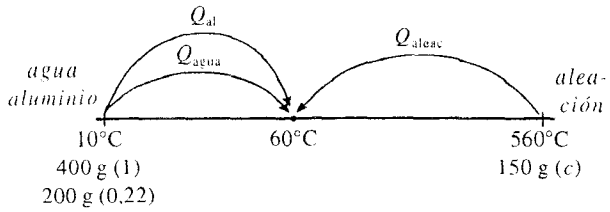
$$\boxed{m_{agua} = 198\text{ g}}$$

PROBLEMA 10

Se calienta 150 g de una aleación hasta 560°C. A continuación se coloca en 400 g de agua a 10°C, dentro de un calorímetro de aluminio (c = 0,22 cal/g°C) de 200 g. La temperatura final de la mezcla es 60°C. Calcule el calor específico de la aleación.

RESOLUCION:

* Representamos los datos en un diagrama lineal:



$$\begin{pmatrix}\text{Calor}\\ \text{ganado}\\ \text{por el}\\ \text{agua}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Calor}\\ \text{ganado}\\ \text{por el}\\ \text{aluminio}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Calor}\\ \text{perdido}\\ \text{por la}\\ \text{muestra}\end{pmatrix}$$

$$m_{agua}\, c_{agua}\, \Delta T + m_{al} c_{al} \Delta T = m_m\, c_m\, \Delta T_{al}$$

$$400(1)(60-10)+200(0,22)(60-10)=150c_m(560-60)$$

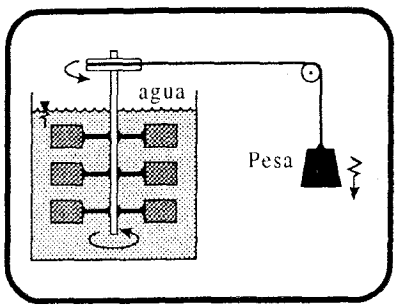
$$400(50) + 44(50) = 150\, c_m(500)$$

$$400 + 44 = 1500\, c_m$$

$$\boxed{c_m = 0,296 \text{ cal/g°C}}$$

27.6. EQUIVALENTE MECANICO DEL CALOR

Mediante el siguiente montaje, en el año 1878, James Joule pudo demostrar por primera vez la equivalencia entre el trabajo y el calor.



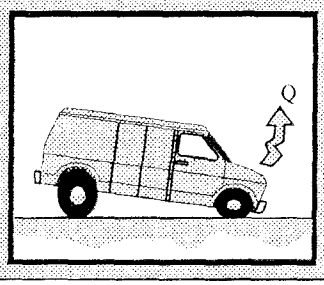
Mientras la pesa desciende, su energía potencial mecánica hace girar las paletas, calentando el agua y demostrándose que:

$$\boxed{1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}}$$

O también:

$$\boxed{1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal}}$$

Cuando frenas un auto móvil, la energía cinética se transforma en calor.



Con éste y otros experimentos, James Joule encontró que una determinada cantidad de trabajo era equivalente a una cantidad de calor.

PROBLEMA 11

¿Qué calor produce en el choque, una masa de barro de 2 kg que cal desde una altura de 2,5 m? $g = 10 \text{ m/s}^2$

RESOLUCION:

* Calculamos la energía potencial inicial de la masa de barro:

$$EP = mgh = (2 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2)(2,5 \text{ m})$$

$$EP = 50 \text{ J}$$

* En el choque, esta energía se transforma en calor:

$$Q = 50(0,24 \text{ cal})$$

$$\boxed{Q = 12 \text{ cal}}$$

PROBLEMA 12

Una bala de fusíl de 200 g impacta en un saco de arena con una velocidad de 60 m/s. Halle el calor que se desprende debido a la fricción entre la bala y la arena.

RESOLUCION:

* Hallamos la energía cinética de la bala

$$EC = \frac{1}{2}\, mv^2 = \frac{1}{2}\,(0,2 \text{ kg})(60 \text{ m/s})^2$$

$$EC = 360\ J$$

* Esta energía se convierte en calor:

$$Q = 360(0{,}24\ cal)$$

$$\boxed{Q = 86{,}4\ cal}$$

PROBLEMA 13

¿Desde qué altura habrá que dejar un trozo de plomo de 10 g (c = 0,031 cal/g°C), para que, por motivo de choque con el piso, su temperatura se eleve en 2°C? Considere que el plomo no rebota y que absorve todo el calor generado. $g = 10\ m/s^2$

RESOLUCION:

* Hallamos el calor para que la temperatura del plomo se eleve en 2°C.

$$Q = mc\Delta T = (10\ g)(0{,}031\ cal/g°C)(2°C)$$

$$Q = 0{,}62\ cal$$

* Este calor se produce por la energía potencial del plomo

$$EP = Q = 0{,}62(4{,}18\ J) = 2{,}59\ J$$

* Además, la energía potencial es:

$$E\,P = mgh$$

$$2{,}59\ J = (0{,}01\ kg)(10\ m/s^2)h$$

$$\boxed{h = 25{,}9\ m}$$

AUTOEVALUACION

01 Para un transferencia de calor es necesaria:
a) la presencia de un cuerpo caliente
b) la presencia de un cuerpo frío
c) una diferencia de temperaturas
d) la presencia del fuego
e) N.A.

02 Cuando el calor se transfiere a una sustancia, se almacena en forma de:
a) calor b) temperatura
c) no se sabe d) energía interna
e) calor específico

03 El calor es la energía que se transmite de una sustancia caliente a otra ...
a) caliente b) más caliente c) fría
d) congelada e) no se sabe

04 Si tocamos un trozo de hielo, se cumplirá que:
I. La mano pierde energía interna
II. El hielo eleva su energía interna
III. La mano pierde energía interna en forma de calor.
a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo II e) Todas

05 Los líquidos y los gases son malos conductores del calor, estos mayormente se calientan por:
a) conducción b) convección
c) radiación
d) convección y radiación
e) N.A.

06 ¿Cuál es la forma de transmisión de calor que puede suceder a través del vacío?
a) conducción b) convección
c) radiación
d) conducción y convección
e) todas

07 El calor que nos llega de la chiminea se transmite principalmente por:
a) conducción b) convección
c) radiación
d) conducción y convección
e) ninguna

08 Señale con verdadero (V) o falso (F)
I. Los metales sólidos se calientan principalmente por conducción
II. El agua se calienta principalmente por convección
III. El aire es un buen conductor del calor.
a) VVF b) FVV c) VFV
d) FFV e) VVV

09 La unidad, en el SI, empleada para medir el calor es:

a) caloría b) joule c) kilocaloría
d) gran caloría
e) no hay unidad en el SI.

10 Hay sustancias, como el agua, que se resisten al calentamiento, esto se mide con:

a) la caloría b) el joule
c) el calor específico d) la temperatura
e) no se mide

11 ¿Por qué parece más frío al tacto un trozo de metal que un trozo de madera a la temperatura ambiente?

a) el metal está más caliente
b) el metal está más frío
c) el metal tiene menor calor específico
d) la madera es mejor conductor
e) la madera tiene menor calor específico

12 El aceite se calienta (absorve mejor el calor) más rapido que el agua porque tiene _____ que el agua.

a) menor densidad
b) mayor densidad
c) menor calor específico
d) mayor calor específico
e) igual calor específico

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 13

La masa de una lata de aluminio (c = 0,22 cal/g°C) es de 100 g. Halle el calor que se requiere para calentar la lata de manera que su temperatura se eleve en 20°C.

a) 400 cal b) 410 cal c) 420 cal
d) 430 cal e) 440 cal

PROBLEMA 14

Una billa de acero de 50 g está a 20°C. ¿Hasta qué temperatura se calentará si recibe 220 cal? El calor específico del acero es de 0,11 cal/g°C

a) 40°C b) 60°C c) 80°C
d) 100°C e) 120°C

PROBLEMA 15

Una placa de vidrio de 0,5 kg se enfría lentamente de 80°C a 30°C. ¿Cuánto calor libera la placa?. El calor específico del vidrio es de 0,02 cal/g°C

a) 100 cal b) 200 cal c) 300 cal
d) 400 cal e) 500 cal

PROBLEMA 16

Cuando una pieza de metal de 60 g, recibe 540 cal su temperatura se eleva en 45°C. Halle el calor específico de este metal, en cal/g°C.

a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3 d) 0,4 e) 0,5

PROBLEMA 17

Cuarenta gramos de agua deben ser calentadas desde 20°C hasta 80°C. ¿Cuántas calorías serán necesarias?

a) 2000 b) 2200 c) 2400
d) 2600 e) 2800

PROBLEMA 18

Un recipiente de aluminio de 300 g contiene 200 g de agua a 20°C. ¿Qué calor se requiere para calentar hasta 30°C el recipiente con el agua? El calor específico del aluminio es 0,22 cal/g°C

a) 660 cal b) 2000 cal c) 2660 cal
d) 3260 cal e) 3660 cal

PROBLEMA 19

2 litros de agua a 20°C se mezclan con 3 litros de agua a 30°C. ¿Qué temperatura de equilibrio alcanzará la mezcla?

a) 24°C b) 25°C c) 26°C d) 27°C e) 28°C

PROBLEMA 20

Una taza de metal de 200 g de masa está a

20°C. en ella se coloca 300 g de agua a 80°C lográndose una temperatura de equilibrio de 70° C. Calcule el calor específico del metal, en cal/g°C.

a) 0,25 b) 0,30 c) 0,35
d) 0,40 e) 0,45

PROBLEMA 21

¿Qué calor se libera al frenar, hasta detenerse, un pequeño coche de 400 kg cuya rapidéz es de 10 m/s?

a) 4800 cal b) 4600 cal c) 4400 cal
d) 4200 cal e) 4000 cal

PROBLEMA 22

Si al caer una manzana de 100 g, desde una altura de 5 m, la energía potencial se transforma en calor, ¿Cuántas calorías se producirá? $g = 10\ m/s^2$

a) 0,6 b) 0,8 c) 1,0 d) 1,2 e) 1,4

NIVEL II

PROBLEMA 23

Una mezcla de agua y aceite está a 10°C y contiene 15 g de agua y 20 g de aceite. ¿Qué calor se requiere para calentar la mezcla hasta los 30°C? El calor específico de este aceite es de 0,6 cal/g°C.

a) 500 cal b) 510 cal c) 520 cal
d) 530 cal e) 540 cal

PROBLEMA 24

Una pieza de acero (c = 0,11 cal/g°C) de 500 g se extrae de un horno a 250°C, al enfriarse libera 12650 cal. Halle la temperatura del medio ambiente.

a) 18°C b) 19°C c) 20°C
d) 21°C e) 22°C

PROBLEMA 25

Cantidades iguales de calor se agregan a masas iguales de aceite y agua. La temperatura del agua se eleva en 10°C y la del aceite en 15°C. Halle el calor específico de esta calidad de aceite, en cal/g°C.

a) 0,57 b) 0,67 c) 0,77
d) 0,87 e) 0,97

PROBLEMA 26

Cuando un trozo de metal recibe cierta cantidad de calor, su temperatura se eleva en 8°C. Si la cantidad de calor se duplica y la masa del metal se reduce en la tercera parte, la temperatura se elevará en:

a) 8°C b) 16°C c) 24°C
d) 32°C e) 40°C

PROBLEMA 27

Halle la temperatura de equilibrio, en °C, que resulta de mezclar 40 g de agua a 20°C con 60 g de agua hirviendo.

a) 56 b) 60 c) 64
d) 68 e) 72

PROBLEMA 28

400 g de mercurio a 60°C son sumergidos en 600 g de agua a 25°C. La temperatura de equilibrio es 25,8°C. Hállese el calor específico del mercurio, en cal/g°C.

a) 0,015 b) 0,025 c) 0,035
d) 0,045 e) 0,055

PROBLEMA 29

Un recipiente que no absorve calor contiene 180 g de agua 27°C; en él se introduce un trozo de latón de 0,5 kg, que ha sido extraído de un horno a 104°C. ¿Cuál será la temperatura de equilibrio?. El calor específico del latón es 0,06 cal/g°C.

a) 38°C b) 39°C c) 40°C
d) 41°C e) 42°C

PROBLEMA 30

Un calorímetro de aluminio, de 200 g, contiene 500 g de agua a 20° C. Se introduce una pieza de plomo de 1 kg a 100°C. Calcule la temperatura de equilibrio.
Calor específico del aluminio: 0,22 cal/g°C.
Calor específico del plomo: 0,032 cal/g°C

a) 20,4°C b) 22,4°C c) 24,4°C
d) 26,4°C e) 28,4°C

PROBLEMA 31

La masa de una bola de acero es de 1 kg, al ser soltada, impacta en el suelo con una velocidad de 10 m/s y rebota con 6 m/s. ¿Qué cantidad de "calor" se produce?

a) 6,68 cal b) 7,68 cal c) 8,68 cal
d) 9,68 cal e) 10,68 cal

PROBLEMA 32

La cabeza, de 0,6 kg, de un martillo tiene una velocidad de 10 m/s cuando choca con un clavo y se detiene. Calcule las calorías liberadas.

a) 3,2 b) 4,2 c) 5,2
d) 6,2 e) 7,2

PROBLEMA 33

Una gran roca de marmol (c = 0,2 cal/g°C) de 200 kg, cae verticalmente de una altura de 150 m y choca con el terreno. Calcule el aumento de la temperatura de la roca si permanece en ella el 50% del calor generado. $g = 10\ m/s^2$

a) 0,40°C b) 0,50°C c) 0,80°C
d) 0,90°C e) 1,20°C

CLAVES

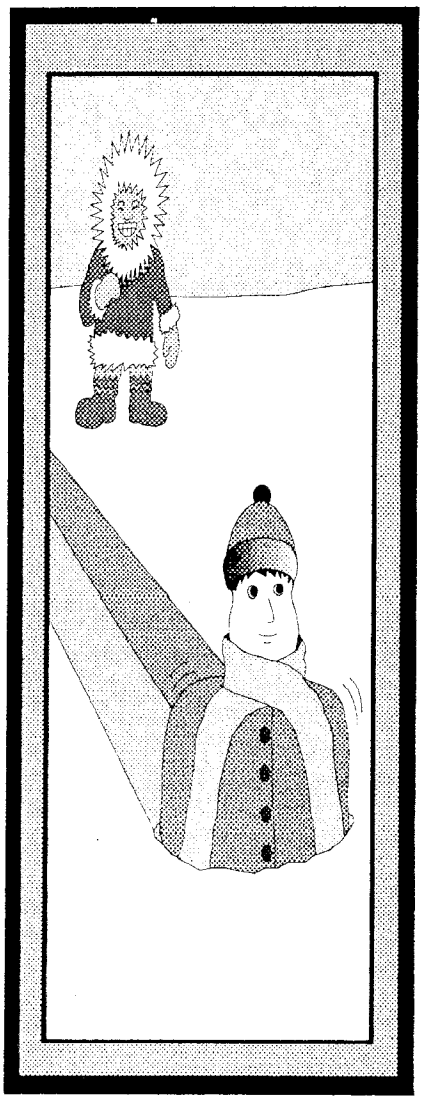
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	C	E	B	C	C	A	B	C	C	C	E	B	E	B	C	C	C	B
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**							
A	D	E	C	B	C	D	C	A	C	B	E	D							

28 Capítulo

Cambio de FASE

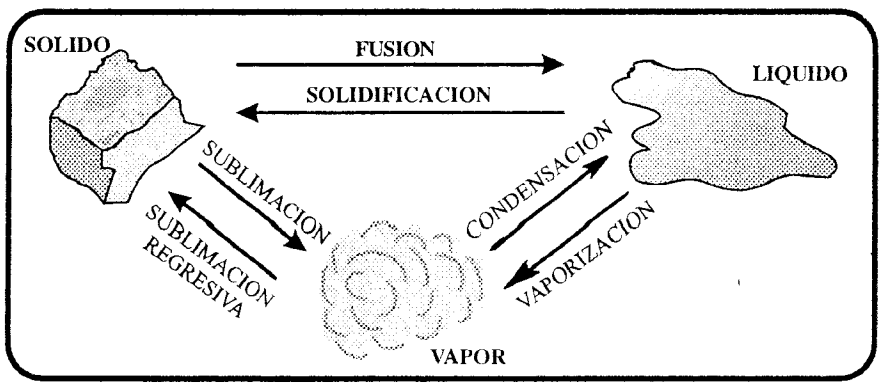
OBJETIVOS

1. *Conocer las fases fundamentales de la materia y sus transiciones*
2. *Estudiar y aplicar las leyes que gobiernan un cambio de fase.*



28.1. CAMBIO DE FASE

Las sustancias que nos rodean se presentan normalmente en tres fases (estados): sólido , líquido y gaseoso. Estas sustancias pueden cambiar de una fase a otra. Por ejemplo, si a un cubo de hielo le suministramos suficiente calor, veremos que, el hielo funde transformándose al estado líquido: agua. si seguimos añadiendo calor, el agua hervirá y se convertirá en vapor. Los cambios de fase reciben nombres especiales:



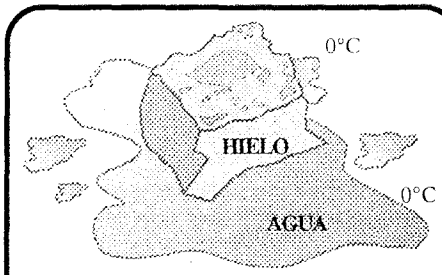
28.2. FUSION Y SOLIDIFICACION

28.2.1 PUNTO DE FUSION O TEMPERATURA DE FUSION

Si calentamos gradualmente un trozo de plomo se observará que en cierto momento comienza a fundirse (derretirse); midiendo la temperatura en ese momento comprobaremos que

la temperatura, mientras se derrite, siempre es de 327°C. Podemos seguir calentando, derretir todo el plomo y elevar la temperatura hasta 400°C o más. Si dejamos enfriar el plomo fundido, después de cierto tiempo, empezará a solidificarse; si se mide la temperatura de solidifación se encontrará que la temperatura vuelve a ser 327°C. Si repetimos la experiencia sucederá lo mismo.

Lo mismo sucederá con un cubo de hielo; se fundirá a 0°C, y colocando agua en la nevera se congelará (solidificará) también a 0°C.



La temperatura de fusión (T_F) es igual a la temperatura de solidificación (T_S)

A la presión de una atmósfera (nivel del mar) el hielo se funde a 0°C y también se solidifica a 0°C.

$$T_F = T_S = 0°C$$

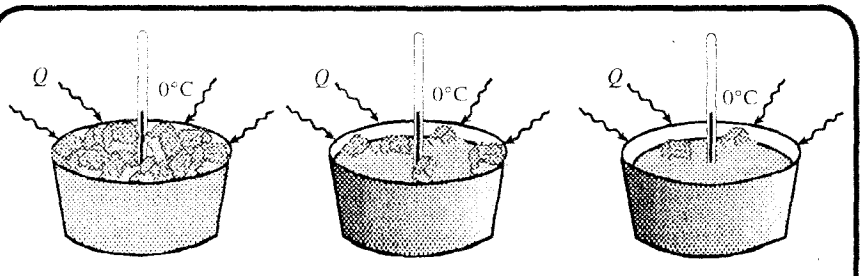
A una determinada presión, la mayoría de las sustancias funden (se derriten) a una determinada temperatura: punto de fusión, cada sustancia tiene el suyo.

Temperaturas o puntos de fusión de algunas sustancias:

Mercurio	-39°C
Hielo	0°C
Parafina	54°C
Plomo	327°C
Plata	960°C
Hierro	1528°C
Tungsteno	3370°C

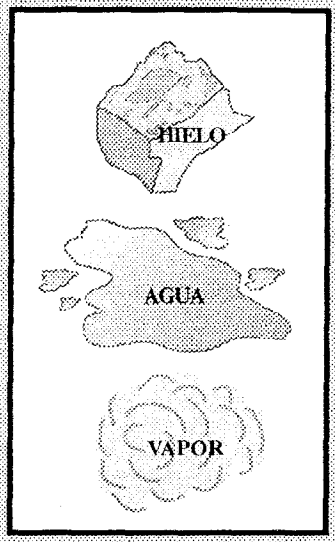
28.2.2 CALOR LATENTE DE FUSION (L_F)

Si se observa el termómetro, mientras dura la fusión del plomo, veremos que la temperatura permanece en 327°C. Lo mismo sucede si empleamos cubitos de hielo: mientras que todo el hielo no se haya fundido el termómetro siempre indicará 0°C.



La cubeta con hielo absorbe calor del medio ambiente, pero mientras dura la fusión la temperatura permanece en 0°C.

El hielo, el agua y el vapor están formados por las mismas moléculas. Pero no se parecen porque sus moléculas está distribuidas de manera diferente.



En el hielo las moléculas están muy juntas. En el agua están un poquito más distantes, mientras que en el vapor están relativamente lejos.

Todos los cambios de fase; como la fusión, se realizan suministrando energía, cuya acción consiste en separar las moléculas de la sustancia que va a cambiar de fase.

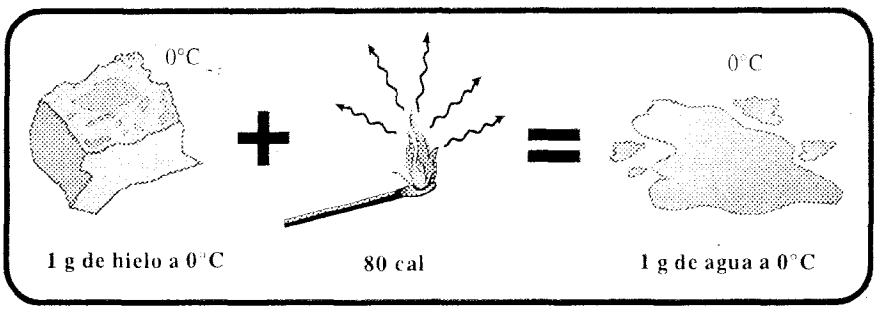
> *El calor que requiere una unidad masa, para pasar de sólido a líquido, se denomina* ***calor latente de fusión*** *(L_F)*

En forma de ecuación será:

$$L_F = \frac{Q}{m}$$

Q : Calor suministrado
m : masa que cambia la fase

En el caso del hielo, para derretir un gramo de hielo, que está a 0°C, se requiere 80 cal.



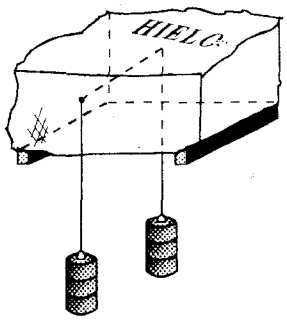
Para el hielo: $L_F = 80$ cal/g

Calores latentes de fusión de algunas sustancias:

Plomo	5,5 cal/g
Cobre	41 cal/g
Hierro	49 cal/g
Hielo	80 cal/g
Aluminio	94 cal/g

EXPERIMENTO

Si cuelgas un alambre con dos pesas, el alambre atravesará el hielo cortándolo lentamente, pero volverá a formarse hielo detrás de él. Cuando el alambre haya pasado, el hielo quedará de una pieza.



RECONGELACION

Este fenómeno se debe a que la presión reduce el punto de fusión. Cuando el alambre ha pasado ya no presiona el hielo y éste vuelve a congelarse.

PROBLEMA 01

¿Cuántas calorías se necesita para fundir 50 g de hielo que ya están a 0°C?

RESOLUCION:

* Como el hielo ya está a 0°C el calor para fundirlo será:

$$Q = mL_F = (50\text{ g})(80\text{ cal/g})$$

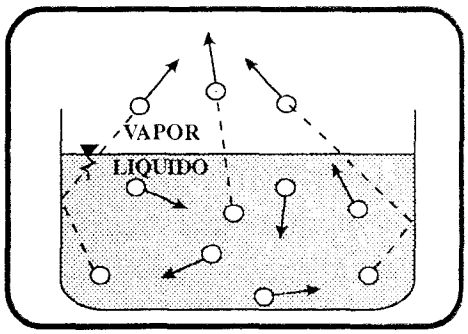
$$\boxed{Q = 4\,000\text{ cal}}$$

28.3. VAPORIZACION Y CONDENSACION

La vaporización es el proceso de transformación de un líquido en vapor, se presenta en forma de **evaporación y ebullición.**

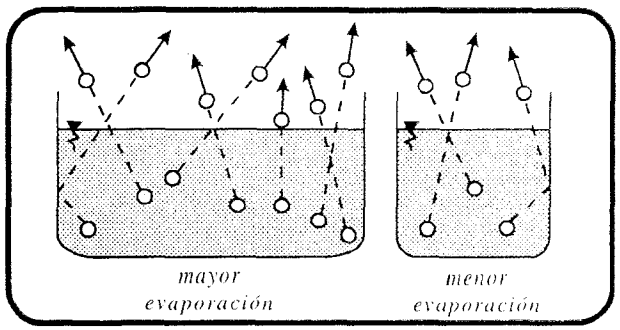
28.3.1 EVAPORACION

Sucede a cualquier temperatura cuando algunas moléculas rápidas, en el seno del líquido, llegan a la superficie libre de líquido y logran escapar para formar la fase vapor.



La evaporación sucede porque las moléculas veloces logran escapar del líquido.

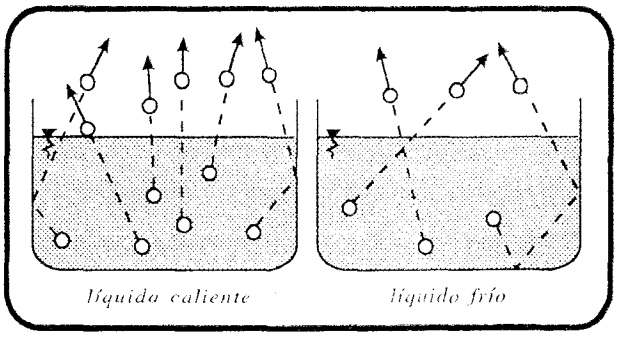
En un recipiente ancho, por tener mayor superficie, las moléculas rápidas tiene mayor libertad para escapar del líquido.



A mayor superficie, mayor será la rapidez de evaporación

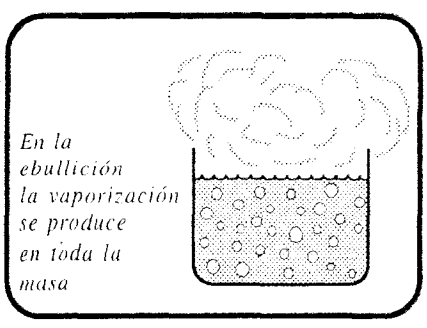
Cuando calentamos un líquido, la rapidez de sus moléculas aumenta, y por consiguiente, aumentará también la rapidez de evaporación.

A mayor temperatura, mayor será la rapidez de evaporación

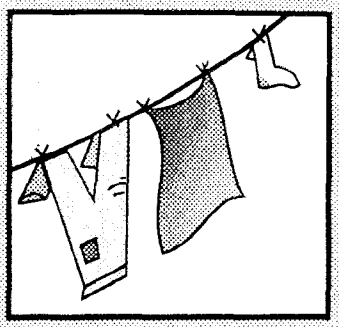


28.3.2 EBULLICION

Si calentamos un líquido, llegamos hasta una temperatura especial, que depende de la presión, en la que se observa una formación rápida y tumultuosa de burbujas y vapor en toda la masa del líquido, decimos que el líquido ha empezado a hervir o a ebullir.

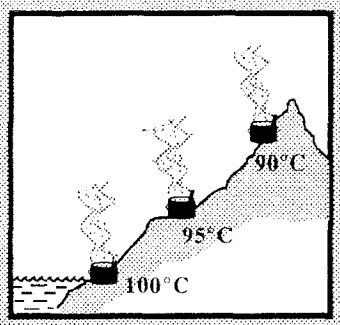


La ropa mojada se extiende para aumentar el área de evaporación

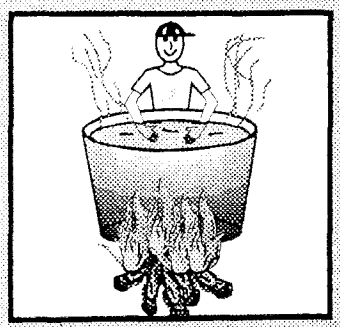


La ropa mojada sin extender demora en secar.

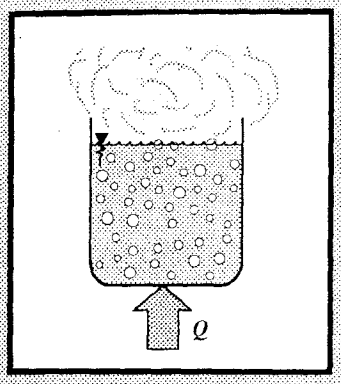
El punto de ebullición depende de la presión exterior. A mayor altura, sobre el nivel del mar, menor es la presión atmosférica y por consiguiente también será menor el punto de ebullición.



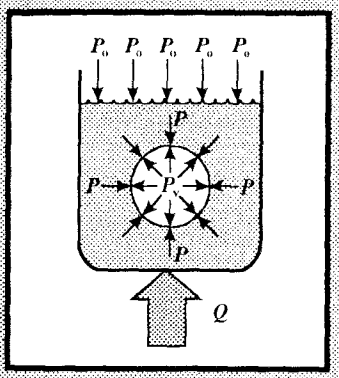
Para alturas considerables, tanto desciende el punto de ebullición, que el agua hirviendo no quema nuestra manos.



Un líquido hierve cuando en él se forman burbujas de vapor que suben a la superficie del líquido y escapan al medio exterior.



Las burbujas se forman cuando la presión de vapor (P_v), dentro de la burbuja, se hace lo bastante grande para vencer la presión (P) que rodea la burbuja, esta presión es aproximadamente igual a la presión atmosférica (P_o)



Si la presión de vapor no supera la presión atmosférica el líquido no hierve. No se forman burbujas.

La ebullición es un proceso rápido de vaporización, y mientras sucede, la temperatura (de ebullición) permanece constante.

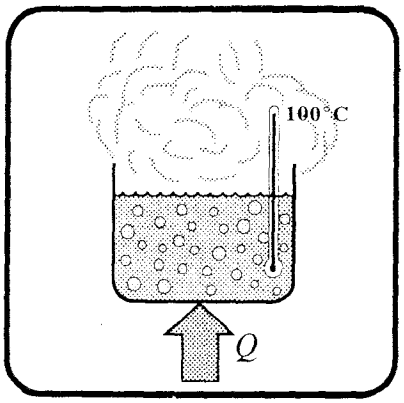
Cada líquido tiene su respectiva temperatura de ebullición.

28.3.3 DIFERENCIAS ENTRE LA EBULLICION Y LA EVAPORACION

- La ebullición sucede en toda la masa del líquido, mientras que la evaporación, solamente en la superficie
- La ebullición se da a una temperatura especial, que depende de la presión y del tipo de líquido, mientras que la evaporación se manifiesta a cualquier temperatura.
- La ebullición es una vaporización brusca, la evaporación es lenta.

28.3.4 CALOR LATENTE DE VAPORIZACION (L_V)

Si colocamos el termómetro, mientras hierve el agua, al nivel del mar, observamos que la temperatura se estabiliza en 100°C.



El agua hierve cuando la presión de su vapor saturado es igual a la presión exterior.

Para que siga adelante la ebullición, es necesario suministrar al líquido cierta cantidad de calor (Q)

El calor latente de vaporización (L_V) de un líquido es el calor por unidad de masa que se requiere para cambiar la sustancia de líquido a vapor, en su temperatura de ebullición.

En forma de ecuación será:

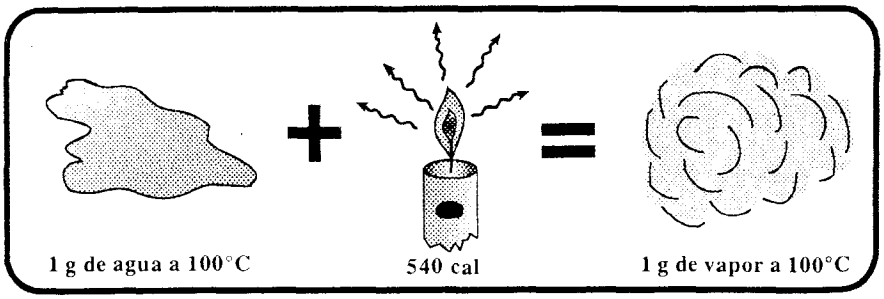
$$L_V = \frac{Q}{m}$$

Q : Calor suministrado
m : masa que vaporiza

En el caso del **agua**, para vaporizar **un gramo de agua**, que está a 100°C (punto de ebullición), se requiere 540 cal.

Para el agua:

$$L_V = 540 \text{ cal/g}$$



PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 02

¿Qué cantidad de calor se necesita para vaporizar 8 g de agua que están a 100°C?

RESOLUCION:

* Como el agua está a 100°C, el calor para vaporizar los 8 g de agua será:

$$Q = mL_V = (8\ g)(540\ cal/g)$$

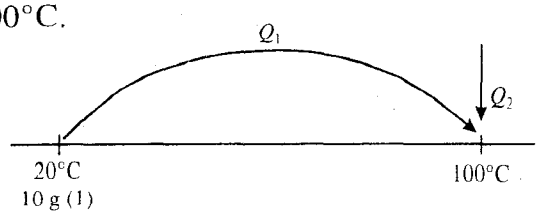
$$\boxed{Q = 4320\ cal}$$

PROBLEMA 03

Se quiere vaporizar 10 g de agua que está a la temperatura ambiente de 20°. Calcular el calor necesario.

RESOLUCION:

* Para vaporizar el agua, previamente debe ser calentada hasta el punto de ebullición 100°C.



* Calor (Q_1) para calentar el agua hasta los 100°C

$$Q_1 = mc\Delta T$$

$$Q_1 = (10\ g)\left(1\frac{cal}{g°C}\right)(100°C - 20°C)$$

$$Q_1 = 800\ cal \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

* Calor (Q_2) para vaporizar los 10 g de agua:

$$Q_2 = mL_V = (10\ g)(540\ cal/g)$$

$$Q_2 = 5400\ cal \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

* El calor total será:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q = (800\ cal) + (5400\ cal)$$

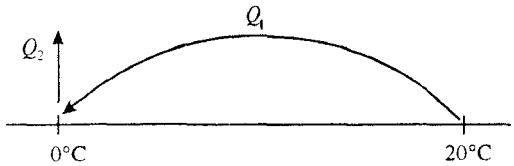
$$\boxed{Q = 6200\ cal}$$

PROBLEMA 04

En una heladera se coloca 20 g de agua a 20°C y se obtienen cubitos de hielo a 0°C. ¿Qué cantidad de calor se le extrajo al agua?

RESOLUCION:

* Para obtener cubitos de hielo, el agua debe ser enfriada hasta 0°C.



* Calor (Q_1) para enfriar el agua hasta 0°C.

$$Q_1 = mc\Delta T$$

$$Q_1 = (20\ g)\left(1\frac{cal}{g°C}\right)(0°C - 20°C)$$

$$Q_1 = -400\ cal \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

* Calor (Q_2) para solidificar el agua:

$$Q_2 = mL_S \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

* Donde L_S : calor latente de solidificación

$$L_S = -L_F = -80\ cal/g$$

* Reemplazando en (2):

$$Q_2 = (20\ g)(-80\ cal/g)$$

$$Q_2 = -1600\ cal \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (3)$$

* El calor total será:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$Q = (-400 \text{ cal}) + (-1600 \text{ cal})$

$$\boxed{Q = -2000 \text{ cal}}$$

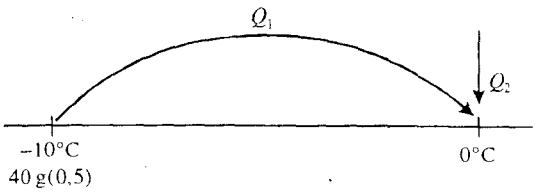
El signo (−) indica que el calor se extrae del agua.

PROBLEMA 05

Halle el calor suministrado a 40 g de hielo que está a −10°C, cuando es derretido. El calor específico del hielo es 0,5 cal/g°C.

RESOLUCION:

* Representamos en un diagrama lineal:



* Calor (Q_1) para calentar el hielo hasta 0°C

$Q_1 = mc\Delta T$

$Q_1 = (40 \text{ g})(0{,}5 \text{ cal/g°C})\,[0°\text{C} - (-10°\text{C})]$

$Q_1 = 200 \text{ cal} \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

* Calor (Q_2) para fundir el hielo a 0°C

$Q_2 = mL_F = (40 \text{ g})(80 \text{ cal/g})$

$Q_2 = 3200 \text{ cal} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$

* El calor total será:

$Q = Q_1 + Q_2 = 200 \text{ cal} + 3200 \text{ cal}$

$$\boxed{Q = 3400 \text{ cal}}$$

PROBLEMA 06

¿Qué cantidad de calor se necesita para fundir 400 g de cobre que están a la temperatura de fusión? El calor latente de fusión del cobre 41 cal/g.

RESOLUCION:

* Como el cobre está en su temperatura de fusión, el calor será:

$Q = mL_F = (400 \text{ g})(41 \text{ cal/g})$

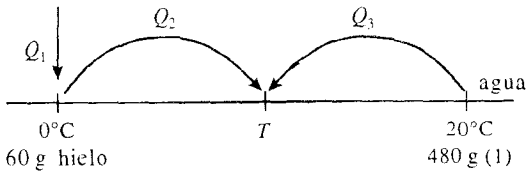
$$\boxed{Q = 16\,400 \text{ cal}}$$

PROBLEMA 07

En 480 g de agua a 20°C se coloca 60 g de de hielo que está a 0°C. Halle la temperatura de equilibrio de la mezcla.

RESOLUCION:

* Hacemos una representación lineal de los datos:



$$\begin{pmatrix}\text{Calor ganado}\\ \text{por el hielo}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Calor perdido}\\ \text{por el agua}\end{pmatrix}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$60(80) + 60(1)(T - 0) = 480(1)(20 - T)$$

$$80 + T = 8(20 - T)$$

$$9T = 80$$

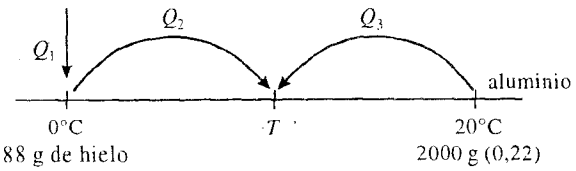
$$\boxed{T = 8{,}88°\text{C}}$$

PROBLEMA 08

Un depósito de aluminio tiene una masa de 2 kg y se encuentra a la temperatura ambiente de 20°C, en él se deja 88 g de hielo a 0°C. Calcule la temperatura de equilibrio. El calor específico del aluminio es 0,22 cal/g°C.

RESOLUCION:

* En un diagrama lineal:



$$\begin{pmatrix}\text{Calor ganado}\\ \text{por el hielo}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Calor perdido}\\ \text{por el aluminio}\end{pmatrix}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$88(80) + 88(1)(T - 0) = 2000(0{,}22)(20 - T)$$

$$88(80) + 88T = 440(20 - T)$$

$$80 + T = 5(20 - T)$$

$$6T = 20$$

$$\boxed{T = 3{,}3°\text{C}}$$

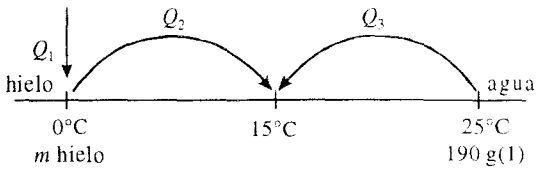
PROBLEMA 09

A 190 g de limonada, que está a 25°C,

¿cuánto de hielo a 0°C se debe colocar para que se enfríe hasta 15°C?

RESOLUCION:

* En la limonada practicamente hay 190 g de agua.



$$\begin{pmatrix}\text{Calor ganado}\\ \text{por el hielo}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Calor perdido}\\ \text{por la limonada}\end{pmatrix}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$m(80) + m(1)(15-0) = 190(1)(25-15)$$

$$95\,m = 1900$$

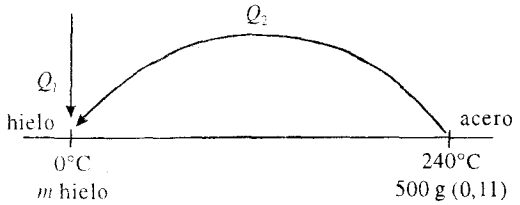
$$\boxed{m = 20\text{ g}}$$

PROBLEMA 10

Una pieza de acero de 0,5 kg se extrae de un horno a 240°C y se coloca sobre un gran bloque de hielo a 0°C. ¿Qué masa de hielo se derrite? El calor específico del acero es 0,11 cal/g°C.

RESOLUCION:

* Como el bloque de hielo es grande, la pieza de acero se enfriará hasta 0°C.



$$\begin{pmatrix}\text{Calor ganado}\\ \text{por el hielo}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Calor perdido}\\ \text{por el acero}\end{pmatrix}$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$m(80) = 500(0{,}11)(240-0)$$

$$80m = 55(240)$$

$$\boxed{m = 165\text{ g}}$$

AUTOEVALUACION

01 En un cambio de fase, la temperatura:
a) es cero b) aumenta c) disminuye
d) permanece constante e) N.A.

02 Cuando el hielo se derrite, decimos que sucede una....
a) solidificación b) fusión
c) vaporización d) condensación
e) sublimación

03 Si el plomo funde a 327°C, cuando solidifica la hace a:
a) 327°C b) más de 327°C
c) menos de 327C d) no se sabe
e) falta datos

04 Señale con verdadero (V) o falso (F):
I. En un cambio de fase la temperatura permanece constante
II. La condensación es el fenómeno inverso a la vaporización.
III. En todo cambio de fase hay transferencia de calor.
a) VVF b) FVV c) VVV
d) VFV e) VFF

05 El calor latente de solidificación del agua, al nivel del mar, es:
a) 80 cal/g b) −80 cal/g c) 540 cal/g
d) −540 cal/g e) no se sabe

06 Para que 1 g de hielo a 0°C se transforme a 1 g de agua a 0°C, ¿cuántas calorías se requieren?
a) cero b) −80 c) 80
d) 540 e) −540

07 En la cima de una montaña muy alta, el agua hierve a una temperatura.
a) igual a 0°C b) igual a 100°C
c) mayor que 100°C
d) mucho mayor que 100°C
e) menor que 100°C

08 La evaporación de un líquido:
a) sucede a una temperatura especial.

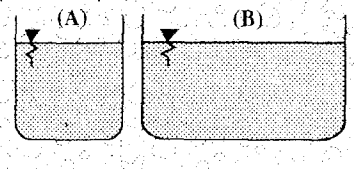
b) se produce en todo el líquido
c) sucede a cualquier temperatura
d) se produce solamente en la superficie del líquido
e) hay dos respuestas

09 La vaporización brusca que sucede a una temperatura especial; se denomina:

a) sublimación b) condensación
c) ebullición d) evaporación
e) sublimación regresiva.

10 Se muestra dos recipientes de diferente fondo, conteniendo agua a la temperatura ambiente, ¿En qué recipiente es mayor la evaporación?

a) en A
b) en B
c) iguales
d) no evaporan
e) N.A.



11 De las siguientes afirmaciones; son ciertas:

I. A nivel del mar el agua hierve a 100°C
II. A mayor altura, menor será la temperatura de ebullición
III. La ebullición se produce solamente en la superficie de líquido.

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo I e) Sólo II

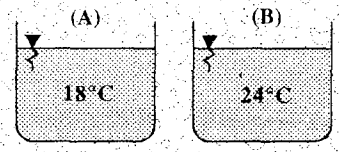
12 Asigne una F si la afirmación es falsa o V si es verdadera.

I. La ebullición se produce a temperatura constante.
II. La evaporación es una vaporización lenta.
III. La temperatura de ebullición depende de la presión exterior.

a) VVF b) VFV c) VVV
d) FVV e) FFV

13 En dos depósitos idénticos hay agua a diferente temperatura. ¿En qué depósito la evaporación será mayor?

a) en A
b) en B
c) iguales
d) no evaporan
e) N.A.



PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 14

De una nevera se extrae 30 g de hielo a 0°C. Halle el calor necesario para derretido, en cal.

a) 2000 b) 2400 c) 2800
d) 3200 e) 3600

PROBLEMA 15

¿Qué calor se requiere para derretir 5 g de hielo cuya temperatura es −10°C? El calor específico del hielo es 0,5 cal/g°C.

a) 400 cal b) 415 cal c) 425 cal
d) 450 cal e) 475 cal

PROBLEMA 16

Una vez que el agua empieza a hervir, ¿qué cantidad de calor se debe suministrar para vaporizar 50 g de agua?

a) 27 kcal b) 29 kcal c) 29 kcal
d) 30 kcal e) 31 kcal

PROBLEMA 17

En una cacerola hay 2 kg de agua a 20°C. Halle las kcal que se necesitan para vaporizar toda el agua. Considere que la cacerola no absorve calor.

a) 840 b) 940 c) 4040 d) 1140 e) 1240

PROBLEMA 18

Determine el calor latente de fusión de una

sustancia si para fundir 135 g de la sustancia hacen falta 5,4 kcal.

a) 10 cal/g b) 20 cal/g c) 30 cal/g
d) 40 cal/g e) 50 cal/g

PROBLEMA 19

Calcule la temperatura final cuando se mezcla 60 g de agua hirviendo con 20 g de hielo a 0°C.

a) 50C b) 55°C c) 60°C
d) 65°C e) 70°C

PROBLEMA 20

¿Qué masa de hielo a 0°C podemos fundir con 3520 cal?

a) 42 g b) 44 g c) 46 g
d) 48 g e) 50 g

PROBLEMA 21

Una esfera de plomo (c = 0,03 cal/g°C) de 2 kg ha sido calentada hasta 160°C, halle la cantidad de hielo que se derrite cuando colocamos esta esfera en una cavidad practicada en un lago congelado a 0°C.

a) 80 g b) 90 g c) 100 g
d) 110 g e) 120 g

PROBLEMA 22

Para disminuir la temperatura de 300 g de agua que está a 46°C, se echa 15 g de hielo a 0°C. Calcule la temperatura final.

a) 38°C b) 39°C c) 40°C
d) 41°C e) 42°C

NIVEL II

PROBLEMA 23

Calcule la cantidad de calor que se requiere para que un gramo de hielo a 0°C sea convertido a vapor a 100°C, en calorías.

a) 80 b) 100 c) 180 d) 540 e) 720

PROBLEMA 24

En un plato de acero de 300 g hay 20 g de hielo a 0°C, determine el calor que suavemente se debe suministrar al conjunto para convertir a vapor el hielo.
El calor específico del acero es 0,11 cal/g°C

a) 16,7 kcal b) 17,7 kcal c) 18,7 kcal
d) 19,7 kcal e) 20,7 kcal

PROBLEMA 25

Una muestra de plomo (c = 0,03 cal/g°C) está a la temperatura de 27°C, su masa es de 500 g. Halle el calor necesario para derretir toda la masa de plomo.
Temperatura de fusión del plomo: 327°C
Calor latente de fusión del plomo: 5,5 cal/g

a) 5,25 kcal b) 6,25 kcal c) 7,25 kcal
d) 8,25 kcal e) 9,25 kcal

PROBLEMA 26

Calcule la cantidad de calor para que 20 g de hielo a -10°C sea transformado a 20 g de vapor a 120°C.
Calor específico del hielo :0,5 cal/g°C
Calor específico del vapor: 0,45 cal/g°C

a) 14,68 kcal b) 15,68 kcal c) 16,68 kcal
d) 17,68 kcal e) 18,68 kcal

PROBLEMA 27

¿Qué masa de hielo a 0°C se debe agregar en 860 g de agua a 18°C para que la mezcla quede a 6°C?

a) 100 g b) 110 g c) 120 g
d) 130 g e) 140 g

PROBLEMA 28

En un litro de agua que está a 25°C se echan 4 cubitos de hielo de 50 g cada uno, que están a –6°C. ¿Qué temperatura de equilibrio se obtiene? El calor específico del hielo es de 0,5 cal/g°C.

a) 6°C b) 7°C c) 8°C d) 9°C e) 10°C

PROBLEMA 29

¿Cuál es la máxima cantidad de hielo a 0°C que se puede derretir en 0,4 litros de agua que están a 20°C?

a) 60 g b) 70 g c) 80 g
d) 90 g e) 100 g

PROBLEMA 30

¿Qué cantidad de hielo se derrite cuando un trozo de hierro de 2 kg, sacado de un horno a 400°C, se coloca sobre un bloque grande de hielo que está a 0°C? El calor específico del hierro es 0,11 cal/g°C.

a) 1000 g b) 1100 g c) 1200 g
d) 1300 g e) 1400 g

PROBLEMA 31

¿Cuántos gramos de agua hirviendo se debe mezclar con 10 g de hielo a 0°C, para obtener una temperatura de equilibrio de 40°C?

a) 5 g b) 10 g c) 15 g
d) 20 g e) 25 g

PROBLEMA 32

Halle la cantidad de agua que se vaporiza cuando a un litro de agua, que está a 80°C, se le suministra 25,4 kcal.

a) 0 b) 5 g c) 10 g
d) 100 g e) 1000 g

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	A	C	B	C	E	E	C	B	A	C	B	B	C	A	E	D	B	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32								
E	C	E	B	C	A	C	B	E	B	D	C								

29 Capítulo

Leyes DE LOS GASES IDEALES

OBJETIVOS

1. *Estudiar las leyes de Boyle, Charles y Gay - Lussac para gases ideales.*
2. *Establecer y aplicar la ley de los gases y la ecuación de estado de un gas.*

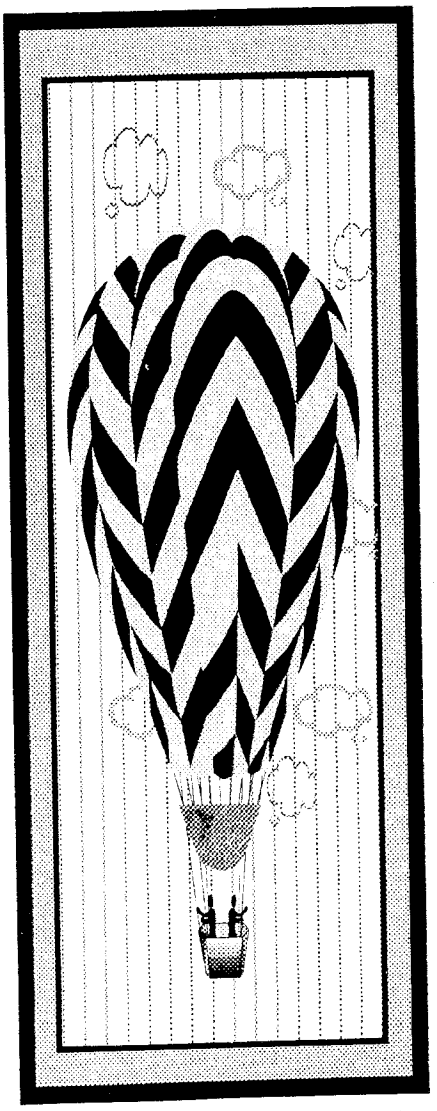
©DNDV

Los sólidos y los líquidos son considerados incompresibles; pues en los casos comunes, la presión no influye en las variaciones de las dimensiones de los sólidos y líquidos.

> *Los cambios de presión no afectan el volumen de los sólidos y líquidos.*

Sin embargo, al analizar el comportamiento de un gas se halla que la presión puede producir variaciones considerables en su volumen y en su temperatura.

> *Los cambios de presión afectan el volumen y la temperatura de un gas.*



29.1. LEY DE BOYLE:

Las primeras medidas experimentales del comportamiento de los gases fueron hechas por **Robert Boyle (1627 - 1691). Boyle** realizó un minucioso estudio de los cambios de volumen de gases, como resultado de los cambios de presión. Todas las demás variables, tales como la masa y la temperatura, se mantuvieron constante. En 1660, demostró que el volumen de un gas es inversamente proporcional a su presión.

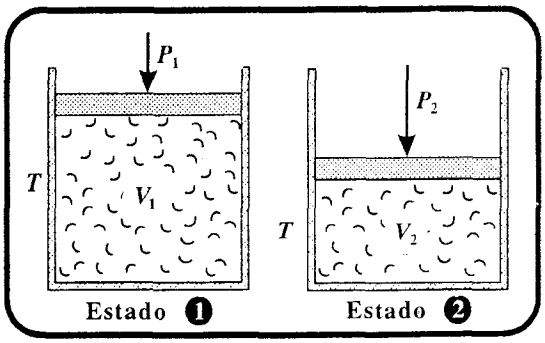
Ley de Boyle:

> *Siempre que la masa y la temperatura de un gas se mantengan constantes, el volumen del gas es inversamente proporcional a su presión absoluta.*

Matemáticamente:

$$PV = \text{constante}$$

Mayormente, esta ley se aplica para dos estados diferentes



La ley de Boyle será:

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

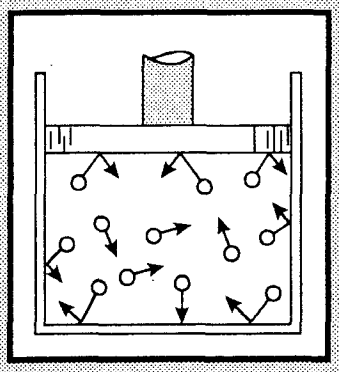
A mayor presión, menor será el volumen del gas

Unidades en el SI:

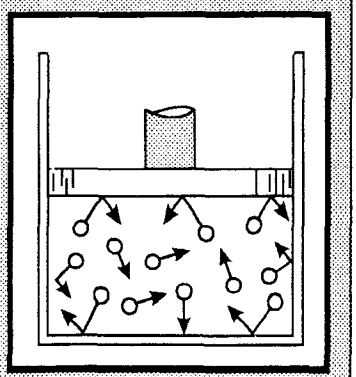
P : Presión absoluta, en Pa .... $\left(\text{Pa} \ldots \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)$

V : Volumen del gas, en m^3

La presión que ejerce un gas en el interior de un cilindro se debe a los continuos choques de las moléculas de este gas contra las paredes internas del cilindro.



Si disminuimos el volumen, las moléculas de este gas tendrían menos espacio para moverse y aumentará el número de choques contra las paredes internas del cilindro aumentando de este modo la presión del gas.



PROBLEMA 01

¿Qué volumen de gas hidrógeno, a la presión atmosférica se requiere para llenar un tanque de 0,2 m^3 bajo una presión absoluta de $5 \cdot 10^6$ Pa.

RESOLUCION:

* Recordemos que la presión atmosférica es $P_1 = 10^5$ Pa
* Usamos la ley de Boyle

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$(10^5 \text{ Pa})V_1 = (5 \cdot 10^6 \text{ Pa})\ (0{,}2 \text{ m}^3)$$

* Resolviendo:

$$\boxed{V_1 = 10 \text{ m}^3}$$

29.2. LEY DE CHARLES:

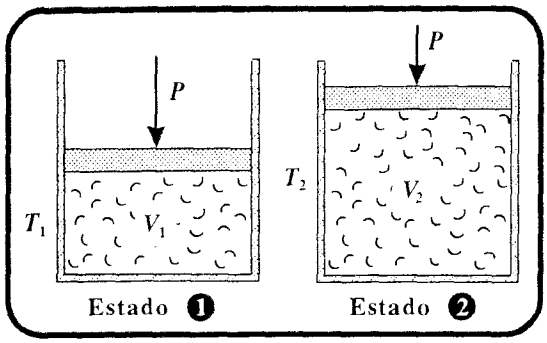
Experimentalmente se comprueba que el volumen de un gas aumenta directamente con su temperatura, esta relación directa entre el volumen y la temperatura primero fué probada experimentalmente por Jacques Charles en 1787.

Ley de Charles:

> *Siempre que la masa y la presión de un gas se mantienen constantes, el volumen del gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta.*

Matemáticamente: $\dfrac{V}{T} = \text{constante}$

Mayormentc esta ley se aplica para dos estados diferentes:



La ley de Charles será:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

A mayor temperatura, mayor será el volumen del gas.

Unidades en el SI:

V : Volumen del gas, en m^3

T : Temperatura absoluta del gas, en K

PROBLEMA ⓪②

Un gran globo lleno de aire tiene un volumen de 0,6 m^3 a 27°C. ¿Cuál será su volumen a 127°C si la presión no cambia?

RESOLUCION:

* La ley de Charles se aplica sólo con temperaturas absolutas,
* Luego:

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 127 + 273 = 400 \text{ K}$$

* En la ley de Charles:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{0{,}6 \text{ m}^3}{300 \text{ K}} = \frac{V_2}{400 \text{ K}}$$

$$\boxed{V_2 = 0{,}8 \text{ m}^3}$$

29.3. LEY DE GAY - LUSSAC:

La variación de la presión de un gas debido a los cambios de su temperatura, manteniendo constante su volumen, se describe en una ley atribuida a Gay - Lussac.

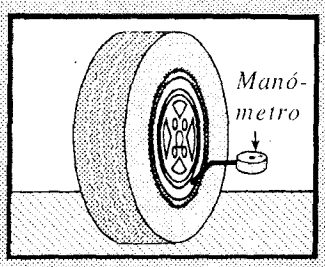
Ley de Gay - Lussac:

> *Si el volumen de cierto gas permanece constante, la presión del gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta.*

Matematicamente:

$$\frac{P}{T} = \text{constante}$$

La presión del aire en el interior de un neumático es considerablemente mayor que la presión atmosférica.

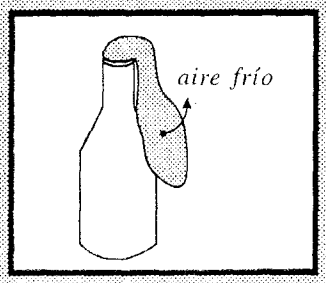


El manómetro mide la diferencia de presión entre la presión absoluta del aire en el interior del neumático y la presión atmosférica.

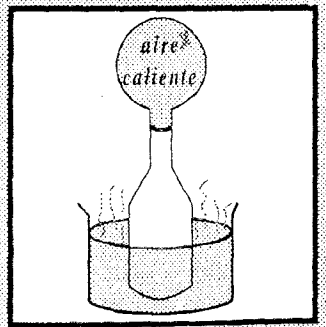
EXPERIMENTO

Cuando elevamos la temperatura de un gas normalmente observamos que su volumen aumenta y esto va acompañado de un incremento en su presión. Este fenómeno se demuestra con el siguiente experimento.

❶ Coloque un globo desinflado en el cuello de una botella.

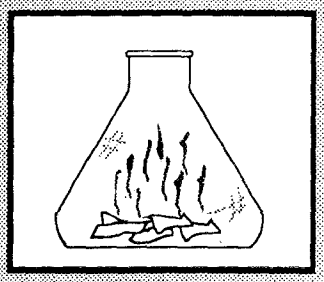


❷ Colocando la botella en un baño de agua caliente veremos que el globo se inflará.

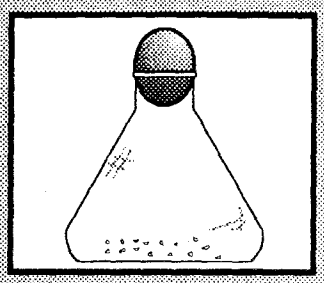


EXPERIMENTO

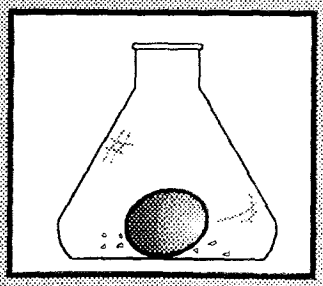
1 Queme algunos trozos de papel en el interior de una botella cuyo cuello tenga un diámetro un poco menor que el diámetro de un huevo cocido sin cáscara.



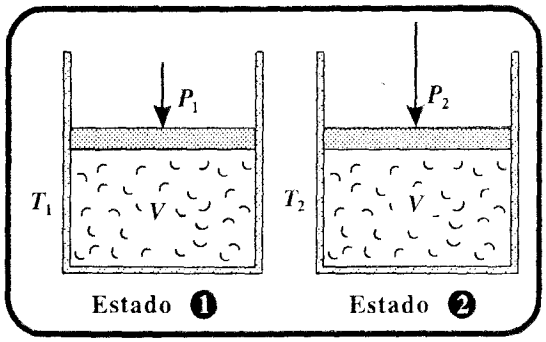
2 Acabada la combustión, coloque el huevo cocido sin cáscara en el cuello angosto de la botella.



3 A medida que el aire, en el interior de la botella, se va enfriando se contraerá y obligará al huevo a pasar por el cuello angosto, cayendo en su interior.



Mayormente esta ley se aplica para dos estados diferentes:



La ley de Gay - Lussac será:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

A mayor temperatura, mayor será la presión del gas.

Unidades en el SI:

P : presión absoluta, en Pa

T : temperatura absoluta, en K

PROBLEMA 03

Una llanta de automóvil se infla a una presión absoluta de $4,5 \cdot 10^5$ Pa a la temperatura de 27°C. Después de manejar, la temperatura del aire en la llanta aumenta a 47°C. Suponiendo que el volumen de la llanta no cambia, halle:

ⓐ La nueva presión absoluta en la llanta

ⓑ La nueva presión manométrica en la llanta

RESOLUCION:

* Determinamos previamente las temperaturas absolutas:

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 47 + 273 = 320 \text{ K}$$

* Calculamos la nueva presión absoluta (P_2), con la ley de Gay - Lussac.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{4,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{300 \text{ K}} = \frac{P_2}{320 \text{ K}}$$

$$\boxed{P_2 = 4,8 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

* La nueva presión manométrica se halla restando la presión atmosférica ($P_o = 10^5$ Pa) de la presión absoluta.

$$P_m = P_2 - P_o$$

$$P_m = 4,8 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 10^5 \text{ Pa}$$

$$\boxed{P_m = 3,8 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

29.4. LEY GENERAL DE LOS GASES:

• La ley de Boyle requiere que la temperatura sea constante.

• La ley de Charles exige que la presión sea constante, y

• La ley de Gay - Lussac necesita un volumen constante.

Existe una fórmula que combina estas tres leyes en una ecuación general, llamada precisamente ley general de los gases. Para una masa de gas, en dos estados diferentes, podemos escribir:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

Unidades en el SI:

P : presión absoluta del gas, en Pa

V : volumen del gas, en m^3

T : temperatura absoluta del gas, en K

PROBLEMA 04

Un tanque, con un volumen interno de 0,4 m^3, se llena con oxígeno bajo una presión absoluta de 5600 kPa a 7°C. El oxígeno se utilizará en una aeronave a gran altura, donde la presión absoluta es de 80 kPa y la temperatura es −23°C. En estas condiciones, ¿qué volumen ocupará el gas?

RESOLUCION:

* Empleamos la ley general de los gases:

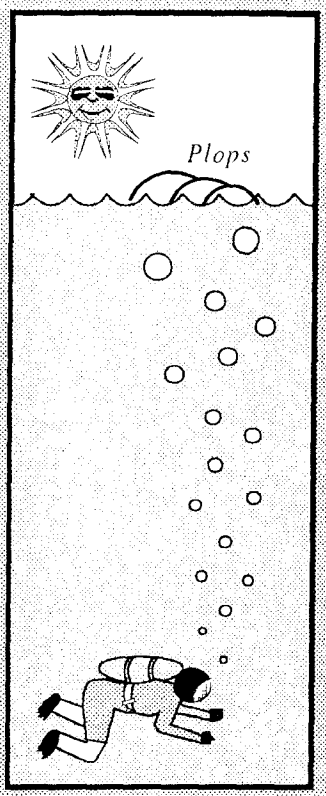
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{(5600\,\text{kPa})\,(0{,}4\,\text{m}^3)}{(273+7)\,\text{K}} = \frac{(80\,\text{kPa})\,V_2}{(273-23)\,\text{K}}$$

* Resolviendo:

$$V_2 = 25\ \text{m}^3$$

Las burbujas que se forman en un lago o en el mar aumentan de volumen conforme ascienden a la superficie.



A 10 m antes de la superficie el volumen de las burbujas era la mitad de lo que es cuando llega a la superficie. Este fenómeno se debe a que la presión va disminuyendo conforme las burbujas ascienden.

29.5. ECUACION DE ESTADO DE UN GAS IDEAL

Para una determinada masa de gas (con cierto número de moles), si medimos su presión absoluta, su volumen y su temperatura absoluta en determinada situación, obtendremos valores tales que el producto PV es siempre igual al producto nRT, esta relación se conoce como ecuación de estado de un gas. Matematicamente:

$$PV = nRT$$

Puede comprobarse que la constante universal de los gases (R) tiene el mismo valor para todos los gases.

Unidades en el SI:

P : presión absoluta, en Pa
V : volumen del gas, en m^3
n : número de moles, en mol
T : temperatura absoluta, en K
R : constante universal de lo gases

$$\boxed{R = 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K}}$$

PROBLEMA 05

Una persona colocó 4 moles de cierto gas ideal en un cilindro de 0,8 m^3 de capacidad, y que una vez alcanzado el estado de equilibrio, la temperatura era de 27°C. Calcule la presión absoluta del gas.

RESOLUCION:

* Empleamos la ecuación de estado:

$$PV = nRT$$

$$P(0{,}8\ m^3) = (4\ mol)\left(8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K}\right)(27+273)\ K$$

* Resolviendo:

$$\boxed{P = 12\,465\ Pa}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 06

Un recipiente contiene O_2 y está provisto de un pistón que permite variar la presión y el volumen del gas. La presión absoluta del O_2 es 200 kPa y ocupa un volumen de 0,04 m^3. Si el gas se comprime lentamente, de modo que su temperatura no cambia, hasta que la presión absoluta alcanza 1000 kPa. Calcule el nuevo volumen del O_2

RESOLUCION:

* Para una temperatura constante usamos la ley de Boyle

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$(200\ kPa)\ (0{,}04\ m^3) = (1000\ kPa)V_2$$

$$\boxed{V_2 = 0{,}008\ m^3}$$

PROBLEMA 07

Un recipiente contiene un volumen de 0,1 m^3 de gas ideal, a una temperatura de 27°C. Calentando el conjunto y dejando que el pistón se desplace libremente hasta que la temperatura sea de 87°C, ¿qué volumen final logrará este gas?

RESOLUCION:

* Si el pistón se desplaza libre y lentamente, la presión del gas permanece constante. Esto corresponde a la ley de Charles.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{0{,}1\ m^3}{(27+273)\ K} = \frac{V_2}{(87+273)\ K}$$

$$\frac{0{,}1\ m^3}{300} = \frac{V_2}{360}$$

$$\boxed{V_2 = 0{,}12\ m^3}$$

PROBLEMA 08

El manómetro de un tanque de oxígeno registró 50 kPa a 50°C. ¿Cuáles son la presión y la temperatura absolutas del gas?

RESOLUCION:

* La presión absoluta se halla sumando la presión manométrica con la presión atmosférica. ($P_o = 10^5$ Pa = 100 kPa)

$$P_{absoluta} = P_{manométrica} + P_{atmosférica}$$

$$P_{absoluta} = 50\ kPa + 100\ kPa$$

$$\boxed{P_{absoluta} = 150\ kPa}$$

* Calculamos la temperatura absoluta:

$$T_k = T_C + 273$$

$$T_k = 50 + 273$$

$$\boxed{T_k = 323\ K}$$

PROBLEMA 09

La presión manométrica de un gas en un recipiente cerrado es de 300 kPa cuando la temperatura es de −23°C. Halle la presión manométrica cuando la temperatura sea 227°C.

RESOLUCION:

* En un recipiente cerrado el volumen del gas permanece constante. Usamos la ley de Gay - Lussac.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Recuerde que las presiones y las temperaturas son absolutas.

$$P_1 = 300\ kPa + 100\ kPa = 400\ kPa$$

$$T_1 = -23 + 273 = 250\ K$$

$$T_2 = 227 + 273 = 500\ K$$

* Reemplazando en (1):

$$\frac{400\ kPa}{250\ K} = \frac{P_2}{500\ K}$$

$$P_2 = 800\ kPa$$

* Para hallar la presión manométrica restamos la presión atmosférica.

$$P_{man} = P_2 - P_o$$

$$P_{man} = 800\ kPa - 100\ kPa$$

$$\boxed{P_{man} = 700\ kPa}$$

PROBLEMA 10

Cierto gas, en un cilindro con pistón deslizable, se encuentra a 27°C y a una presión absoluta de 400 kPa. Reduciendo la presión a 100 kPa, ¿hasta qué temperatura se debe calentar el gas de modo que ocupe un volumen 8 veces mayor?

RESOLUCION:

* Observe que P, V y T varían; usamos la ley general de los gases.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{(400\ kPa)\ V_1}{(27+273)\ K} = \frac{(100\ kPa)\ (8\ V_1)}{T_2}$$

$$\boxed{T_2 = 600\ K}$$

PROBLEMA 11

Cinco litros de gas a una presión absoluta de 200 kPa y a una temperatura de 200 K se calientan uniformemente hasta 500 K y la presión absoluta se reduce a 150 kPa. ¿Qué volumen ocupará el gas en esas condiciones?

RESOLUCION:

* Empleando la ecuación general de los gases:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{(200\ \text{kPa})\,(5\ \text{L})}{200\ \text{K}} = \frac{(150\ \text{kPa})\,V_2}{500\ \text{K}}$$

$$\boxed{V_2 = 16{,}7\ \text{L}}$$

PROBLEMA 12

La presión manométrica de un gas, en un recipiente de 0,04 m^3, es de 540 kPa a la temperatura de 47°C. Determine los moles de gas en el recipiente cerrado.

RESOLUCION:

* Hallamos la presión absoluta.

$$P = 540\ \text{kPa} + 100\ \text{kPa} = 640\ \text{kPa}$$

y la temperatura absoluta

$$T = 47 + 273 = 320\ \text{K}$$

* Empleando la ecuación de estado del gas

$$PV = nRT$$

$$(640\ \text{kPa})\ (0{,}04\ \text{m}^3) = n\left(8{,}31\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\right)(320\ \text{K})$$

* Resolviendo:

$$\boxed{n = 9{,}63\ \text{moles}}$$

AUTOEVALUACION

01 Seleccione con verdadero (V) o falso (F):

I. Los sólidos son considerados incompresibles.
II. Los líquidos son compresibles.
III. Los gases son muy compresibles.

a) VVV b) FVV c) VFV
d) VFF e) VVF

02 Para usar la ley de Boyle es necesario que _____ del gas permanezca constante.

a) la presión b) el volumen
c) la densidad d) la temperatura
e) la presión y el volumen

03 Halle la temperatura absoluta de un gas ideal si se encuentra a 34°C.

a) 34 K b) 239 K c) 273 K
d) 307 K e) 340 K

04 En un neumático el manómetro registra una presión de 310 kPa. ¿Cuál es la presión absoluta del aire dentro del neumático?

a) 310 kPa b) 410 kPa c) 510 kPa
d) 610 kPa e) 710 kPa

05 En la ley de Boyle el producto PV ....

a) aumenta b) disminuye c) es constante
d) es cero e) puede ser negativo

06 Cierto gas está a 0°C, si debemos duplicar la temperatura de este gas, ¿cuál será la nueva temperatura?

a) 0°C b) 0 K c) 273°C
d) 273 K e) N.A.

07 Bajo una presión constante se duplica la temperatura absoluta de un gas ideal, como consecuencia, su volumen...

a) permanece igual
b) se duplica
c) se reduce a la mitad
d)disminuye
e) se hace cero

08 En el SI la constante universal de los gases mide.

a) 0,082 b) 2 c) 14,4
d) 8,31 e) 5,4

09 En un balón de gas, aumentando la temperatura sucederá que:

a) aumentará la presión
b) disminuye la presión
c) no varía la presión
d) el volumen disminuye
e) se cumple la ley de Boyle

10 Con respecto a la constante universal de los gases (R) serán ciertas:

I. Varía de un gas a otro
II. Se calcula experimentalmente

III. En el SI mide 0,082

a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

11 La presión absoluta en el interior de una llanta de automóvil es de 530 kPa. ¿Cuál es su presión manométrica?

a) 530 kPA b) 480 kPa c) 430 kPa
d) 380 kPa e) 330 kPa

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

Cuatro metros cúbicos de gas a 27°C se calienta a presión constante. Si el volumen del gas aumenta a 6 m^3, ¿cuál fué la temperatura final?

a) 300 K b) 350 K c) 400 K
d) 450 K e) 500 K

PROBLEMA 13

Si la temperatura de una masa de gas de 30 L se mantiene constante mientras que su presión absoluta se incrementa de 400 a 1200 kPa. ¿Cuál será el nuevo volumen?

a) 5 L b) 10 L c) 15 L
d) 20 L e) 25 L

PROBLEMA 14

¿Qué volumen de aire a la presión atmosférica puede almacenarse en un tanque de 0,2 m^3 que puede soportar una presión absoluta de 400 kPa?

a) 0,2 m^3 b) 0,4 m^3 c) 0,6 m^3
d) 0,8 m^3 e) 1,0 m^3

PROBLEMA 15

La presión absoluta en el interior de una llanta es de 290 kPa cuando la temperatura es de 17°C. Si en un viaje el aire en el interior de la llanta se calienta hasta los 23°C, halle su nueva presión absoluta si se considera que el volumen de la llanta no varía.

a) 266 kPa b) 276 kPa c) 286 kPa
d) 296 kPa e) 306 kPa

PROBLEMA 16

Halle la temperatura absoluta del espacio exterior si está aproximadamente a –270°C.

a) –270 K b) 0 K c) 3 K
d) 10 K e) 270 K

PROBLEMA 17

Cierta cantidad de hidrógeno se encuentra a la temperatura de 200 K y a la presión absoluta de 400 kPa. El gas se calienta hasta la temperatura de 500 K sin que varíe su volumen. Calcule la nueva presión absoluta.

a) 500 kPa b) 1000 kPa c) 1500 kPa
d) 2000 kPa e) 2500 kPa

PROBLEMA 18

Una botella, de capacidad $V_1 = 0{,}02\ m^3$, que contiene aire a la presión absoluta 400 kPa, se pone en comunicación con otra botella, cuya capacidad es $V_2 = 0{,}06\ m^3$, de la cual se ha extraido el aire. Halle la presión absoluta que se establece en dichos recipientes. La temperatura es constante.

a) 100 kPa b) 120 kPa c) 140 kPa
d) 160 kPa e) 180 kPa

PROBLEMA 19

Un contenedor de 6 L contiene gas bajo una presión absoluta de 660 kPa y a una temperatura de 57°C. ¿Cuál será la nueva presión si la misma muestra de gas se pone dentro de un contenedor de 3 L a 7°C?

a) 1020 kPa b) 1120 kPa c) 1220 kPa
d) 1320 kPa e) 1420 kPa

PROBLEMA 20

Tres litros de gas a una presión absoluta de 200 kPa y a una temperatura de 27°C se

calienta uniformemente hasta 67°C, y la presión absoluta se reduce a 150 kPa. Qué volumen ocupará el gas en esas condiciones?

a) 4,53 L b) 6,53 L c) 8,53 L
d) 10,53 L e) 12,53 L

PROBLEMA 21

En un compartimiento la presión absoluta es de 831 kPa, en él se encuentra 5 moles de gas a 7°C. Calcule el volumen del compartimiento, en m^3.

a) 0,010 b) 0,011 c) 0,012
d) 0,013 e) 0,014

PROBLEMA 22

¿Qué volumen ocupa una mol de aire a la presión atmosférica normal en un día en que la temperatura del ambiente es de 27°C?, en m^3.

a) 0,015 b) 0,025 c) 0,035
d) 0,045 e) 0,055

NIVEL II

PROBLEMA 23

Un gas se ha comprimido, a temperatura constante, desde un volumen de 8 L hasta el volumen de 6 L. El aumento de presión ha sido de 40 kPa. Halle la presión absoluta inicial del gas.

a) 100 kPa b) 120 kPa c) 140 kPa
d) 160 kPa e) 180 kPa

PROBLEMA 24

En el fondo de un lago, en donde la presión absoluta es de 150 kPa, se produce una burbuja de 0,1 cm^3. ¿Qué volumen tendrá esta burbuja cuando esté llegando a la superficie del lago?, en cm^3.

a) 0,10 b) 0,15 c) 0,20
d) 0,25 e) 0,30

PROBLEMA 25

¿Cuántas moles de aire hay en una habitación cuyas dimensiones son: 8,31 m de largo, 4 m de frontera y 3 m de altura? La temperatura es de 27°C.

a) 1000 b) 2000 c) 3000
d) 4000 e) 5000

PROBLEMA 26

Calcule la temperatura del gas que se encuentra en un recipiente cerrado, si la presión de dicho gas aumenta en un 0,4 % de la presión anterior al calentarse en 1 K.

a) 100 K b) 150 K c) 200 K
d) 250 K e) 300 K

PROBLEMA 27

Al pasar una determinada masa de gas de un estado a otro, su presión disminuye y la temperatura aumenta. ¿Cómo varía su volumen?

a) disminuye b) aumenta
c) no varía d) podría disminuir
e) faltan datos

PROBLEMA 28

En un cilindro con tapa deslizable se encuentra cierta masa de gas a 200 K. Halle la nueva temperatura a la que se debe calentar el gas, si la presión absoluta se debe duplicar y observar que el volumen del gas aumenta en un 10 % de su volumen incial.

a) 240 K b) 340 K c) 440 K
d) 540 K e) 640 K

PROBLEMA 29

Una llanta de automóvil es llenada a la presión manométrica de 200 kPa cuando la temperatura es de 27°C. Después de correr a alta velocidad la temperatura de la llanta se elevó a 35°C. Halle la nueva presión en la llanta registrada en el manómetro.

a) 208 kPa b) 248 kPa c) 288 kPa
d) 328 kPa e) 348 kPa

PROBLEMA 30

Hasta que temperatura se debe calentar una botella abierta que está a 18°C, para que

expulse un cuarto de la masa de aire que contiene

a) 95°C b) 105°C c) 115°C
d) 125°C e) 135°C

PROBLEMA 31

Sin que varíe la temperatura se agregan 2 moles más de aire a una botella, observándose que la presión absoluta del aire en la botella aumenta en un 40 %. ¿Cuántos moles de aire contenía la botella?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

CLAVES

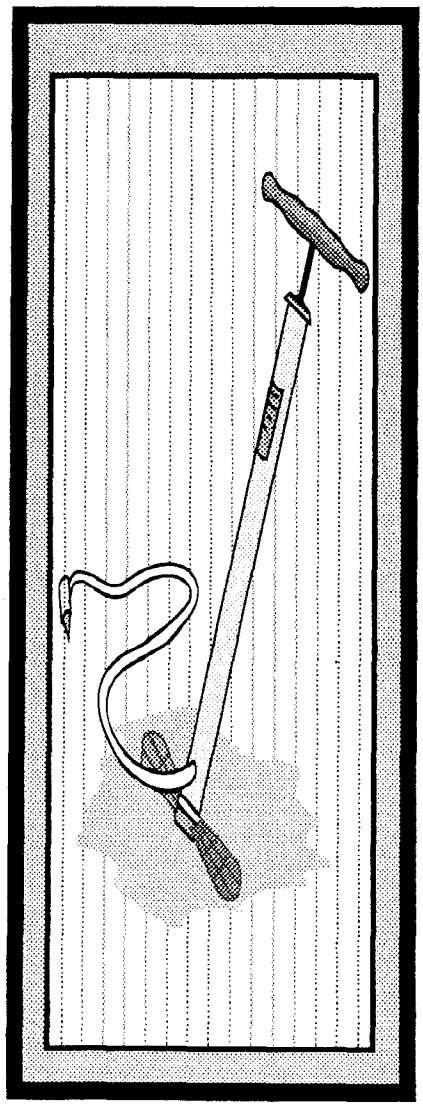
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	D	B	C	C	B	D	A	B	C	D	B	D	D	C	B	A	B	A

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
E	B	B	B	D	D	B	C	A	C	E

30 Capítulo termo DINAMICA 1

OBJETIVOS

1. *Conocer los procesos principales de transformación que puede seguir un gas.*
2. *Establecer y aplicar, en ejemplos sencillos, la primera ley de la termodinámica.*



30.1. TRANSFORMACION DEL TRABAJO EN CALOR:

Si doblamos y desdoblamos repetidamente un alambre de hierro, sentiremos que se va calentado paulatinamente a causa del trabajo realizado. El trabajo que hacemos se convierte en **"calor"** para elevar la temperatura del alambre.

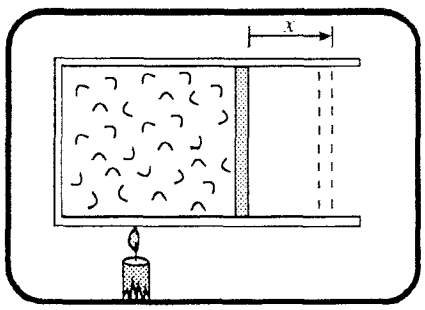
Con este ejemplo ilustramos que mediante el trabajo podemos calentar los objetos.

> *El **trabajo**, mediane algún mecanismo, puede ser transformado en **"calor"***

En ciertos casos hasta el 100% de trabajo se puede transformar en "calor".

30.2. TRANSFORMACION DEL CALOR EN TRABAJO:

Para que el calor sea transformado en trabajo se necesita de cierta creatividad. El hombre ha hecho muchos esfuerzos para facilitar la transformación de calor en trabajo.



Si entregamos calor al gas, éste al calentarse se extenderá desplazando en *"x"* la tapa, a la vez que, efectúa trabajo sobre ella.

Mediante cierto proceso es posible transformar el calor en trabajo mecánico.

Según los experimentos y procesos empleados es imposible transformar todo el calor en trabajo.

30.3. OBJETO DE LA TERMODINAMICA

Con los ejemplos anteriormente ilustrados entendemos que el trabajo se puede transformar en calor, así como también; el calor puede transformarse en trabajo, pero ....

La termodinámica es la ciencia que se encarga solamente del estudio de las transformaciones del calor en trabajo.

30.4. SUSTANCIA DE TRABAJO:

Cuando el calor es transformado en trabajo, vemos que; el calor es previamente entregado al gas. El gas, es pues, la **sustancia de trabajo** que permite esta transformación.

Las sustancias de trabajo que se emplean en un proceso termodinámico son:

ⓐ Vapor de agua

ⓑ Combustible

ⓒ Gases ideales.

En este capítulo nos encargaremos del estudio de la termodinámica de los gases ideales.

30.5. GASES IDEALES O PERFECTOS:

Son aquellos gases en los cuales se tienen las siguientes consideraciones ideales:

ⓐ Sus moléculas tienen dimensiones propias despreciables

ⓑ Sus moléculas no interaccionan entre si.

ⓒ Sus moléculas chocan elasticamente contra las paredes del recipiente

30.6. ESTADO TERMODINAMICO:

Para un gas ideal, el estado termodinámico es una situación específica del gas definida por sus propiedades termodinámicas, estas propiedades son:

ⓐ La presión absoluta (P)

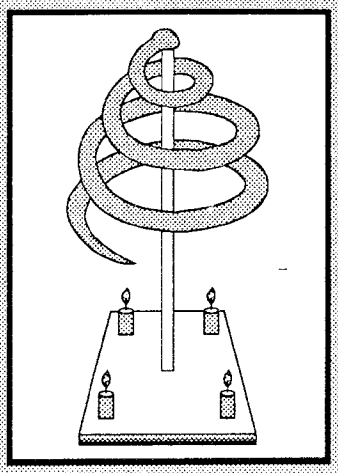
ⓑ El volumen (V)

ⓒ La temperatura absoluta (T)

EXPERIMENTO

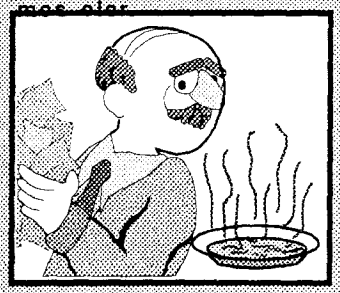
Transformar el calor en trabajo no es muy sencillo, requiere de ingenio y creatividad

En el siguiente experimento; el calor de las velas produce una corriente de aire caliente hacia arriba que genera la rotación (trabajo) del espiral de papel.

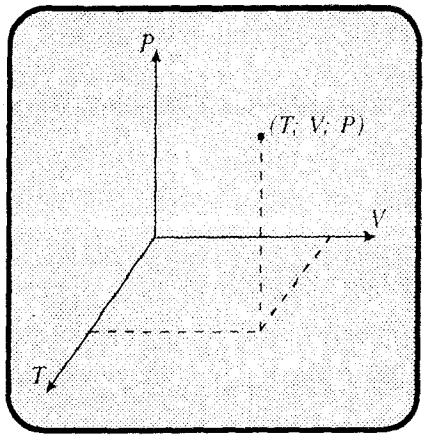


En cualquier mecanismo sólo una parte del calor se transforma en trabajo, el resto se va al medio ambiente.

Estamos rodeados de gases que normalmente no podemos ver ni sentir, aunque algunos podemos oler.



Los olores son moléculas de gas mezcladas con el aire. Cuando hueles una buena sopa, estás inhalan-do, de hecho, moléculas de la misma.



Estas propiedades del gas ideal se relacionan con la ecuación de estado:

$$PV = nRT$$

P : presión absoluta (N/m^2)
V : volumen (m^3)
T : temperatura absoluta (K)
n : moles de gas ideal (mol)
R : constante universal de los gases ideales:

$$R = 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K}$$

De la ecuación de estado $PV = nRT$ obtenemos la ecuación general de los gases:

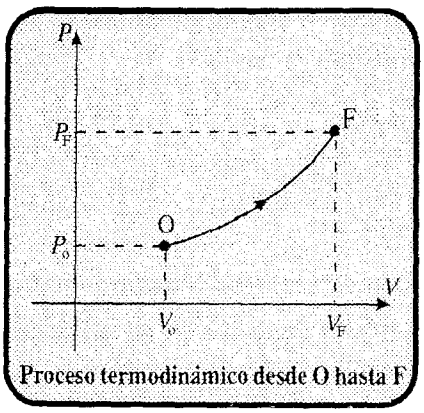
$$\frac{PV}{T} = nR$$

$$\frac{PV}{T} = \text{Constante}$$

30.7. PROCESO TERMODINAMICO:

Cuando un gas ideal es llevado desde un estado inicial (O) hasta un estado final (F) pasa por una secuencia de estados intermedios; luego:

El proceso termodinámico viene a ser la secuencia de estados que sigue el gas, desde un estado inicial hasta otro estado final.



Proceso termodinámico desde O hasta F

En cualquier proceso termodinámico se puede usar la ecuación general de los gases:

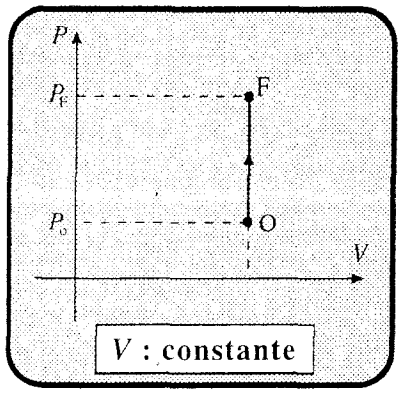
$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_F V_F}{T_F}$$

Existe una gran cantidad de procesos termodinámicos, pero los más importantes son:

30.7.1. PROCESO ISOCORO O ISOMETRICO:

Es aquella secuencia de estados en la cual el volumen del gas permance constante.

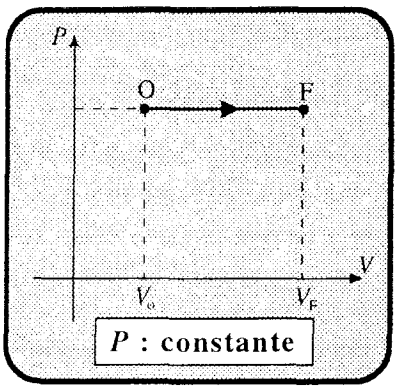
En el plano *P–V*, el proceso isócoro se representa con una recta vertical.



30.7.2. PROCESO ISOBARICO:

Es aquel proceso en el cual la presión del gas permanece constante.

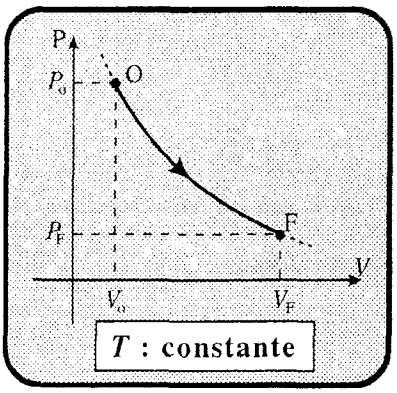
En el plano *P–V*, el proceso isobárico se representa con una recta horizontal.



30.7.3. PROCESO ISOTERMICO:

Este proceso se caracteriza porque la temperatura del gas permanece constante.

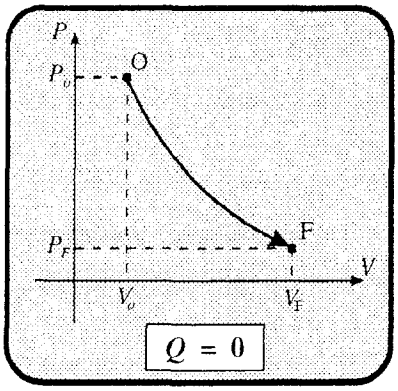
En el plano *P–V*, el proceso isotérmico se representa mediante una hipérbola equilátera.



30.7.4. PROCESO ADIABATICO:

En este proceso; el gas no recibe ni cede calor al medio ambiente.

En el plano *P–V*, el proceso adiabático es semejante a una isoterma, pero, con mayor inclinación



EXPERIMENTO

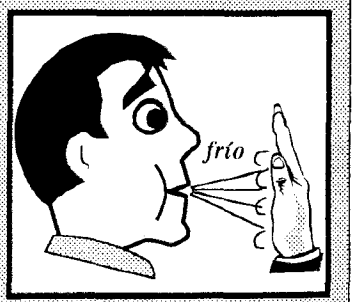
En un proceso adiabático el gas no pierde ni recibe calor.

Los procesos rápidos son considerados adiabáticos porque el calor no tiene tiempo para entrar o salir. Esto sucede en un motor o cuando inflamos las llantas de una bicicleta.

Si en un proceso adiabático el volumen del gas aumenta, realiza trabajo por expansión y debe enfriarse. Comprobémoslo mediante el siguiente experimento.

❶ Sopla tu mano con la boca bién abierta y el aire saldrá caliente por que no se dilata.

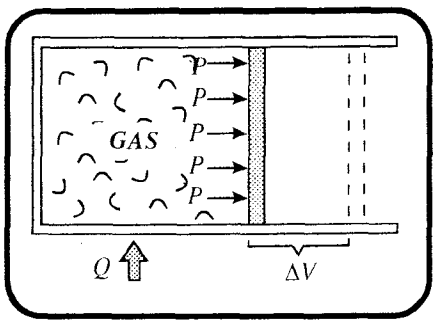
❷ Aprete los labios para que el aire se expanda al salir y lo sentirás frío.



Todo gas se enfría cuando se expande adiabaticamente.

30.8. TRABAJO DE UN GAS:

En el diagrama se muestra un gas ideal encerrado en un cilindro con pistón (tapa) móvil. Si calentamos el gas encerrado veremos que se dilata desplazando y realizando trabajo sobre el pistón.



El trabajo que el gas ejerce sobre el pistón se debe a:

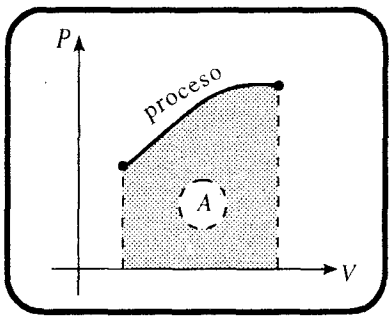
ⓐ La presión del gas (P) sobre el pistón.

ⓑ Cambio de volumen (ΔV) del gas

30.9. CALCULO DEL TRABAJO DEL GAS:

La forma más sencilla para calcular el trabajo de un gas es conociendo el proceso en el plano $P-V$

> *En el plano P–V, el trabajo que produce un gas, es igual al área (A) debajo del proceso.*

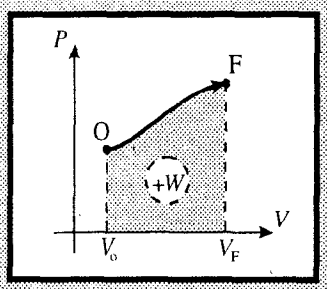


En cualquier proceso termodinámico se cumple que:

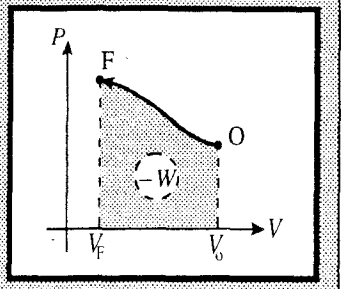
Trabajo = Area

$$W = A$$

En un proceso de expansión, o sea, cuando el volumen del gas aumenta, el trabajo del gas es positivo (+W)

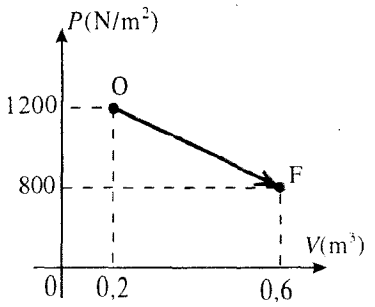


En un proceso de compresión, o sea cuando el volumen del gas disminuye, el trabajo del gas es negativo (-W).



PROBLEMA 01

En el esquema $P-V$ se muestra un proceso de expansión que evoluciona de O hasta F. Halle el trabajo que produce el gas.



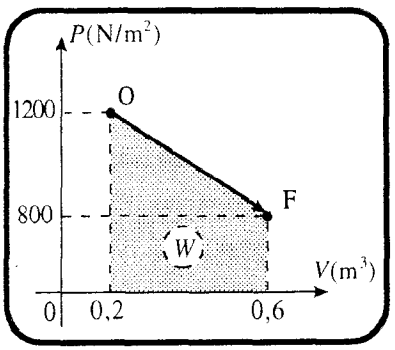
RESOLUCION:

* En un plano $P-V$ el trabajo que produce el gas equivale al área debajo del proceo OF.

Trabajo = área del trapecio

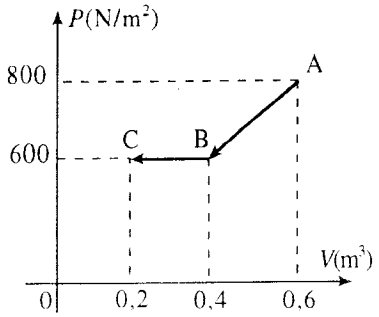
$$W = \frac{(1200+800)}{2}(0,4)$$

$$W = 400\ J$$



PROBLEMA 02

Un gas ideal sigue el proceso ABC, representado en el plano $P-V$, determine el trabajo que desarrolla este gas.



RESOLUCION:

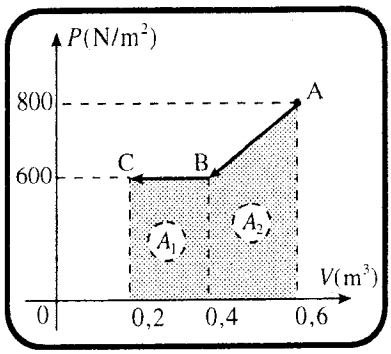
* El proceso ABC es de compresión, el trabajo será negativo y equivale al área debajo del proceso

$$W = -(A_1 + A_2)$$

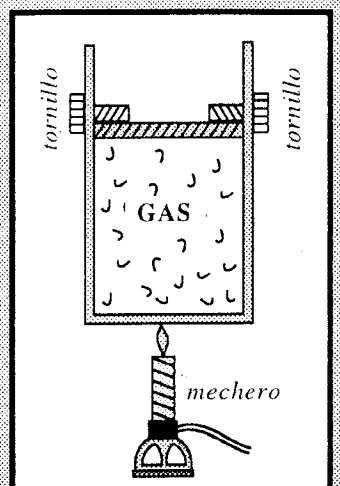
$$W = -\left[600(0,2) + \frac{(600+800)}{2}(0,2)\right]$$

$$W = -[120 + 140]$$

$$\boxed{W = -260\ J}$$

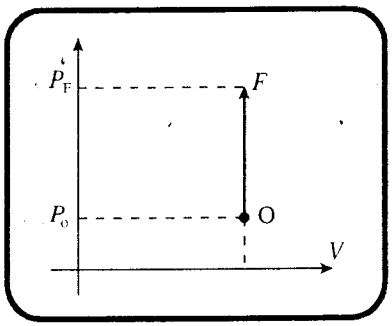


Si aseguramos el pistón del cilindro con unos tornillos, de manera que no pueda moverse, el calentamiento del gas será a volumen constante. El proceso será llamado ISOMETRICO (isócoro)



30.9.1. TRABAJO DE UN GAS EN EL PROCESO ISOCORO:

En un diagrama $P-V$, el proceso isócoro se representa mediante un segmento vertical y vemos que no hay área debajo del proceso OF.



*En un proceso **ISOCORO**, el gas no produce trabajo, por no haber variación de volulmen.*

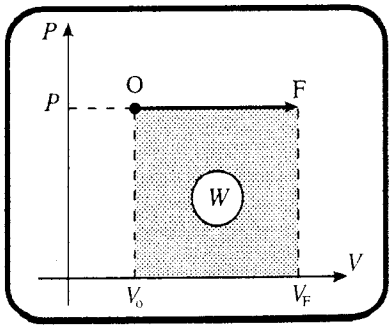
$$\boxed{W = 0}$$

30.9.2. TRABAJO DE UN GAS EN EL PROCESO ISOBARICO:

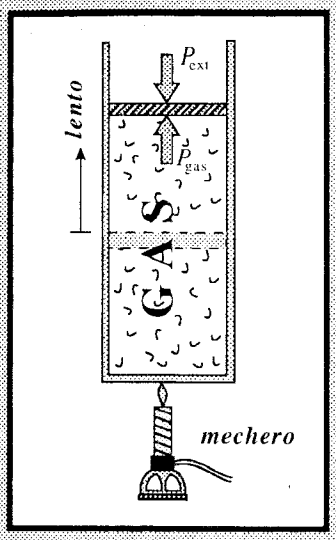
En un diagrama $P-V$, el proceso **isobárico** se representa mediante una recta horizontal. El trabajo del gas equivale al área del rectángulo.

- Trabajo = Area del rectángulo

$$\boxed{W = P(V_F - V_o)}$$



Si durante el calentamiento del gas, el pistón libre del cilindro sube lentamente, el proceso será ISOBARICO.

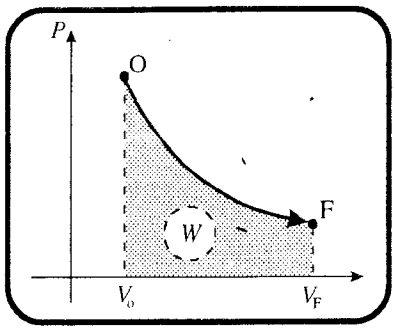


Si el pistón sube lentamente la presión del gas será igual a la presión exterior:

$$P_{gas} = P_{ext}$$

De este modo, la presión del gas se mantendrá constante.

30.9.3. TRABAJO DE UN GAS EN EL PROCESO ISOTERMICO:



En el diagrama $P-V$ el proceso **isotérmico** se representa mediante una hipérbola. El trabajo del gas equivale al área debajo de la hipérbola.

El área que se forma debajo de la hipérbola no se puede calcular con la geometría elemental (observe que un lado es una curva), este tipo de áreas se calcula con la matemática diferencial e integral. Por esta razón, escribiremos directamente la fórmula.

Trabajo = Area debajo de la hipérbola

$$W = nRT\ \ell n\left(\frac{V_F}{V_o}\right)$$

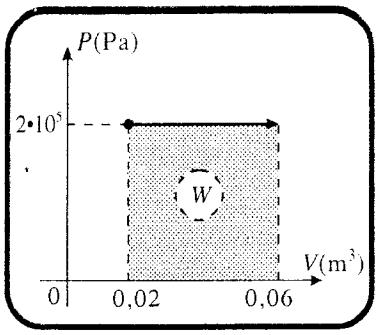
n : número de moles de gas
R : constante universal de los gases ideales
T : temperatura absoluta del gas
V_F : volumen final del gas
V_o : volumen inicial del gas
ℓn : logaritmo neperiano

PROBLEMA 03

Un gas ideal se expande lentamente a una presión constante $2 \cdot 10^5$ Pa, desde el volumen de 0,02 m^3 hasta ocupar 0,06 m^3. Calcule el trabajo que realiza el gas en este proceso.

RESOLUCION:

* En el plano $P-V$ el proceso isobárico se representa mediante una recta horizontal.



El trabajo equivale al área del rectángulo:

$$W = P(V_F - V_o)$$

$$W = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa } (0{,}06 \text{ m}^3 - 0{,}02 \text{ m}^3)$$

$$W = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa } (0{,}04 \text{ m}^3)$$

$$\boxed{W = 8000 \text{ J}}$$

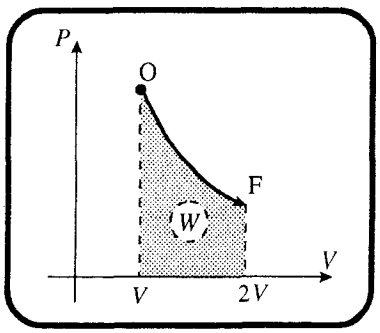
PROBLEMA 04

En un proceso isotérmico, 5 moles de gas ideal están a 200 K.

Determine el trabajo que efectúa el gas hasta duplicar su volumen, $\ell n\ 2 = 0{,}7$.

RESOLUCION:

* Representamos el proceso isotérmico mediante una hipérbola:



El trabajo es el área debajo de la hipérbola:

$$W = nRT\ \ell n\left(\frac{V_F}{V_o}\right)$$

$$W = nRT\ \ell n\left(\frac{2V}{V}\right)$$

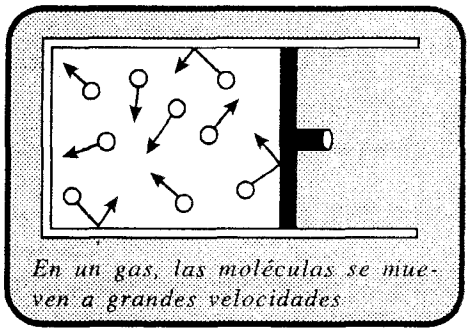
$$W = nRT\ \ell n2$$

* Reemplazando datos: $W = (5\text{ mol})\left(8{,}31\frac{J}{mol \cdot K}\right)(200\text{ K})(0{,}7)$

$$\boxed{W = 5817\text{ J}}$$

30.10. ENERGIA INTERNA DE UN GAS IDEAL (*U*)

En un gas, las moléculas están muy espaciadas unas de otras y tienen suficiente energía para ser libres de cualquier atracción molecular, estas moléculas viajan con altas velocidades.

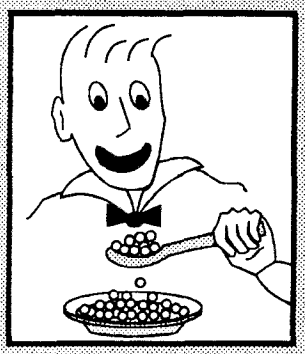


En un gas, las moléculas se mueven a grandes velocidades

En un gas, la energía interna (U) se debe principalmente a la traslación de sus moléculas.

COMIDAS ENERGETICAS

Obtenemos nuestra energía de la comida, y tenemos que comer plantas o animales que, a su vez, hayan comido plantas para seguir vivos.

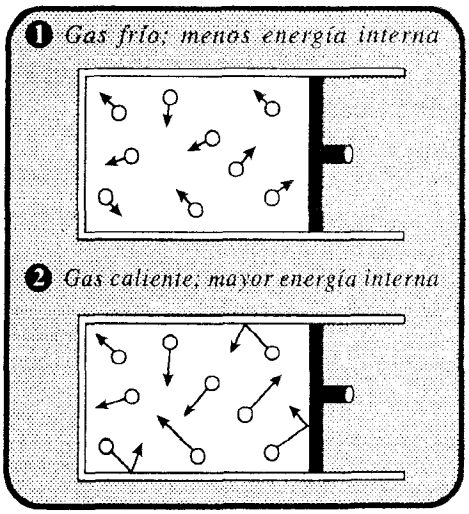


Las plantas obtiene la energía de la luz del Sol. Así, nuestra energía proviene en realidad del Sol.

30.11. CARACTERISTICAS DE LA ENERGIA INTERNA

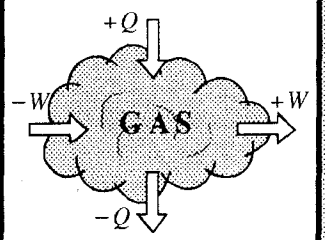
30.11.1. En un gas caliente, las moléculas se mueven con mayor intensidad que cuando está frío. En los gases calientes hay más energía interna.

Aumentando la temperatura de un gas, aumentará también su energía interna.



CONVENCION

1. **Con respecto al calor:**
   - **Si el gas recibe calor, éste se considera positivo (+Q)**
   - **Si el gás cede calor, éste se considera negativo (−Q)**
2. **Con respecto al trabajo:**
   - **Si el gas realiza trabajo, éste se considera positivo (+W)**
   - **Si un agente exterior hace trabajo sobre el gas, éste se considera negativo (−W)**



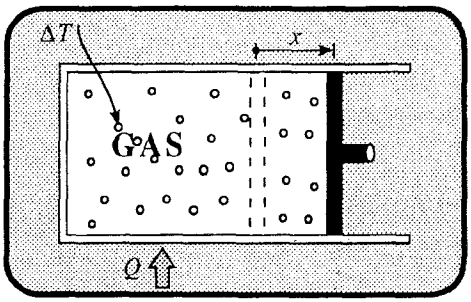
30.11.2. Si la temperatura del gas permanece constante (proceso isotérmico) el movimiento de las moléculas conserva su intensidad y la energía interna permanece constante.

En un proceso ***ISOTERMICO****, la energía interna (U) no varía:*

$$\Delta U = 0$$

30.12. PRIMERA LEY DE LA TERMODINAMICA:

Cuando suministramos calor (Q) a un gas podemos observar que su temperatura aumenta y que el gas se expande. De esto concluimos que:



ⓐ Si la temperatura varía (ΔT), podemos decir que varía su energía interna (ΔU)

ⓑ Si el gas se expande (x), realiza trabajo (W) sobre el pistón.

El calor (Q) entregado a un gas es empleado para variar su energía interna (ΔU) y para que el gas produzca trabajo (W).

Matematicamente: $$Q = \Delta U + W$$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 05

En cierto proceso, un gas ideal recibe un calor de 140 J, ¿en cuánto varía su energía interna si este gas realiza un trabajo de 80 J?

RESOLUCION:

* Como el gas recibe calor, éste se considera positivo:

$$Q = +140 \text{ J}$$

* Como el gas realiza trabajo, éste se considera positivo:

$$W = +80 \text{ J}$$

* Usamos la primera ley de la termodinámica:

$$Q = \Delta U + W$$

* Reemplazando:

$$(+140 \text{ J}) = \Delta U + (+80 \text{ J})$$

$$\Delta U = 60 \text{ J}$$

PROBLEMA 06

Un gas ideal se expande realizando un trabajo de 180 J mientras cede un calor de 40 J al medio ambiente. Halle la variación de la energía interna del gas.

RESOLUCION:

* Como el gas realiza trabajo: W = +180 J

* Como el gas cede calor: Q = −40 J

* Usando la primera ley de la termodinámica:

$$Q = \Delta U + W$$

$$(-40\ \text{J}) = \Delta U + (+180\ \text{J})$$

$$\boxed{\Delta U = -220\ \text{J}}$$

* Una variación negativa de energía interna indica que la temperatura del gas disminuye, el gas se enfría.

PROBLEMA 07

En un proceso isotérmico, un gas ideal efectúa un trabajo de 3200 J. ¿Cuánto calor se ha suministrado al gas?

RESOLUCION:

* En un proceso isotérmico la energía interna no varía:

$$\Delta U = 0$$

* Usando la primera ley:

$$Q = \Delta U + W$$

$$Q = 0 + 3200\ \text{J}$$

$$\boxed{Q = 3200\ \text{J}}$$

PROBLEMA 08

Un gas ideal se expande adiabaticamente realizando un trabajo de 4300 J. ¿En cuánto varía su energía interna?

RESOLUCION:

* En un proceso adiabático; el gas no recibe ni cede calor al medio ambiente.

$$Q = 0$$

* Usando la primera ley:

$$Q = \Delta U + W$$

$$0 = \Delta U + 4300\ \text{J}$$

$$\boxed{\Delta U = -4300\ \text{J}}$$

* En un proceso adiabático el gas realiza trabajo a consta de un enfriamiento.

PROBLEMA 09

La energía interna de un gas ideal aumenta en 850 J mientras sigue un proceso isócoro. Halle el calor que recibe el gas en este proceso.

RESOLUCION:

* En un proceso isócoro; el volumen del gas no varía y el gas no realiza trabajo

$$W = 0$$

* Usando la primera ley:

$$Q = \Delta U + W$$

$$Q = (850\ \text{J}) + 0$$

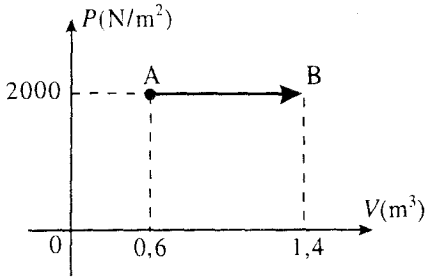
$$\boxed{Q = 850\ \text{J}}$$

PROBLEMA 10

En el plano P–V se muestra un proceso isobárico AB, en el cual el gas recibe un calor de 2300 J. Determine:

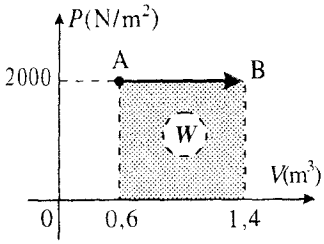
(a) El trabajo que realiza el gas

(b) La variación de la energía interna del gas



RESOLUCION:

(a) En el plano P–V, el trabajo equivale al área debajo del proceso.



W = área

$W = 2000(1,4 - 0,6)$

$W = 2000(0,8)$

$$\boxed{W = 1600\ \text{J}}$$

(b) Usando la primera ley:

$$Q = \Delta U + W$$

$$(2300\ \text{J}) = \Delta U + (1600\ \text{J})$$

$$\boxed{\Delta U = 700\ \text{J}}$$

PROBLEMA 11

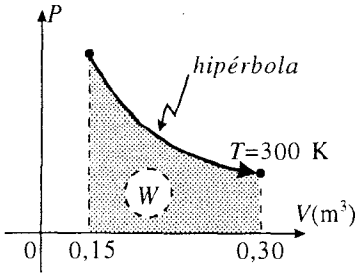
Dos moles de un gas ideal se expanden isotermicamente a la temperatura de 300 K variando su volumen desde 0,15 m^3 hasta 0,30 m^3. Si $\ell n2 = 0,7$. Calcule:

ⓐ El trabajo que realiza el gas.

ⓑ El calor suministrado al gas.

RESOLUCION:

* Representamos el proceso isotérmico:



ⓐ En el proceso isotérmico el trabajo equivale al área debajo de la hipérbola y se calcula con:

$$W = nRT\,\ell n\left(\frac{V_F}{V_o}\right)$$

* Reemplazando datos:

$$W = (2\text{ mol})\left(8{,}31\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\right)(300\text{ K})\ell n\left(\frac{0{,}30}{0{,}15}\right)$$

$$W = 4986\ \ell n2$$

$$W = 4986(0{,}7)\text{ J}$$

$$\boxed{W = 3490\text{ J}}$$

ⓑ Usamos la primera ley:

$$Q = \Delta U + W$$

* En el proceso isotérmico: $\Delta U = 0$

Luego: $Q = 0 + 3490$ J

$$\boxed{Q = 3490\text{ J}}$$

AUTOEVALUACION

01 La termodinámica estudia las transformaciones ....

a) del calor en energía interna
b) de la energía interna en calor
c) del trabajo en calor
d) del calor en trabajo
e) del trabajo en energía interna

02 Con respecto a las moléculas de un gas ideal podemos afirmar que:

I. no se mueven.
II. no interaccionan entre sí.
III. chocan elasticamente.

a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

03 El proceso termodinámico en el cual el gas no recibe ni cede calor se llama:

a) isócoro b) isobárico c) isotérmico
d) adiabático e) N.A.

04 ¿Cómo se llama el proceso termodinámico que, en el plano P–V, se representa mediante una hipérbola equilátera?

a) isócoro b) isobárico c) isotérmico
d) adiabático e) N.A.

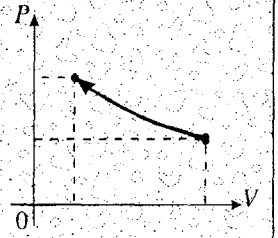
05 Seleccione la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. En el proceso isotérmico la temperatura del gas permanece constante
II. Si en el proceso, la presión del gas no varía, se denomina isócoro.
III. En el proceso adiabático, la temperatura del gas no cambia.

a) VVF b) VFV c) VVV
d) VFF e) FFF

06 En el plano P–V se muestra un proceso, el trabajo en este proceso es ....

a) positivo
b) negativo
c) cero
d) puede ser positivo
e) N.A.



07 ¿En qué proceso termodinámico el trabajo del gas es cero?

a) isócoro b) isobárico c) isotérmico
d) adiabático e) cualquiera

08 De las siguientes afirmaciones, ¿cuáles son ciertas?

I. La energía interna de un gas se debe

al movimiento de sus moléculas.

II. Si aumenta la temperatura del gas, aumenta su energía interna.

III. En un gas frío hay menos energía interna.

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Solamente I e) Todas

09 ¿En qué proceso la energía interna del gas no varía?

a) isócoro b) isobárico c) isotérmico
d) adiabático e) N.A.

10 En un proceso adiabático se cumple que:

a) $Q = W$ b) $W = \Delta U$ c) $W = -\Delta U$
d) $Q = -\Delta U$ e) $W = 0$

11 En un proceso isotérmico se cumple que:

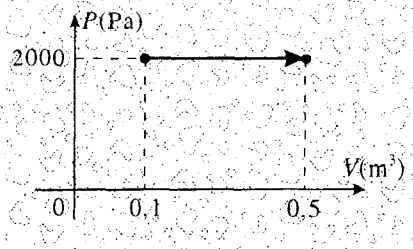
a) $Q = \Delta U$ b) $Q = W$ c) $Q = 0$
d) $Q = -W$ e) $W = -\Delta U$

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

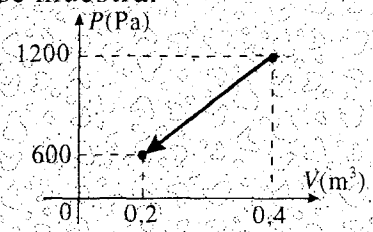
En el plano P–V se muestra un proceso isobárico. Calcule el trabajo del gas.



a) 500 J
b) 600 J
c) 700 J
d) 800 J
e) 900 J

PROBLEMA 13

Determine el trabajo del gas en el proceso que se muestra.

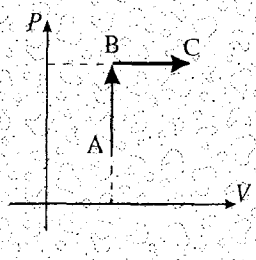


a) −170 J
b) −180 J
c) −190 J
d) −200 J
e) −210 J

PROBLEMA 14

Se muestra dos procesos termodinámicos AB y BC. Las afirmaciones ciertas son:

I. El proceso BC es isobárico
II. En el proceso AB el trabajo es cero
III. AB es un proceso isotérmico



a) I y II b) I y III c) II y III d) I e) III

PROBLEMA 15

Diez moles de cierto gas ideal se expanden isotermicamente, a la temperatura de 100 K, hasta triplicar su volumen. Calcule el trabajo del gas. $\ell n\, 3 = 1{,}1$ y $R = 8{,}31$ J/mol•K

a) 8141 J b) 9141 J c) 10 141 J d) 11 141 J e) 0

PROBLEMA 16

En un proceso se suministra 200 J de calor. ¿En cuánto varía la energía interna del gas, si realiza un trabajo de 130 J sobre el pistón?

a) 70 J b) 30 J c) 330 J d) 130 J e) 0

PROBLEMA 17

En un proceso adiabático se cumple que:

a) $\Delta U = 0$ b) $W = 0$ c) $Q = 0$
d) $Q = W$ e) $\Delta U = W$

PROBLEMA 18

Un gas ideal se dilata realizando un trabajo de 100 J, a la vez que desarrolla un proceso adiabático. Determine la variación de la energía interna del gas ideal.

a) 100 J b) −100 J c) 50 J d) −50 J e) 0

PROBLEMA 19

En un proceso isócoro (isométrico) se cumple que:

a) $Q = \Delta U$ b) $W < 0$ c) $W = -\Delta U$
d) $Q = 0$ e) $\Delta U = 0$

PROBLEMA 20

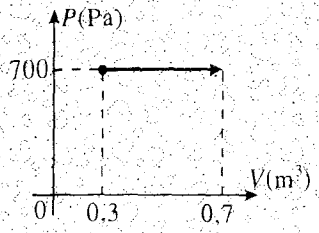
Halle el calor suministrado a un gas ideal en cierto proceso, si la tercera parte de este calor fue transformado en trabajo y la energía interna del gas aumentó en 80 J.

a) 100 J b) 110 J c) 120 J d) 130 J e) 140 J

NIVEL II

PROBLEMA 21

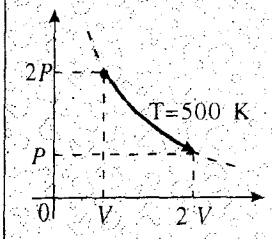
En el proceso isobárico que se muestra, la energía interna del gas ideal aumentó en 300 J. Calcule el calor suministrado al gas.



a) 480 J
b) 580 J
c) 680 J
d) 780 J
e) 880 J

PROBLEMA 22

En el plano $P-V$ se muestra un proceso isotérmico seguido por 2 moles de cierto gas ideal. Las afirmaciones ciertas son: $\ell n\, 2 = 0{,}7$

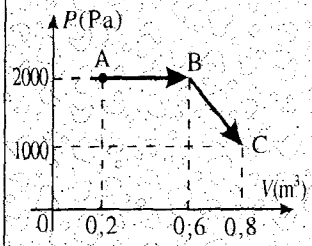


I. La energía interna del gas no varía.
II. El trabajo del gas es 5817 J
III. El gas ha recibido un calor de 5817 J

a) I y II b) II y III c) I y III d) Todas e) Ninguna.

PROBLEMA 23

Señale con verdadero (V) o falso (F), con respecto al proceso representado en el plano $P-V$



I. AB es un proceso isobárico
II. El trabajo neto es 1100 J
III. BC es un proceso isotérmico

a) VFF b) VVF c) FVF d) FVV e) FFF

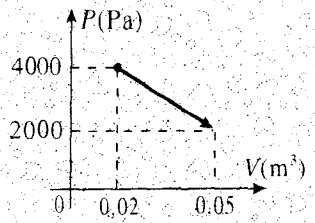
PROBLEMA 24

En un proceso isobárico, la presión del gas es de $2 \cdot 10^5$ Pa. Halle el desplazamiento del pistón, cuya área es de 0,2 m^2, cuando el gas desarrolla un trabajo de $4 \cdot 10^4$ J

a) 0,2 m b) 0,4 m c) 0,6 m d) 0,8 m e) 1,0 m

PROBLEMA 25

En el siguiente proceso; si el gas recibe un calor de 140 J, ¿en cuánto varía la energía interna de este gas?



a) 50 J
b) 90 J
c) 140 J
d) 230 J
e) 0

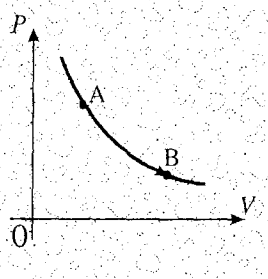
PROBLEMA 26

En un proceso adiabático; la energía interna de un gas ideal disminuye en 80 J. El trabajo realizado por este gas es:

a) 80 J b) −80 J c) mayor que 80 J
d) menor que 80 J e) Cero

PROBLEMA 27

En el plano $P-V$ se muestra un proceso isotérmico. Las afirmaciones ciertas son:



I. Las energías internas en A y B son iguales
II. De A hacia B el gas no hace trabajo
III. Las temperaturas en A y B son diferentes

a) I b) II c) III d) I y II e) Ninguna

PROBLEMA 28

En cierto proceso, la cuarta parte del calor suministrado sirvió para aumentar la temperatura del gas, mientras producía un trabajo de 2700 J. Calcule este calor suministrado.

a) 3100 J b) 3200 J c) 3400 J d) 3600 J e) 3800 J

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	E	D	C	D	B	A	E	C	C	B	D	B	A	B	A	C	B	A	C

21	22	23	24	25	26	27	28
B	D	B	E	A	A	A	D

31 Capítulo

TERMODINÁMICA 2

OBJETIVOS

1.	*Estudiar las máquinas térmicas y su respectiva eficiencia.*
2.	*Establecer y brindar ejemplos que ilustren la comprensión de la segunda ley de la termodinámica.*
3.	*Conocer el ciclo de Carnot y su aplicación a las máquinas térmicas ideales.*

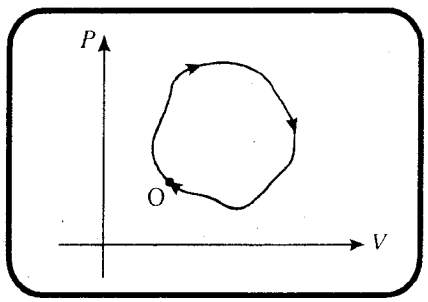
© DHDV

31.1. CICLO TERMODINAMICO:

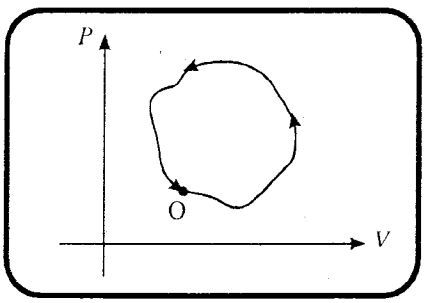
Un gas ideal experimenta un ciclo termodinámico, si después de sufrir una secuencia de procesos, vuelve a su estado inicial (O).

Los ciclos termodinámicos pueden ser horarios y antihorarios.

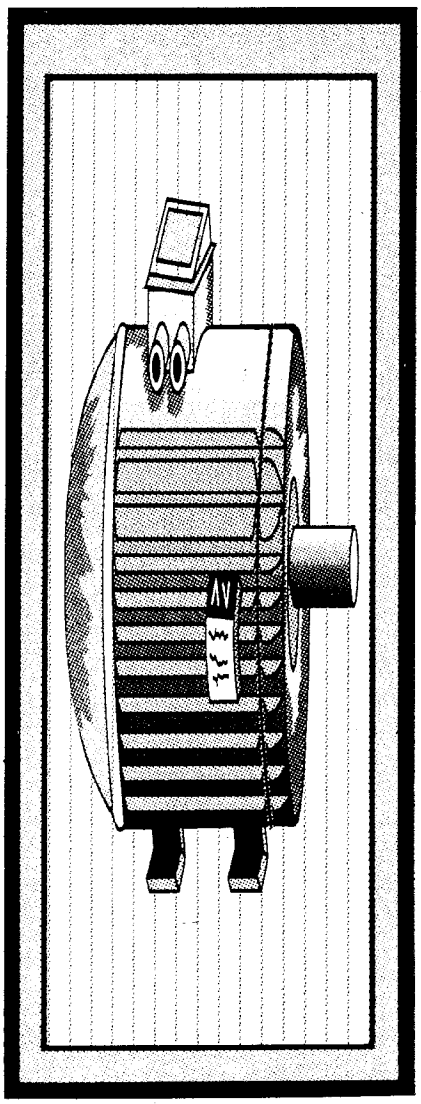
CICLO HORARIO



CICLO ANTIHORARIO



En un ciclo termodinámico, el estado inicial, luego de varios procesos, coincide con el estado final.



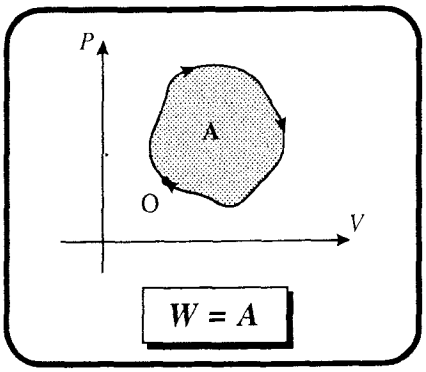
31.2. TRABAJO EN UN CICLO TERMODINAMICO

Cuando en el plano $P-V$ se representa un ciclo termodinámico observamos que siempre encierra un área.

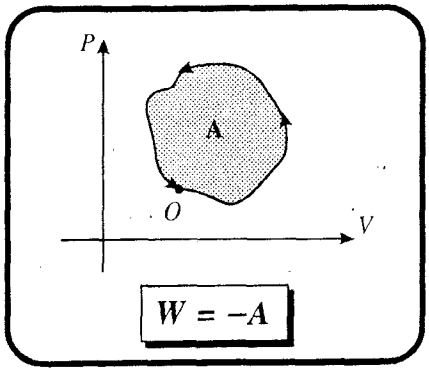
El trabajo neto en un ciclo termodinámico equivale al área que encierra este ciclo.

Consideraciones:

a) Si el ciclo es horario; el trabajo neto es positivo

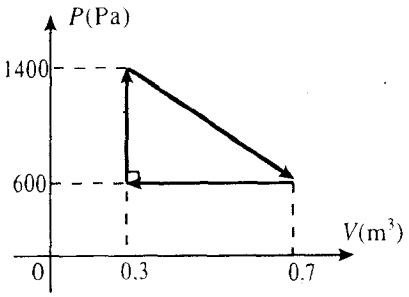


b) Si el ciclo es antihorario; el trabajo neto es negativo



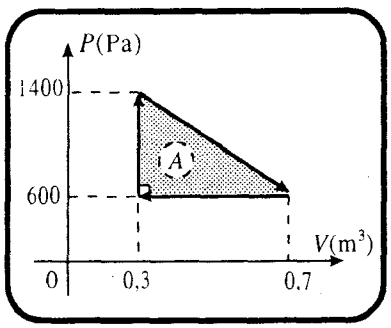
PROBLEMA 01

En un plano $P-V$ se muestra el desarrollo de un ciclo termodinámico. Calcule el trabajo neto que produce el gas ideal.



RESOLUCION:

* En un ciclo termodinámico; el trabajo neto del gas equivale al área que encierra el ciclo (triángulo)
* Como el ciclo es horario, el trabajo se considera positivo.



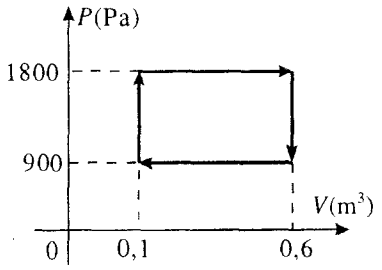
W = área del triángulo $(+A)$

$$W = \frac{(0{,}4)\,(800)}{2}$$

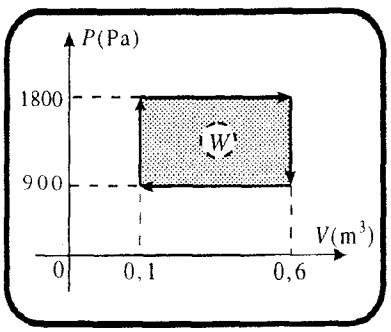
W = 160 J

PROBLEMA 02

Usando el gráfico $P-V$, halle el trabajo neto que realiza el gas ideal en cada uno de los ciclos.



RESOLUCION:



* El trabajo en cada ciclo equivale al área que encierra el ciclo.

W = área del triángulo $(+A)$

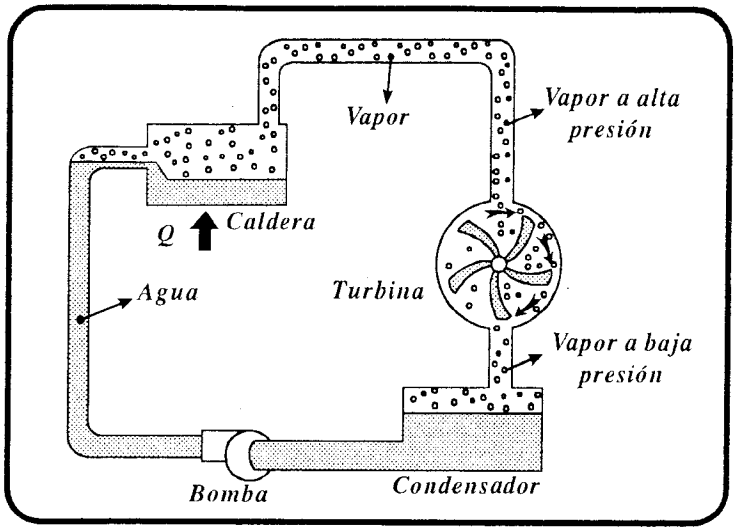
$W = (0{,}5)(900)$

W = 450 J

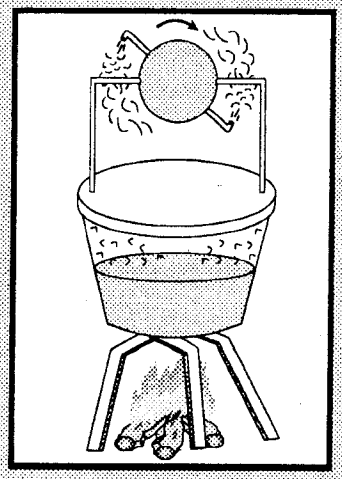
31.3. MAQUINAS TERMICAS:

Las máquinas térmicas son aquellos aparatos que transforman la energía térmica **(calor)** en **trabajo**.

En el siguiente diagrama representamos los accesorios de una turbina (máquina) de vapor



La primera máquina térmica fué la turbina de vapor inventada por el griego Herón en el siglo I d. C. Era rudimentario y de muy bajo rendimiento; es decir, consumía gran cantidad de energía para producir un trabajo relativamente pequeño.



Hasta el siglo XVIII las máquinas de vapor eran muy rudimentarias y de bajo rendimiento. Alrededor de 1770, James Watt mejoró las máquinas con un nuevo invento.

DESCRIPCION:

31.3.1. CALDERA:

Son recipientes de hierro, en los cuales se hierve el agua para generar vapor y enviarlo a la turbina.

31.3.2. TURBINA:

Es un aparato giratorio, constituido con paletas, en el cual la energía térmica del calor, que llega a la turbina, se transforma parcialmente en trabajo mecánico.

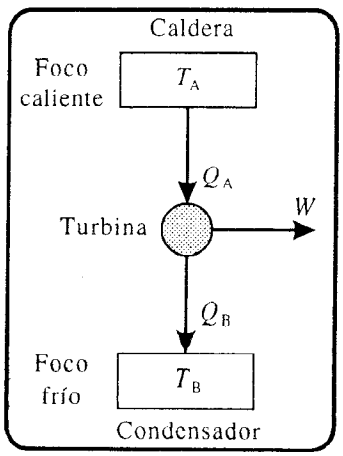
31.3.3. CONDENSADOR

Es un recipiente en donde se condensa el vapor que se expulsa de la turbina.

31.3.4. BOMBA:

Tiene la función de enviar el agua del condensador a la caldera.

- **Reresentación esquemática de la máquina térmica (Turbina)**



Q_A : calor que viene de la caldera.

W : trabajo mecánico obtenido en la turbina

Q_B : calor residual enviado al condensador

Mediante un balance de energía obtenemos:

$$W + Q_B = Q_A$$

$$\boxed{W = Q_A - Q_B}$$

31.4. EFICIENCIA (n) DE UNA MAQUINA TERMICA:

Es la relación entre el trabajo neto (W) que desarrolla la máquina y el calor (Q_A) que recibe de la cadera.

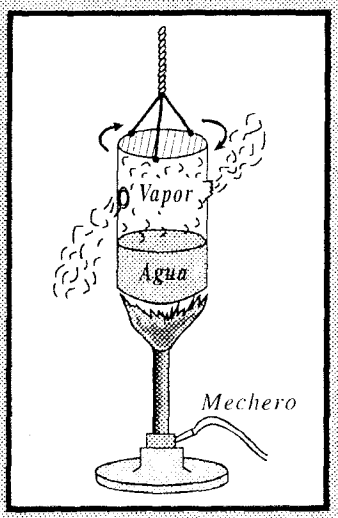
$$n = \frac{W}{Q_A}$$

O también: $n = \frac{Q_A - Q_B}{Q_A}$ ➡ $$n = 1 - \frac{Q_B}{Q_A}$$

EXPERIMENTO

Ud. puede construir una máquina térmica que transforme el calor en trabajo mecánico.

En una lata cilíndrica de cerveza o refresco que contenga un poco de agua. Haga dos orificios oblicuos en su pared lateral, de tal modo que cuando hierva el agua, el vapor salga por dichos orificios en chorros contrarios y tangentes a la pared de la lata.



La lata girara tal como lo hacía la maquina de Herón en siglo I d. C.

31.5. SEGUNDA LEY DE LA TERMODINAMICA:

Esta ley fué enunciada en base a la **observación** y **meditación** de un gran número de casos reales de transformación del calor en trabajo. Esta ley se puede enunciar de varias modalidades equivalentes.

31.5. 1. Según Clausius:

Hay fenómemos que expontaneamente no suceden al revés. Todos vemos caer una piedra; pero, no vemos que por sí misma pueda suspenderse contra la gravedad; del mismo modo, el calor no fluye, por si mismo, de un cuerpo frío a otro caliente:

> *En forma natural, el calor se transmite de un objeto caliente a uno frío; nunca pasará expontaneamente de un objeto frío a uno caliente.*

31.5. 2. Según Kelvin–Planck

La máquina perfecta es imposible de construir, no puede haber una máquina 100% eficiente. Siempre hay energía no aprovechable que se pierde.

> *No es posible que exista una máquina térmica que pueda transformar todo el calor que recibe en trabajo.*

31.6. CICLO DE CARNOT:

En la segunda ley de la termodinámica se establece que no existe una máquina térmica que tenga 100% de eficiencia. La preocupación de los estudiosos era.

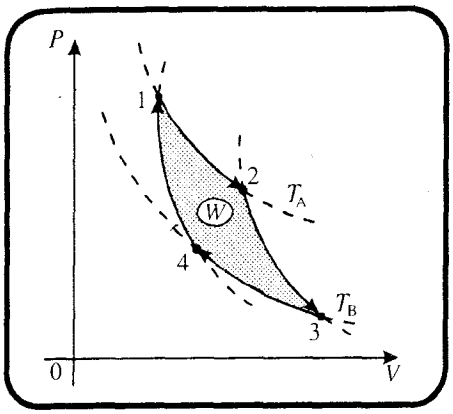
"Si no se puede lograr el 100% de eficiencia",

¿qué máxima eficiencia se podrá lograr?

SADI CARNOT, joven ingeniero francés fué el primero que se interesó en hallar esta máxima eficiencia basado en el

punto de vista teórico. Carnot ideó un ciclo ideal (reversible) constituido por cuatro procesos; dos procesos son **isotérmicos** y los otros dos **adiabáticos.**

En el plano P–V, el ciclo de Carnot tiene la siguiente forma:

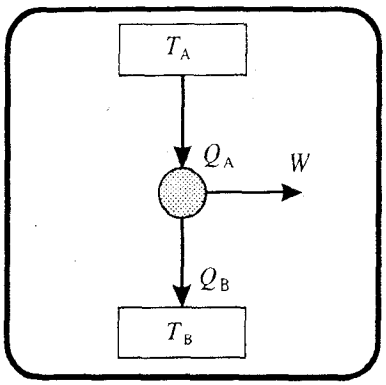


* Proceso $\overset{\frown}{12}$: expansión isotérmica.
* Proceso $\overset{\frown}{23}$: expansión adiabática
* Proceso $\overset{\frown}{34}$: Compresión isotérmica.
* Proceso $\overset{\frown}{41}$: Compresión adiabática.

Las máquinas que obedecen el ciclo de Carnot se denominan; máquinas de Carnot, máquinas ideales o reversibles.

31.7. MAXIMA EFICIENCIA DE UNA MAQUINA TERMICA:

De la segunda ley de la termodinámica se sabe que las máquinas térmicas no logran el 100% de eficiencia. Con el ciclo de Carnot se demuestra que la **máxima** eficiencia que puede lograr una máquina térmica depende exclusivamente de las temperaturas absolutas de trabajo.

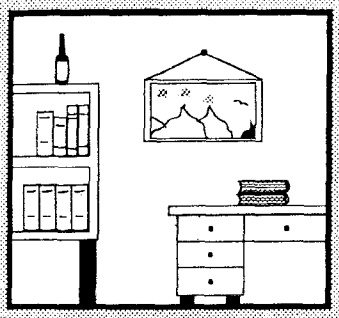


La máxima eficiencia de una máquina térmica se logra con el ciclo de Carnot, esta eficiencia es:

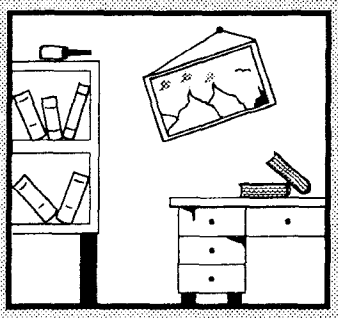
$$n = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

Una de las interpretaciones de la segunda ley de la termodinámica es que en forma natural los sistemas (conjunto de partículas) tienden a desordenarse cada vez más conforme transcurre el tiempo.

Podemos arreglar nuestra habitación, pero



en forma expontanea se va desordenando. Nunca se ordena por si misma.



Para que la habitación quede nuevamente ordenada es necesario que nosotros coloquemos cada cosa en luar, o sea que hagamos trabajo.

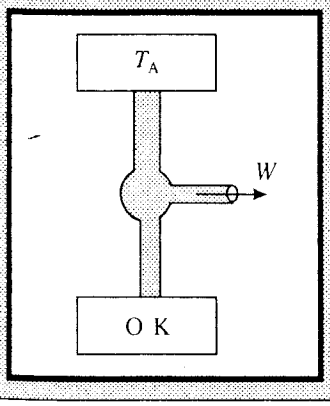
RESUMEN

❶ Una máquina térmica real o irreversible es aquella que no logra la eficiencia de Carnot. La eficiencia de una máquina real se halla usando los calores.

$$n = 1 - \frac{Q_B}{Q_A}$$

IMPOSIBLE

Para que una máquina de Carnot funcione al 100% de eficiencia la temperatura del condensador debe ser de O K.



❷ Una máquina térmica ideal o reversible es aquella que logra la eficiencia de Carnot. La eficiencia de una máquina ideal se puede hallar usando los calores o las temperaturas absolutas de trabajo.

$$n = 1 - \frac{Q_B}{Q_A} = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

De donde se obtiene:

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{T_B}{T_A}$$ (Relación de Kelvin)

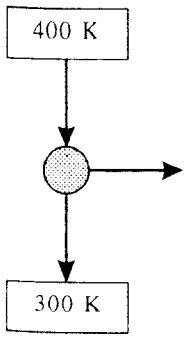
PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 03

Una máquina térmica de Carnot trabaja entre las temperaturas de 400 K y 300 K. Calcule el rendimiento de esta máquina.

RESOLUCION:

* Representamos la máquina ideal de Carnot:



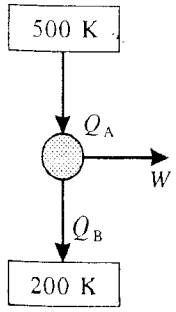
* Para una máquina ideal la eficiencia se puede hallar con las temperaturas absolutas.

$$n = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

$$n = 1 - \frac{300\ K}{400\ K}$$

$$\boxed{n = 0{,}25}$$

PROBLEMA 04



El esquema muestra una máquina térmica ideal que trabaja entre las temperaturas de 500 K y 200 K. Calcule el trabajo neto que produce la máquina si $Q_A = 600$ J

RESOLUCION:

* En una máquina térmica ideal se cumple que:

$$n = 1 - \frac{Q_B}{Q_A} = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

* de donde: $\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{T_B}{T_A}$

* Reemplazamos datos:

$$\frac{Q_B}{600\ J} = \frac{200\ K}{500\ K}$$

$$Q_B = 240\ J \ldots\ldots\ldots (1)$$

* Cálculo del trabajo:

$$W = Q_A - Q_B$$

$$W = 600\ J - 240\ J$$

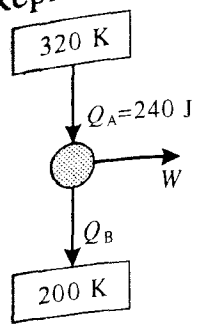
$$\boxed{W = 360\ J}$$

PROBLEMA 05

Una máquina térmica ideal recibe 240 J de calor de un foco caliente que está a 320 K. Halle el calor que cede esta máquina al foco frío que está a 200 K.

RESOLUCION:

* Representamos la máquina térmica **ideal.**



* En una máquina térmica ideal se cumple que:

$$n = 1 - \frac{Q_B}{Q_A} = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

de donde: $\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{T_B}{T_A}$

* Reemplazamos datos:

$$\frac{Q_B}{240\ J} = \frac{200\ K}{320\ K}$$

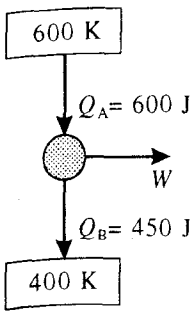
$$\boxed{Q_B = 150\ J}$$

PROBLEMA 06

Una máquina térmica real (irreversible) trabaja entre las temperaturas de 600 K y 400 K. Halle la eficiencia de esta máquina si, en cada ciclo, absorbe 600 J de la caldera y cede 450 J al condensador.

RESOLUCION:

* Representamos la máquina térmica **real.**



* En una máquina **real** la eficiencia se halla usando los calores.

$$n = 1 - \frac{Q_B}{Q_A}$$

$$n = 1 - \frac{450\ J}{600\ J}$$

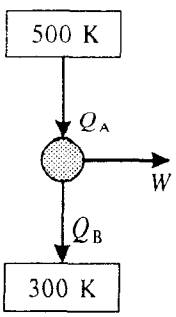
$$n = 1 - 0{,}75$$

$$\boxed{n = 0{,}25}$$

PROBLEMA 07

En el diagrama se muestra una máquina térmica, determine si esta máquina es ideal o real.

$Q_A = 300\ J$ y $Q_B = 200\ J$



RESOLUCION:

* La eficiencia real (n_R) de una máquina se halla usando los calores:

$$n_R = 1 - \frac{Q_B}{Q_A}$$

$$n_R = 1 - \frac{200\ J}{300\ J}$$

$$\boxed{n_R = 0{,}33}$$

* La eficiencia ideal (n_I) de una máquina se halla usando las temperaturas absolutas.

$$n_I = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

$$n_I = 1 - \frac{300\ K}{500\ K}$$

$$\boxed{n_I = 0{,}4}$$ (La máquina es real)

IMPORTANTE

* Una máquina térmica es ideal cuando:

$$\boxed{n_R = n_I}$$

* Una máquina térmica es real cuando:

$$\boxed{n_R < n_I}$$

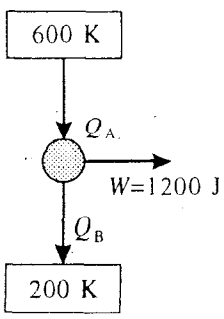
PROBLEMA 08

Una máquina térmica ideal toma calor de una caldera a 600 K y lo descarga a un condensador a 200 K. Si en cada ciclo produce un trabajo neto de 1200 J, calcule:

ⓐ La eficiencia de la máquina

ⓑ El calor que la máquina toma de la caldera

RESOLUCION:



* Representamos la máquina ideal:

ⓐ La eficiencia de una máquina ideal se puede hallar con las temperaturas.

$$n = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

$$n = 1 - \frac{200\ \text{K}}{600\ \text{K}}$$

$$\boxed{n = 0{,}67}$$

b) Por definición; el rendimiento de una máquina térmica es:

$$n = \frac{W}{Q_A}$$

* Reemplazando: $0{,}67 = \dfrac{1200\ \text{J}}{Q_A}$

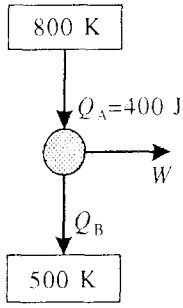
$$\boxed{Q_A = 1800\ \text{J}}$$

PROBLEMA 09

Una máquina térmica opera entre 800 K y 500 K tiene una eficiencia real que corresponde sólo a un tercio de su eficiencia ideal. ¿Cuánto trabajo efectúa en cada ciclo si absorbe 400 J de calor del foco caliente?

RESOLUCION:

* Graficamos la máquina real:



* La eficiencia real (n_R) se halla con los calores:

$$n_R = 1 - \frac{Q_B}{Q_A} \quad \ldots\ldots (1)$$

* La eficiencia ideal se halla con las temperaturas:

$$n_I = 1 - \frac{T_B}{T_A} \quad \ldots\ldots (2)$$

* Por dato: $n_R = \dfrac{1}{3} n_I$

* Reemplazando: $1 - \dfrac{Q_B}{Q_A} = \dfrac{1}{3}\left(1 - \dfrac{T_B}{T_A}\right)$

$$1 - \frac{Q_B}{400\ \text{J}} = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{500\ \text{K}}{800\ \text{K}}\right)$$

* Resolviendo $Q_B = 350$ J

* Cálculo del trabajo: $W = Q_A - Q_B$

$$\boxed{W = 50\ \text{J}}$$

AUTOEVALUACION

01 En el plano P–V, un ciclo horario indica que el trabajo neto que produce el gas es:

a) negativo b) cero c) positivo
d) no existe c) infinito

02 Especifique con verdadero (V) o falso (F):

I. En el plano P–V, el área que encierra el ciclo termodinámico equivale al trabajo neto del gas.
II. En el plano P–V, un ciclo antihorario indica que el trabajo neto del gas es negativo.
III. En un ciclo termodinámico el estado inicial coincide con el estado final.

a) VVF b) VFV c) FVV
d) VVV e) VFF

03 Las máquinas térmicas son aparatos que transforman _____ en _____

a) el trabajo - calor
b) la fricción - calor
c) la energía - calor
d) la energía - trabajo
e) el calor - trabajo

04 En una máquina térmica a vapor, la caldera sirve para:

a) enfriar o condensar el vapor
b) transformar el calor en trabajo
c) hervir el agua
d) bombear el agua desde el condensador
e) Congelar el agua

05 ¿Cuál de los siguientes enunciados no está de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica?

a) Hay fenómemos que expontaneamente no suceden al revés
b) El calor se trasmite de un objeto caliente a uno frío.

c) algunas máquinas transforman todo el calor en trabajo
d) es imposible construir una máquina 100% eficiente
e) el calor nunca pasará expontaneamente de un objeto frío a uno caliente.

06 Seleccione con verdadero (V) o falso (F):
I. Las máquinas térmicas ideales son llamadas reversibles.
II. Las máquinas térmicas ideales obedecen el ciclo de Carnot.
III. Con el ciclo de Carnot se logra el 100% de eficiencia.
a) VVF b) VVV c) VFV
d) FVV e) FFV

07 Con respecto a las máquinas térmicas reales o irreversibles se puede afirmar que:
I. son llamadas; máquinas de Carnot
II. tienen menor eficiencia que las máquinas ideales
III. obedecen el ciclo de Carnot.
a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

08 Una máquina térmica es ideal cuando:
a) transforma todo el calor en trabajo
b) logra el 100% de eficiencia
c) logra la eficiencia de Carnot
d) no consume energía
e) no disipa calor.

09 Un ciclo de Carnot está constituido por dos procesos ____ y dos procesos ____
a) isotérmicos - isobáricos
b) adiabáticos - isócoros
c) isócoros - isotérmicos
d) isotérmicos - adiabáticos
e) adiabáticos - isobáricos

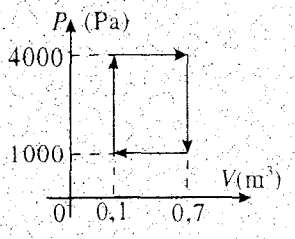
10 Las máquinas térmicas de Carnot se denominan:
a) reales b) irreversibles c) ideales
d) reversibles e) hay dos respuestas

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 11

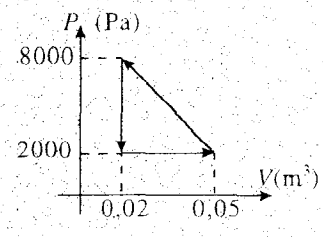
Determine el trabajo neto que produce el gas en cada ciclo.



a) 1800 J
b) 1900 J
c) 2000 J
d) 2100 J
e) 2200 J

PROBLEMA 12

En el siguiente ciclo antihorario, calcule el trabajo neto del gas en cada ciclo.



a) −60 J
b) −70 J
c) −80 J
d) −90 J
e) −100 J

PROBLEMA 13

Calcule el rendimiento de una máquina térmica ideal que trabaja entre las temperaturas de 500 K y 300 K

a) 0,3 b) 0,4 c) 0,5 d) 0,6 e) 0,7

PROBLEMA 14

En una máquina térmica ideal su eficiencia es de 0,6. Halle la temperatura del condensador, si la caldera está a 800 K.

a) 300 K b) 320 K c) 340 K
d) 360 K e) 380 K

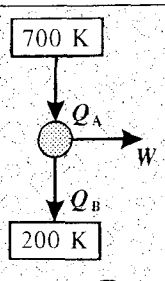
PROBLEMA 15

Halle el rendimiento de una máquina térmica ideal cuyo foco caliente tiene una temperatura, en kelvins, que es el triple de la temperatura del foco frío.

a) 47% b) 57% c) 67%
d) 77% e) 87%

PROBLEMA 16

La figura muestra una máquina térmica ideal, halle Q_B si $Q_A = 280$ J



a) 50 J
b) 60 J
c) 70 J
d) 80 J
e) 90 J

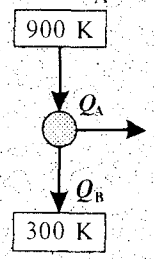
PROBLEMA 17

En el problema anterior; calcule el trabajo neto del gas en cada ciclo.

a) 160 J b) 170 J c) 180 J
d) 190 J e) 200 J

PROBLEMA 18

Si la siguiente máquina es real, halle su rendimiento. $Q_A = 300$ J y $Q_B = 120$ J



a) 40%
b) 50%
c) 60%
d) 70%
e) 80%

PROBLEMA 19

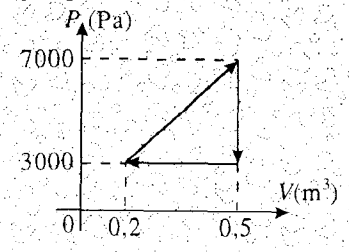
Una turbina a vapor recibe, en cada ciclo, 1200 J de calor de la caldera y cede 300 J al condensador. Halle la eficiencia de esta máquina.

a) 45% b) 55% c) 65% d) 75% e) 85%

NIVEL II

PROBLEMA 20

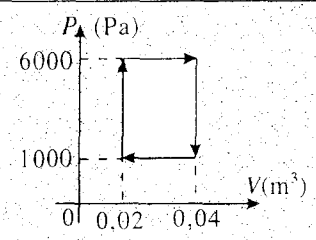
En el plano P–V se muestra el ciclo que obedece una máquina térmica. Calcule el trabajo que realiza en cada ciclo.



a) 200 J
b) 400 J
c) 600 J
d) 800 J
e) 1000 J

PROBLEMA 21

Halle la eficiencia de una máquina térmica que absorbe, en cada ciclo mostrado, 400 J de calor.



a) 25 %
b) 35 %
c) 45 %
d) 55 %
e) 65 %

PROBLEMA 22

¿A qué temperatura teórica debería trabajar el condensador para que el rendimiento ideal de una máquina térmica sea de 100 %?

a) O K b) 100 K c) pequeña
d) grande e) infinita

PROBLEMA 23

Un gas ideal realiza un ciclo de Carnot, entre las temperaturas de 500 K y 100 K. Si absorve 1200 J del foco caliente. Halle el trabajo neto

a) 560 J b) 660 J c) 760 J
d) 860 J e) 960 J

PROBLEMA 24

Un motor de Carnot, cuyo foco caliente está a 750 K; toma, en cada ciclo, 200 J de calor del foco caliente y cede 160 J al foco frío. Halle la temperatura del foco frío.

a) 300 K b) 500 K c) 500 K
d) 600 K e) 700 K

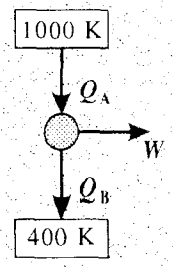
PROBLEMA 25

Un reservorio térmico a 1500 K transfiere 12 000 J de calor a una máquina de Carnot en cada ciclo. Si durante el ciclo el gas produce un trabajo neto de 4000 J, halle la temperatura del reservorio frío.

a) 800 K b) 900 K c) 1000 K
d) 1100 K e) 1200 K

PROBLEMA 26

Con respecto a la siguiente máquina térmica si $Q_A = 2000$ J y $Q_B = 900$ J, son ciertas.



I. La eficiencia ideal es 60%
II. La eficiencia real es 55%
III. La máquina térmica es real

a) I b) II c) III
d) I y II e) Todas

PROBLEMA 27

Una máquina térmica funciona entre las temperaturas de 800 K y 500 K. Si en cada ciclo absorve 2000 J de calor de la caldera y cede 1600 J al condensador, calcule las eficiencias real e ideal de esta máquina.

a) 20 % y 37,5 % b) 20 % y 40 %
c) 20 % y 20 % d) 30 % y 37,5 %
e) 40 % y 50 %

PROBLEMA 28

¿En que caso aumentaría la eficiencia de una máquina de Carnot?

a) Aumentando la temperatura del foco caliente
b) Duplicando las temperaturas de ambos focos
c) disminuyendo la temperatura del foco caliente
d) disminuyendo la temperatura del foco frío
e) Hay dos respuestas.

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	E	C	C	A	B	C	D	E	A	D	B	B	C	D	E	C	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28												
A	A	E	D	C	E	A	E												

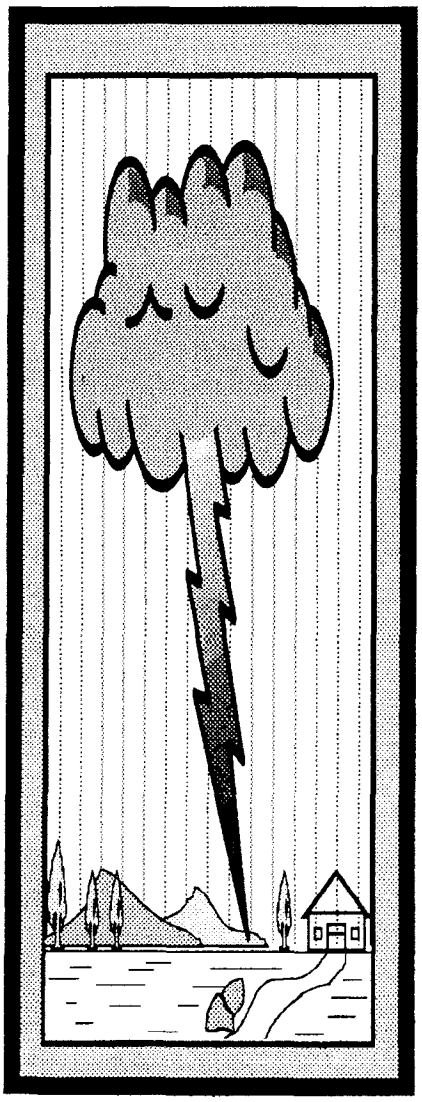
32 Capítulo

ELECTROSTATICA

FUERZA ELECTRICA

OBJETIVOS

1.	*Demostrar la existencia de dos tipos de carga*
2.	*Estudiar los procesos de electrización*
3.	*Aplicar sencillamente la ley de Coulomb*



32.1. INTRODUCCION:

Con este capítulo iniciaremos el estudio de la electricidad, es decir, analizaremos y trataremos de entender los diversos fenómenos, ligados a nuestra vida daria, denominados fenómenos eléctricos.

> *El estudio de los fenómenos eléctricos relacionados con cargas eléctricas en reposo suele recibir el nombre de* ***Electrostática.***

32.2. ELECTRIZACION:

La palabra **electricidad** se deriva del vocablo griego **elektron** que significa **ambar** (resina petrificada). Los griegos, desde la antiguedad, ya conocían los efectos de la electricidad estática. El filósofo y matemático Thales, que vivió en la ciudad de Mileto en el siglo V a.C, observó que un trozo de **ambar,** al ser frotado con una piel de animal, adquiría la propiedad de atraer cuerpos ligeros como: Trozos de paja y semillas pequeñas.

En la actualidad se sabe que todas las sustancias pueden presentar un comportamiento similar al del ambar.

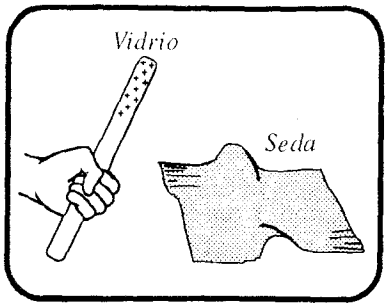
> *Cualquier sustancia se puede electrizar (cargar) al ser frotada con otra.*

32.3. CARGA POSITIVA Y CARGA NEGATIVA:

Según los experimentos con varios cuerpos electrizados, se halla que pueden separarse en dos grupos:

32.3.1. PRIMER GRUPO:

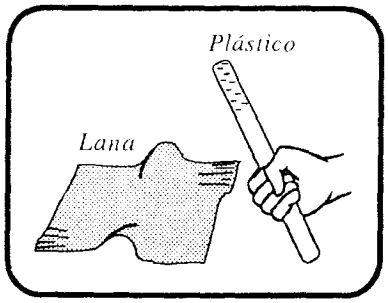
Aquellos cuyo comportamiento es igual al de una barra de **vidrio** que se frota con una tela de **seda**. Tales cuerpos frotados se repelen mutuamente y decimos que están electrizados positivamente.



*Una barra de **vidrio** se carga positivamente cuando es frotada con una tela de **seda**.*

32.3.2. SEGUNDO GRUPO:

Aquellos que se comportan como una barra de **plástico** (o resina) frotada con una tela de **lana.** Los cuerpos de este grupo se repelen entre sí, pero, atraen a los del primer grupo. Decimos pues, que están electrizados negativamente.



*Una barra de **plástico** se carga negativamente cuando se frota con una tela de **lana**.*

32.4. ORIGEN DE LA CARGA ELECTRICA:

Según la teoría actual de los átomos, se sabe que la electrización de los cuerpos se debe a lo siguiente:

32.4.1. En un cuerpo neutro (no electrizado) el número de protones es igual al número de electrones.

32.4.2. Cuando frotamos dos cuerpos entre sí hay una transferencia de electrones de un cuerpo hacia el otro.

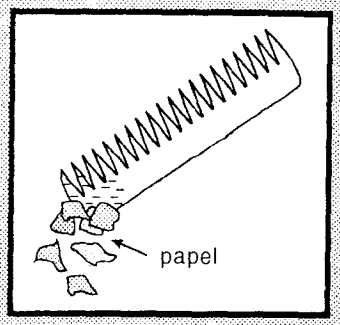
32.4.3. El que pierde electrones presenta un **defecto** de electrones, es decir, queda cargado **positivamente.**

32.4.4. El que gana electrones presenta un **exceso** de electrones, es decir, queda cargado **negativamente.**

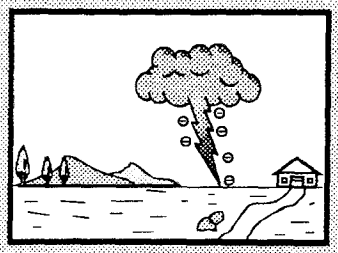
Un cuerpo tiene carga positiva si en él hay un defecto de electrones, y carga negativa si tiene un exceso de electrones.

FROTACION

Si frotas un peine con una toalla se cargará y atraerá trocitos de papel.

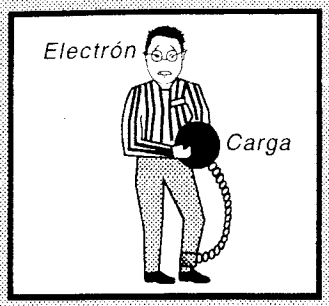


Las nubes, impulsadas por los vientos, viajan del mar hacia los continentes friccionando con el aire atmosférico, adquiriendo de esto modo, una carga estática que posteriormente devuelve a la Tierra en forma de rayos.



Los rayos son descargas eléctricas. En un buen rayo la carga transportada es del orden de 10 a 100 C.

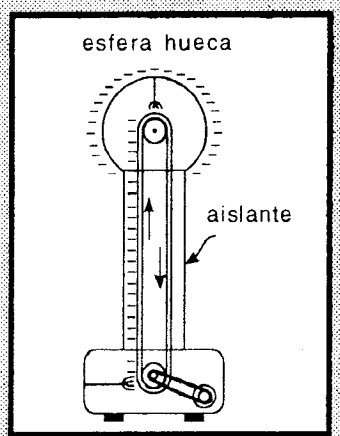
Un electrón nunca se descarga; no hay manera de quitarle la carga dejándolo desnudo y neutro.



El electrón es una partícula fundamental y su carga una entidad física misteriosamente inseparable.

GENERADOR DE VAN DE GRAAFF

Es un aparato usado para producir altos voltajes. Consta de una esfera hueca colocada sobre una base cilíndrica aislante. Una banda de caucho impulsada por un motor para a través de una especie de peines cargando la esfera hueca por friccion. Los peines recolectan la carga y la transportan a la esfera hueca.



La carga almacenada en la superficie exterior de la esfera hueca pueden producir voltajes de varios millones de volts.

32.5. PROPIEDADES DE LA CARGA ELECTRICA:

32.5.1. LA CARGA ESTA CUANTIZADA:

La carga que se presenta en un cuerpo, se debe al número(entero) de electrones que este cuerpo gana o pierde y sabiendo que la carga del electrón es $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C diremos que cualquier carga será un número (n) entero de veces la carga del electrón:

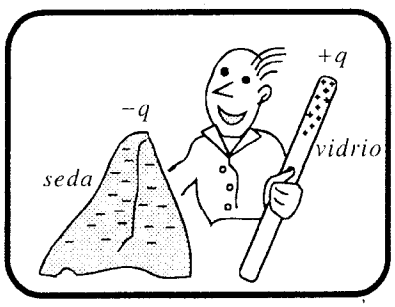
$$q = \pm ne$$

n : número entero
e : carga del electrón
q : carga del cuerpo

Decir que la carga está cuantizada significa que puede aparecer solamente como múltiplo (entero) de la carga del electrón.

32.5.2. LA CARGA SE CONSERVA:

En un sistema aislado, la carga total debe permanecer constante. Este principio se observa cuando dos cuerpos son frotados entre si; los electrones no son creados, sino transmitidos de un cuerpo hacia el otro.



Cuando una barra de vidrio es frotada con una tela de seda, el vidrio se carga positivamente, mientras que la tela negativamente.

La carga no se crea ni se destruye, solo se transmite de un cuerpo hacia otro.

32.5.3. LA CARGA ES INVARIANTE:

Decir que la carga eléctrica es invariante indica que; la carga de un electrón, de un protón o de cualquier otra partícula permanece igual, sin importar la velocidad del movimiento.

En el átomos los electrones se mueven a grandes velocidades, a pesar de esto, su carga permanece igual.

32.6. CONDUCTORES Y AISLADORES:

Algunos materiales, como el cobre, el aluminio y otros metales conducen muy bién la electricidad, estos son llamados **conductores.** Otros materiales que incluyen el vidrio, el hule y la mayoría de los plásticos se emplean como aisladores eléctricos.

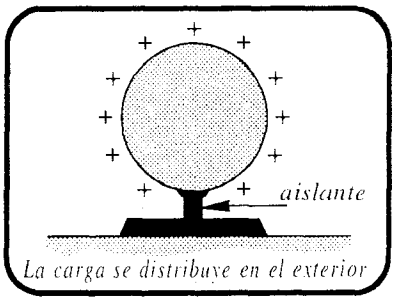
En los cuerpos conductores los electrones de valencia (libres) pueden soltarse con facilidad de sus átomos y viajan a través del conductor.

En los cuerpos aisladores todos los electrones (hasta los de valencia) están firmemente ligados a sus nucleos y no pueden conducir la electricidad.

Los cuerpos conductores disponen de electrones de valencia que pueden liberarse facilmente de la atracción de sus nucleos.

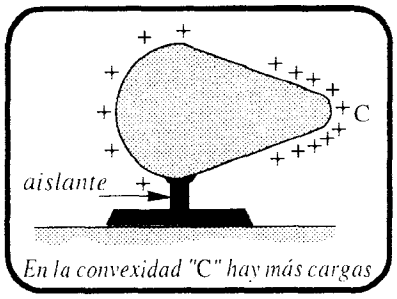
32.7. PROPIEDADES DE LOS CONDUCTORES:

32.7.1. La carga estática en un cuerpo conductor se distribuye solamente en la superficie **exterior**. Es extraño que en el interior de un conductor no haya cargas eléctricas; pero, esto es posible, porque como las cargas son del mismo signo, se repelen hacia el exterior.



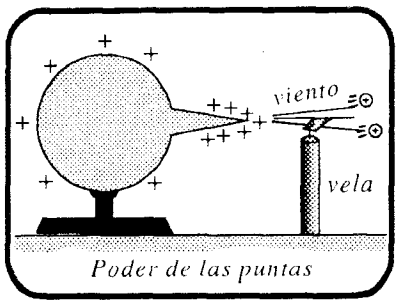
La carga se distribuye en el exterior

32.7.2. La carga eléctrica se distribuye en la superficie **exterior;** pero se puede comprobar que en las partes convexas **(puntas)** hay más cargas que en las partes planas.



En la convexidad "C" hay más cargas

32.7.3. Si el cuerpo conductor cargado tiene una punta, la densidad de carga en la punta puede ser tan grande que las cargas pueden saltar al aire. El aire cargado al ser repelido por la misma punta producirá el llamado **"viento eléctrico"** capaz de apagar una vela.



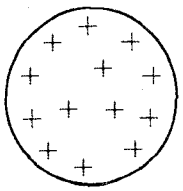
Poder de las puntas

32.8. INDUCCION ELECTROSTATICA:

Consideremos un cuerpo conductor en estado neutro (no electrizado). Si acercamos una barra cargada positivamente, sin tocar al cuerpo conductor, veremos que los electrones libres del conductor serán atraidos por la carga positiva de la barra y se acumularán en el extremo A. Debido al desplazamiento de los electrones libres hacia el extremo A, el extremo B queda un exceso de carga positiva. Esta separación de cargas en el condcutor, producida por el acercamiento de la barra electrizada, se denomina **inducción electrostática.**

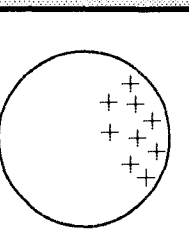
CONDUCTOR

En un conductor la carga se distribuye en toda su superficie exterior.


El metal es buen conductor

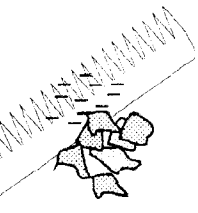
NO CONDUCTOR

En un cuerpo no conductor (madera, plástico, pelo, aire, vidrio, papel, cuero, ...), la carga que recibe no se distribuye, queda confinada en la región en donde fue producida.



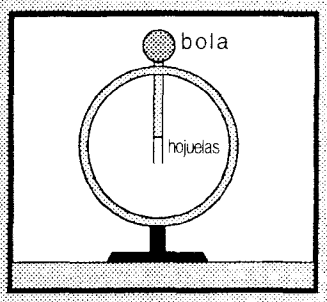
EXPERIMENTO

Si frotamos el centro de un peine de plástico con una tela de lana, solamente el centro tendrá la capacidad de atraer trocitos de papel, pero los extremos del peine no.

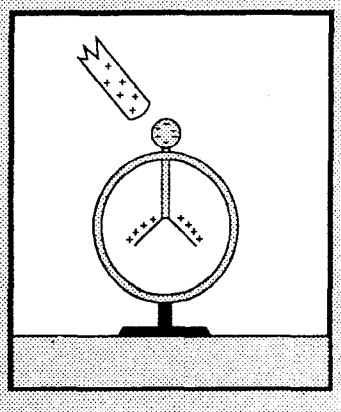

El peine es no condcutor

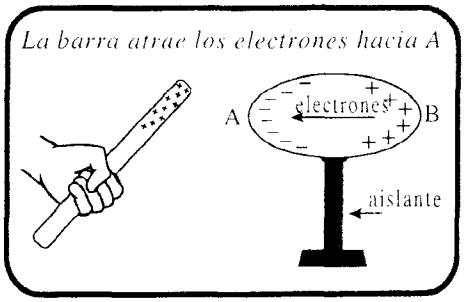
EL ELECTROSCOPIO

Es un aparato que se emplea para detectar cargas, consta de una bola metálica en el exterior conectada mediante una barra metálica a un par de delgadas hojas de Oro.



Si se acerca un objeto cargado, positiva o negativamente, se induce una separación de cargas. Las hojuelas se cargan y al repelerse entre si se abren.



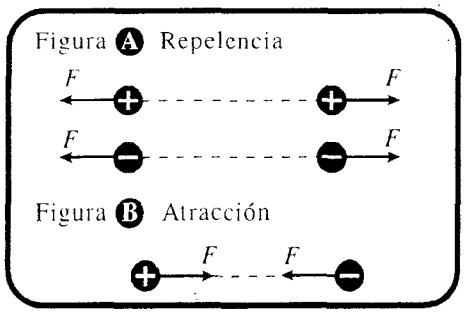


La inducción de cargas, en los extremos A y B, se debe a que los electrones libres del conductor son atraídos por la barra electrizada hacia el extremo A.

32.9. LEYES ELECTROSTATICAS:

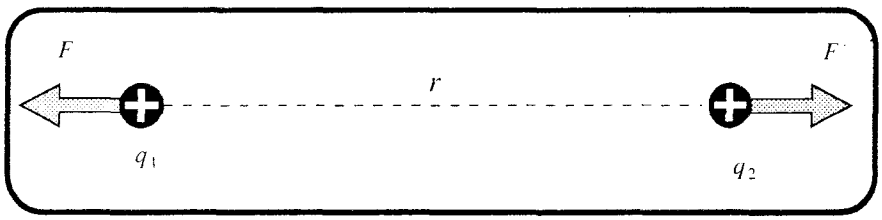
32.9.1. LEY DE CARGAS:

Las cargas del mismo signo se repelen (figura A), y las cargas signos diferentes se atraen (figura B).



32.9.2. LEY DE COULOMB:

La fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las dos cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.



Matematicamente:

$$F = \frac{k\, q_1\, q_2}{r^2}$$

En esta fórmula no se debe reemplazar el signo de las cargas.

Unidades en el SI:

k : Constante eléctrica, en el aire o vacío: $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$

q_1 y q_2 : Cargas eléctricas, en coulombs (C)

Una desventaja del SI es que el coulomb (C) es una unidad muy grande, generalmente usaremos el microcoulomb ($\mu C = 10^{-6}$ C)

r : distancia entre las cargas, en metros (m)

F : fuerza eléctrica, en newtons (N)

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Luego de una frotación, la carga electrostática en una tela de lana es de +0,8 C. ¿Cuántos electrones ha cedido este tela?

RESOLUCION:

* Recordemos que la carga eléctrica esta cuantizada. Matematicamente:

$$q = ne$$

* Reemplazando:

$$0{,}8\ \text{C} = n(1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C})$$

$$n = \frac{0{,}8\ \text{C}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}$$

$$\boxed{n = 5 \cdot 10^{18}\ \text{electrones}}$$

PROBLEMA 02

¿Cuántos electrones debe ceder un cuerpo neutro para que quede electrizado con 1 C?

RESOLUCION:

* Según la cuantización:

$$q = ne$$

* Reemplazando:

$$1\ \text{C} = n(1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C})$$

$$n = \frac{1\ \text{C}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}$$

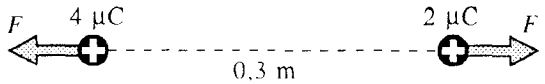
$$\boxed{n = 6{,}25 \cdot 10^{18}\ \text{electrones}}$$

PROBLEMA 03

Dos cargas positivas, cuyos módulos son q_1 = 4 μC y q_2 = 2 μC, están situadas en el aire y separadas una distancia de 30 cm. Calcule la fuerza entre estas cargas.

RESOLUCION:

* Representamos la repulsión entre las cargas positivas: 4 μC=4•10^{-6} C y 2 μC=2•10^{-6}C



* Usando la ley de Coulomb:

$$F = \frac{k\, q_1\, q_2}{r^2}$$

* Reemplazando:

$$F = \frac{\left(9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)(4 \cdot 10^{-6}\ \text{C})\,(2 \cdot 10^{-6}\ \text{C})}{(0{,}3\ \text{m})^2}$$

* Operando:

$$\boxed{F = 0{,}8\ \text{N}}$$

PROBLEMA 04

Dos cargas puntuales de +6 μC cada una, están separadas 2 cm. ¿Cuál es la fuerza de repulsión entre ellas?

RESOLUCION:

* Usando la ley de Coulomb:

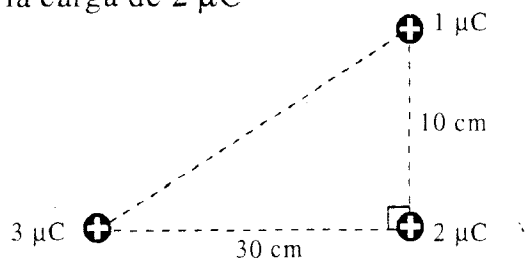
$$F = \frac{k\, q_1\, q_2}{r^2}$$

$$F = \frac{\left(9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)(6 \cdot 10^{-6}\ \text{C})(6 \cdot 10^{-6}\ \text{C})}{(0{,}02\ \text{m})^2}$$

* Operando: $\boxed{F = 810\ \text{N}}$

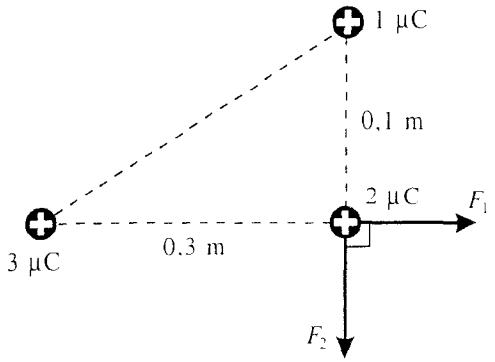
PROBLEMA 05

Tres cargas se colocan como se indica en la figura. Determine la fuerza eléctrica total sobre la carga de 2 μC



RESOLUCION:

* Representamos las fuerzas de repulsión sobre la carga de 2 μC

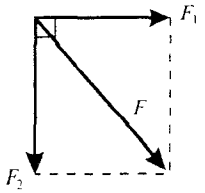


* Calculamos las fuerzas F_1 y F_2:

$$F_1 = \frac{(9\cdot10^9)(3\cdot10^{-6})(2\cdot10^{-6})}{(0,3)^2} = 0,6\ \text{N}$$

$$F_2 = \frac{(9\cdot10^9)(10^{-6})(2\cdot10^{-6})}{(0,1)^2} = 1,8\ \text{N}$$

* Como F_1 y F_2 forman 90°, la fuerza resultante se halla con el teorema de Pitágoras:



$$F^2 = F_1^2 + F_2^2$$

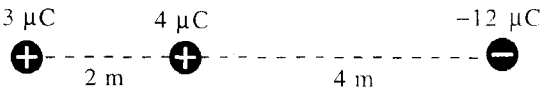
$$F^2 = (0,6\ \text{N})^2 + (1,8\ \text{N})^2$$

$$F^2 = (0,6\ \text{N})^2\,(1^2 + 3^2)$$

$$\boxed{F = 0,6\sqrt{10}\ \text{N}}$$

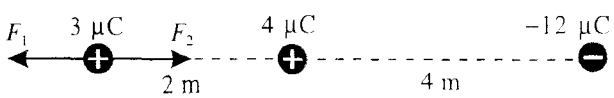
PROBLEMA 06

A lo largo de una recta se localizan tres cargas. ¿Cuál es la fuerza eléctrica neta sobre la carga de 3 μC?



RESOLUCION:

* La carga de 3 μC es repelida por 4 μC mediante la fuerza F_1 y atraída por −12 μC mediante la fuerza F_2.



* Calculamos las fuerzas F_1 y F_2:

$$F_1 = \frac{(9\cdot10^9)(3\cdot10^{-6})(4\cdot10^{-6})}{2^2} = 0,027\ \text{N}$$

Nota: ***En esta fórmula no se reemplaza el signo de la carga.***

$$F_1 = \frac{(9\cdot10^9)(3\cdot10^{-6})(12\cdot10^{-6})}{6^2} = 0,009\ \text{N}$$

* Como $F_1 > F_2$ el módulo de la fuerza resultante será:

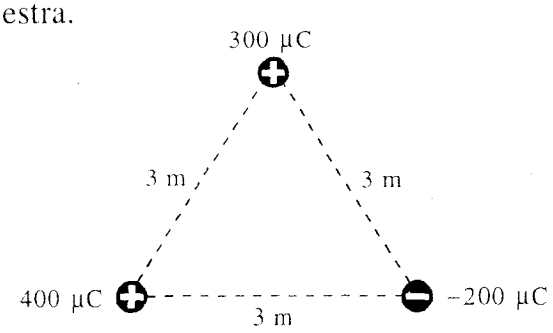
$$F = F_1 - F_2$$

$$F = 0,027\ \text{N} - 0,009\ \text{N}$$

$$\boxed{F = 0,018\ \text{N}}$$

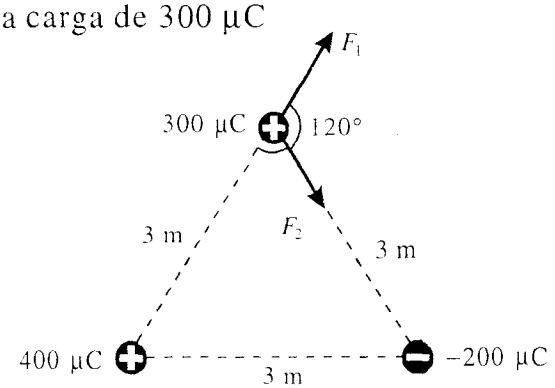
PROBLEMA 07

Calcule la fuerza electrostática sobre la carga de 300 μC en el triángulo equilátero que se muestra.



RESOLUCION:

* Representamos las fuerzas eléctricas sobre la carga de 300 μC

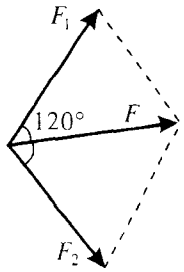


* Calculamos las fuerzsa F_1 y F_2:

$$F_1 = \frac{(9\cdot10^9)(400\cdot10^{-6})(300\cdot10^{-6})}{3^2} = 120\ \text{N}$$

$$F_2 = \frac{(9\cdot10^9)(200\cdot10^{-6})(300\cdot10^{-6})}{3^2} = 60\ \text{N}$$

* Como F_1 y F_2 forman 120°, para hallar la fuerza resultante, usamos la fórmula del paralelogramo:



$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 120°$$

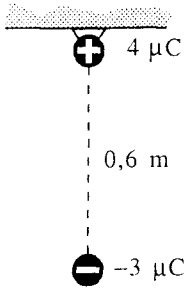
$$F^2 = 120^2 + 60^2 + 2(120)(60)(-1/2)$$

Desarrollando:

$$\boxed{F = 60\sqrt{3}\ \text{N}}$$

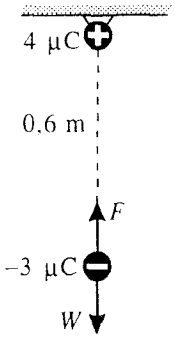
PROBLEMA 08

Una carga de $-3\ \mu C$ permanece en el aire debido a la atracción de la carga de $4\ \mu C$ la cual se halla fija en el techo. Calcule el peso de la carga de $-3\ \mu C$.



RESOLUCION:

* Hacemos el DCL de la carga de $-3\ \mu C$:



* El peso de la carga de $-3\ \mu C$ se debe equilibrar con la fuerza eléctrica:

$$W = F$$

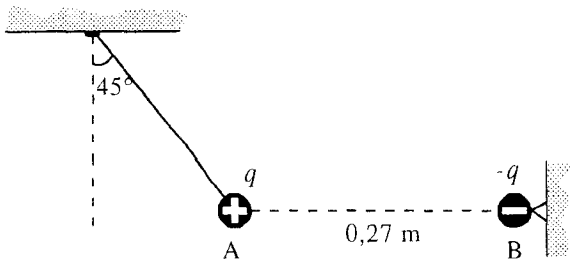
$$W = \frac{k\,q_1\,q_2}{r^2}$$

$$W = \frac{(9\cdot10^9)\,(4\cdot10^{-6})\,(3\cdot10^{-6})}{(0{,}6)^2}$$

Resolviendo: $\boxed{W = 0{,}3\ \text{N}}$

PROBLEMA 09

Las partículas A y B tienen masas iguales de 40 g y cargas de igual valor q, pero de signos contrarios. Si A esta suspendida en equilibrio, halle q. $(g = 10\ \text{m/s}^2)$

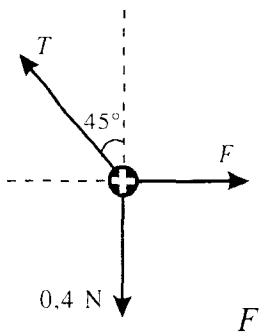


RESOLUCION:

* Calculamos el peso de la carga q:

$$W = mg = (0{,}040\ \text{kg})(10\ \text{m/s}^2) = 0{,}4\ \text{N}$$

* Hacemos el DCL de la carga q:



Equilibrio:

$T\cos 45° = 0{,}4\ \text{N} \ldots (1)$

$T\,\text{sen}\,45° = F \ldots\ldots (2)$

Dividiendo (1) entre (2):

$$\cot 45° = \frac{0{,}4\ \text{N}}{F}$$

$$F = 0{,}4\ \text{N}$$

* Reemplazando F:

$$\frac{k\,q^2}{r^2} = 0{,}4\ \text{N}$$

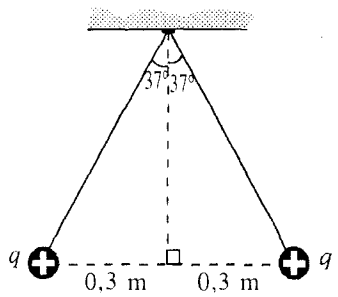
$$\frac{(9\cdot10^9)\,q^2}{0{,}27^2} = 0{,}4$$

* Resolviendo:

$$\boxed{q = 1{,}8\cdot10^{-6}\ \text{C}}$$

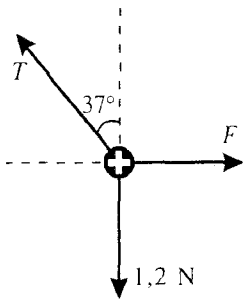
PROBLEMA 10

En el diagrama se muestran dos cargas idénticas q, de 1,2 N de peso cada una. Halle q si estas cargas están en equilibrio y suspendidas del mismo punto con hilos aislantes de igual longitud.



RESOLUCION:

* Hacemos el DCL de una de las cargas:



Equilibrio:

$T\cos 37° = 1{,}2\ \text{N} \ldots (1)$

$T\,\text{sen}\,37° = F \ldots\ldots (2)$

Dividiendo (1) entre (2):

$$\cot 37° = \frac{1{,}2\ \text{N}}{F}$$

$$\frac{4}{3}=\frac{1{,}2\ \text{N}}{F}$$

$$F = 0{,}9\ \text{N}$$

* Reemplazando F:

$$\frac{k\,q^2}{r^2}=0{,}9$$

$$\frac{(9\cdot 10^9)\,q^2}{0{,}6^2}=0{,}9$$

* Resolviendo:

$$\boxed{q = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}$$

AUTOEVALUACION

01 Cuando un cuerpo, electricamente neutro, pierde electrones queda cargado:

a) negativamente b) sin carga
c) positivamente d) sigue neutro
e) N.A.

02 Un cuerpo tiene carga eléctrica cuando contiene _____ número de electrones que de protones.

a) mayor b) menor c) igual
d) diferente e) N.A.

03 Si una varilla de vidrio se frota vigorosamente con una tela de seda quedará cargadá:

a) positivamente b) sin carga
c) negativamente d) queda neutra
e) N.A.

04 Señale con verdadero (V) o falso (F):

I. Una barra de plástico se carga negativamente si es frotada con una tela de lana.
II. Un cuerpo con defecto de electrones tiene carga positiva
III. La carga no se crea ni se destruye, sólo se trasmite.

a) VVF b) VFV c) FVV
d) VVV e) VFF

05 ¿Qué enunciados no están de acuerdo con la teoría de la cuantización?

I. La menor carga que existe en la naturaleza es $1{,}6\cdot 10^{-19}$C
II. Toda carga es múltiplo de la carga del electrón.
III. La carga de $8{,}5\cdot 10^{-19}$ C puede existir.

a) I b) II c) III
d) I y III e) II y III

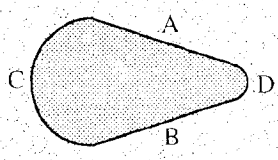
06 Con respecto a la carga eléctrica no es cierto que:

a) está cuantizada b) se conserva
c) es invariante d) puede crearse
e) sólo se trasmite

07 Cuando se carga una esfera conductora, la carga se distribuye en:

a) el interior b) todo el volumen
c) el centro d) no tiene lugar fijo
e) la superficie exterior

08 En el diagrama se muestra un cuerpo conductor cargado, ¿en qué zona del cuerpo podremos encontrar mayor densidad de carga?

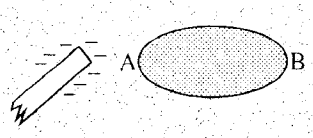


a) A b) B
c) C d) D
e) en el interior.

09 Si acercando un cuerpo a un electroscopio observamos que las hojuelas de éste se abren, podemos decir; que el cuerpo:

a) tiene carga positiva
b) tiene carga
c) tiene carga negativa
d) está descargado
e) N.A.

10 Una barra cargada negativamente se acerca a un cuerpo conductor, en el conductor sucederá que:



I. A se carga positivamente.
II. B se carga negativamente.
III. Los electrones van de A hacia B

a) I y II b) I y III c) II y III
d) II e) Todos

11 Si dos cargas se repelen, podemos asegurar que las cargas...

a) son positivas b) son negativas
c) son neutras d) son de igual signo
e) son de signo contrario

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

En un experimento, 50 000 electrones se extraen de un cuerpo neutro. ¿Cuántos coulombs de carga queda en el cuerpo?

a) $4 \cdot 10^{-15}$ b) $5 \cdot 10^{-15}$ c) $6 \cdot 10^{-15}$
d) $7 \cdot 10^{-15}$ e) $8 \cdot 10^{-15}$

PROBLEMA 13

¿Cuántos electrones deben ser transferidos a un cuerpo no electrizado para que se cargue con $-1\ \mu C$?

a) $5{,}25 \cdot 10^{12}$ b) $6{,}25 \cdot 10^{12}$ c) $7{,}25 \cdot 10^{12}$
d) $8{,}25 \cdot 10^{12}$ e) $9{,}25 \cdot 10^{12}$

PROBLEMA 14

Una carga puntual de $-16\ \mu C$ se sitúa a 8 cm de otra carga puntual de $12\ \mu C$. Calcule la fuerza de atracción entre estas cargas.

a) 270 N b) 280 N c) 290 N d) 300 N e) 310 N

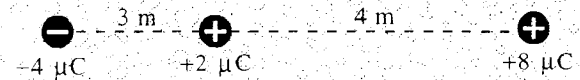
PROBLEMA 15

Dos partículas de igual carga están separadas en 0,1 m. La fuerza de repulsión entre estas es de 3,6 N. Halle las cargas.

a) $2\ \mu C$ b) $3\ \mu C$ c) $4\ \mu C$ d) $5\ \mu C$ e) $6\ \mu C$

PROBLEMA 16

Tres cargas se localizan a lo largo de una línea recta. La fuerza que actúa sobre la carga de $+2\ \mu C$ es:



a) $8 \cdot 10^{-3}$ N b) $9 \cdot 10^{-3}$ N c) $1{,}7 \cdot 10^{-2}$ N
d) $1{,}8 \cdot 10^{-2}$ N e) $2 \cdot 10^{-2}$ N

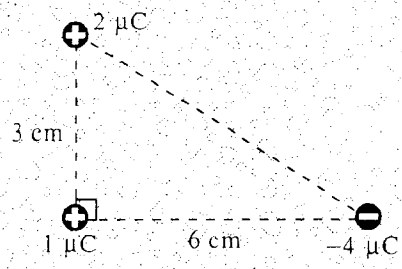
PROBLEMA 17

En los tres vértices de un triángulo equilátero de 9 cm de lado se ha colocado cargas de $+6\ \mu C$ cada una. Halle la fuerza total sobre una de las cargas, en N.

a) 20 b) 40 c) $20\sqrt{3}$ d) $40\sqrt{3}$ e) 80

PROBLEMA 18

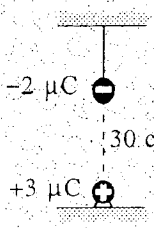
Un triángulo rectángulo tiene cargas en sus vértices, como se indica en la figura. Encuentre la fuerza total sobre la carga de $+1\ \mu C$



a) 10 N
b) 20 N
c) $10\sqrt{3}$ N
d) $10\sqrt{5}$ N
e) $20\sqrt{3}$ N

PROBLEMA 19

La figura muestra dos esferitas de 0,3 N de peso cada una, halle la tensión en el hilo de seda que suspende la carga de $-2\ \mu C$



a) 0,3 N
b) 0,6 N
c) 0,9 N
d) 1,3 N
e) 1,6 N

PROBLEMA 20

A los extremos de un hilo no conductor, de 60 cm de longitud, se han amarrado dos cargas de $+20\ \mu C$ y $+30\ \mu C$. ¿Qué tensión soporta esta cuerda?

a) 5 N b) 10 N c) 15 N
d) 20 N e) 25 N

NIVEL II

PROBLEMA 21

¿Cuál es la carga de una partícula alfa si se compone de dos protones y dos neutrones?

a) $1{,}6 \cdot 10^{-19}$C b) $3{,}2 \cdot 10^{-19}$C c) $4{,}8 \cdot 10^{-19}$C
d) $6{,}4 \cdot 10^{-19}$C e) 0

PROBLEMA 22

Dos cargas se repelen con una fuerza de 40 N cuando están separadas en 10 cm. ¿Cuál será la nueva fuerza si su separación aumenta en 30 cm?

a) 40 N b) 20 N c) 10 N d) 5 N e) 2,5 N

PROBLEMA 23

Dos cargas de -8 µC y $+12$ µC están separadas en 0,12 m. ¿Cuál es la fuerza resultante sobre una tercera carga de -4 µC colocada en medio de las otras dos cargas?

a) 80 N b) 120 N c) 160 N
d) 200 N e) 240 N

PROBLEMA 24

Dos partículas no electrizadas son vigorozamente frotadas entre sí y luego separadas en 1 m observándose una fuerza de atracción de $9 \cdot 10^{-5}$ N. En la frotación, ¿cuántos electrones pasó de una partícula a otra?

a) $4{,}25 \cdot 10^{11}$ b) $5{,}25 \cdot 10^{11}$ c) $6{,}25 \cdot 10^{11}$
d) $7{,}25 \cdot 10^{11}$ e) $8{,}25 \cdot 10^{11}$

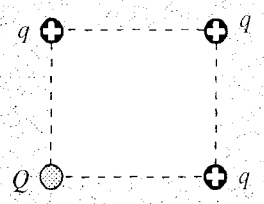
PROBLEMA 25

La masa de un planeta es de $9 \cdot 10^{24}$ kg y su respectivo satélite $4 \cdot 12^{20}$ kg, si el satélite se cargara con $6{,}67 \cdot 10^{10}$ C, ¿qué carga necesitará el planeta para que las fuerzas eléctrica y gravitacional sean iguales.

a) $-3 \cdot 10^{14}$ C b) $-4 \cdot 10^{14}$ C c) $-5 \cdot 10^{14}$ C
d) $-6 \cdot 10^{14}$ C e) $-7 \cdot 10^{14}$ C

PROBLEMA 26

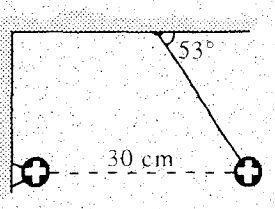
En el cuadrado, halle la carga Q de manera que la carga que se ubica en el otro extremo de la diagonal no se mueva.



a) $-q$
b) $-\sqrt{2}\,q$
c) $-2q$
d) $-2\sqrt{2}\,q$
e) $-\sqrt{3}\,q$

PROBLEMA 27

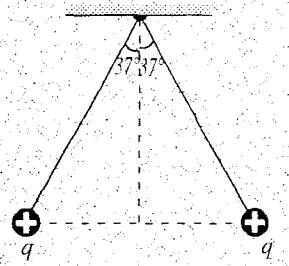
Se muestra dos cargas iguales q y una de éstas suspendida en equilibrio, de 0,4 N de peso. Halle q.



a) 1,73 µC
b) 2,73 µC
c) 3,73 µC
d) 4,73 µC
e) 5,73 µC

PROBLEMA 28

Empleando hilos de seda de 50 cm de longitud se suspenden cargas idénticas $+q$ en equilibrio, el peso de cada carga es de 0,2 N. Calcule q.



a) 1 µC
b) $\sqrt{2}$ µC
c) $\sqrt{3}$ µC
d) $\sqrt{5}$ µC
e) $\sqrt{6}$ µC

PROBLEMA 29

En un átomo de hidrógeno, un electrón gira alrededor de un protón a una distancia r. Halle la velocidad angular del electrón. e: carga del electrón, m: masa del electrón.

a) $\frac{e}{r}\sqrt{\frac{k}{mr}}$ b) $\frac{e}{r}\sqrt{\frac{mr}{k}}$ c) $\frac{r}{e}\sqrt{\frac{k}{mr}}$
d) $\frac{r}{e}\sqrt{\frac{mr}{k}}$ e) $\frac{e}{r}\sqrt{\frac{mk}{r}}$

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	A	D	C	D	E	D	B	E	D	E	B	A	A	C	D	D	C	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29
B	E	D	C	B	D	A	E	A

33 Capítulo

ELECTROSTATICA

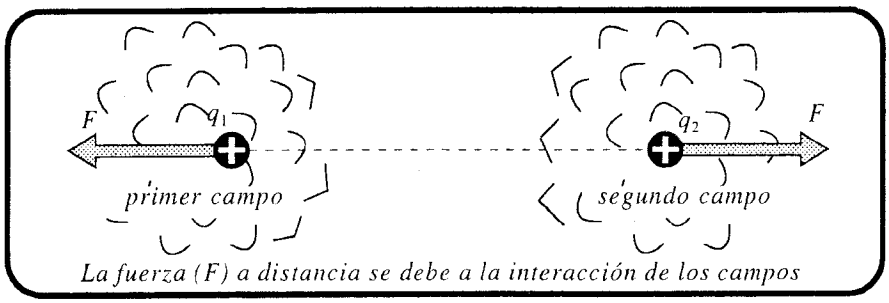
CAMPO ELECTRICO

OBJETIVOS	
1.	*Comprender los conceptos de campo eléctrico, intensidad de campo eléctrico y líneas de campo eléctrico.*
2.	*Calcular la intensidad de campo eléctrico.*

33.1. IDEA DEL CAMPO ELECTRICO:

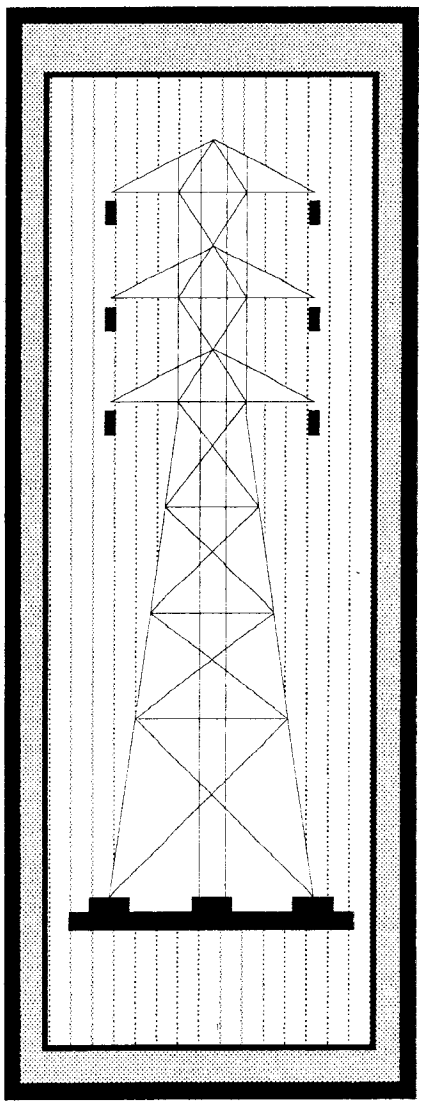
Desarrollada por Michael Faraday (1791 - 1867), según este científico inglés; un campo eléctrico se extiende de toda carga hacia afuera y llena todo el espacio que la rodea. Si en este campo eléctrico se coloca una segunda carga, ésta experimentará una fuerza eléctrica.

Cuando interactúan los campos eléctricos de dos cargas aparece la fuerza eléctrica.



La fuerza (F) a distancia se debe a la interacción de los campos

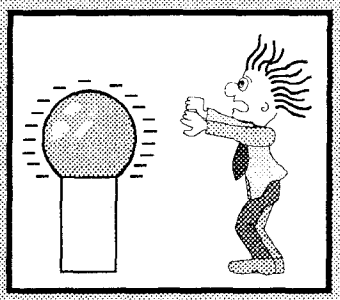
El campo eléctrico es un gran invento de la mente humana para explicar la fuerza eléctrica a distancia entre dos cargas.



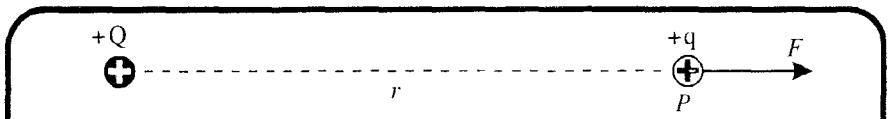
33.2. INTENSIDAD DE CAMPO ELECTRICO (*E*)

Para investigar el campo eléctrico que produce la carga $+Q$, se coloca una carga prueba, positiva y pequeña $+q$ a una distancia r. Veremos que la carga prueba es repelida con una fuerza F:

El espacio que rodea a una carga es diferente de como sería si la carga no estuviese allí. Este espacio que rodea a la carga eléctrica se ve alterado y decimos que contiene un campo eléctrico.



Si nos acercamos a un generador de Van de Graaff podemos sentir su carga. El vello de nuestro cuerpo se eriza, al igual que nuestro cabello.



La carga prueba (+q) debe ser pequeña para no modificar el campo eléctrico de la carga +Q

En un punto, la intensidad de campo eléctrico se define como la fuerza por unidad de carga prueba.

Matematicamente; en el punto P:

$$E = \frac{F}{q}$$

F	q	E
N	C	N/C

Si reemplazamos la fuerza eléctrica, la intensidad tomará la siguiente forma:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{k\frac{Qq}{r^2}}{q} \Rightarrow \boxed{E = \frac{kQ}{r^2}}$$

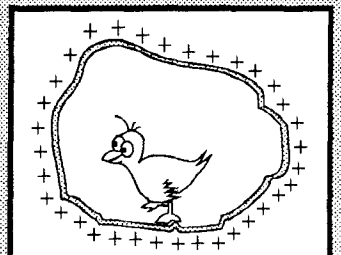
En esta fórmula no se debe reemplazar el signo de la carga:

33.3. LINEAS DE FUERZA:

"Graficando el campo eléctrico".

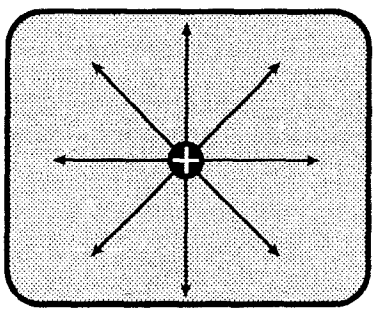
Para hacernos una idea del campo eléctrico que produce una carga, se trazan una serie de líneas para indicar la dirección del campo eléctrico en cualquier punto del espacio que rodea a dicha carga. Estas líneas son llamadas **líneas de fuerza** o también **líneas de campo** y tienen las siguientes características.

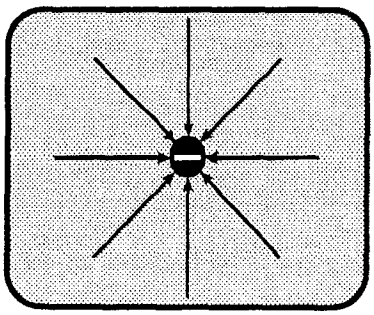
En un cuerpo conductor la carga eléctrica se distribuye en la superficie exterior de manera que en cualquier punto en el interior del conductor el campo eléctrico es nulo.



El pajarillo en el interior del conductor cargado no siente ninguna descarga eléctrica.

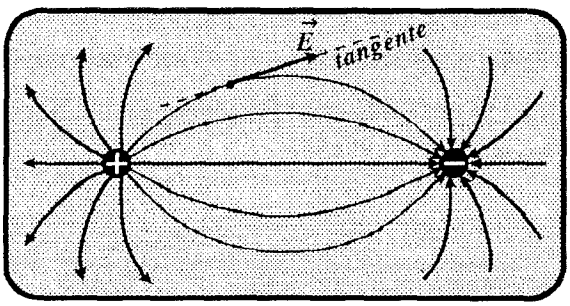
33.3.1. Las líneas de fuerza o líneas de campo siempre comienzan en las cargas positivas y se dirigen radialmente hacia fuera.



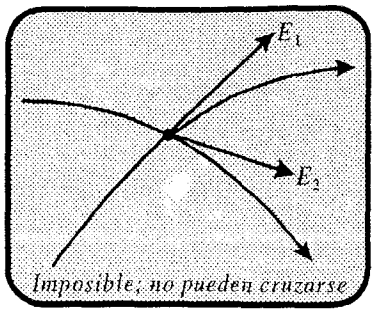


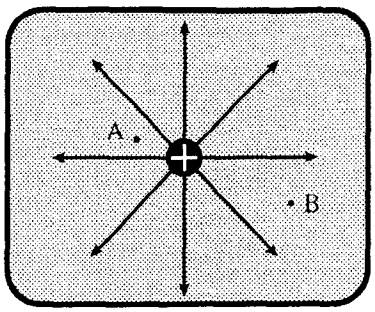
33.3.2. Las líneas de campo siempre terminan en las cargas negativas. Estas lineas ingresan radialmente hacia la carga negativa.

33.3.3. En cualquier punto del campo, el vector campo eléctrico ($\vec{E}$) tiene una dirección tangente a la línea de fuerza.



33.3.4. Las líneas de fuerza nunca se cruzan, porque en un punto (el de cruce) del campo no puede haber dos campos eléctricos, sino solamente uno.

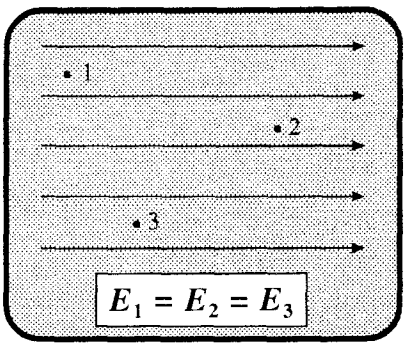




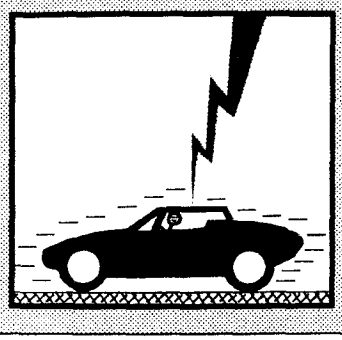
33.3.5. Mientras más cercanas están las líneas de campo, más intenso será el campo eléctrico.

$$E_A > E_B$$

33.3.6. Líneas de fuerza paralelas e igualmente espaciadas indican que el campo eléctrico es homogéneo. La intensidad de campo eléctrico es igual para cualquier punto.



Si un rayo cayera sobre un auto, el ocupante del auto quedará a salvo porque los electrones, antes de pasar a Tierra, se repelen mutuamente a la superficie exterior del auto.



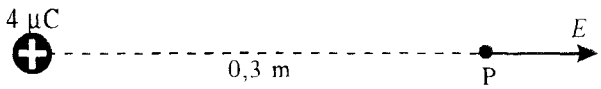
PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Calcule la magnitud del campo eléctrico en un punto P situado a 30 cm de una carga de +4 μC

RESOLUCION:

* Para determinar el sentido de $\vec{E}$, en el punto P se imagina una carga positiva:



* Calculamos E:

$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

* Reemplazando:

$$E = \frac{\left(9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right)(4 \cdot 10^{-6} C)}{(0{,}3\ m)^2}$$

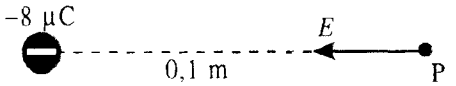
* Resolviendo: $\mathbf{E = 4 \cdot 10^5\ N/C}$

PROBLEMA 02

Determine la intensidad de campo eléctrico a 10 cm de una carga de −8 μC

RESOLUCION:

* El sentido de $\vec{E}$ se determina imaginando en P una carga positiva:



* Calculamos E, observe que no se reemplaza el signo negativo de la carga −8 μC

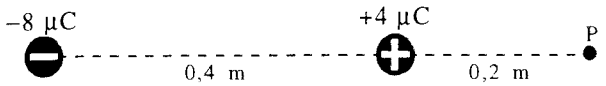
$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

$$E = \frac{\left(9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right)(8 \cdot 10^{-6} C)}{(0{,}1\ m)^2}$$

* Operando: $\mathbf{E = 7{,}2 \cdot 10^6\ N/C}$

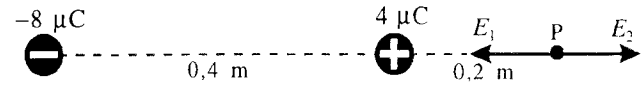
PROBLEMA 03

En una misma línea recta se ubican dos cargas y el punto P. Calcule la intensidad total en el punto P.



RESOLUCION:

* Sobre el punto P actúan dos campos:



* Campo creado por la carga de −8 μC

$$E = \frac{kQ}{r^2} = \frac{(9\cdot10^9)(8\cdot10^{-6})}{(0,6)^2}$$

$$E_1 = 2\cdot10^5 \text{ N/C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Campo creado por la carga de 4 μC

$$E = \frac{kQ}{r^2} = \frac{(9\cdot10^9)(4\cdot10^{-6})}{(0,2)^2}$$

$$E_2 = 9\cdot10^5 \text{ N/C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

* La intensidad del campo total será:

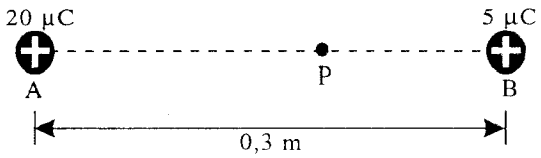
$$E = E_2 - E_1$$

$$E = 9\cdot10^5 \text{ N/C} - 2\cdot10^5 \text{ N/C}$$

$$\boxed{E = 7\cdot10^5 \text{ N/C}}$$

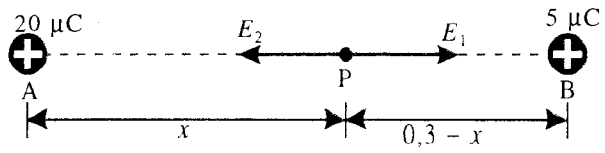
PROBLEMA 04

Entre dos cargas puntuales A y B se ubica un punto P en el cual el campo eléctrico total es cero. Si AB = 0,3 m, halle AP.



RESOLUCION:

* E_1 : campo creado por 20 μC.
  E_2 : campo creado por 5 μC.



* Para que en el punto P el campo eléctrico total sea cero se debe cumplir que:

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{k\,(20\,\mu C)}{x^2} = \frac{k\,(5\,\mu C)}{(0,3-x)^2}$$

* Simplificando:

$$\frac{4}{x^2} = \frac{1}{(0,3-x)^2}$$

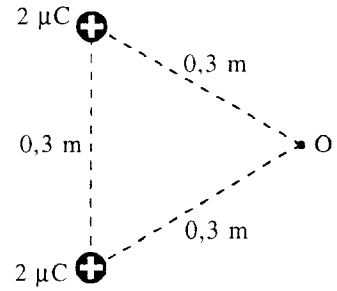
$$\frac{2}{x} = \frac{1}{0,3-x}$$

$$0,6 - 2x = x$$

$$\boxed{x = 0,2 \text{ m}}$$

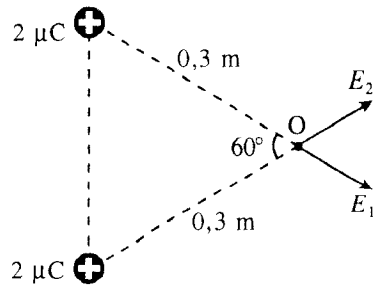
PROBLEMA 05

Hay dos cargas positivas de 2 μC ubicadas en los vértices de un triángulo equilátero de 0,3 m de lado. Halle la intensidad del campo eléctrico en el vértice vacío.



RESOLUCION:

* En el vértice O imaginamos una carga positiva:



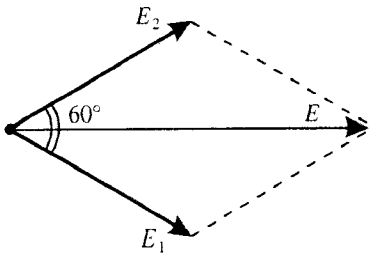
* Cálculo de las intensidad es:

$$E_1 = E_2 = \frac{kQ}{r^2}$$

$$E_1 = E_2 = \frac{(9\cdot10^9)(2\cdot10^{-6})}{(0,3)^2}$$

$$E_1 = E_2 = 2\cdot10^5 \text{ N/C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Hallamos la intensidad resultante:



$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos 60°$$

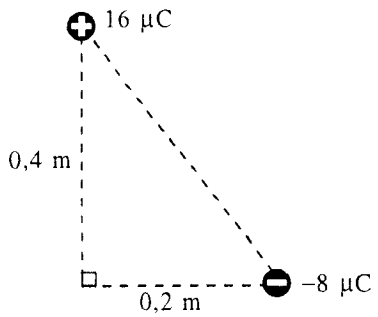
* Factorizando:

$$E = 2 \cdot 10^5 \sqrt{1^2 + 1^2 + 2(1)(1)\,(1/2)}$$

$$\boxed{E = 2\sqrt{3} \cdot 10^5 \text{ N/C}}$$

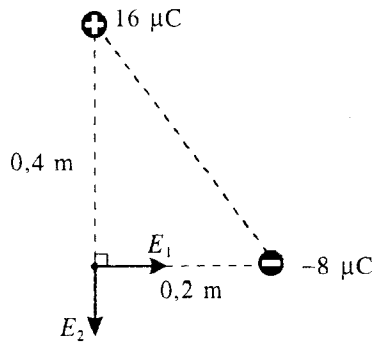
PROBLEMA 06

Calcule el campo eléctrico en el vértice del ángulo recto del triángulo que se muestra en el diagrama.



RESOLUCION:

* Representamos el campo que produce cada carga:

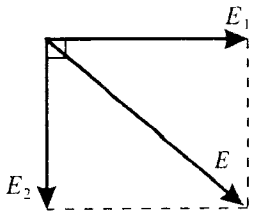


* Cálculo de las intensidades:

$$E_1 = \frac{(9 \cdot 10^9)(8 \cdot 10^{-6})}{(0{,}2)^2} = 18 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{(9 \cdot 10^9)(16 \cdot 10^{-6})}{(0{,}4)^2} = 9 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

* El campo resultante se halla con el teorema de Pitágoras:



$$E^2 = E_1^2 + E_2^2$$

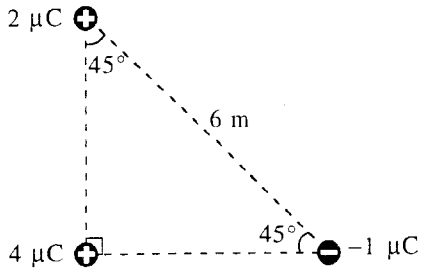
Factorizando:

$$E = 9 \cdot 10^5 \sqrt{2^2 + 1^2}$$

$$\boxed{E = 9\sqrt{5} \cdot 10^5 \text{ N/C}}$$

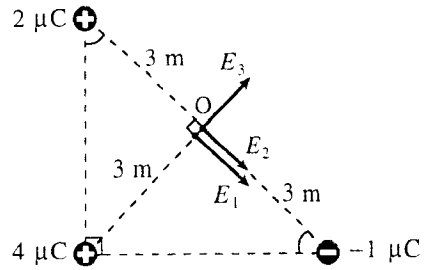
PROBLEMA 07

Se dan cargas puntuales colocadas en los vértices de un triángulo rectángulo isósceles, halle la intensidad en el punto medio de la hipotenusa.



RESOLUCION:

* En el punto medio de la hipotenusa (O) representamos el campo eléctrico de cada una de las cargas.



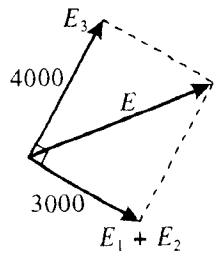
* Cálculo de los campos eléctricos:

$$E_1 = \frac{(9 \cdot 10^9)(10^{-6})}{3^2} = 1000 \text{ N/C} \ldots\ldots (1)$$

$$E_2 = \frac{(9 \cdot 10^9)(2 \cdot 10^{-6})}{3^2} = 2000 \text{ N/C} \ldots (2)$$

$$E_3 = \frac{(9 \cdot 10^9)(4 \cdot 10^{-6})}{3^2} = 4000 \text{ N/C} \ldots.(3)$$

* Cálculo del campos resultante:
Observe que E_1 y E_2 se pueden sumar directamente.



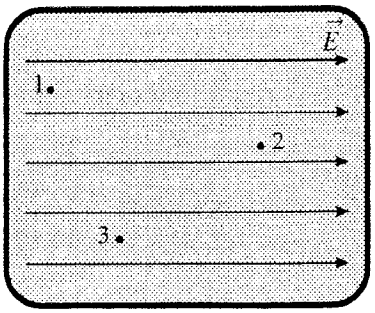
Pitágoras:

$$E^2 = 3000^2 + 4000^2$$

$$\boxed{E = 5000 \text{ N/C}}$$

33.4. CARGA COLOCADA EN UN CAMPO ELECTRICO UNIFORME:

Un campo eléctrico uniforme se representa mediante líneas de fuerza paralelas igualmente espaciadas, como se ve en la figura:

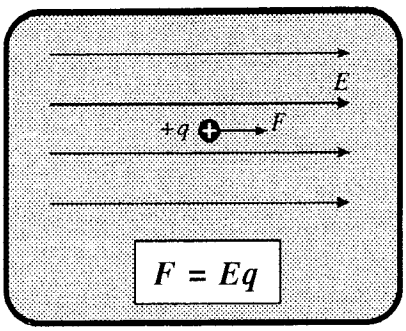


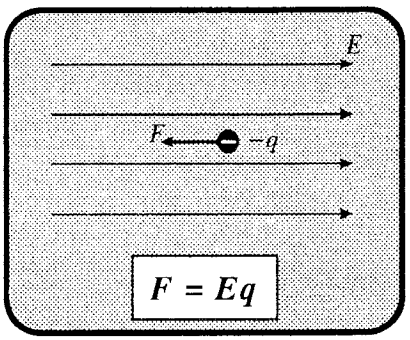
En cualquier punto del campo eléctrico uniforme se observa la misma intensidad.

$$E_1 = E_2 = E_3$$

Cuando colocamos una carga en un campo eléctrico uniforme se observá que:

33.4.1. Si la carga colocada en el campo es **positiva,** sobre ésta actúa una fuerza en el **mismo sentido** que las líneas de fuerza.





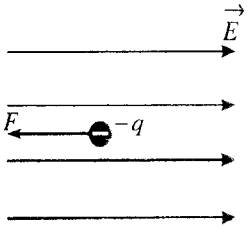
33.4.2. Si la carga colocada en el campo es **negativa**, sobre ésta actúa una fuerza en **sentido contrario** a las líneas de fuerza.

PROBLEMA 08

Un electrón se halla en un campo eléctrico uniforme horizontal y experimenta una fuerza de $8 \cdot 10^{-6}$ N. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en ese punto?

RESOLUCION:

* Representamos el campo uniforme horizontal y la fuerza sobre el electrón.



$$F = Eq$$

$$8 \cdot 10^{-6}\,\text{N} = E\,(1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C})$$

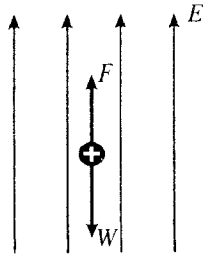
$$E = 5 \cdot 10^{13}\ \text{N/C}$$

PROBLEMA 09

Calcular el campo eléctrico homogéneo vertical y hacia arriba capaz de mantener suspendida una carga de 20 μC cuyo peso es de 0,05 N.

RESOLUCION:

* Graficamos el campo homogéneo y la fuerza sobre la carga.



Equilibrando la carga suspendida:

$$F = W$$

$$Eq = W$$

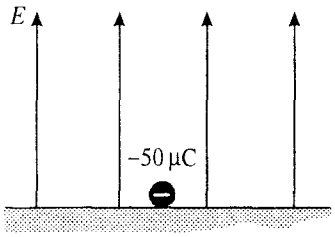
$$E = \frac{W}{q}$$

$$E = \frac{0{,}05\ \text{N}}{20 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}$$

$$\boxed{E = 2500\ \text{N/C}}$$

PROBLEMA 10

Una esferita de 0,04 kg y de −50 μC de carga guarda reposo sobre un plano no conductor e inmersa en un campo eléctrico uniforme $E = 600$ N/C. Calcule la fuerza normal entre el plano y la esferita. ($g = 10\ \text{m/s}^2$)



RESOLUCION:

* Hacemos el DCL de la carga de −50 μC:

Equilibrando:

$$N = F + W$$

$$N = Eq + mg$$

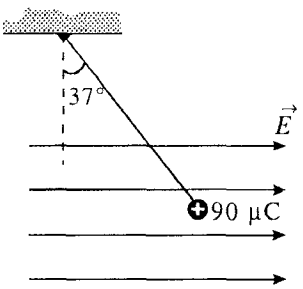
Reemplazando:

$$N = (6000\ \text{N/C})(50 \cdot 10^{-6}\ \text{C}) + (0{,}04\ \text{kg})(10\ \text{m/s}^2)$$

$$\boxed{N = 0{,}7\ \text{N}}$$

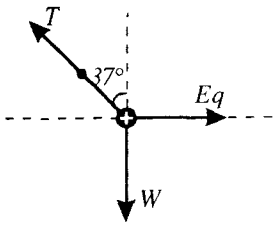
PROBLEMA 11

Mediante un hilo de seda, una carga de +90 μC y 0,06 N de peso, se ha suspendido de manera que reposa dentro de un campo eléctrico uniforme. Halle E.



RESOLUCION:

* Hacemos el DCL de la carga de +90 μC



Equilibrando:

$$T\cos 37° = W \ldots\ldots (1)$$

$$T\,\text{sen}\,37° = Eq \ldots\ldots (2)$$

Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{\cos 37°}{\text{sen}\,37°} = \frac{W}{Eq}$$

$$E = \frac{W}{q}\tan 37°$$

$$E = \frac{0{,}06\ \text{N}}{90 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}\left(\frac{3}{4}\right)$$

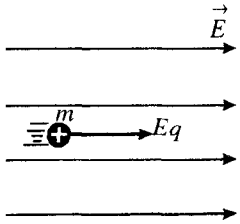
$$\boxed{E = 500\ \text{N/C}}$$

PROBLEMA 12

¿Cuál es la aceleración de una partícula de $8 \cdot 10^{-4}$ kg cuando se suelta en un campo eléctrico uniforme de $6 \cdot 10^{8}$ N/C ? La carga de esta partícula es de +4 μC.

RESOLUCION:

* Representamos la carga de +4μC dentro de un campo uniforme:



Usamos la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F = ma$$

$$Eq = ma$$

$$a = \frac{Eq}{m}$$

$$a = \frac{(6 \cdot 10^{8}\ \text{N/C})(4 \cdot 10^{-6}\ \text{C})}{8 \cdot 10^{-4}\ \text{kg}}$$

$$\boxed{a = 3 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}}$$

AUTOEVALUACION

01 La idea de campo eléctrico fué dada por:

a) Galileo b) Newton c) Pascal
d) Faraday e) Einstein

02 ¿Cuál es la unidad del campo eléctrico?

a) J/C b) C/J c) W/C
d) N/C e) C/N

03 ¿Porqué para medir un campo eléctrico se emplean cargas pruebas pequeñas?

I. Son fáciles de producir
II. No modifica apreciablemente el campo que se va a medir.
III. Sobre ellas no actúan fuerzas eléctricas.

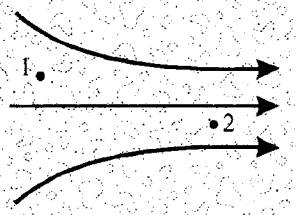
a) I b) II c) III
d) II y III e) Ninguna

04 Con respecto a las líneas de fuerza podemos afirmar que:

I. Comienzan en las cargas positivas
II. Terminan en las cargas negativas
III. Algunas veces se cruzan.

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Todas e) Ninguna

05 Mostrado el siguiente campo eléctrico se puede afirmar que:

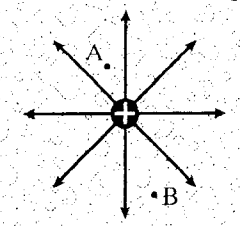


a) $E_1 = E_2$
b) $E_1 = E_2 = 0$
c) $E_1 > E_2$
d) $E_1 < E_2$
e) $E_1 \geq E_2$

06 El vector campo eléctrico es ..... a las líneas de fuerza.

a) secante b) transversal c) tangente
d) perpendicular e) N.A.

07 Se muestra el campo eléctrico de una carga positiva. Señale con verdadero (V) o falso (F) con respecto a esto:



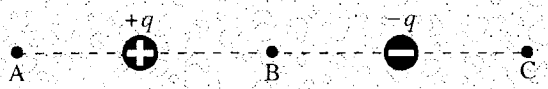
I. El campo eléctrico de esta carga es uniforme.
II. La intensidad en A es mayor que la intensidad en B.
III. En B el campo es cero.

a) FVV b) VVF c) VVV d) FVF e) FFF

08 Un electrón se suelta en un campo eléctrico uniforme horizontal que apunta hacia la derecha, hacia donde el campo impulsará al electrón.

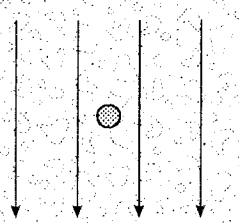
a) arriba b) abajo c) izquerda
d) derecha e) no lo impulsa

09 Si las cargas son de igual valor pero de signo contrario, ¿en qué punto el campo podría ser cero.



a) A b) B c) C
d) A y B e) Ninguno

10 Si el campo eléctrico uniforme logra equilibrar la carga suspendiéndola en el aire, el signo de esta carga s:



a) positiva
b) negativa
c) neutra
d) ninguna
e) positiva o negativa

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 11

Halle la intensidad de campo eléctrico a 60 cm de una carga de 12 μC.

a) $2 \cdot 10^5$ N/C b) $3 \cdot 10^5$ N/C c) $4 \cdot 10^5$ N/C
d) $5 \cdot 10^5$ N/C e) $6 \cdot 10^5$ N/C

PROBLEMA 12

¿Cuál es la carga que a 20 cm produce un campo eléctrico de $9 \cdot 10^5$ N/C?

a) 1 μC b) 2 μC c) 3 μC
d) 4 μC e) 5 μC

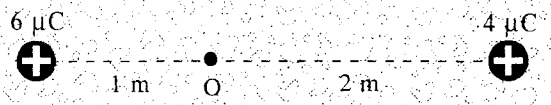
PROBLEMA 13

Determine la intensidad de campo eléctrico a 40 cm de un electrón, en N/C.

a) $3 \cdot 10^{-9}$ b) $5 \cdot 10^{-9}$ c) $7 \cdot 10^{-9}$
d) $9 \cdot 10^{-9}$ e) N.A.

PROBLEMA 14

En el esquema se muestran dos cargas puntuales. Calcule la intensidad de campo eléctrico total en el punto O, en N/C.



a) $4{,}5 \cdot 10^{4}$ b) $5{,}5 \cdot 10^{4}$ c) $6{,}5 \cdot 10^{4}$
d) $7{,}5 \cdot 10^{4}$ e) $8{,}5 \cdot 10^{4}$

PROBLEMA 15

Dos cargas puntuales de 2 μC y 8 μC están separadas en 30 cm. ¿A qué distancia de la menor carga, entre estas cargas, el campo eléctrico será cero?

a) 5 cm b) 10 cm c) 15 cm
d) 20 cm e) 25 cm

PROBLEMA 16

¿Qué fuerza eléctrica actúa sobre un electrón cuando es colocado en un campo eléctrico uniforme de $5 \cdot 10^{9}$ N/C?, en N.

a) $8 \cdot 10^{-10}$ b) $7 \cdot 10^{-10}$ c) $6 \cdot 10^{-10}$
d) $5 \cdot 10^{-10}$ e) $4 \cdot 10^{-10}$

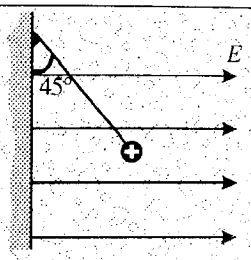
PROBLEMA 17

Halle el peso de una partícula, cuya carga es de 800 μC, si flota en el aire bajo la acción de un campo uniforme vertical hacia arriba de 2000 N/C de intensidad.

a) 0,6 N b) 1,6 N c) 2,6 N
d) 3,6 N e) 4,6 N

PROBLEMA 18

Una partícula de carga $+q$ y masa m se encuentra suspendida en equilibrio en el interior de un campo uniforme E. Determine E.



a) mg/q
b) q/mg
c) mq/g
d) qg/m
e) 0

NIVEL II

PROBLEMA 19

¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico a 30 cm de un protón?, en N/C.

a) $1{,}2 \cdot 10^{-8}$ b) $1{,}4 \cdot 10^{-8}$ c) $1{,}6 \cdot 10^{-8}$
d) $1{,}8 \cdot 10^{-8}$ e) $2{,}0 \cdot 10^{-8}$

PROBLEMA 20

Una partícula alfa se compone de dos protones y dos neutrones. ¿Cuál es el campo que produce a una distancia de 12 cm?

a) $2 \cdot 10^{-7}$ b) $3 \cdot 10^{-7}$ c) $4 \cdot 10^{-7}$
d) $5 \cdot 10^{-7}$ e) $6 \cdot 10^{-7}$

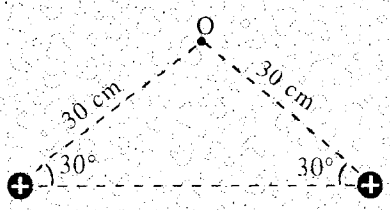
PROBLEMA 21

En dos vértices de un triángulo equilátero de 60 cm de lado se han colocado cargas de −4 μC y 12 μC. Determine la intensidad de campo eléctrico en el vértice libre, en N/C.

a) $\sqrt{3} \cdot 10^{5}$ b) $\sqrt{5} \cdot 10^{5}$ c) $\sqrt{6} \cdot 10^{5}$
d) $\sqrt{7} \cdot 10^{5}$ e) $\sqrt{11} \cdot 10^{5}$

PROBLEMA 22

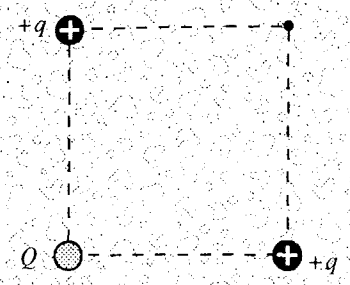
En la siguiente figura, cada carga es de 80 μC. Hallar la intensidad de campo eléctrico en el vértice O.



a) $2 \cdot 10^{6}$ N/C
b) $4 \cdot 10^{6}$ N/C
c) $6 \cdot 10^{6}$ N/C
d) $8 \cdot 10^{6}$ N/C
e) $9 \cdot 10^{6}$ N/C

PROBLEMA 23

Calcule la carga Q para que en el vértice O del cuadrado el campo neto sea cero.

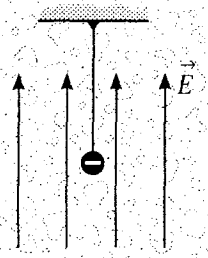


a) $-\sqrt{2}\,q$
b) $-2q$
c) $-2\sqrt{2}\,q$
d) $-\sqrt{3}\,q$
e) $-2\sqrt{3}\,q$

PROBLEMA 24

Halle la tensión en el hilo de seda si la partícula que se suspende tiene una carga de $-2\cdot10^{-3}$ C, una masa de 600 g y está dentro de un campo uniforme $E = 4000$ N/C.

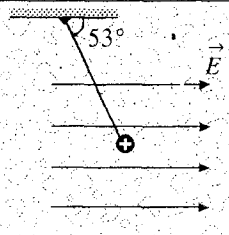
($g = 10 m/s^2$)



a) 6 N
b) 8 N
c) 14 N
d) 20 N
e) 28 N

PROBLEMA 25

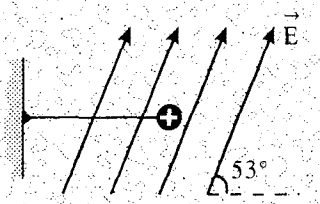
Halle el peso de una partícula si su carga es de 40 μC y permanece en reposo en el interior de un campo uniforme de 300 N/C.



a) 0,06 N
b) 0,16 N
c) 0,26 N
d) 0,36 N
e) 0,46 N

PROBLEMA 26

Calcule la tensión en el hilo de seda que sostiene en reposo una carga positiva cuya masa es de 40 g. El campo eléctrico es uniforme. (g=10 m/s^2)



a) 0,1 N
b) 0,3 N
c) 0,5 N
d) 0,7 N
e) 0,9 N

PROBLEMA 27

Calcule la aceleración que adquiere un electrón cuando se libera en un campo uniforme de 9100 N/C, en m/s^2.

Masa del electrón : $9,1\cdot10^{-31}$ kg

Carga del electrón : $-1,6\cdot10^{-19}$ C

a) $1,6\cdot10^{15}$ b) $1,8\cdot10^{15}$ c) $3,2\cdot10^{15}$
d) $4,8\cdot10^{15}$ e) $5,4\cdot10^{15}$

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	B	A	D	C	D	C	E	B	B	D	D	A	B	A	B	A	C	A

21	22	23	24	25	26	27
D	D	C	C	B	B	A

34 Capítulo

Electrostática

POTENCIAL ELECTRICO

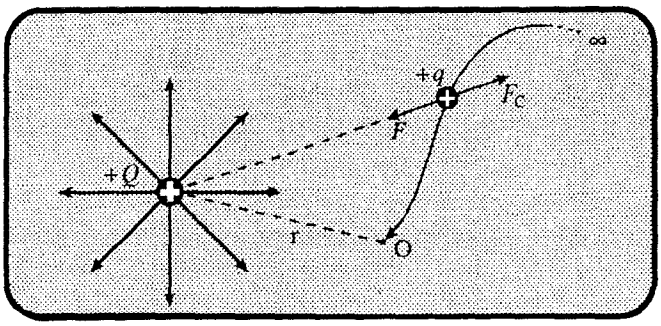
OBJETIVOS

1.	*Conocer el potencial eléctrico creado por una carga puntual.*
2.	*Calcular la diferencia de potencial en un campo eléctrico*
3.	*Estudiar los caracteres de las líneas equipotenciales.*

©DHDV

34.1. POTENCIAL ELECTRICO (*V*)

Si una carga q debe ser acercada a otra carga fija Q, es necesario que apliquemos una fuerza externa (F) para vencer la fuerza eléctrica de repelencia F_C entre estas cargas, de este modo, cuando la carga q sea desplazada la fuerza externa (F) realizará cierto trabajo.



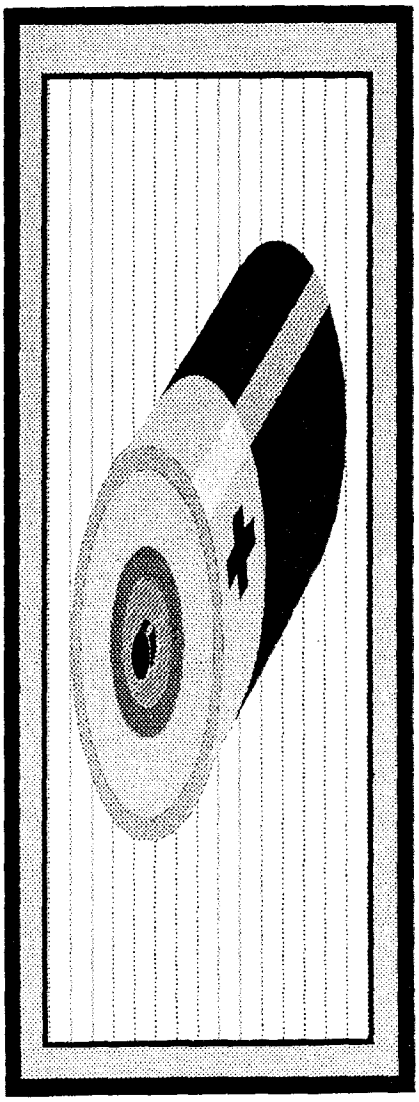
El potencial eléctrico en el punto "O" es el trabajo por unidad de carga para desplazar dicha carga desde el infinito (∞) hasta el punto "O".

Matematicamente:

$$V = \frac{W_{\infty \to O}}{q}$$

Unidades en el SI:

W	q	V
joule (J)	coulomb (C)	J/C = volt (V)

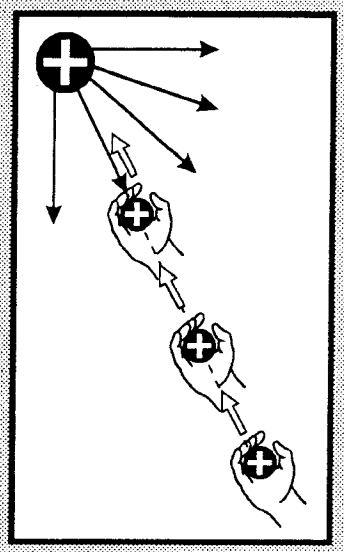


De la definición anterior; se demuestra que el potencial eléctrico a una distancia r de una carga Q puntual es:

$$V = \frac{kQ}{r}$$

En esta fórmula se debe reemplazar el signo de la carga Q.

Para acercar una carga positiva a otra que también es positiva, se necesita hacer una fuerza y con ello estaremos realizando trabajo sobre la carga que estamos acercando.



La fuerza exterior se aplica sobre la carga para vencer la repelencia entre estas cargas.

PROBLEMA 01

Determine el potencial eléctrico a 3 m de una carga de +2μC

RESOLUCION:

* El potencial eléctrico es: $V = \dfrac{kQ}{r}$

$$V = \frac{\left(9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}\right)(+2 \cdot 10^{-6}\ C)}{3\,m}$$

* Operando: $\boxed{V = 6000\ V}$

Las cargas positivas crean potenciales eléctricos positivos.

PROBLEMA 02

¿Cual es el potencial eléctrico a 20 cm de una carga de $-4 \cdot 10^{-8}$ C?

RESOLUCION:

* Recuerde que en el cálculo del potencial se reemplaza el signo de la carga.

$$V = \frac{kQ}{r}$$

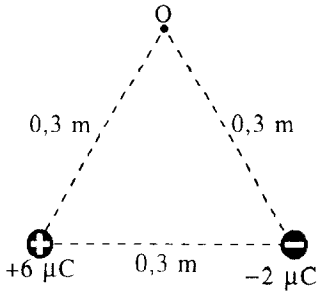
$$V = \frac{\left(9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}\right)(-4 \cdot 10^{-8}\ C)}{2 \cdot 10^{-1}\ m}$$

* Operando: $\boxed{V = -1800\ V}$

Las cargas negativas producen potenciales eléctricos negativos

PROBLEMA 03

Dos cargas de +6 μC y −2 μC están ocupando dos vértices de un triángulo equilátero de 0,3 m de lado. Calcule el potencial eléctrico en el vértice libre "O".



RESOLUCION:

* En el vértice "O" actúan dos potenciales, como el potencial eléctrico es una cantidad escalar, el potencial total en O viene a ser la suma de los dos potenciales.

$$V_o = V_1 + V_2$$

$$V_o = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2}$$

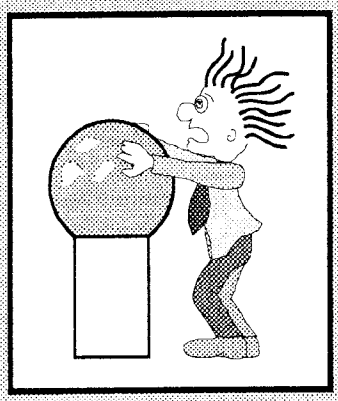
$$V_o = \frac{(9\cdot10^9)(+6\cdot10^{-6})}{0{,}3} + \frac{(9\cdot10^9)(-2\cdot10^{-6})}{0{,}3}$$

$$V_o = 18\cdot10^4 - 6\cdot10^4 = 12\cdot10^4$$

$$\boxed{V_o = 1{,}2\cdot10^5 \text{ V}}$$

Un generador de Van de Graaff, de 1 m de diámetro puede alcanzar un potencial de 3 millones de volts antes de producir descargas hacia el aire. Aumentando el radio de la esfera se puede aumentar el potencial.

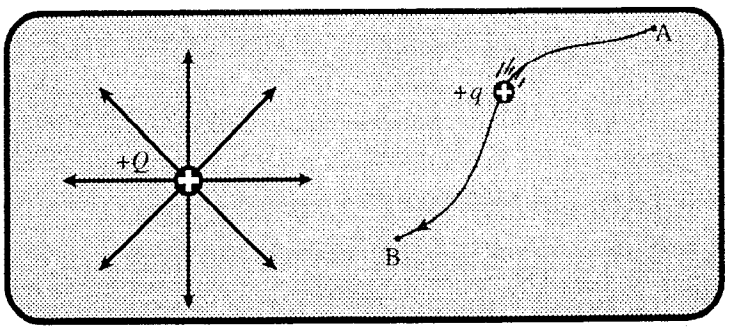
Previamente aislado, tocar el domo de un generador de van de graaff puede poner los pelos de punta.



Los cabellos se ponen de punta porque al cargarse se repelen mutuamente.

34.2. DIFERENCIA DE POTENCIAL:

Es muy útil conocer el trabajo que se requiere para mover una carga de un punto a otro. Este trabajo se realiza en contra de las fuerzas eléctricas que se manifiestan en el campo eléctrico en donde se mueve la carga q.



La diferencia de potencial entre A y B es el trabajo por unidad de carga realizado por las fuerzas externas al mover dicha carga de A hacia B.

Matematicamente:

$$\boxed{V_{BA} = V_B - V_A = \frac{W_{BA}}{q}}$$

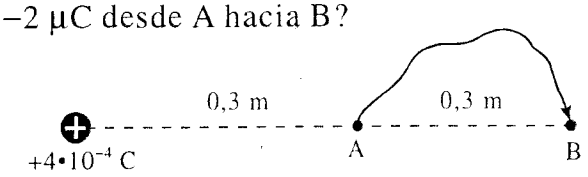
De esta ecuación se despeja el trabajo que realizan las fuerzas externas para que una carga q sea traladada desde A hacia B.

$$\boxed{W_{BA} = (V_B - V_A)q}$$

En esta ecuación observamos que el trabajo, al mover la carga, es independiente de la trayectoria que sigue la carga.

PROBLEMA 04

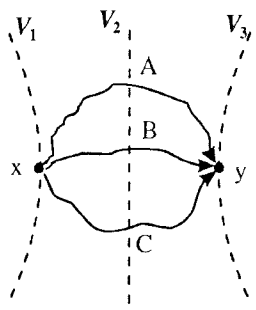
¿Cuánto trabajo realizan las fuerzas externas para trasladar una carga de $-2\ \mu C$ desde A hacia B?



EQUIVALENCIA

El trabajo para desplazar una carga entre dos puntos de un campo eléctrico es independiente de la trayectoria que sigue la carga.

Para desplazar la carga desde "x" hacia "y" se puede seguir los caminos A, B o C. En cada caso el trabajo que realiza la fuerza externa será el mismo.



$$W_A = W_B = W_C$$

RESOLUCION:

* Calculamos el potencial en el punto A:

$$V_A = \frac{kQ}{r_A} = \frac{(9\cdot10^9)(4\cdot10^{-4})}{0{,}3} = 12\cdot10^6\ V$$

* Calculamos el potencial en el punto B.

$$V_B = \frac{kQ}{r_B} = \frac{(9\cdot10^9)(4\cdot10^{-4})}{0{,}6} = 6\cdot10^6\ V$$

* El trabajo de las fuerzas externas al campo para mover la carga $q = -2\ \mu C$ desde A hacia B será:

$$W_{BA} = (V_B - V_A)q$$

$$W_{BA} = (6\cdot10^6\ V - 12\cdot10^6\ V)\ (-2\cdot10^{-6} C)$$

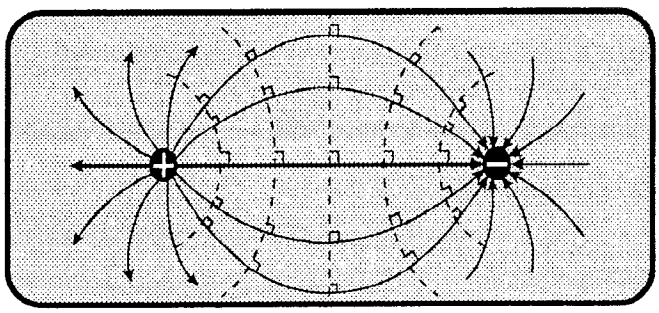
$$\boxed{W_{BA} = 12\ J}$$

34.3. LINEAS EQUIPOTENCIALES:

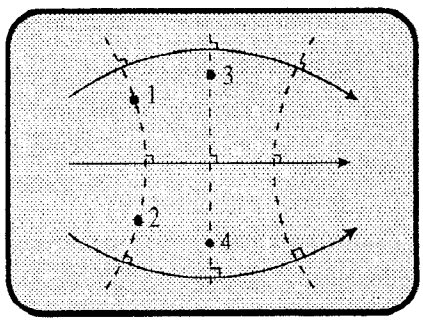
Son aquellas líneas en las que todos sus puntos tienen el mismo potencial. Esto es, entre dos puntos de una misma línea equipotencial no hay diferencia de potencial.

Las líneas equipotenciales tienen las siguientes características:

1. Las líneas equipotenciales (punteadas) son perpendiculares a las líneas de campo eléctrico.

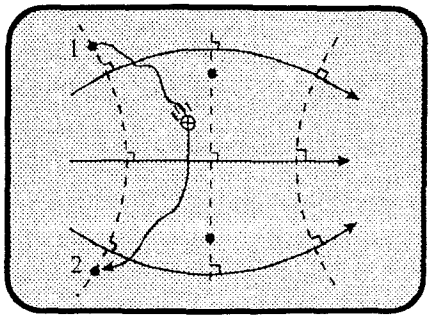


2. En una misma línea equipotencial encontramos el mismo potencial eléctrico.



$$\boxed{V_1 = V_2}$$

$$\boxed{V_3 = V_4}$$

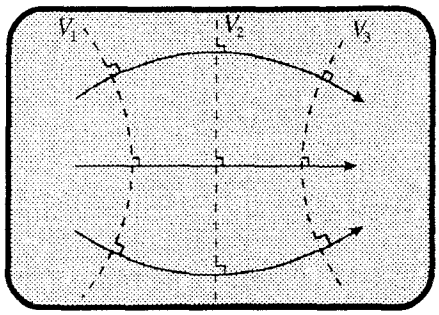


3. El trabajo para mover una carga entre dos puntos (de 1 hacia 2) de una misma línea equipotencial es cero, ya que $V_1 = V_2$

$$W_{1\to 2} = 0$$

4. En dirección de las líneas de campo el potencial de las líneas equipotenciales disminuye.

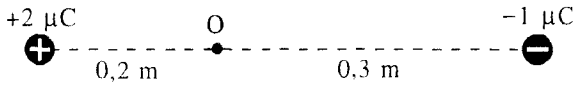
$$V_1 > V_2 > V_3$$



PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 05

En el diagrama se muestran dos cargas puntuales de +2 μC y −1 μC. Determine el potencial eléctrico en el punto "O".



RESOLUCION:

* Como el potencial eléctrico es una cantidad escalar, el potencial total en "O" es la suma de los potenciales que produce cada carga.

$$V_o = V_1 + V_2$$

$$V_o = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2}$$

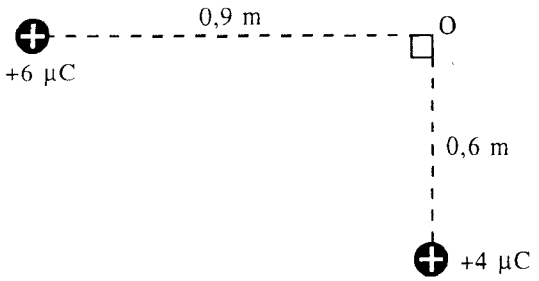
$$V_o = \frac{(9\cdot 10^9)(+2\cdot 10^{-6})}{0{,}2} + \frac{(9\cdot 10^9)(-10^{-6})}{0{,}3}$$

$$V_o = 9\cdot 10^4\ \text{V} - 3\cdot 10^4\ \text{V}$$

$$\boxed{V_o = 6\cdot 10^4\ \text{V}}$$

PROBLEMA 06

Para las dos cargas puntuales positivas que se muestran, halle el potencal en "O".



RESOLUCION:

* El potencial en O es la suma algebraica de los potenciales de cada carga.

$$V_o = V_1 + V_2$$

$$V_o = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2}$$

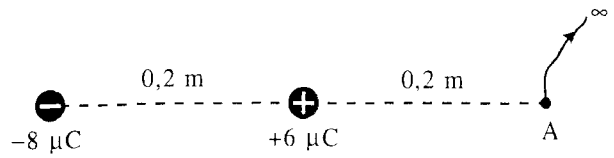
$$V_o = \frac{(9\cdot 10^9)(+6\cdot 10^{-6})}{0{,}9} + \frac{(9\cdot 10^9)(+4\cdot 10^{-6})}{0{,}6}$$

$$V_o = 6\cdot 10^4\ \text{V} + 6\cdot 10^4\ \text{V}$$

$$\boxed{V_o = 1{,}2\cdot 10^5\ \text{V}}$$

PROBLEMA 07

Determine el trabajo que se debe hacer para que una carga de +2 μC sea movida desde el punto A hasta el infinito.



RESOLUCION:

* Calculamos el potencial en el punto A:

$$V_A = V_1 + V_2$$

$$V_A = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2}$$

$$V_A = \frac{(9\cdot10^9)(-8\cdot10^{-6})}{0{,}4} + \frac{(9\cdot10^9)(+6\cdot10^{-6})}{0{,}2}$$

$$V_A = -18\cdot10^4\ \text{V} + 27\cdot10^4\ \text{V}$$

$$V_A = 9\cdot10^4\ \text{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

* Si la carga se debe llevar al infinito, en tal lugar el potencial eléctrico es cero, por ser muy distante.

$$V_B = V_\infty = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

* Cálculo del trabajo para mover la carga $q = +2\mu C$ desde A hasta el infinito.

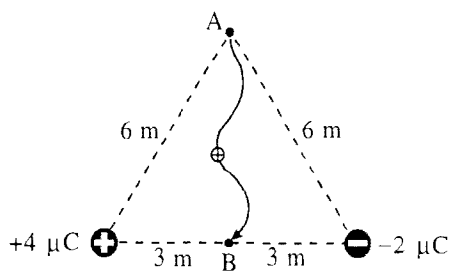
$$W_{\infty A} = (V_\infty - V_A)q$$

$$W_{\infty A} = (0 - 9\cdot10^4\ \text{V})\ (+2\cdot10^{-6})$$

$$\boxed{W_{\infty A} = -0{,}18\ \text{J}}$$

PROBLEMA 08

Una carga puntual de +3 μC debe ser trasladada desde A hacia B. ¿Qué trabajo es necesario?



RESOLUCION:

* Calculamos el potencial en el punto A:

$$V_A = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2}$$

$$V_A = \frac{(9\cdot10^9)(4\cdot10^{-6})}{6} + \frac{(9\cdot10^9)(-2\cdot10^{-6})}{6}$$

$$V_A = 3\cdot10^3\ \text{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

* Calculamos el potencial en el punto B:

$$V_B = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2}$$

$$V_B = \frac{(9\cdot10^9)(4\cdot10^{-6})}{3} + \frac{(9\cdot10^9)(-2\cdot10^{-6})}{3}$$

$$V_B = 6\cdot10^3\ \text{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

* Cálculo del trabajo para trasladar la carga $q = +3\ \mu C$ desde A hacia B.

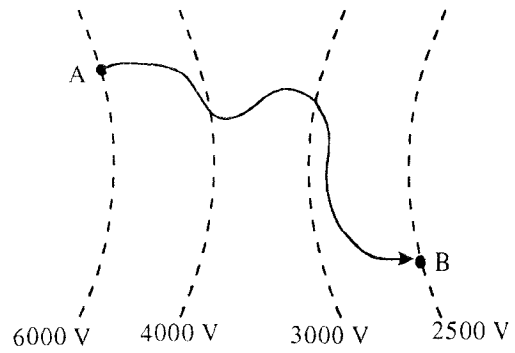
$$W_{BA} = (V_B - V_A)q$$

$$W_{BA} = (6\cdot10^3\ \text{V} - 3\cdot10^3\ \text{V})\ (3\cdot10^{-6}\ \text{C})$$

$$\boxed{W_{BA} = 0{,}009\ \text{J}}$$

PROBLEMA 09

En el diagrama se muestra cuatro líneas equipotenciales, trazadas en un campo eléctrico. Halle el trabajo para trasladar una carga de $-4\cdot10^{-4}$C desde A hacia B.



RESOLUCION:

* El trabajo para mover la carga $q = -4\cdot10^{-4}$ C desde A hacia B es:

$$W_{BA} = (V_B - V_A)q$$

$$W_{BA} = (2500\ \text{V} - 6000\ \text{V})\ (-4\cdot10^{-4}\ \text{C})$$

$$W_{BA} = (-3500\ \text{V})\ (-4\cdot10^{-4}\ \text{C})$$

$$\boxed{W_{BA} = 1{,}4\ \text{J}}$$

AUTOEVALUACION

01 El potencial eléctrico es una cantidad:
a) vectorial b) fundamental c) escalar
d) auxiliar e) no es cantidad física.

02 La unidad del potencial eléctrico en el SI es:
a) joule b) coulomb c) volt
d) newton e) no tiene

03 Una carga negativa, a cierta distancia, produce, un potencial eléctrico.
a) positivo b) muy grande c) cero
d) negativo e) N.A.

04 El potencial eléctrico en el infinito es:
a) positivo b) pequeño c) negativo
d) cero e) no está definido

05 Con respecto al potencial eléctrico se puede afirmar que:
I. Se puede representar mediante un vector
II. Puede ser negativo
III. Disminuye con la distancia si la carga generatriz es positiva.
a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

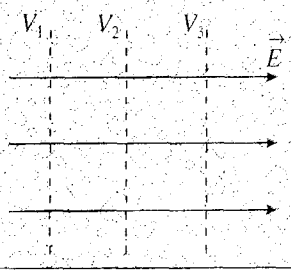
06 A cierta distancia de una carga el potencial eléctrico es de 200 V. Si se duplica esta distancia el nuevo potencial será.
a) 200 V b) 100 V c) 50 V
d) 25 V e) 10 V

07 Seleccione con verdadero (V) o falso (F) con respecto a las líneas equipotenciales
I. Son perpendiculares a las líneas de campo.
II. Sus puntos tienen el mismo potencial
III. Entre dos puntos de la misma línea equipotencial no hay diferencia de potencial.
a) VVF b) FVV c) VFV
d) FFV e) VVV

08 Si cualquier carga se traslada entre dos puntos de una misma línea equipotencial el trabajo será:
a) positivo b) cero c) negativo
d) depende del signo de la carga e) N.a.

09 Cuando una carga se traslada entre dos puntos de un campo eléctrico, el trabajo que realiza las fuerzas externas...
I. depende de la trayectoria que sigue la carga.
II. depende del signo de la carga.
III. puede ser negativo.
a) I y II b) I y III c) II y III
d) II e) III

10 Se muestra un campo eléctrico uniforme y algunas líneas equipotenciales, según el diagrama se cumplirá que:



a) $V_1 = V_2 = V_3$
b) $V_1 > V_2 > V_3$
c) $V_1 < V_2 < V_3$
d) $V_1 = V_2 = V_3 = 0$
e) N.A

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 11

Calcule el potencial eléctrico a 15 cm de una carga de +5 μC, en volts.
a) $2 \cdot 10^5$ b) $3 \cdot 10^5$ c) $4 \cdot 10^5$
d) $5 \cdot 10^5$ e) $6 \cdot 10^5$

PROBLEMA 12

¿Qué potencial eléctrico produce una carga de 1 μC a 90 cm de ella?, en volts.
a) 10^4 b) $2 \cdot 10^4$ c) $3 \cdot 10^4$
d) $4 \cdot 10^4$ e) $5 \cdot 10^4$

PROBLEMA 13

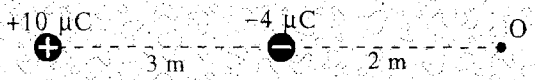
Dos cargas puntuales de 8 μC y −7 μC están separadas en 6 m. Halle el potencial eléctrico

en el punto medio entre estas cargas.

a) 1000 V b) 2000 V c) 3000 V
d) 4000 V e) 5000 V

PROBLEMA 14

En la figura, halle el potencial eléctrico en el punto "O", en volts.



a) −18000 b) −9000 c) 0
d) 9000 e) 18000

PROBLEMA 15

¿Cuál es la carga que a 45 m produce un potencial eléctrico de 1000 V?

a) 1 μC b) 2 μC c) 3 μC
d) 4 μC e) 5 μC

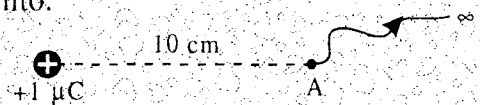
PROBLEMA 16

El lado de un triángulo equilátero es de 1 m. Halle el potencial en uno de sus vértices si en los otros hay cargas de $+5 \cdot 10^{-8}$ C.

a) 100 V b) 300 V c) 500 V
d) 700 V e) 900 V

PROBLEMA 17

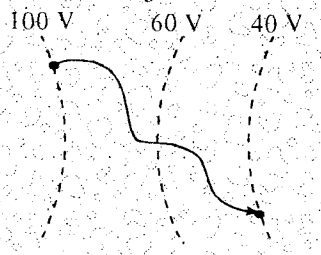
Determine el trabajo externo para trasladar una carga $q = +2 \cdot 10^{-10}$ C desde el punto A hasta el infinito.



a) −3 μJ b) −6 μJ c) −12 μJ
d) −18 μJ e) 0

PROBLEMA 18

Una carga $q = -2$ μC debe ser trasladada entre dos líneas equipotenciales (según el diagrama). Calcule el trabajo externo.



a) −120 μJ
b) −60 μJ
c) 0
d) 60 μJ
e) 120 μJ

NIVEL II

PROBLEMA 19

Evalué el potencial eléctrico a 16 cm de un protrón.

a) $5 \cdot 10^{-9}$ V b) $6 \cdot 10^{-9}$ V c) $7 \cdot 10^{-9}$ V
d) $8 \cdot 10^{-9}$ V e) $9 \cdot 10^{-9}$ V

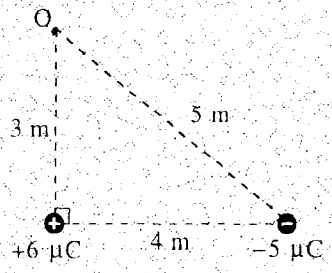
PROBLEMA 20

El potencial eléctrico en el punto medio entre un protón y un electrón es:

a) positivo b) negativo c) cero
d) pequeño e) no es calculable

PROBLEMA 21

En el triángulo rectángulo que se muestra, determine el potencial eléctrico en el vértice "O".



a) 3000 V
b) 5000 V
c) 7000 V
d) 9000 V
e) 11000 V

PROBLEMA 22

En los vértices de un cuadrado de lado L se ha colocado una carga $+Q$ en cada uno. Determine el potencial eléctrico en la intersección de las diagonales.

a) $\dfrac{\sqrt{2}\,kQ}{L}$ b) $\dfrac{2\sqrt{2}\,kQ}{L}$ c) $\dfrac{3\sqrt{2}\,kQ}{L}$

d) $\dfrac{4\sqrt{2}\,kQ}{L}$ e) $\dfrac{5\sqrt{2}\,kQ}{L}$

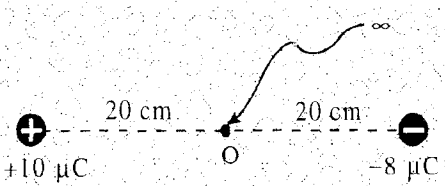
PROBLEMA 23

Una carga puntual de +1 μC está a 3 m de otra carga puntual de +2 μC. Halle el trabajo para que la carga de +1 μC se acerque en 1 m a la carga de +2 μC.

a) $2 \cdot 10^{-3}$ J b) $3 \cdot 10^{-3}$ J c) $4 \cdot 10^{-3}$ J
d) $5 \cdot 10^{-3}$ J e) $6 \cdot 10^{-3}$ J

PROBLEMA 24

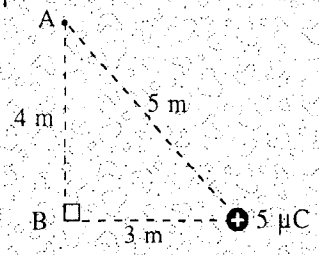
Según el diagrama, determine el trabajo externo para trasladar una carga $q = +3$ μC desde el infinito hasta el punto medio "O".



a) 0,09 J
b) 0,18 J
c) 0,27 J
d) 0,36 J
e) 0,45 J

PROBLEMA 25

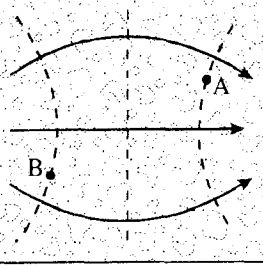
Calcule el trabajo para trasladar una carga $q = +1\ \mu C$ desde A hacia B.



a) 0,006 J
b) 0,012 J
c) 0,018 J
d) 0,024 J
e) 0,030J

PROBLEMA 26

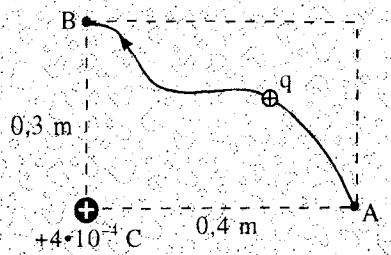
Una carga negativa se traslada desde A hacia B entre dos líneas equipotenciales trazadas en un campo eléctrico. El trabajo externo es:



a) positivo
b) cero
c) negativo
d) no existe
e) N.A.

PROBLEMA 27

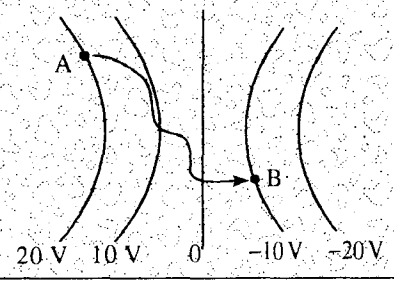
Determine el trabajo externo para trasladar una carga $q = 6\ \mu C$ según esquema mostrado.



a) 7 J
b) 8 J
c) 9 J
d) 18 J
e) 21 J

PROBLEMA 28

Calcule el trabajo externo para que una carga $q = 4 \cdot 10^{-3}$ C sea llevada desde A hasta B.



a) −0,12 J
b) −0,06
c) 0
d) 0,06 J
e) 0,12 J

CLAVES

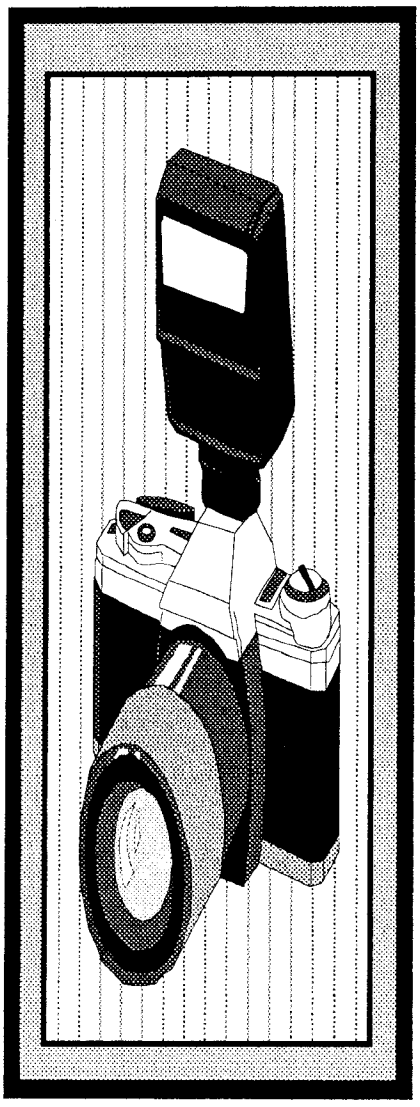
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	D	D	E	B	E	B	C	B	B	A	C	C	E	E	D	E	E	C
21	22	23	24	25	26	27	28												
D	D	B	C	A	C	D	A												

35 Capítulo Electrostática

CAPACIDAD ELECTRICA

OBJETIVOS	
1.	*Estudiar las características de los condensadores.*
2.	*Conocer la ventaja de los condensadores planos y de los dieléctricos.*
3.	*Asociar los capacitores en serie y en paralelo.*

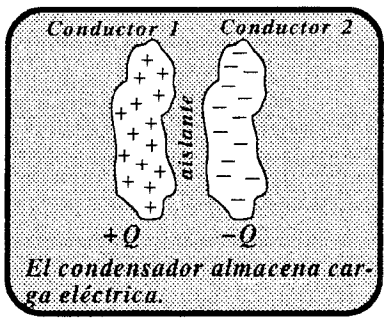
©DHDV



35.1. CAPACITORES O CONDENSADORES:

Un capacitor o condensador es un dispositivo que puede almacernar carga eléctrica, consiste de dos objetos conductores colocados uno cerca del otro, pero sin tocarse, cada conductor almacena cargas iguales de signos contrarios.

Observe que los cuerpos conductores no se tocan, siempre entre ellos existe una sustancia aislante llamada dieléctrico. El aire o vacío es el aislante que comunmente hay entre las armaduras del condensador.

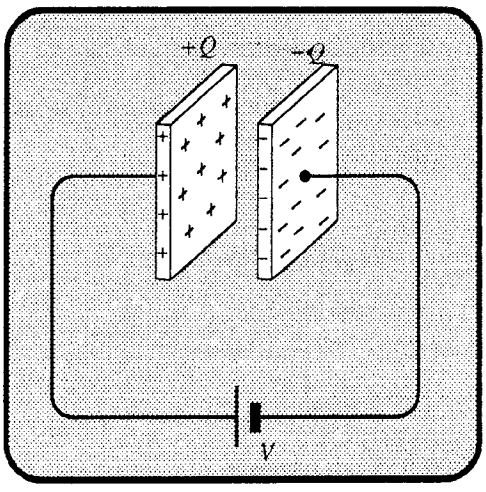


El condensador almacena carga eléctrica.

35.2. CAPACITOR DE PLACAS PARALELAS:

Un capacitor característico consiste de un par de placas paralelas separadas por una distancia pequeña.

Si el condensador se conecta a los bornes de una batería, rapidamente se acumulan cargas, una placa adquiere carga negativa ($-Q$) y la otra una cantidad igual de carga positiva ($+Q$).



Para un capacitor dado, se ve que la cantidad de carga Q adquirida es proporcional a la diferencia de potencial.

$$Q = CV$$

de donde:

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

La constante de proporcionalidad C, se llama capacitancia o capacidad del condensador.

Unidades en el SI:

Q	V	C
coulomb (C)	volt (V)	$\frac{\text{coulomb}}{\text{volt}} = \text{farad(F)}$

El farad (F) suele ser una unidad muy grande, mayormente emplearemos el microfarad ($1\ \mu F = 10^{-6}$ F).

PROBLEMA 01

Un capacitor tiene una capacidad de 3 μF, se conecta a una batería de 40 V. Halle la carga del capacitor.

RESOLUCION:

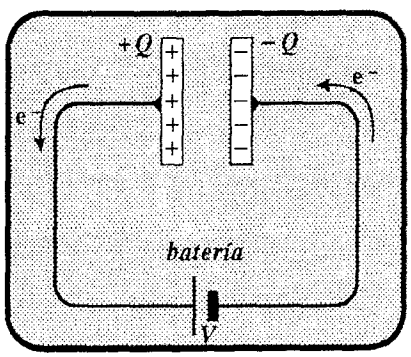
* Hallamos la carga en cada lámina del condensador:

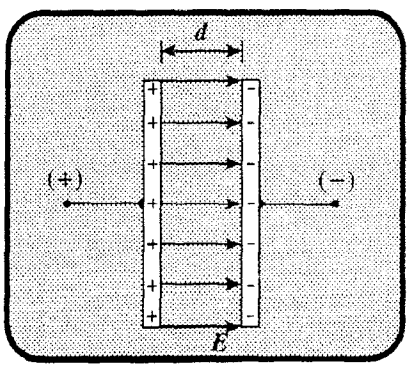
$$Q = CV = (3\ \mu F)(40\ V)$$

$$\boxed{Q = 120\ \mu C}$$

35.3. CARACTERISTICAS DE UN CAPACITOR DE PLACAS PARALELAS:

35.3.1. El condensador plano se carga conectándolo a una batería. El voltaje de la batería logra transferir los electrones libres de una placa a otra produciendo en éstas las cargas $+Q$ y $-Q$

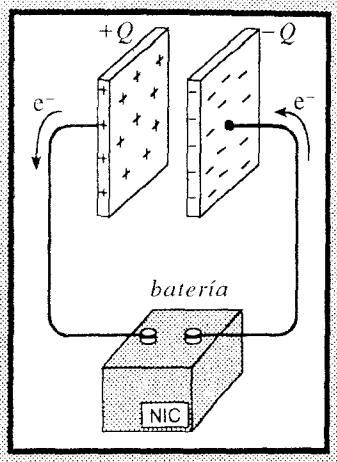




35.3.2. Si la distancia d entre las láminas del condensador es pequeña, entre estas láminas se forma un campo eléctrico uniforme.

CARGANDO

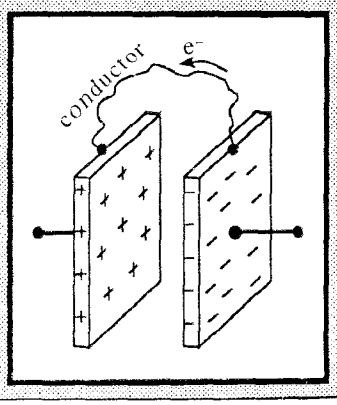
Conectando las placas del condensador a una batería logramos cargarlo.



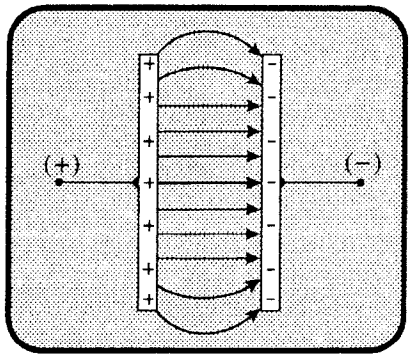
La batería se encarga de sacar los electrones libres de una placa y transportarla hacia la otra. El proceso se detiene cuando la diferencia de potencial entre las placas de hace igual a la diferencia de potencial entre los terminales de la batería.

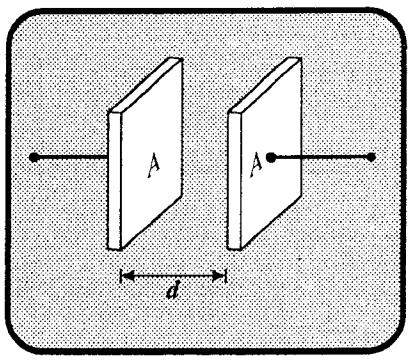
DESCARGANDO

Un capacitor cargado se descarga cuando aparece un camino conductor entre sus placas.



35.3.3. Si la distancia entre las placas del condensador no es pequeña, en los extremos del condensador se observa el llamado **efecto de borde.** Las líneas de campo se comban hacia afuera.





35.3.4. La capacitancia de un condensador de placas paralelas es directamente proporcional al área (A) de las placas e inversamente proporcional a su separación (d).

$$C = \frac{\mathcal{E}_o A}{d}$$

En donde:

C : Capacitancia o capacidad del condensador, en F.

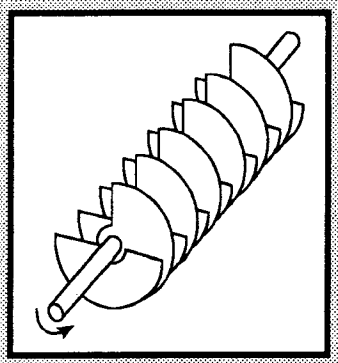
$\mathcal{E}_o$: permisividad del aire o vacío: $\mathcal{E}_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \dfrac{C^2}{N \cdot m^2}$

A : área de las placas, en m^2

d : distancia entre las placas, en m.

CAPACITOR VARIABLE

Son capacitores de aire empleados en radiorreceptores y transmisores. Consisten en un grupo de placas metálicas paralelas fijas conectadas entre sí, y otro grupo de placas interconectadas, aisladas de las fijas y montadas sobre un eje giratorio.



Al girar el eje varía el área efectiva del condensador y varía también su capacidad.

PROBLEMA 02

Halle la capacidad de un condensador cuyas placas miden 20 cm por 30 cm y están separadas por un espacio de aire de 1 mm.

RESOLUCION:

* Hallamos el área de las placas, en m^2.

$$A = (0{,}2\ m)(0{,}3\ m) = 6 \cdot 10^{-2}\ m^2$$

* La distancia entre las placas, en m, es:

$$d = 1\ mm = 10^{-3}\ m$$

* Calculamos la capacitancia del condensador.

$$C = \frac{\mathcal{E}_o A}{d} = \frac{\left(8{,}85 \cdot 10^{-12} \dfrac{C^2}{N \cdot m^2}\right)(6 \cdot 10^{-2}\ m^2)}{10^{-3}\ m}$$

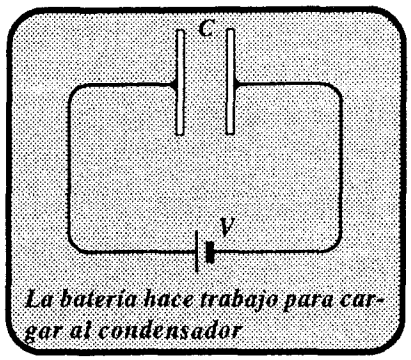
* Resolviendo: $\boxed{C = 5{,}31 \cdot 10^{-10}\ F}$

35.4. ENERGIA ALMACENADA EN UN CAPACITOR:

Un capacitor almacena energía eléctrica. Esta energía será igual al trabajo efectuado para cargarlo.

Si un condensador de capacidad C se conecta a una batería de voltaje V, la energía almacenada en el condensador será:

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$



La batería hace trabajo para cargar al condensador

Unidades en el SI:

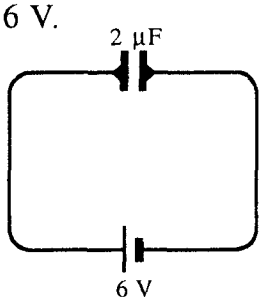
C	V	U
farad(F)	volt(V)	joule(J)

PROBLEMA 03

Un capacitor de 2 μF está conectado a una batería de 6 V. ¿Cuánta energía se almacena en el capacitor totalmente cargado?

RESOLUCION:

* Representamos el condensador de 2 μF conectado a una batería de 6 V.



La energía en el condensador es:

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

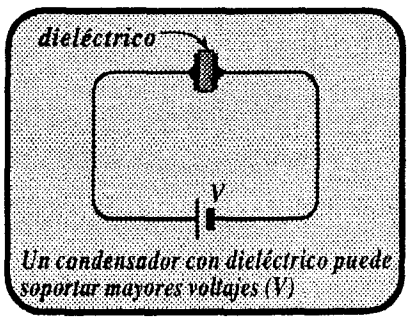
$$U = \frac{1}{2}(2\cdot10^{-6}\ \text{F})(6\ \text{V})^2$$

$$\boxed{U = 3{,}6\cdot10^{-5}\ \text{J}}$$

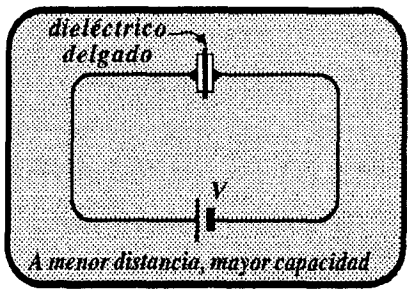
35.5. CAPACITORES CON DIELECTRICOS:

Las sustancias aislantes que se colocan entre las placas del condensador se llaman dieléctricos, estos aislantes (papel, mica, porcelana, hule, ... etc.) se colocan con varios fines:

35.5.1. Los dieléctricos resisten más que el aire, y por lo tanto, podemos aplicar mayores voltajes a los condensadores sin que la carga de las placas del condensador pase a través del dieléctrico.



Un condensador con dieléctrico puede soportar mayores voltajes (V)



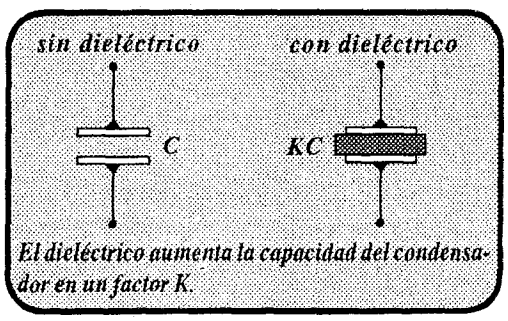
A menor distancia, mayor capacidad

35.5.2. Usando dieléctricos delgados (hojas) podemos aproximar más las placas sin que se toquen, permitiendo así una mayor capacidad del condensador.

Constantes dieléctricas a 20° C

Material	K
Vacío	1,0000
Aire	1,0006
Parafina	2,2
Hule duro	2,8
Papel	3 a 7
Porcelana	6 a 8
Mica	7
Alcohol etílico	24
Agua (destilada)	80

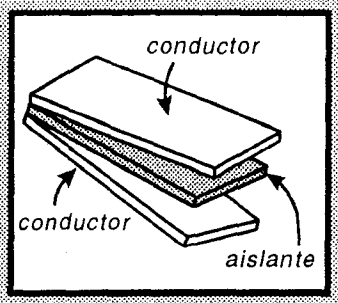
35.5.3. Llenando un dieléctrico entre las placas de un condensador, su capacidad aumenta en un factor K, que se llama **constante dieléctrica.**



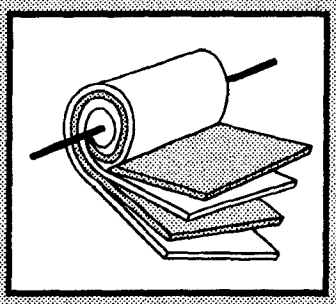
El dieléctrico aumenta la capacidad del condensador en un factor K.

CAPACITORES REALES

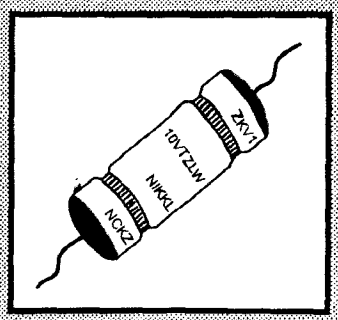
Los capacitores consisten simplemente de un par de placas conductoras (metal) separados por un delgado aislante.



Con frecuencia, por motivos de espacio, las placas aisladas se enrollan en forma de cilindro.



Finalmente se les coloca una cubierta y tienen la siguiente presentación:



Hay también otros modelos.

PROBLEMA 04

Entre las placas de un condensador de 4 μF se coloca un dieléctrico de constante igual a 3. Halle la nueva capacidad del condensador.

RESOLUCION:

* Colocando un dieléctrico, la capacidad del condensador aumenta en un factor K; por lo tanto, la nueva capacidad será:

$$C = kC_0 = (3)(4\ \mu F)$$

$$\boxed{C = 12\ \mu F}$$

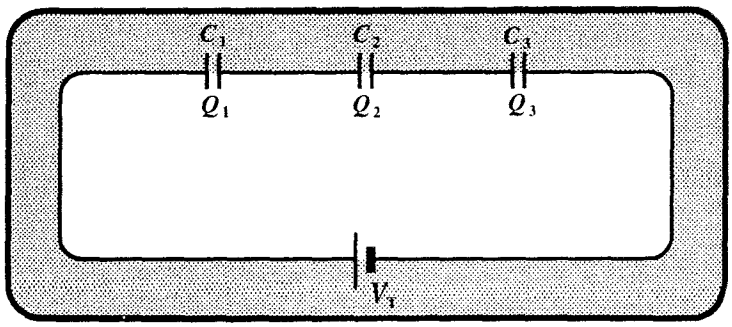
35.6. ASOCIACION DE CONDENSADORES:

35.6.1. CAPACITORES EN SERIE:

Los capacitores están conectados en serie cuando se conectan unos a continuación de otros. En esta conexión se observan las siguientes características.

I. Todos los condensadores en serie almacenan la misma carga:

$$Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3$$



II. El voltaje de la batería se reparte en cada condensador:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 \ldots\ldots (2)$$

III. La inversa de la capacidad equivalente es igual a la suma de las inversas de las capacidades de cada condensador:

Demostración: recordemos que : $C = \dfrac{Q}{V}$

de donde: $V = \dfrac{Q}{C}$

Reemplazando en (2):

$$\frac{Q_T}{C_T} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$$

Cancelemos las cargas porque son iguales:

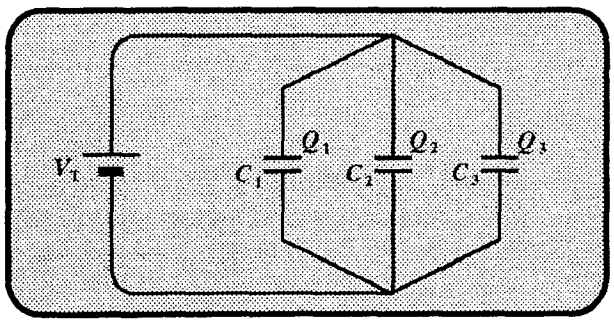
$$\boxed{\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

35.6.2. CAPACITORES EN PARALELO:

Un circuito en paralelo es aquel en el que dos o más condensadores se encuentran conectados a dos puntos comunes A y B. En este arreglo se observa las siguientes propiedades:

I. La carga total se reparte en cada condensador:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 \ldots\ldots (1)$$



II. Cada capacitor está conectado al mismo voltaje, el de la batería:

$$V_T = V_1 = V_2 = V_3 \ldots\ldots (2)$$

III. La capacidad equivalente es igual a la suma de las capacidades de los condensadores:

Demostración: Recordemos que: $C = \frac{Q}{V}$

de donde: $Q = CV$

Reemplazando en (1):

$$C_T V_T = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3$$

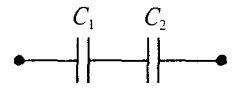
Cancelemos los voltajes porque son iguales:

$$\boxed{C_T = C_1 + C_2 + C_3}$$

NOTA

Para dos capacitores en serie la capacidad equivalente se halla dividiendo el producto de las capacidades entre la respectiva suma.

$$C_T = \frac{\text{Producto}}{\text{Suma}}$$

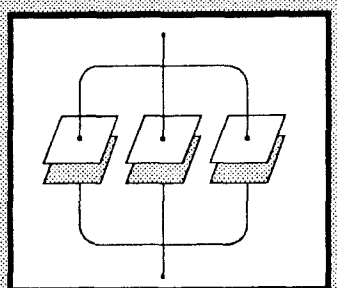


$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

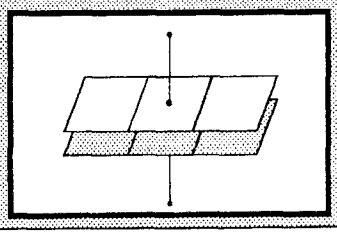
$$\frac{1}{C_T} = \frac{C_2 + C_1}{C_1 C_2}$$

$$\boxed{C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}$$

La conexión de capacitores en paralelo es equivalente a un capacitor cuyas placas han sido cortadas. Los cables cumplen la función de unir las placas.



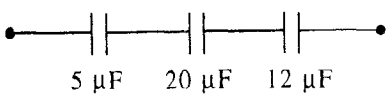
Conectar en paralelo es como soldar las placas y formar un capacitor de mayor área, por lo tanto, de mayor capacidad.



PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 05

Determine la capacidad equivalente del siguiente arreglo en serie.



RESOLUCION:

* Empleamos las inversas de las capacidades

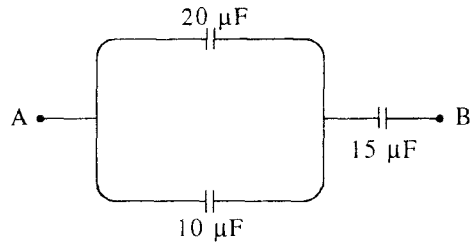
$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{5\,\mu F} + \frac{1}{20\,\mu F} + \frac{1}{12\,\mu F}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{12+3+5}{60\,\mu F} = \frac{20}{60\,\mu F}$$

$$\boxed{C_T = 3\,\mu F}$$

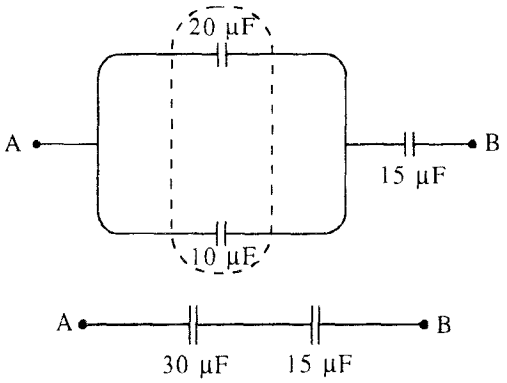
PROBLEMA 06

Halle la capacitancia equivalente, para el circuito que se muestra, entre los terminales A y B.



RESOLUCION:

* Observamos que 20 μF y 10 μF están en paralelo.



* Para dos condensadores en serie usamos:

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

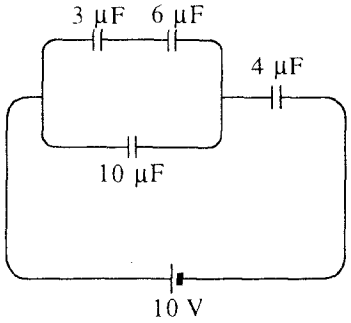
$$C_T = \frac{30 \cdot 15}{45}$$

$$\boxed{C_T = 10\,\mu F}$$

PROBLEMA 07

En el circuito que se muestra determine:

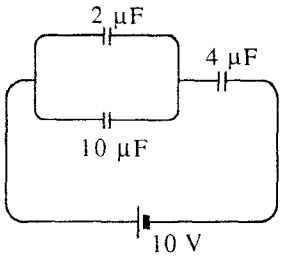
ⓐ La capacidad equivalente
ⓑ La energía que almacena el circuito



RESOLUCION:

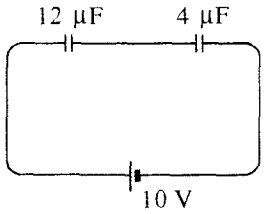
* Los condensadores de 3 μF y 6 μF están conectados en serie: su equivalente será:

$$C_1 = \frac{3\,\mu F \cdot 6\,\mu F}{3\,\mu F + 6\,\mu F} = 2\,\mu F$$



* Los condensadores de 2 μF y 10 μF están en paralelo; su equivalente será:

$$C_2 = 2\,\mu F + 10\,\mu F = 12\,\mu F$$



* Los condensadores de 12 μF y 4 μF están en serie; su equivalente será:

$$C_3 = \frac{12\,\mu F \cdot 4\,\mu F}{12\,\mu F + 4\,\mu F}$$

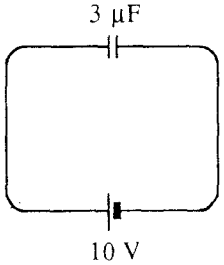
$$\boxed{C_3 = 3\,\mu F}$$

* Con la capacidad equivalente (3 μF) hallamos la energía que almacena el circuito:

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

$$U = \frac{1}{2}(3\,\mu F)(10\,V)^2$$

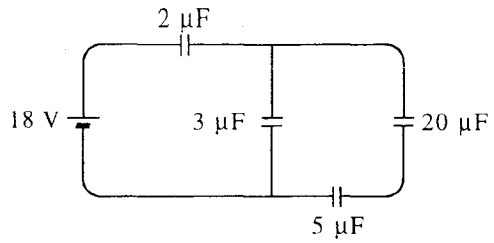
$$\boxed{U = 150\,\mu J}$$



PROBLEMA 08

Para la disposición de condensadores de la figura, determine:

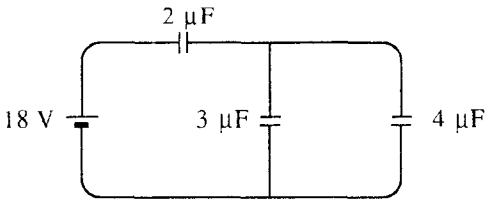
ⓐ La capacidad equivalente
ⓑ La carga que almacena el circuito



RESOLUCION:

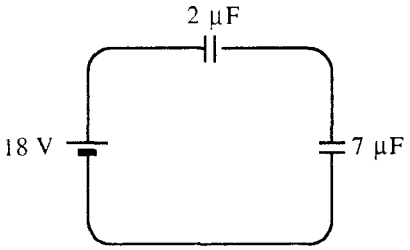
* Los condensadores de 5 μF y 20 μF están en serie, su equivalente será:

$$C_1 = \frac{5\,\mu F \cdot 20\,\mu F}{5\,\mu F + 20\,\mu F} = 4\,\mu F$$



* Los condensadores de 3 μF y 4 μF están en paralelo, su equivalente será:

$$C_2 = 3\,\mu F + 4\,\mu F = 7\,\mu F$$



* Los condensadores de 2 μF y 7 μF están en serie; su equivalente será:

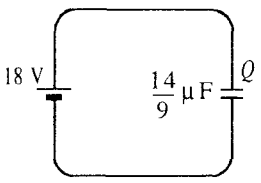
$$C_3 = \frac{2\,\mu F \cdot 7\,\mu F}{2\,\mu F + 7\,\mu F}$$

$$\boxed{C_3 = \frac{14}{9}\,\mu F}$$

* Con la capacidad equivalente (14/9 μF) hallamos la carga almacenada en el circuito:

$$Q = CV$$

$$Q = \left(\frac{14}{9}\,\mu F\right)(18\ V)$$



$$\boxed{Q = 28\,\mu C}$$

PROBLEMA 09

La capacidad de un condensador es de 4 μF, en él se llena un dieléctrico de constante K=2 y luego se conecta a los terminales de una batería de 12 V. ¿Qué energía almacenará este condensador en estas nuevas condiciones?

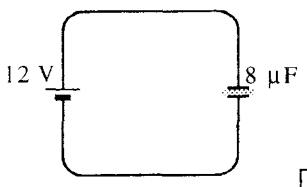
RESOLUCION:

* Colocando el dieléctrico en el condensador de 4 μF su capacidad aumenta K veces:

$$C = KC_o = 2(4\,\mu F)$$

$$C = 8\,\mu F \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Conectamos este condensador a una batería de 12 V. Su energía alamacenada será:



$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

$$U = \frac{1}{2}(8\,\mu F)(12\ V)^2$$

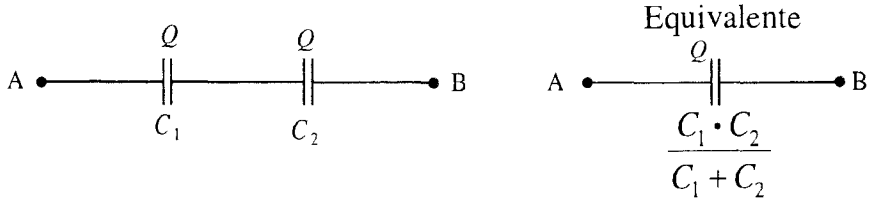
$$\boxed{U = 576\,\mu J}$$

35.7. PROPIEDADES EN LAS CONEXIONES:

35.7.1. CARGA EN LOS CONDENSADORES EN SERIE

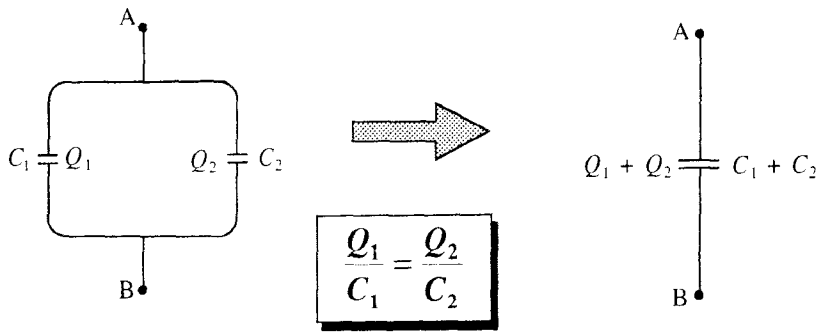
Todos los condensadores en serie almacenan la misma carga.

Esta carga también se almacenará en el capacitor equivalente.



35.7.2. CARGA EN LOS CONDENSADORES EN PARALELO

La carga en los condensadores en paralelo es directamente proporcional a sus respectivas capacidades. En el condensador equivalente la carga neta viene a ser la suma de las cargas.



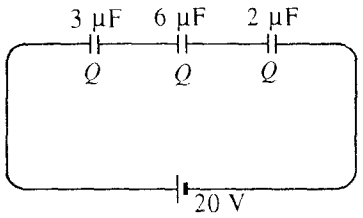
$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$

PROBLEMA 10

Tres capacitores de 3, 6 y 2 μF están en serie. ¿Cuál es la carga en cada capacitor cuando el conjunto se conecta a 20 V?

RESOLUCION:

* Todos los capacitores en serie almacenan la misma carga Q.



* Calculamos la capacidad equivalente

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{3\,\mu F} + \frac{1}{6\,\mu F} + \frac{1}{2\,\mu F} = \frac{6}{6\,\mu F}$$

$$C_T = 1\ \mu F \quad \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

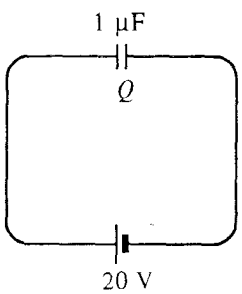
* En el equivalente en serie también se almacena la misma carga Q.

Luego usamos:

$$Q_T = C_T V_T$$

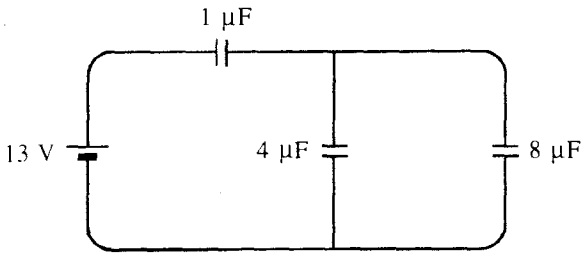
$$Q = (1\ \mu F)(20\ V)$$

$$\boxed{Q = 20\ \mu C}$$



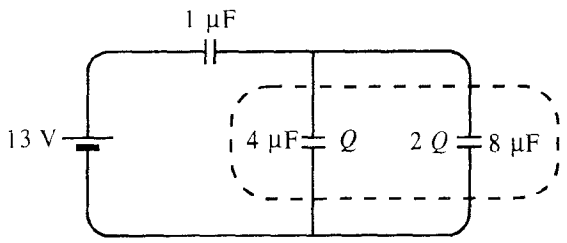
PROBLEMA 11

En la siguiente conexión, calcule la carga que almacena el capacitor de 4 μF.



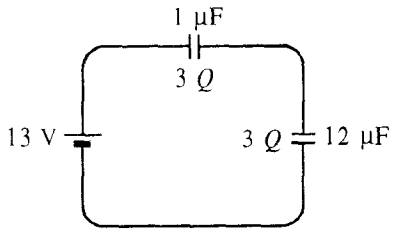
RESOLUCION:

* En los condensadores en paralelo (4 μF y 8 μF) la carga es directamente proporcional a sus capacidades.



* Observe que: $\dfrac{Q}{4\,\mu F} = \dfrac{2Q}{8\,\mu F}$

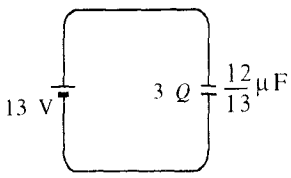
* Reducimos la conexión en paralelo:



* Como los condensadores de 1 μF y 12 μF están en serie, almacenan la misma carga $3Q$.

* Reducimos la conexión en serie.

Luego:



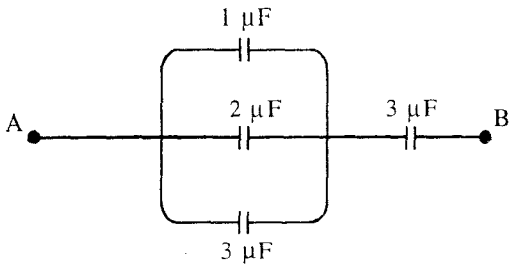
$$Q_T = C_T V_T$$

$$3Q = \left(\frac{12}{13}\,\mu F\right)(13\ V)$$

$$\boxed{Q = 4\ \mu C}$$

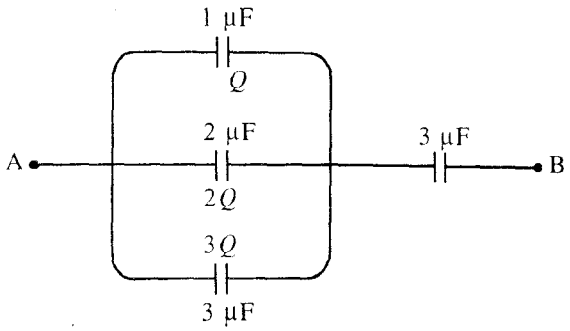
PROBLEMA 12

¿Qué carga se almacenaría en el capacitor de 1 μF cuando a los terminales A y B se le aplique una tensión de 18 V?

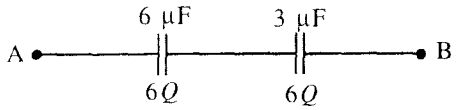


RESOLUCION:

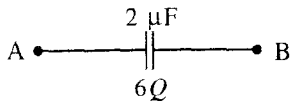
* Los condensadores de 1 μF, 2 μF y 3 μF, por estar en paralelo, tienen cargas proporcionales a sus capacidades.



* Reducimos la conexión en paralelo:



* Reducimos la conexión en serie:



* Luego; 18 V a los terminales A y B

$$Q_T = C_T V_T$$

$$6Q = (2\ \mu F)(18\ V)$$

$$\boxed{Q = 6\ \mu C}$$

AUTOEVALUACION

01 Los condensadores se emplean para almacenar:

a) corriente b) carga c) masa
d) agua e) N.A.

02 Entre las armaduras de un condensador siempre existe

a) sustancia conductora b) vacío
c) aire d) sustancia aislante
e) metal

03 La capacitancia de un condensador, en el SI, se mide en:

a) newton b) coulomb c) volt
d) ampere e) farad

04 Señale con verdadero (V) o falso (F):

I. La carga total en un condensador siempre es cero.
II. La carga del condensador es proporcional a la diferencia de potencial aplicada al condensador.
III. La capacidad de 1 μF equivale a 10^{-6} F

a) VVF b) VFV c) FVV
d) FFV e) VVV

05 La capacidad de un condensador plano es:

I. Directamente proporcional al área de sus láminas.
II. Independiente de la sustancia que hay entre sus láminas.
III. Inversamente proporcional a la distancia entre sus láminas.

a) VFV b) FVV c) VVF
d) VVV e) FFV

06 Si disminuímos la distancia entre las

láminas de un condensador plano, su capacidad.

a) disminuye b) aumenta
c) no varía d) podría disminuir
e) No se puede afirmar.

07 Colocando un dieléctrico de constante K entre las armaduras de un capacitor, su capacidad.

a) disminuye K veces b) no varía
c) aumenta K veces d) se hace cero
e) N.A.

08 Si la distancia entre las láminas de un condensador plano es pequeña, el campo eléctrico en el interior del condensador es;

a) variable b) cero c) infinito
d) grande e) constante

09 Para dos condensadores en serie se cumple que:

I. El de mayor capacidad almacena mayor carga.
II. Almacenan la misma carga.
III. La capacidad equivalente se halla sumando las capacidades.

a) I b) II c) III
d) I y III e) II y III

10 Dos condensadores en paralelo, almacenan cargas:

a) iguales
b) proporcionales a sus capacidedes
c) inversamente proporcionales a sus capacidades
d) no se cargan e) N.A.

11 Las capacitancias de dos condensadores son de 6 μF y 3 μF.

I. En serie la capacidad equivalente es de 2 μF
II. En paralelo la capacidad equivalente es de 9 μF
III. En paralelo la capacidad equivalente siempre es mayor que en serie.

Las afirmaciones ciertas son:

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Todos e) Ninguna

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

Halle la carga que almacenaría un capacitor de 6 μF cuando sea conectado a los bornes de una batería de 100 V

a) $6 \cdot 10^{-4}$ C b) $8 \cdot 10^{-4}$ C c) $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ C
d) $6 \cdot 10^{-3}$ C b) $2 \cdot 10^{-3}$ C

PROBLEMA 13

Un condensador plano de aire tiene las siguientes características: área de sus láminas $A = 4 \cdot 10^{-2}$ m^2, distancia entre sus láminas d = 8,85 mm. Calcule su respectiva capacidad, en F.

a) $2 \cdot 10^{-11}$ b) $3 \cdot 10^{-11}$ c) $4 \cdot 10^{-11}$
d) $5 \cdot 10^{-11}$ b) $6 \cdot 10^{-11}$

PROBLEMA 14

La capacidad de un condensador plano es C, si la distancia entre sus láminas se reduce a la mitad, su nueva capacidad será:

a) $C/2$ b) C c) $2C$ d) C^2 e) $4C$

PROBLEMA 15

Si conectamos un capacitor de 8 μF a los bornes de una pila de 1,5 V, ¿qué energía almacenará?, en μJ.

a) 3 b) 5 c) 7 d) 9 e) 11

PROBLEMA 16

¿Cuál es la capacitancia de un condensador que conectado a una fuente de 6 V almacena una energía de 18 μJ ?

a) 1 μF b) 2 μF c) 3 μF d) 4 μF e) 5 μF

PROBLEMA 17

Si entre las armaduras de un capacitor de 5 μF se llena un dieléctrico de constante 1,6; ¿qué nueva capacidad tendrá?

a) 4 μF b) 6 μF c) 8 μF d) 10 μF e) 12 μF

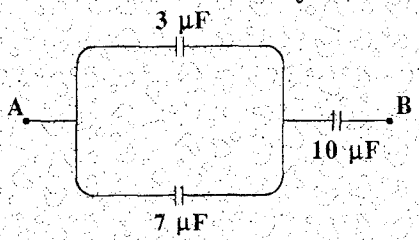
PROBLEMA 18

Un dieléctrico ($K = 1,5$) se llena en un capacitor de 3 μF de capacidad, posteriormente conectamos el capacitor a una batería de 6 V, ¿qué carga almacenará?

a) 21 μC b) 23 μC c) 25 μC
d) 27 μC e) 29 μC

PROBLEMA 19

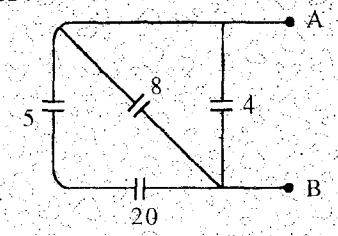
En el esquema se muestra un conjunto de capacitores, halle la capacidad equivalente entre los terminales A y B.



a) 20 μF
b) 15 μF
c) 10 μF
d) 5 μF
e) 2 μF

PROBLEMA 20

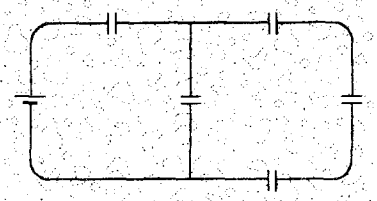
Calcule la capacitancia equivalente entre los puntos A y B. Las capacitancias están escritas en μF.



a) 4 μF
b) 8 μF
c) 12 μF
d) 16 μF
e) 20 μF

PROBLEMA 21

Si cada condensador del circuito es de 3 μF, calcule la capacidad equivalente, en μF.



a) 12/7
b) 9/7
c) 8/7
d) 5/7
e) 3/7

NIVEL II

PROBLEMA 22

Una mica ($K = 5$) se coloca de manera que llena un condensador de 12 μF. ¿Qué energía almacenará este condensador con mica cuando sea conectado a una batería de 100 V.

a) 0,1 J b) 0,2 J c) 0,3 J
d) 0,4 J e) 0,5 J

PROBLEMA 23

La capacidad de un condensador plano es C, si duplicamos la distancia entre sus láminas y llenamos el condensador con porcelana ($K = 6$) la nueva capacidad del condensador será:

a) C b) $2C$ c) $3C$ d) $4C$ e) $5C$

PROBLEMA 24

Un rayo pasa 2,5 C de carga a la tierra a través de una diferencia de potencial de $8 \cdot 10^6$ V. ¿Cuánta energía se disipa?

a) $1 \cdot 10^7$ J b) $2 \cdot 10^7$ J c) $3 \cdot 10^7$ J
d) $4 \cdot 10^7$ J e) $5 \cdot 10^7$ J

PROBLEMA 25

En el problema anterior, ¿cuánta agua a 0°C se podría hacer hervir con esta energía? 1 J= 0,24 cal.

a) 20 kg b) 21 kg c) 22 kg
d) 23 kg e) 24 kg

PROBLEMA 26

Un capacitor de aire de 3,2 μF de capacidad se conecta a los bornes de un acumulador de 40 V. ¿Cuántos electrones pasarán por este acumulador?

a) $5 \cdot 10^{14}$ b) $6 \cdot 10^{14}$ c) $7 \cdot 10^{14}$
d) $8 \cdot 10^{14}$ e) $9 \cdot 10^{14}$

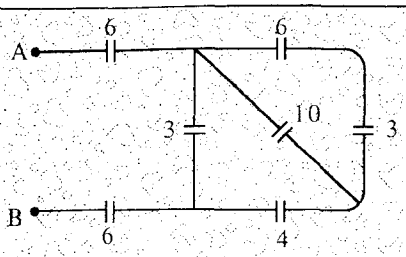
PROBLEMA 27

Tres condensadores de 8 μF, 16 μF y 2 μF se conectan en serie y se aplica al conjunto una tensión eléctrica de 33 V. ¿Con cuántos μC se cargará cada condensador?

a) 46 b) 48 c) 50 d) 52 e) 54

PROBLEMA 28

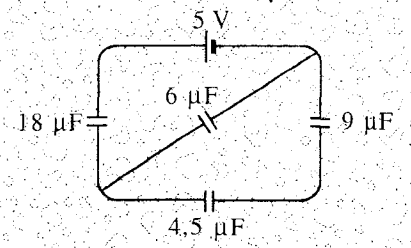
Un conjunto de condensadores se han arreglado como se muestra en el diagrama. Halle la capacidad equivalente entre los terminales A y B. Las capacidades estan escritas en μF.



a) 2 μF
b) 3 μF
c) 4 μF
d) 5 μF
e) 6 μF

PROBLEMA 29

En el circuito, halle la carga que almacena el condensador de 4,5 μF.



a) 4 μF
b) 6 μF
c) 8 μF
d) 10 μF
e) 12 μF

PROBLEMA 30

¿En qué caso no aumentaría la capacidad de un condensador plano?

I. Colocando un dieléctrico entre sus láminas
II. acercando sus láminas
III. conectándolo a una fuente de mayor voltaje.

a) I b) II c) III
d) I y III e) Ninguno

PROBLEMA 31

Dos condensadores idénticos conectados en serie a una batería almacenan una carga Q. ¿Cuál será la nueva carga en los condensadores cuando en uno de ellos se llena un dieléctrico de constante K?

a) $\frac{K}{K+1}Q$ b) $\frac{K+1}{K}Q$ c) $\frac{2K}{K+1}Q$

d) $\frac{K+1}{2K}Q$ e) $\frac{K-1}{K+1}Q$

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	E	E	A	B	C	E	B	B	D	A	C	C	D	A	C	D	D	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31									
A	C	C	A	E	D	B	A	D	C	C									

36 Capítulo

ELECTRODINAMICA

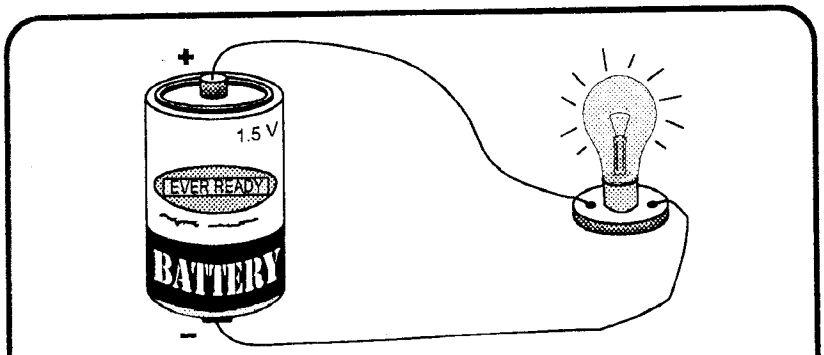
RESISTENCIA ELECTRICA

OBJETIVOS	
1.	*Definir la intensidad de corriente y la fuerza electromotriz.*
2.	*Analizar los efectos del material, longitud, área sobre la resistencia eléctrica.*
3.	*Usar la ley de Ohm en circuitos resistivos.*

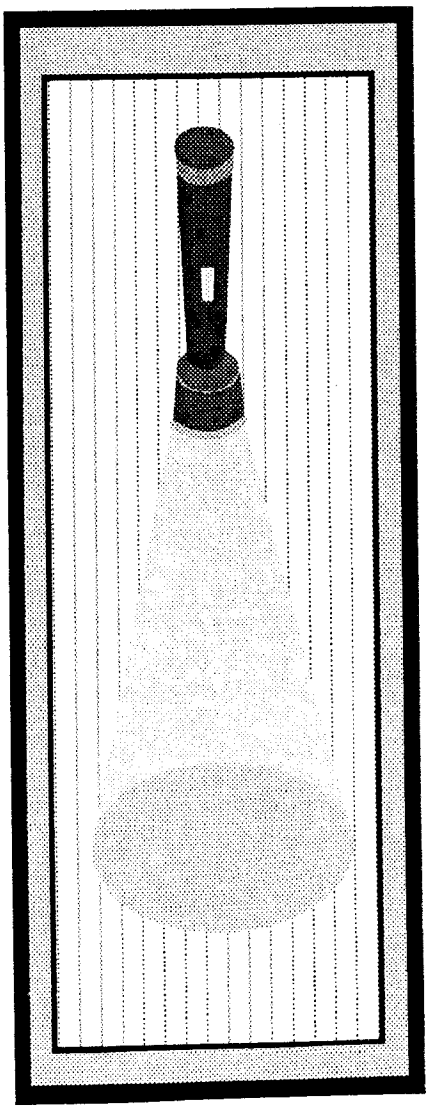
© DHDV

36.1. CORRIENTE ELECTRICA:

Si con alambres de cobre conectamos un pequeño bombillo eléctrico a los terminales de una pila, veremos que el bombillo enciende y decimos que se debe al flujo de cargas o corriente electrica que impulsa la pila.

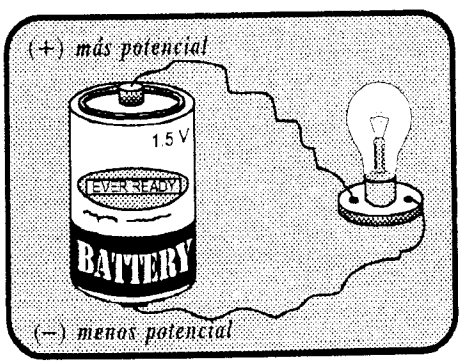


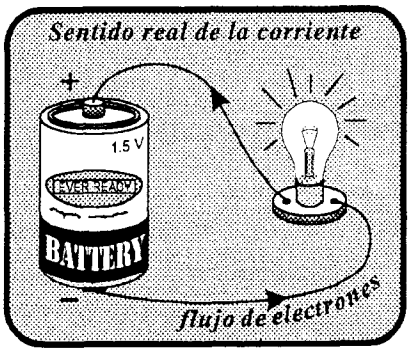
La pila (batería) impulsa las cargas a través del alambre conductor.



En esta conexión sucede lo siguiente:

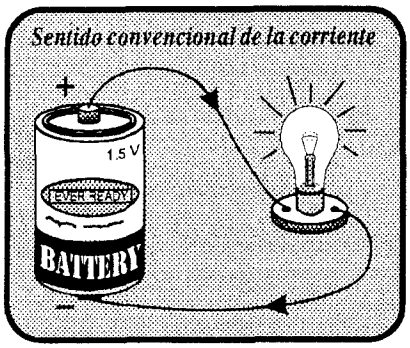
36.1.1. Conectando el alambre a los bornes de la pila, se establece una diferencia de potencial (voltaje) entre los extremos del alambre. La corriente se debe a este voltaje.





36.1.2. En los conductores sólidos, especialmente los metales, son los electrones libres los que pueden moverse y producen el flujo de cargas. Esta corriente se establece del extremo de menor potencial (−) hacia el otro extremo de mayor potencial (+).

36.1.3. Convencionalmente se considera que las cargas móviles son las positivas; luego, el flujo de cargas sería del extremo de mayor potencial (+) hacia el otro extremo de menor potencial (−). Este sentido se usará en adelante.



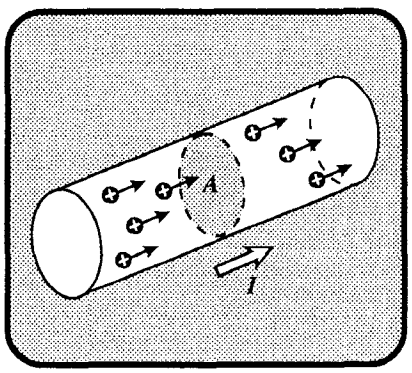
La corriente eléctrica es el flujo o movimiento ordenado (dirigido) de las partículas cargadas.

36.2. INTENSIDAD DE CORRIENTE ELECTRICA (*I*):

La intensidad de corriente (*I*) en un conductor se define como la carga positiva que cruza la sección recta (*A*) por unidad de tiempo.

Matematicamente:

$$I = \frac{q}{t}$$



Unidades en el SI:

q	*t*	*I*
coulomb (C)	segundo (s)	$\frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}}$ = ampere (A)

PROBLEMA 01

¿Cuántos electrones pasan por un punto en 5 s si se mantiene una corriente constante de 8 A en un conductor?

RESOLUCION:

* De la definición $I = \frac{q}{t}$ obtenemos:

$$q = It \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

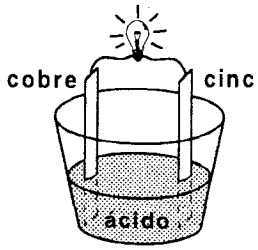
* Recordemos que toda carga está cuantizada: $q = ne$, luego:

$$ne = It$$

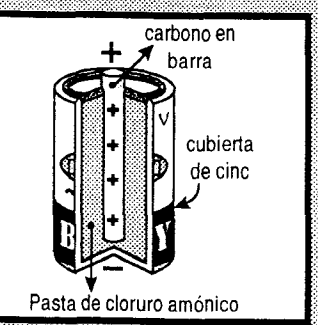
PILA ELECTRICA

Conectando una bombilla a una lámina de cobre y a otra lámina de cinc que están sumergidas dentro de una solución de ácido sulfúrico o de cualquier ácido, la bombilla encenderá.

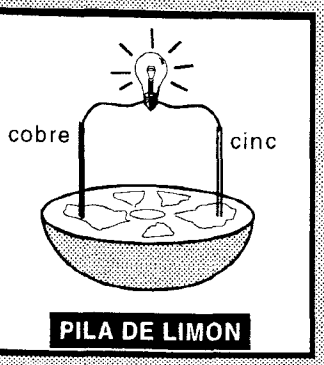
PILA ELEMENTAL



Las pilas secas comerciales funcionan bajo el mismo principio. Los cambios que se observan son ligeros.



Colocando un alambre de cobre y otro de cinc en un limón o en cualquier fruta ácida obtendremos una pila simple.

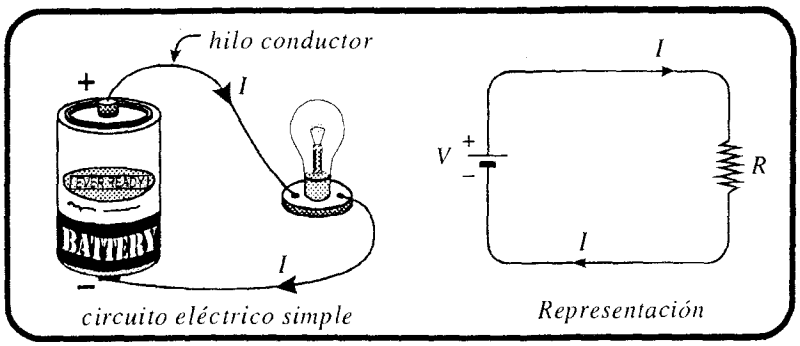


$$n = \frac{I\,t}{e} = \frac{(8\text{ A})(5\text{ s})}{1{,}6\cdot 10^{-19}\text{C}}$$

$$\boxed{n = 2{,}5\cdot 10^{20}\text{ electrones}}$$

36.3. CIRCUITO ELECTRICO SIMPLE:

Un bombillo conectado mediante hilos conductores a una pila constituye el circuito más simple. El bombillo eléctrico recibe el nombre de **resistencia** (*R*) y la pila; fuente de **fuerza electromotriz** (*fem*).

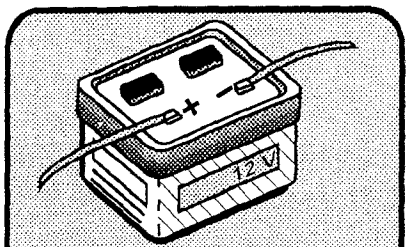


En la representación; *V* será llamado **diferencia de potencial, voltaje o fuerza electromotriz.**

Describamos cada uno de los elementos de un circuito simple.

36.3.1. FUENTE DE FUERZA ELECTROMOTRIZ

La fuente de voltaje es un dispositivo que convierte energía química, mecánica o cualquier otra energía en energía eléctrica necesaria para mantener el flujo de carga eléctrica.



Una batería de 12 V realiza 12 J de trabajo por cada coulomb que pasa por la fuente.

Las fuentes de voltaje más familiares son:

Las baterías: convierten la energía química en energía eléctrica.

Los generadores: transforman la energía mecánica en energía eléctrica.

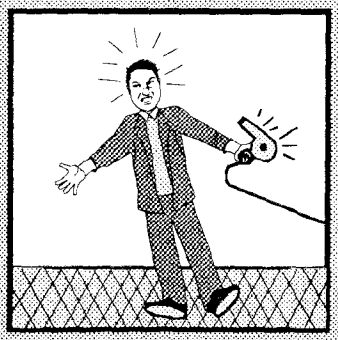
Las cargas eléctricas pierden energía al recorrer un circuito. Cuando las cargas pasan por las fuentes de voltaje, estas fuentes realizan trabajo sobre las cargas para restituir la energía que pierden en el circuito.

Las fuentes de voltaje reponen la energía que las cargas pierden en el circuito.

Cada año mueren muchas personas por efecto de la corriente. Si tocamos una lámpara defectuosa, el paso de la corriente depende del voltaje y de la resistencia de nuestro cuerpo.

La resistencia de tu cuerpo depende de su estado y va desde unos 100 Ω, si estás empapado de agua salada, a 500 000 Ω si tienes la piel muy seca.

Con las manos secas no sentiríamos la corriente de una batería de 12 V.

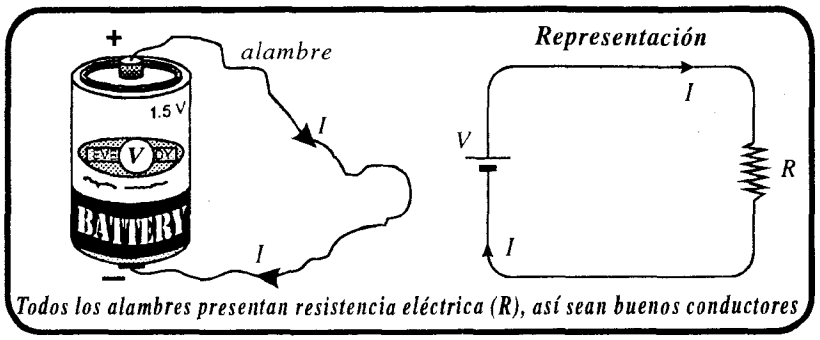


En la siguiente tabla se muestra los efectos de la corriente en nuestro cuerpo.

Corriente (A)	efecto
0,001	Se puede sentir
0,005	Doloroso
0,010	Contracciones musculares (espasmos)
0,015	pérdida del control muscular
0,070	Pasa por el corazón es fatal si dura más de 1s

36.3.2. RESISTENCIA ELECTRICA Y LEY DE OHM

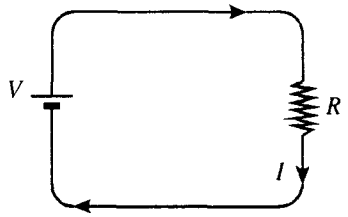
La resistencia R se define como una oposición al flujo de carga. A pesar de que la mayoría de los metales son buenos conductores de electricidad, todos presentan algo la resistencia al paso de la carga eléctrica a través de ellos.



Todos los alambres presentan resistencia eléctrica (R), así sean buenos conductores

George Simon Ohm fué el primero que estudió en 1826 los efectos de la resistencia sobre la corriente eléctrica, descubrió que para una resistencia dada a cierta temperatura particular:

> *La corriente (I) es directamente proporcional al voltaje (V) aplicado a los extremos de la resistencia.*



Matematicamente:

$$I = \frac{V}{R}$$

O también:

$$V = IR$$

Unidades en el SI:

V	I	R
volt (V)	ampere (A)	ohm(Ω)

PROBLEMA 02

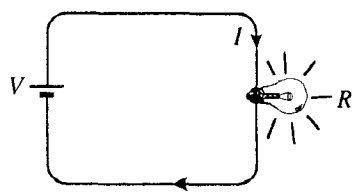
Cuando una lámpara se conecta a una batería de 12 V, una corriente de 0,2 A fluye por el circuito. Calcule:

ⓐ La resistencia de la lámpara

ⓑ La corriente en el circuito cuando la lámpara se conecte a una batería de 15 V.

RESOLUCION:

* Representamos el circuito:



ⓐ En la ley de Ohm:

$V = IR$

$12\ V = (0{,}2\ A)R$

$$R = 60\ \Omega$$

ⓑ Conectando la lámpara a una batería de 15 V:

$$V = I\,R$$

$$15\ \text{V} = I\,(60\ \Omega)$$

$$\boxed{I = 0{,}25\ \text{A}}$$

36.4. LEY DE POUILLET:

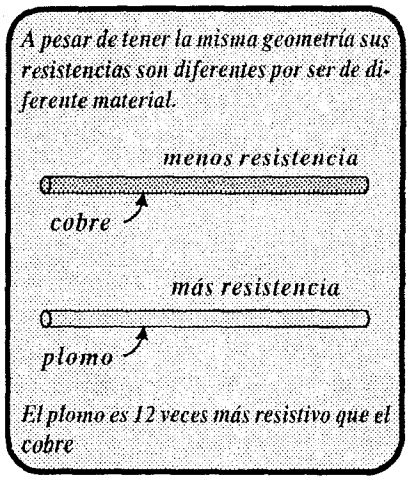
"Calculando la resistencia de un conductor".

La resistencia de un alambre de sección transversal uniforme depende de cuatro factores; El tipo de material, la longitud, el área de la sección transversal y la temperatura del alambre.

36.4.1. EL TIPO DE MATERIAL

La resistencia depende del material. Sabemos que hay buenos y malos conductores de la electricidad. Los mejores conductores son; la plata, el cobre, el oro y en cuarto lugar; el aluminio. Los malos conductores son; el mercurio, el platino y el carbón.

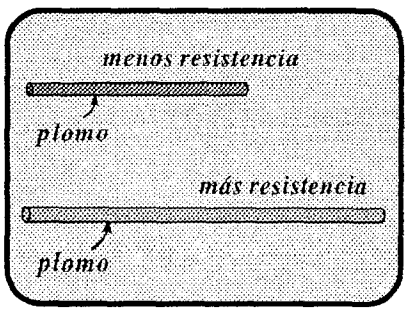
Cada material tiene su propia resistencia específica llamada **resistividad del material** (ρ)



La resistividad de un material (ρ) nos indica si dicho material es buen, regular o mal conductor de la electricidad.

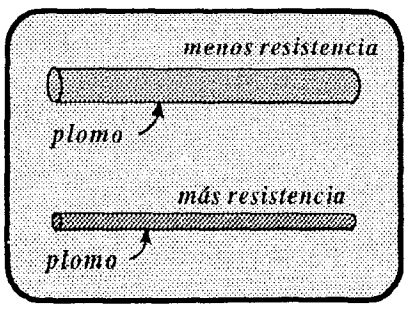
36.4.2. LA LONGITUD

La resistencia es directamente proporcional a la longitud. Los alambres más largos ofrecen mayor resistencia al paso de la corriente.



36.4.3. AREA DE LA SECCION TRANSVERSAL:

La resistencia es inversamente proporcional a la sección transversal. Para alambres del mismo material; los más gruesos son menos resistentes.

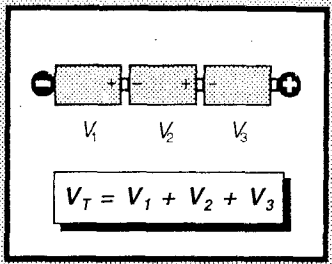


CONECTANDO PILAS

Ⓐ En serie:

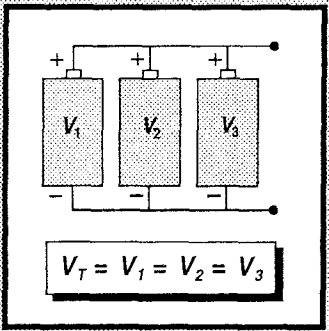
Se colocan en línea alternando sus polos.

El voltaje total equivale a la suma de los voltajes de cada pila



Ⓑ En paralelo

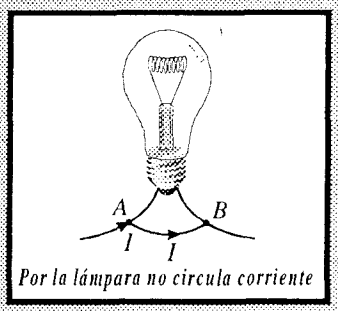
Se logra conectando polos del mismo signo. Las pilas deben ser del mismo voltaje.



Con las pilas en serie se obtienen mayores voltajes, pero son de menos duración. Con pilas en paralelo se obtienen menores voltajes, pero son más duraderas.

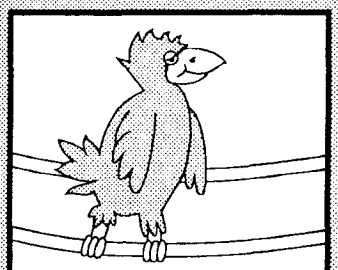
EXPERIMENTO

Si conectamos los puntos A y B con un cable de cobre, la lámpara no encenderá porque los potenciales en A y B se igualan. La lámpara enciende cuando los potenciales son diferentes ($V_A > V_B$)

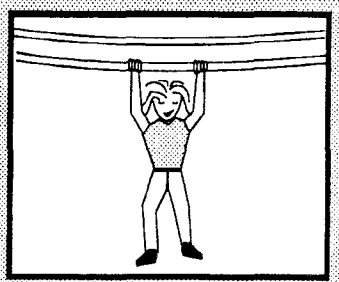


Por la lámpara no circula corriente

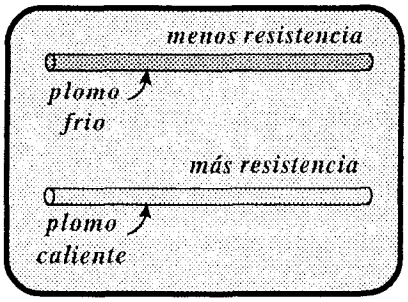
Por esta misma razón un pájaro puede posarse en un cable de alta tensión sin sufrir daño. Pero no debería tocar el otro cable.


La corriente pasa de largo

Si en un accidente, en un día de poca humedad, quedamos colgados de un cable de alta tensión, posiblemente seguiremos viviendo.



El autor no sugiere tal atrevimiento. La humedad del medio ambiente le puede sorprender.



36.4.4. TEMPERATURA:

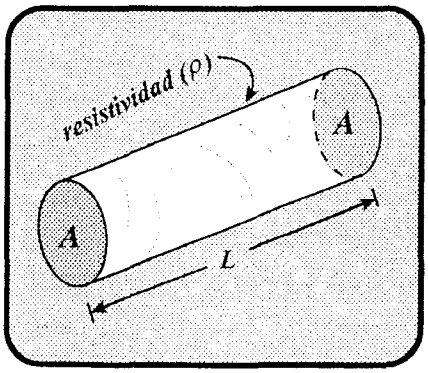
La resistencia de los conductores varía con la temperatura:

En los metales; la resistencia aumenta al aumentar la temperatura.

En el caso del carbón y la porcelana; la resistencia disminuye al aumentar la temperatura.

Si juntamos estos factores que afectan la resistencia de un alambre conductor obtendremos la ley de **POUILLET.**

> *A cierta temperatura; la resistencia (R) de un alambre conductor es directamente proporcional a su longitud (L) e inversamente proporcional al área (A) de su sección transversal.*



Matematicamente:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Unidades en el SI:

ρ	L	A	R
$\Omega \cdot m$	m	m^2	Ω

PROBLEMA 03

Un alambre de cobre tiene una sección de $8{,}5 \cdot 10^{-6}\ m^2$. Calcule la resistencia que ofrecerá 2 km de este alambre. La resistividad del cobre es de $1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$

RESOLUCION:

* Reemplazando en la ley de POUILLET:

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1{,}7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m) \frac{2000\ m}{8{,}5 \cdot 10^{-6} m^2}$$

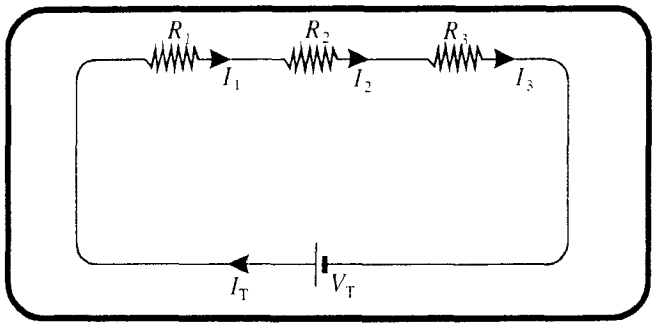
$$R = 2\ \Omega$$

36.5. COMBINACION DE RESISTENCIAS:

Las resistencias en un circuito se pueden asociar basicamente en serie o en paralelo:

36.5.1. RESISTENCIAS EN SERIE:

Las resistencias están conectadas en serie cuando están unas a continuación de otras; como en el diagrama:



En una conexión en serie se observa lo siguiente:

I. La corriente que entrega la batería (I_T) es igual a la corriente que pasa por cada resistencia:

$$I_T = I_1 = I_2 = I_3 \ldots\ldots (1)$$

II. El voltaje que suministra la batería (V_T) se reparte en cada resistencia:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 \ldots\ldots (2)$$

III. Usando la ley de Ohm ($V = IR$) en la ecuación anterior obtendremos:

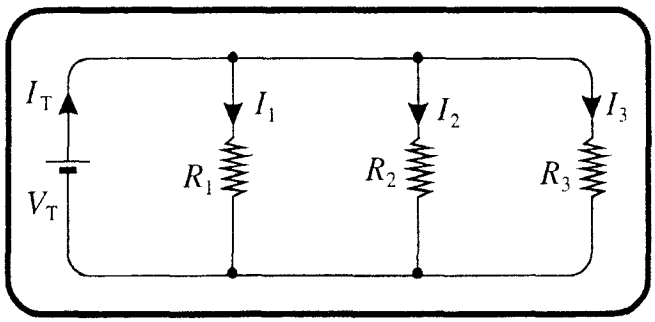
$$I_T R_T = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3$$

En serie; las corrientes son iguales; luego la resistencia equivalente será:

$$\boxed{R_T = R_1 + R_2 + R_3}$$

36.5.2. RESISTENCIAS EN PARALELO:

Las resistencias están en paralelo cuando están conectadas al mismo par de puntos; como en el diagrama:



En una conexión en paralelo se observa lo siguiente:

I. La corriente que entrega la batería se reparte en cada resistencia:

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \ldots\ldots (1)$$

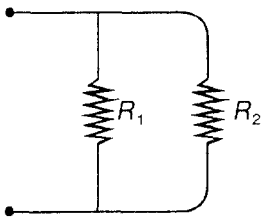
II. Todas las resistencias están sometidas al mismo voltaje, el de la batería:

$$V_T = V_1 = V_2 = V_3 \ldots\ldots (2)$$

III. Usando la ley de Ohm ($I = \frac{V}{R}$) en la ecuación (1) obtenemos:

Para dos resistencias en paralelo la resistencia equivalente se halla dividiendo el producto entre la suma.

DEMOSTRACION



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

$$\boxed{R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$\frac{V_T}{R_T} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

En paralelo; los voltajes son iguales, luego la resistencia equivalente se calculará con:

$$\boxed{\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

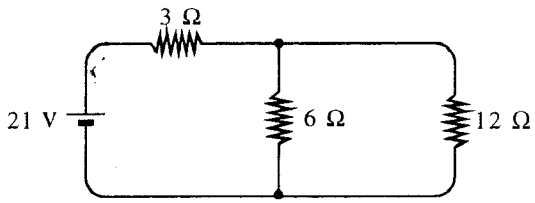
PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 04

En el circuito que se ilustra en la figura, halle:

ⓐ la resistencia equivalente

ⓑ la corriente que entrega la batería.

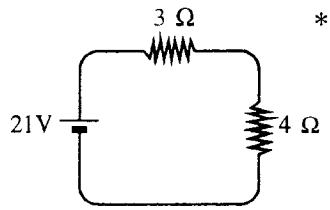


RESOLUCION:

* Las resistencias de 6 Ω y 12 Ω están en paralelo, su equivalente será:

$$R_1 = \frac{6\,\Omega \cdot 12\,\Omega}{6\,\Omega + 12\,\Omega} = 4\,\Omega$$

* Reduciendo el circuito:

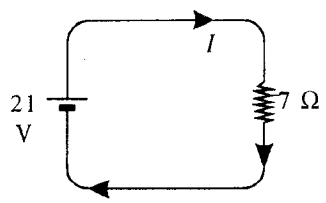


* 3 Ω y 4 Ω quedarían en serie, el equivalente total será:

$$R_T = 4\,\Omega + 3\,\Omega$$

$$\boxed{R_T = 7\,\Omega}$$

* Con esta resistencia equivalente ($R_T = 7\,\Omega$) usamos la ley de Ohm:



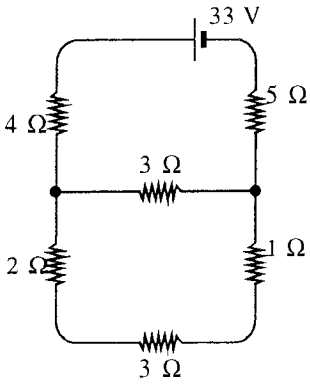
$$V = I\,R$$

$$21\text{ V} = I\,(7\,\Omega)$$

$$\boxed{I = 3\text{ A}}$$

PROBLEMA 05

En el circuito adjunto halle la resistencia equivalente y la corriente que la batería entrega al circuito.

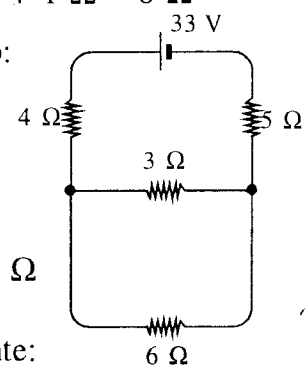


RESOLUCION:

* Las resistencia de 2 Ω, 3 Ω y 1 Ω están en serie, su equivalente será:

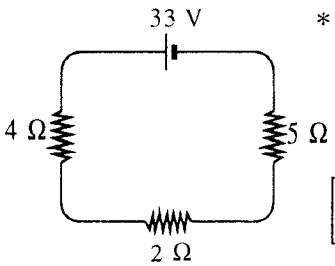
$$R_1 = 2\,\Omega + 3\,\Omega + 1\,\Omega = 6\,\Omega$$

* Reduciendo el circuito: 3 Ω y 6 Ω quedan en paralelo, su equivalente será:



$$R_2 = \frac{3\,\Omega \cdot 6\,\Omega}{3\,\Omega + 6\,\Omega} = 2\,\Omega$$

* Reduciendo nuevamente:

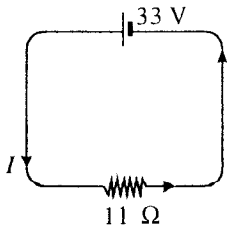


* finalmente 4 Ω, 2 Ω y 5 Ω están en serie:

$$R_T = 4\,\Omega + 2\,\Omega + 5\,\Omega$$

$$\boxed{R_T = 11\,\Omega}$$

* Con esta resistencia equivalente ($R_T = 11\,\Omega$) usamos la ley de Ohm:



$$V = I\,R$$

$$33\text{ V} = I\,(11\,\Omega)$$

$$\boxed{I = 3\text{ A}}$$

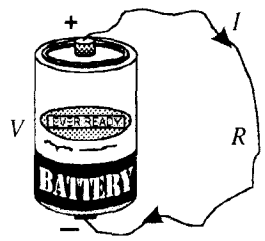
PROBLEMA 06

Los extremos de un alambre de tungsteno ($\rho = 5{,}6 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$) de 10 m de longitud se conectan a los terminales de una pila de 2V. Si la sección transversal del alambre es de $1{,}4 \cdot 10^{-6}\ m^2$, halle:

ⓐ La resistencia del alambre
ⓑ La corriente que circula por el alambre.

RESOLUCION:

* Graficamos el alambre conectado a la pila:



* La resistencia del alambre será:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$R = (5{,}6 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m)\frac{10\ m}{1{,}4 \cdot 10^{-6}\ m^2}$$

$$\boxed{R = 0{,}4\ \Omega}$$

* La corriente que circula por el alambre se halla con la ley de Ohm:

$$V = IR$$

$$2\ V = I\,(0{,}4\ \Omega)$$

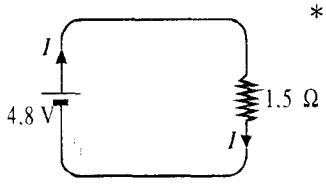
$$\boxed{I = 5\ A}$$

PROBLEMA 07

Una pila de 4,8 V se conecta a una bombilla cuya resistencia es de 1,5 Ω. ¿cuántos electrones salen de la pila en cada minuto?

RESOLUCION:

* Representemos el circuito.



* Ley de Ohm:

$$V = IR$$

$$4{,}8\ V = I(1{,}5\ \Omega)$$

$$I = 3{,}2\ A \ldots (1)$$

* Recordemos que: $I = \frac{q}{t}$

$$3{,}2\ A = \frac{q}{60\ s}$$

$$q = 192\ C \ldots\ldots (2)$$

* Toda carga es múltiplo de la carga del electrón.

$$q = ne$$

$$192\ C = n(1{,}6 \cdot 10^{-19} C)$$

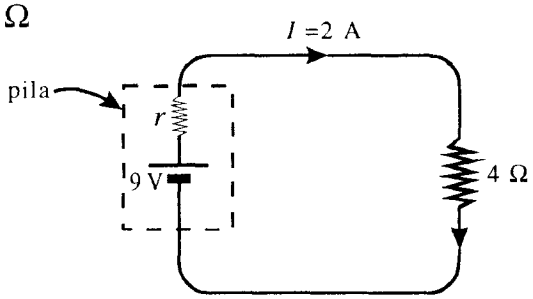
$$\boxed{n = 1{,}2 \cdot 10^{21}\ \text{electrones}}$$

PROBLEMA 08

Halle la resistencia interna de una pila de 9 V si cuando se conecta una resistencia de 4 Ω a sus terminales por el circuito circula una corriente de 2 A.

RESOLUCION:

* Representamos la pila de 9 V, su resistencia interna r y conectada a una resistencia de 4 Ω



* r y 4 Ω están en serie; su equivalente será $(r + 4\ \Omega)$. En la ley de Ohm:

$$V = IR$$

$$9\ V = 2\ A(r + 4\ \Omega)$$

* Resolviendo: $\boxed{r = 0{,}5\ \Omega}$

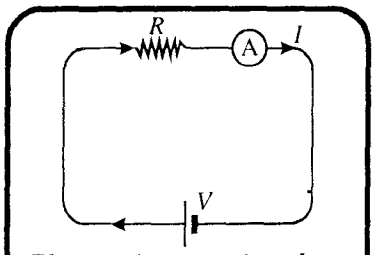
36.6. MEDICION DE CORRIENTE Y VOLTAJE:

36.6.1. EL AMPERIMETRO Ⓐ:

Es un dispositivo que, a través de cierta escala, mide la corriente eléctrica que circula por el circuito.

• **FORMA DE USO:**

Se instala en **serie** con la resistencia cuya corriente se quiere medir.



El amperímetro se instala en serie y mide la corriente I.

• **PRECAUCION:**

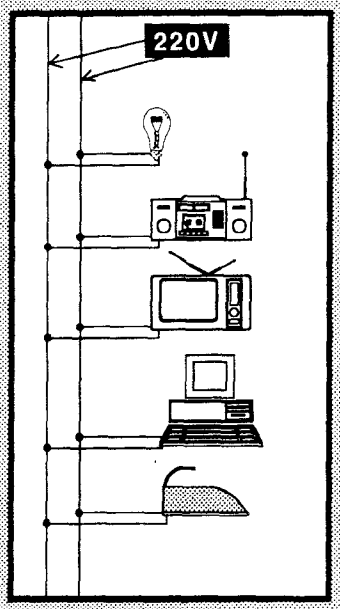
Durante la fabricación del amperímetro se procura que tenga la menor resistencia interna posible para que cuando se instale en serie no modifique la resistencia del circuito ni altere la corriente original.

• **AMPERIMETRO IDEAL:**

Lo que quisiera diseñar el fabricante.

> *El amperímetro ideal es aquel cuya resistencia interna es tan pequeña ($R_A \rightarrow 0$) que podría despreciarse.*

En el hogar, los artefactos eléctricos se instalan generalmente en paralelo; de manera que, apagando uno de ellos los demás siguen trabajando.



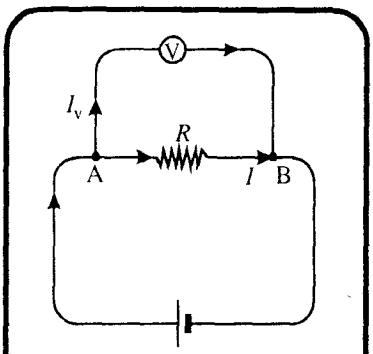
En nuestro país el voltaje de entrada, en los artefactos, es de 220 V.

36.6.2. EL VOLTIMETRO Ⓥ:

Este dispositivo nos permite medir la diferencia de potencial (voltaje) entre dos puntos de un circuito.

• **FORMA DE USO:**

Se instala en **paralelo** con la resistencia cuyo voltaje se quiere medir.



El voltímetro se instala en paralelo y mide el voltaje.

• **PRECAUCION:**

Durante la fabricación del voltímetro se procura que tenga la mayor resistencia interna posible para que cuando se instale en paralelo la corriente que circule por el voltímetro sea muy pequeña ($I_V \rightarrow 0$) y no altere la corriente original.

El voltímetro leerá la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

Lectura Ⓥ = $I.R$

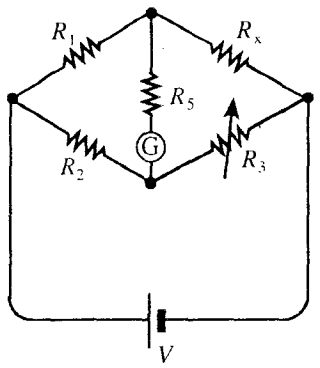
• **VOLTIMETRO IDEAL:**

Lo que quisiera diseñar el fabricante.

> *El voltímetro ideal es aquel cuya resistencia interna es tan grande ($R_V \rightarrow \infty$) que la corriente que circula por él podría despreciarse ($I_V \rightarrow 0$)*

36.7. PUENTE WHEATSTONE:

Es un arreglo de resistencias, tal como se muestra en la figura. El puente Wheatstone está diseñado para medir una resistencia desconocida R_x.



El reóstato R_3 se gradúa hasta cierto valor de manera que la corriente leída en el galvanómetro Ⓖ sea cero

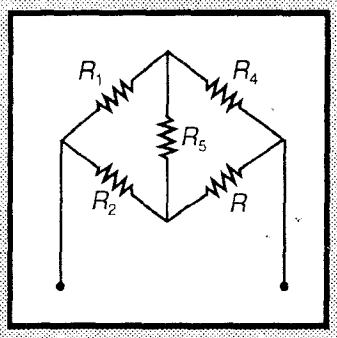
FUNCIONAMIENTO:

* R_1 y R_2: son resistencias fijas, de valor conocido.
* R_x : resistencia que debemos calcular.
* R_3 : reóstato (resistencia variable)
• Se ajusta la resistencia R_3 hasta que la lectura en el galvanómetro Ⓖ sea cero. Se dice entonces que el puente está balanceado, y R_x se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$R_x \cdot R_2 = R_1 R_3$$

ANULAR EL PUENTE

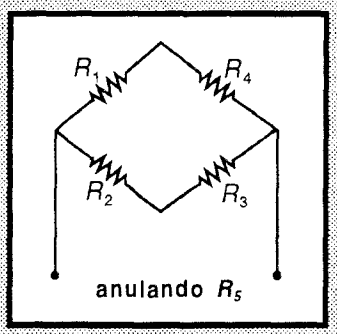
Si en cierto circuito detectamos un puente Wheatstone, podremos anular el puente:



Si comprobamos que:

$$R_1 \cdot R = R_2 \cdot R_4$$

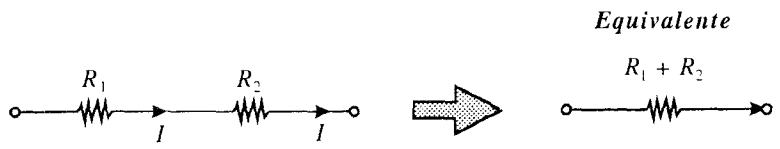
La resistencia R_5 puede retirarse y el circuito quedará como a continuación se presenta:



36.8. PROPIEDADES EN LAS CONEXIONES:

36.8.1. EN SERIE:

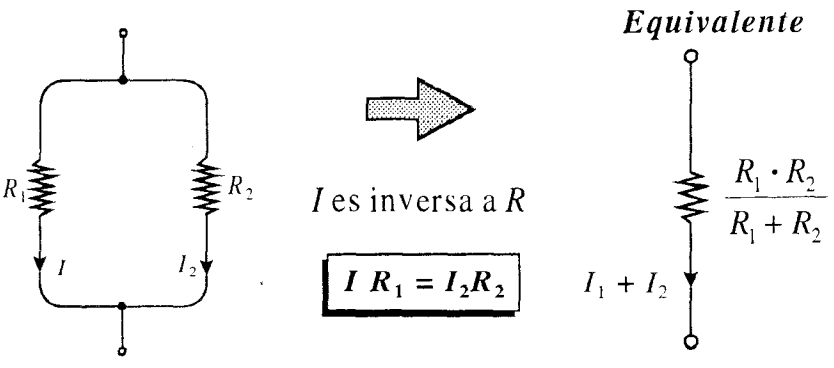
Por cada resistencia en serie circula la misma intensidad de corriente.



Por la resistencia equivalente también circulará la misma corriente I

36.8.2. EN PARALELO:

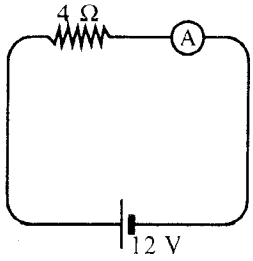
En la conexión en paralelo; la corriente es inversamente proporcional a la resistencia por la cual circula:



Por la resistencia equivalente circulará la suma de corrientes $I_1 + I_2$

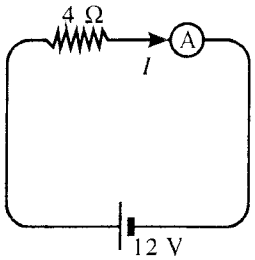
PROBLEMA 09

En el siguiente circuito, halle la lectura del amperímetro ideal.



RESOLUCION:

* El amperímetro ideal Ⓐ leerá la corriente I que circula por la resistencia de 4 Ω



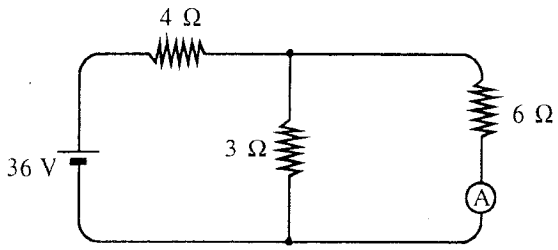
Usando la ley de Ohm:

$$V = I\,R$$
$$12\ V = I(4\ \Omega)$$

$$\boxed{I = 3\ A}$$

PROBLEMA 10

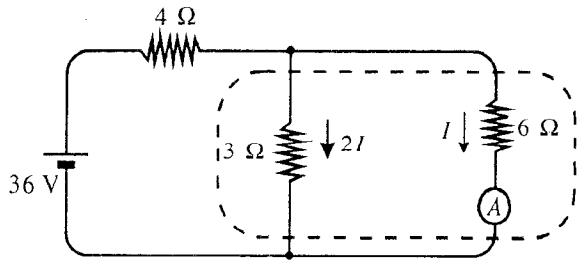
Un amperímetro ideal se ha conectado en serie a la resistencia de 6 Ω. Halle su lectura.



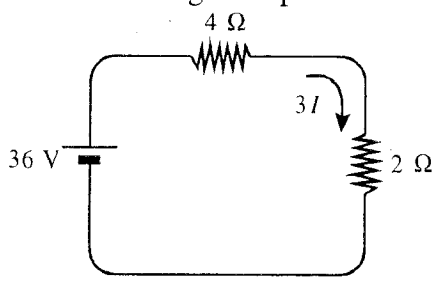
RESOLUCION:

* Ⓐ leerá la corriente I que pasa por 6 Ω
* Observe que 6 Ω y 3 Ω están en paralelo y cumplen la propiedad:

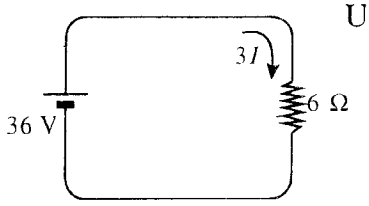
$$6\ \Omega(I) = 3\ \Omega(2I)$$



* Reduciendo el arreglo en paralelo:



* 4 Ω y 2 Ω quedan en serie, reduciendo:



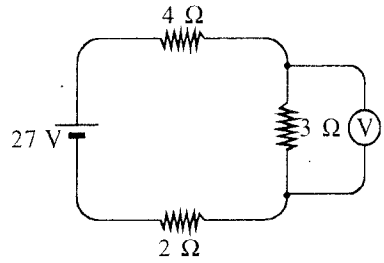
Usando la ley de Ohm:

$$V_T = I_T R_T$$
$$36\ V = (3I)(6\ \Omega)$$

$$\boxed{I = 2\ A}$$

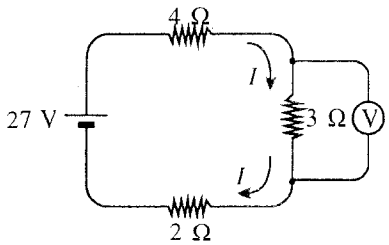
PROBLEMA 11

Un voltímetro ideal se ha conectado a los extremos de la resistencia de 3 Ω. Determine su lectura.



RESOLUCION:

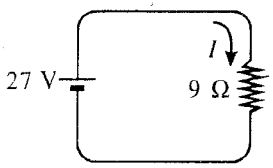
* Por el voltímetro ideal Ⓥ practicamente no circula corriente. Las resistencias de 4 Ω, 3 Ω y 2 Ω están en serie.



* La lectura del voltímetro será:

$$Ⓥ = I(3\ \Omega)\ \ldots\ldots\ (1)$$

* Reducimos el arreglo en serie



* En la ley de Ohm:

$$V = I\,R$$
$$27\ V = I(9\ \Omega)$$
$$I = 3\ A\ \ldots.\ (2)$$

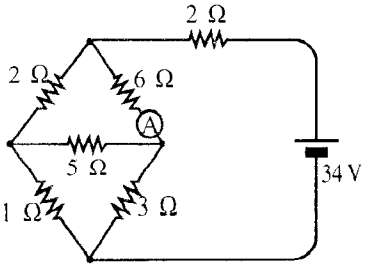
* Reemplazando (2) en (1):

$$Ⓥ = (3\ A)(3\ \Omega)$$

$$\boxed{Ⓥ = 9\ V}$$

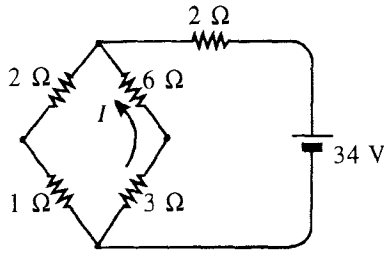
PROBLEMA 12

Considerando el siguiente circuito, calcule la lectura que se obtendrá en el amperímetro ideal.

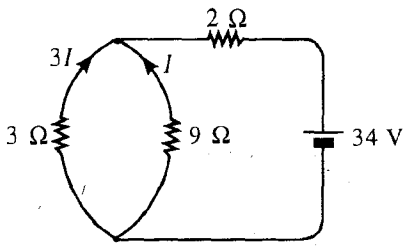


RESOLUCION:

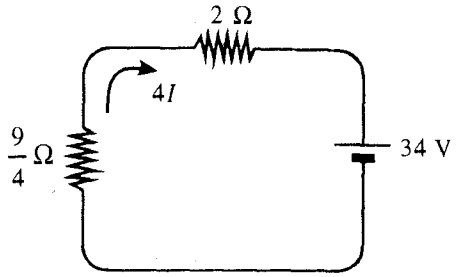
* Observe que en el circuito hay un puente Wheatstone; (3 Ω)(2 Ω) = (1 Ω)(6 Ω), y que la resistencia de 5 Ω puede anularse.



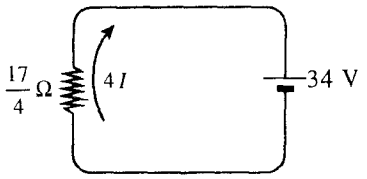
* Reduciendo el circuito y usando la propiedad del arreglo en paralelo: (3 Ω)(3*I*) = (9 Ω)*I*



* Juntamos 3Ω y 9Ω porque están en paralelo:



* $\frac{9}{4}\Omega$ y 2 Ω quedan en serie; agrupando



Usando la ley de Ohm:

$$V_T = I_T R_T$$

$$34\ V = 4I\left(\frac{17}{4}\Omega\right)$$

$$\boxed{I = 2\ A}$$

* Esta corriente *I* = 2 A será leída por el amperímetro ideal.

AUTOEVALUACION

01 Seleccione con verdadero (V) o falso (F):

I. El sentido convencional de la corriente es de (+) a (−)

II. La corriente eléctrica es un movimiento ordenado de cargas.

III. La corriente eléctrica se mide con el amperímetro.

a) VVF b) VFV c) FVV
d) VVV e) VFF

02 Las baterías son fuentes de fuerza electromotriz, que convierten la energía _____ en energía _____.

a) mecánica - eléctrica.
b) eléctrica - mecánica
c) química - eléctrica
d) eléctrica - química
e) química - mecánica

03 El metal mejor conductor de la electricidad es:

a) la plata b) el aluminio c) el oro
d) el cobre e) el platino

04 ¿En qué caso la resistencia de un alambre será mayor?

a) Disminuyendo su longitud
b) Escogiendo alambres gruesos
c) enfriando el alambre
d) estirando el alambre a hilos finos
e) envolviendo el alambre

05 Señale las afirmaciones ciertas.

I. La resistencia eléctrica es la oposición al flujo de carga.

II. Los metales buenos conductores, no presentan resistencia eléctrica.

III. La resistencia eléctrica se mide en amperes.

a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

06 Si aumentamos la temperatura, la resistencia de un alambre.

a) no varía b) aumenta
c) disminuye d) se hace cero
e) se hace pequeña.

07 En un circuito, los electrones fluyen:

a) solamente por el circuito

b) solamente por la batería
c) por la batería o por el circuito
d) por la batería y por el circuito
e) no fluyen.

08 Si conectamos tres bombillas en serie y una de estas se funde, las otras dos:
a) brillan con más intensidad
b) brillan con menos intensidad
c) se apagan
d) siguen encendidas
e) también se funden.

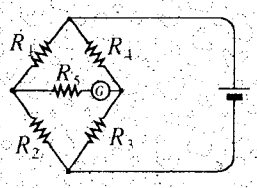
09 Cuando una de las tres bombillas conectadas en paralelo se funde, las otras:
a) se apagan b) brillan menos
c) se funden d) siguen encendidas
e) se queman

10 El reóstato es:
a) un medidor de corriente
b) un medidor de voltaje
c) una fuente de fuerza electromotriz
d) una resistencia variable
e) una batería

11 La fuerza electromotriz es realmente:
a) una corriente b) una fuerza
c) un voltaje d) una carga eléctrica
e) un aparato de medida

12 Señale con verdadero (V) o falso (F)
I. Los amperímetros tienen pequeñas resistencias internas.
II. Los voltímetros se instalan en paralelo
III. Para medir cierta corriente es necesario emplear un amperímetro.
a) VVF b) VFV c) FVV
d) FFV e) VVV

13 En la siguiente instalación, la lectura del galvanómetro es cero; luego, podemos afirmar que:
I. $R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$
II. Por R_5 no circula corriente
III. Se tiene un puente Wheatstone balanceando.



a) I b) I y II c) II y III
d) I y III e) Todos

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 14

Un alambre conduce una corriente de 2 A. ¿Cuánta carga cruza una sección transversal de este conductor en 1 min?

a) 90 C b) 100 C c) 110 C
d) 120 C e) 130 C

PROBLEMA 15

¿Cuántos electrones cruzan por un alambre cuya corriente eléctrica es de 1,6 A, durante 20 s?

a) $2 \cdot 10^{20}$ b) $3 \cdot 10^{20}$ c) $4 \cdot 10^{20}$
d) $5 \cdot 10^{20}$ b) $6 \cdot 10^{20}$

PROBLEMA 16

Una carga neta de 3 C fluye por la sección recta de un alambre conductor en 0,75 s. ¿Cuál es la corriente en el alambre?

a) 1 A b) 2 A c) 3 A d) 4 A e) 5 A

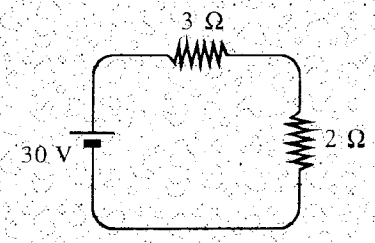
PROBLEMA 17

Un aparato electrodoméstico tiene una resistencia de 50 Ω y opera a 220 V. ¿Cuánta corriente usa?

a) 4,3 A b) 4,4 A c) 4,5 A d) 4,6 A e) 4,7 A

PROBLEMA 18

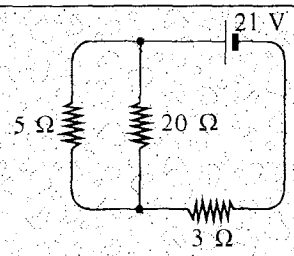
En el siguiente circuito, determine la corriente que fluye por las resistencias en serie.



a) 5 A
b) 6 A
c) 7 A
d) 8 A
e) 9 A

PROBLEMA 19

Calcule la corriente que entrega la batería de 21 V.



a) 1 A
b) 2 A
c) 3 A
d) 4 A
e) 5 A

PROBLEMA 20

Una pequeña bombilla de 2 Ω se conecta a los bornes de una pila de 1,5 V. Halle la corriente que circula por la bombilla.

a) 0,45 A b) 0,55 A c) 0,65 A
d) 0,75 A e) 0,85 A

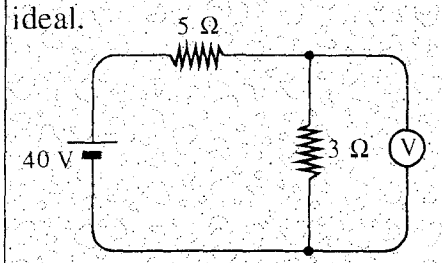
PROBLEMA 21

La resistividad del cobre es $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$, halle la resistencia de 100 m de este alambre conociendo que su sección transversal tiene un área de $3{,}4 \cdot 10^{-6}\ m^2$

a) 0,1 Ω b) 0,2 Ω c) 0,3 Ω
d) 0,4 Ω e) 0,5 Ω

PROBLEMA 22

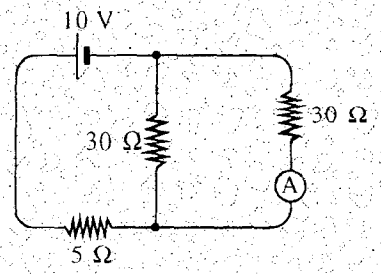
Calcule la lectura que mostrará el voltímetro ideal.



a) 10 V
b) 15 V
c) 20 V
d) 25 V
e) 40 V

PROBLEMA 23

Un amperímetro ideal se ha instalado en serie con una de las resistencias de 30 Ω. Estime su lectura



a) 0,25 A
b) 0,50 A
c) 0,75 A
d) 1,00 A
e) 1,25 A

NIVEL II

PROBLEMA 24

Por un cable conductor circulan $4 \cdot 10^{20}$ electrones en 32 s. Halle la corriente que fluye por este cable.

a) 1 A b) 2 A c) 3 A d) 4 A e) 5 A

PROBLEMA 25

Un alambre de aluminio ($\rho = 2{,}8 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$) de 20 m de longitud se conecta a los bornes de una pila de 2 V. Halle la corriente que circulará por este alambre cuya sección recta es de $5{,}6 \cdot 10^{-6}\ m^2$

a) 20 A b) 25 A c) 30 A d) 35 V e) 40 V

PROBLEMA 26

La resistencia de un alambre grueso es R, si es estirado uniformemente hasta que se duplique su longitud, su nueva resistencia será:

a) R b) $2R$ c) $3R$ d) $4R$ e) $5R$

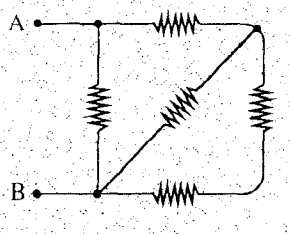
PROBLEMA 27

Una bombilla consume una corriente de 2 A cuando se conecta a una tensión de 220 V, halle la corriente que consumirá cuando sera conectado a 165 V.

a) 1,1 A b) 1,2 A c) 1,3 A d) 1,4 A e) 1,5 A

PROBLEMA 28

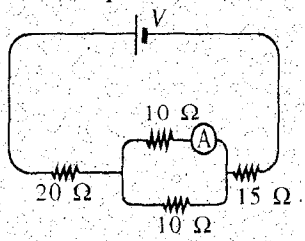
Determine la resistencia equivalente entre A y B si cada una de ellas es de 8 Ω



a) 1 Ω
b) 3 Ω
c) 5 Ω
d) 7 Ω
e) 9 Ω

PROBLEMA 29

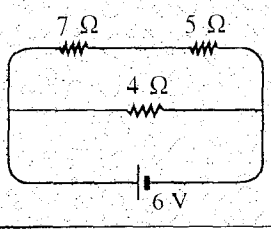
En el circuito, halle el voltaje de la batería, si la lectrua amperímetro ideal es de 0,25 A.



a) 5 V
b) 10 V
c) 15 V
d) 20 V
e) 25 V

PROBLEMA 30

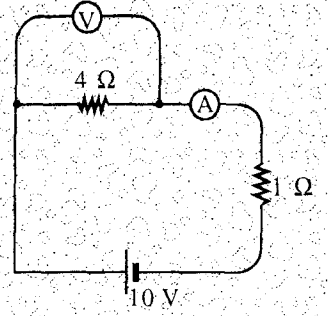
Calcule la intensidad de corriente que suministra la batería de 6 V.



a) 1 A
b) 2 A
c) 3 A
d) 4 A
e) 5 A

PROBLEMA 31

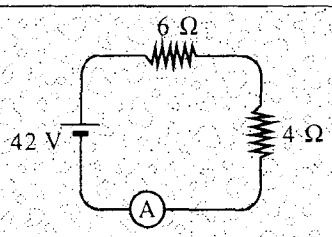
Estime las lecturas del amperímetro y voltímetro ideales instalados en el circuito



a) 2 A y 8 V
b) 1 A y 8 V
c) 2 A y 10 V
d) 1 A y 4 V
e) 4 A y 4 V

PROBLEMA 32

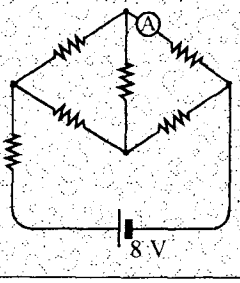
Determine la resistencia interna de una batería de 42 V. La lectura del amperímetro ideal es de 4 A.



a) 0,1 Ω
b) 0,2 Ω
c) 0,3 Ω
d) 0,4 Ω
e) 0,5 Ω

PROBLEMA 33

Si cada resistencia del circuito es de 2 Ω, halle la lectura del amperímetro ideal.



a) 1 A
b) 2 A
c) 3 A
d) 4 A
e) 5 A

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	A	D	A	B	D	C	D	D	C	E	E	D	A	D	B	B	C	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
E	B	A	B	A	D	E	C	D	B	A	E	A

37 Capítulo

ELECTRODINAMICA

EFECTO JOULE

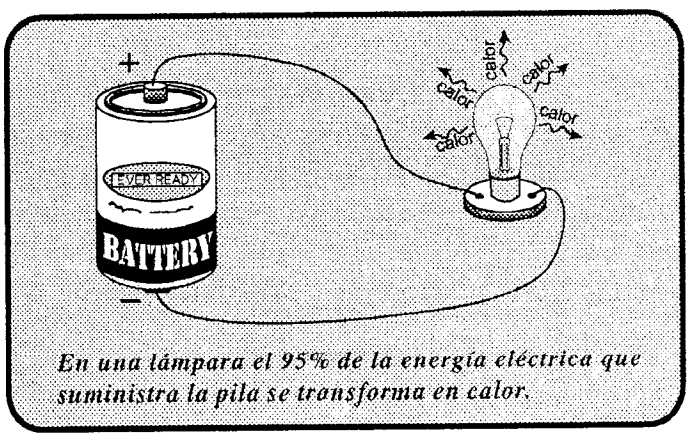
OBJETIVOS

1.	*Estudiar el calentamiento de las resistencias eléctricas.*
2.	*Calcular las pérdidas de potencia y energía en un circuito eléctrico.*

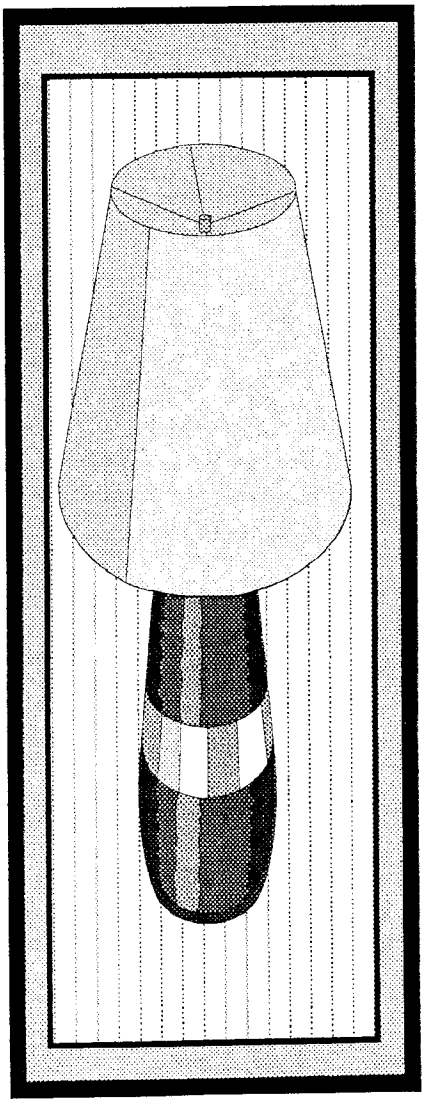
©DHDV

37.1. LA RESISTENCIA ELECTRICA SE CALIENTA:

Todos hemos visto que cuando instalamos una lámpara a los bornes de una batería, la lámpara gradualmente se va calentando. En una resistencia la energía eléctrica se transforma en **calor**, este fenómeno es llamado **efecto Joule**.



En una lámpara el 95% de la energía eléctrica que suministra la pila se transforma en calor.



Otros aparatos como; los calefactores, estufas, tostadores y secadores de cabello eléctrico funcionan bajo este principio.

En los motores eléctricos; la energía eléctrica se transforma en energía mecánica y en calor.

37.2. ENERGIA (CALOR) DISIPADA EN UNA RESISTENCIA:

Cuando una carga eléctrica cruza una resistencia, realiza trabajo y pierde energía, esta pérdida de energía se va al medio ambiente en forma de calor.

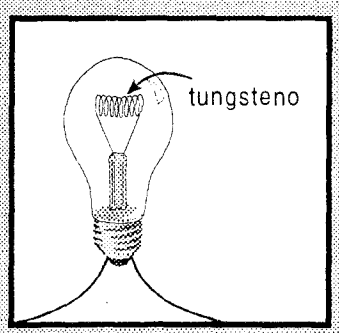
CONSUMO DOMESTICO

En la siguiente tabla se muestra los requerimientos ordinarios de potencia de algunos aparatos electrodomésticos:

Lavadora	1200 W
plancha	1100 W
Refrigerador	400 W
Congelador	500 W
Televisión(colores)	100 W
tostadora	950 W
hervidora	4500 W
horno	300 W
horno microondas	625 W
cafetera	1625 W
estufa	6000 W

LAMPARA INCANDESCENTE

Llamada también bombillo eléctrico consta en su interior de un alambre de tungsteno muy delgado (filamento) el cual con el paso de la corriente y por el fecto Joule se recalienta hasta alcanzar la incandescencia tornándose luminoso. El tungsterno se emplea frecuentemente en los filamientos de las lámparas por su mayor resistencia eléctrica y por su elevado punto de fusión.



En el filamento el 95% de la energía electrica se transforma en calor, el 5% en luz.

El trabajo de la carga o energía disipada al medio ambiente en forma de calor se halla multiplicando el voltaje por la carga en tránsito.

$$W = Vq \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Recordemos que: $I = \frac{q}{t} \quad \rightarrow \quad q = I\,t$

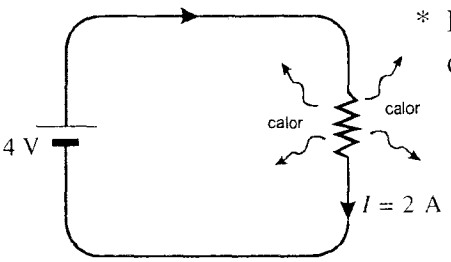
Reemplazando en (1): $\boxed{W = VIt}$

PROBLEMA 01

Una corriente de 2 A circula por una resistencia cuando es instalada a una batería de 4 V. Calcule el calor que disipará esta resistencia en 1 min.

RESOLUCION:

* Representamos el circuito:



* La energía disipada en forma de calor será:

$$W = VIt$$

$$W = (4\ \text{V})(2\ \text{A})(60\ \text{s})$$

$$\boxed{W = 480\ \text{J}}$$

* Con la ley de Ohm ($V = I\,R$), la ecuación anteriormente usada puede tomar otras dos formas:

$$W = (I\,R)\,I\,t$$

$$\boxed{W = I^2Rt}$$

o también: $W = V\left(\frac{V}{R}\right)t$

$$\boxed{W = \frac{V^2}{R}t}$$

PROBLEMA 02

Una corriente de 3 A circula a través de una resistencia de 20 Ω por 10 min. ¿Cuánto calor se genera en J?

RESOLUCION:

* La energía disipada en la resistencia, en forma de calor, también se halla con:

$$W = I^2Rt = (3\ \text{A})^2(20\ \Omega)(10 \cdot 60\ \text{s})$$

$$\boxed{W = 108\,000\ \text{J}}$$

37.3. POTENCIA DISIPADA EN UNA RESISTENCIA:

Es la rapidez con la cual la energía se disipa en una resistencia en forma de calor.

Matematicamente: $P = \dfrac{W}{t}$

Asi como la energía disipada (W) se puede escribir de tres modos diferentes; la potencia también:

$$P = \frac{V\,I\,t}{t} = \frac{I^2 R t}{t} = \frac{\frac{V^2}{R}t}{t}$$

$$\boxed{P = V\,I = I^2 R = \frac{V^2}{R}}$$

Unidades en el SI:

V	I	R	t	W	P
volt	ampere (A)	ohm (Ω)	segundo (s)	joule (J)	watt (W)

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 03

¿Qué potencia consume una calculadora que funciona con 8 V y 0,1 A?

RESOLUCION:

* La potencia disipada en la calculadora será:

$$P = V\,I$$

$$P = (8\text{ V})(0{,}1\text{ A})$$

$$\boxed{P = 0{,}8\text{ W}}$$

PROBLEMA 04

Una secadora de cabello tiene una resistencia de 12 Ω y se conecta a una linea de 120 V. ¿En cuánto tiempo disipará una energía de 24 000 J?

RESOLUCION:

* La energía disipada en una resistencia se puede hallar con:

$$W = \frac{V^2}{R}t$$

$$(24000\text{ J}) = \frac{(120\text{ V})^2}{12\,\Omega}t$$

* Resolviendo $\boxed{t = 20\text{ s}}$

PROBLEMA 05

Una cafetera eléctrica automática tiene 1440 W a 120 V. Si en otras ocasiones la cafetera se debe instalar a 100 V, ¿qué corriente pasará por la cafetera en tales condiciones?

RESOLUCION:

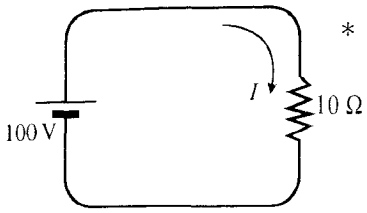
* Con la potencia P = 1440 W y su voltaje V = 120 V hallamos la resistencia de la cafetera:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$(1440\text{ W}) = \frac{(120\text{ V})^2}{R}$$

$$R = 10\,\Omega \ldots\ldots (1)$$

* En otras ocasiones, esta resistencia $R = 10\ \Omega$ se conectará a una fuente $V = 100$ V



* En la ley de Ohm

$$V = I\,R$$

$$100\ \text{V} = I\,(10\ \Omega)$$

$$\boxed{I = 10\ \text{A}}$$

PROBLEMA 06

La resistencia de un electrodoméstico calefactor de 120 V y 1800 W tiene 6 m de longitud. Halle la sección recta de la resistencia si está hecha de tungsteno ($\rho = 5{,}6 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$)

RESOLUCION:

* Con el voltaje $V = 120$ V y la potencia $P = 1800$ W hallamos la resistencia del electrodoméstico.

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$(1800\ \text{W}) = \frac{(120\ \text{V})^2}{R}$$

$$R = 8\ \Omega \ \ldots\ldots\ (1)$$

* Empleamos la ley de Pouillet:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$8\ \Omega = (5{,}6 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m})\frac{(6\ \text{m})}{A}$$

* Resolviendo:

$$\boxed{A = 4{,}2 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^2}$$

PROBLEMA 07

La resistencia de un calentador eléctrico es de 55 Ω y está conectada a un voltaje de 220 V. Halle los kWh que consume el calentador en 5 h de trabajo.

RESOLUCION:

* El kilowatthora (kWh) es una unidad de energía disipada en forma de calor:

$$W = \frac{V^2}{R}t$$

$$W = \frac{(220\ \text{V})^2}{55\ \Omega}(5\ \text{h})$$

$$W = (880\ \text{W})(5\ \text{h})$$

$$W = (0{,}88\ \text{kW})(5\ \text{h})$$

$$\boxed{W = 4{,}4\ \text{kWh}}$$

PROBLEMA 08

Una secadora de pelo de 1200 W está diseñada para 150 V. ¿Cuál será la potencia que disipará si solamente se conecta a 120 V?

RESOLUCION:

* Con la potencia $P = 1200$ W y el voltaje $V = 150$ V hallamos la resistencia de la secadora.

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$1200\ \text{W} = \frac{(150\ \text{V})^2}{R}$$

$$R = \frac{75}{4}\ \Omega$$

* Si conectamos a un voltaje de 120 V la potencia disipada será:

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R}$$

$$P_2 = \frac{(120\ \text{V})^2}{\frac{75}{4}\ \Omega}$$

$$\boxed{P_2 = 768\ \text{W}}$$

PROBLEMA 09

Un calentador eléctrico se conecta a 220 V y consume un corriente de 20 A. Si se coloca en 1,2 L de agua y trabaja durante 30 s; halle:

(a) las calorías que el calentador entrega al

agua. 1 J = 0,24 cal

ⓑ La temperatura que se eleva el agua.

RESOLUCION:

ⓐ Calculamos el calor que entrega el calentador:

$$W = VIt$$

$$W = (220\ \text{V})(20\ \text{A})(30\ \text{s})$$

$$W = 132\ 000\ \text{J}$$

* En calorías será:

$$W = 132\ 000\ (0{,}24\ \text{cal})$$

$$\boxed{W = 31\ 680\ \text{cal}}$$

ⓑ Este calor eleva la temperatura de los 1,2 L (1200 g) de agua:

$$Q = mc\,\Delta T$$

$$31680\ \text{cal} = (1200\ \text{g})\left(1\frac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)\Delta T$$

* Resolviendo:

$$\boxed{\Delta T = 26{,}4\ °\text{C}}$$

AUTOEVALUACION

01 En una resistencia la energía eléctrica se transforma principalmente en:

a) corriente b) voltaje
c) calor d) luz
e) energía mecánica

02 Según el efecto Joule, los alambres conductores, en un circuito:

a) se enfrían b) se calientan
c) se estiran d) se contraen
e) emiten luz

03 ¿En qué caso se manifiesta el efecto Joule?

a) en la caída de una piedra
b) cuando ebulle el agua
c) en el vuelo de un avión
d) cuando se funden los fusibles
e) cuando el sol calienta el agua.

04 Si se duplica la corriente a través de una resistencia, ¿qué sucede con la potencia disipada?.

a) no varía b) se duplica
c) se triplica d) se cuadruplica
e) se reduce a la mitad

05 Una resistencia R se instala a los bornes de una batería de voltaje V, la potencia que disipa será:

a) $\frac{R}{V}$ b) V^2R c) $\frac{V^2}{R}$ d) VR^2 e) $\frac{V}{R^2}$

06 Dos resistencias R_1 y R_2 $(R_1 > R_2)$ se conectan en serie a un batería; con respecto a la potencia que disipa cada resistencia podemos afirmar que:

a) $P_1 < P_2$ b) $P_1 = P_2$ c) $P_1 > P_2$
d) F. Datos e) N.A.

07 Las resistencias R_1 y R_2 $(R_1 > R_2)$ al ser conectadas en paralelo a una misma batería disipan potencias de P_1 y P_2, con respecto a estas se cumplirá que:

a) $P_1 = P_2$ b) $P_1 > P_2$ c) $P_1 < P_2$
d) $P_1 = P_2 = 0$ e) N.A.

08 Por un alambre conductor, cuya resistencia eléctrica es R, fluye una corriente I. La potencia que se disipa en este alambre es:

a) IR b) IR^2 c) $\frac{I^2}{R}$ d) I^2R e) N.A

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 09

La inscripción en una lámpara incandescente es de 100 W – 200 V. Calcule su resistencia.

a) 454 Ω b) 464 Ω c) 474 Ω
d) 484 Ω e) 494 Ω

PROBLEMA 10

Una bombilla eléctrica disipa 1,5 W cuando por ella fluye una corriente de 0,3 A. ¿Qué voltaje se le aplicó?

a) 1 V b) 2 V c) 3 V d) 4 V e) 5 V

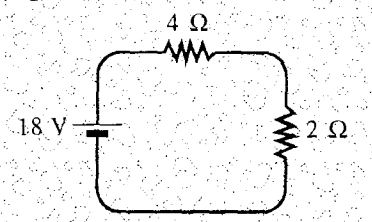
PROBLEMA 11

A los bornes de una batería de 12 V se instala, durante un minuto, una resistencia de 6 Ω. ¿Qué energía disipará esta resistencia durante ese tiempo?

a) 1340 J b) 1440 J c) 1540 J
d) 1640 J e) 1740 J

PROBLEMA 12

En el siguiente circuito, calcule la potencia que disipará la resistencia de 4 Ω



a) 3 W
b) 6 W
c) 12 W
d) 18 W
e) 36 W

PROBLEMA 13

La resistencia de una sartén eléctrica consume una corriente de 3 A cuando está conectada a una línea de 220 V. ¿Halle la energía, que en esta resistencia, se transforma en calor durante 1 min?

a) 39 600 J b) 39 700 J c) 39 800 J
d) 39 900 J e) 40 000 J

PROBLEMA 14

¿Qué corriente debe circular por una resistencia de 4 Ω para que en 3 minutos se desprenda 2880 J de calor en esta resistencia?

a) 1 A b) 2 A c) 3 A d) 3 A e) 5 A

PROBLEMA 15

Tres resistencias de 1 Ω, 2 Ω y 3 Ω se conectan en serie a una batería de 12 V. Calcule la potencia que disipará el circuito.

a) 20 W b) 22 W c) 24 W d) 28 W e) 32 W

PROBLEMA 16

Una linterna portátil trabaja con una batería de 3 V y una pequeña bombilla de 2 Ω, ¿Qué energía disipará la bombilla en 10 min?

a) 2700 J b) 2800 J c) 2900 J
d) 3000 J e) 3100 J

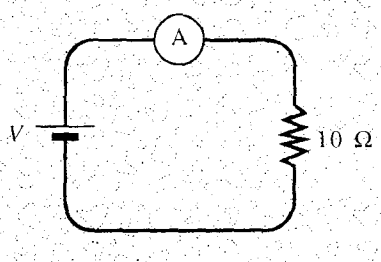
PROBLEMA 17

Una tostadora eléctrica se instala a una línea de 220V y consume una corriente de 0,6 A. ¿qué potencia consume?

a) 122 W b) 132 W c) 142 W
d) 152 W e) 162 W

PROBLEMA 18

Halle el calor que se desprende, en cada segundo, en la resistencia de 10 Ω. La lectura del amperímetro ideal es de 2 A.

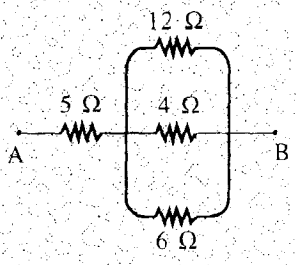


a) 10 J
b) 20 J
c) 30 J
d) 40 J
e) 50 J

NIVEL II

PROBLEMA 19

¿Cuál será la potencia que se disipará cuando los terminales A y B del circuito se instale a los bornes de una batería de 21 V?



a) 57 W
b) 59 W
c) 61 W
d) 63 W
e) 65 W

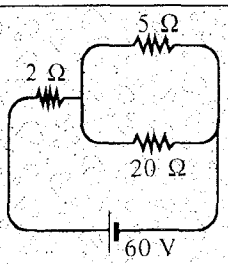
PROBLEMA 20

En paralelo se colocan tres aparatos electrodomésticos cuyas inscripciones son: 220 V - 100 W, 220 V - 500 W y 220 V - 280 W. La línea de alimentación es de 220 V. Calcule la corriente que absorve el circuito.

a) 3 A b) 4 A c) 5 A d) 6 A e) 7 A

PROBLEMA 21

En el circuito, halle la potencia que consumirá la resistencia de 20 Ω



a) 60 W
b) 70 W
c) 80 W
d) 90 W
e) 100 W

PROBLEMA 22

La resistencia de un calentador eléctrico es de 242 Ω, si debe conectarse a una línea de 220 V, halle el calor que suministra este calentador en cada segundo. 1 J = 0,24 cal.

a) 48 cal b) 58 cal c) 68 cal
d) 78 cal e) 88 cal

PROBLEMA 23

Una lámpara incandescente tiene la siguiente inscripción 220V - 100 W. Halle la corriente que fluirá por esta lámpara cuando sea conectada a una línea de 242 V.

a) 0,1 A b) 0,2 A c) 0,3 A
d) 0,4 A e) 0,5 A

PROBLEMA 24

Dos lámparas cuyas inscripciones son de 120 V-40 W y 120 V-60 W se instalan en serie a una línea de 120 V. Calcule la corriente que circulará por cada lámpara.

a) 0,1 A b) 0,2 A c) 0,3 A
d) 0,4 A e) 0,5 A

PROBLEMA 25

Un alambre de platino ($\rho = 1{,}04 \cdot 10^{-7}\ \Omega \cdot m$), de 10 m de longitud, se conecta a los bornes de una pila de 2 V. Calcule la potencia que disipa este alambre cuya sección transversal es de $2{,}6 \cdot 10^{-6}\ m^2$

a) 10 W b) 20 W c) 30 W d) 40 W e) 50 W

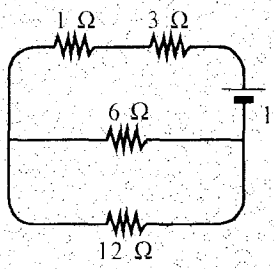
PROBLEMA 26

Dos resistencias idénticas conectadas en serie a una batería disipan una potencia de 40 W. si estas mismas resistencias se conectan en paralelo a la misma batería, ¿qué potencia disiparán?

a) 10 W b) 40 W c) 80 W
d) 120 W e) 160 W

PROBLEMA 27

Determine la potencia que disipa el circuito, en la siguiente figura.



a) 16 W
b) 20 W
c) 24 W
d) 28 W
e) 32 W

PROBLEMA 28

Dos resitencias de 10 Ω y 6 Ω se instalan en serie a cierta batería. La primera disipa una potencia de 50 W. Halle la potencia que disipará la segunda resistencia.

a) 10 W b) 20 W c) 30 W
d) 40 W e) 50 W

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	D	D	C	C	C	D	D	E	B	E	A	B	C	A	B	D	D	B
21	22	23	24	25	26	27	28												
C	A	E	B	A	E	E	C												

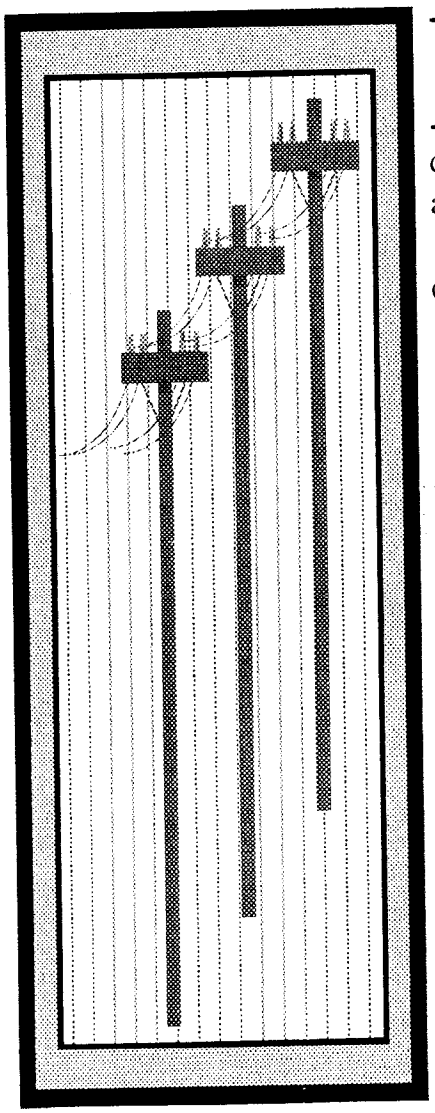
38 Capítulo

ELECTRODINAMICA

LEYES DE KIRCHHOFF

OBJETIVOS

1. *Conocer las leyes de conservación de la carga y la energía en un circuito eléctrico.*
2. *Resolver circuitos con más de una fuente de fuerza electromotriz.*



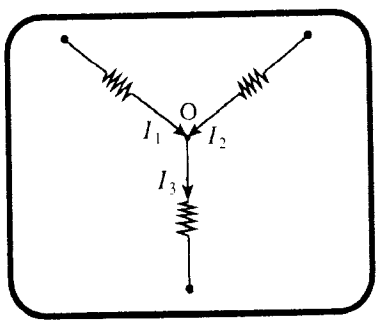
La ley de Ohm se emplea cuando en un circuito hay solamente una batería y las resistencias se pueden reemplazar por una resistencia equivalente. Cuando hay varias baterías distribuidas en todo el circuito y las resistencias no pueden reducirse a una equivalente, es necesario ampliar la ley de Ohm. En el año 1845 el físico alemán G.R. Kirchhoff amplió la ley de Ohm para circuitos más complejos, inventando dos leyes:

> *Las leyes de Kirchhoff se aplican a circuitos más complejos en donde la ley de Ohm no podría aplicarse.*

38.1. PRIMERA LEY DE KIRCHHOFF:

Llamada también ley del nudo. Se basa en la conservación de la carga.

> *En cualquier nudo, o conexión, la suma de todas las corrientes que entran debe ser igual a la suma de todas las corrientes que salen.*



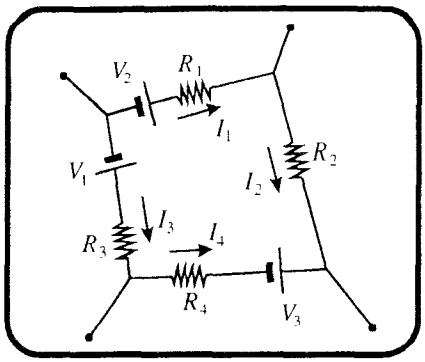
En el nudo "O", según la primera ley de Kirchhoff se debe cumplir que:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

38.2. SEGUNDA LEY DE KIRCHHOFF:

Llamada también ley del circuito (malla), se basa en la conservación de la energía:

> *En cualquier circuito; la suma algebraica de las fem debe ser igual a la suma algebraica de las caídas de potencial (I R) de cada resitencia del circuito.*



Matematicamente:

$$\Sigma V = \Sigma IR$$

38.3. LEYES DE KIRCHHOFF EN UN CIRCUITO DE UNA MALLA:

Para instalaciones que tienen solamente una malla, la segunda ley de Kirchhoff es:

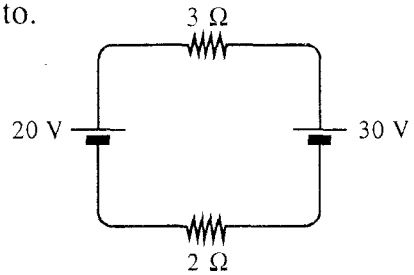
$$\Sigma V = \Sigma IR$$

Como solamente hay un circuito, la corriente que circula por cada resistencia es la misma, factorizando esta corriente tendremos:

$$\Sigma V = I\ \Sigma R$$

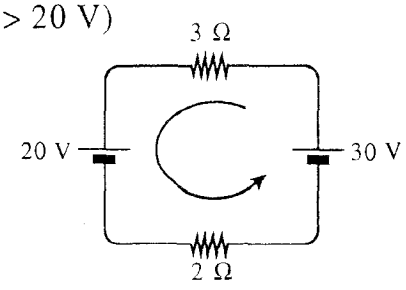
PROBLEMA 01

Calcule la corriente que circula por el siguiente circuito.



RESOLUCION:

* Observe que prevalece el sentido de la corriente de la fuente de mayor voltaje (30V > 20 V)



* En la ley de Kirchhoff:

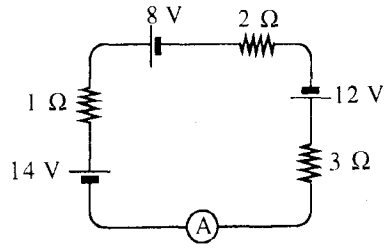
$$\Sigma V = I\,\Sigma R$$

$$(30\ \text{V} - 20\ \text{V}) = I(3\ \Omega + 2\ \Omega)$$

$$I = 2\ \text{A}$$

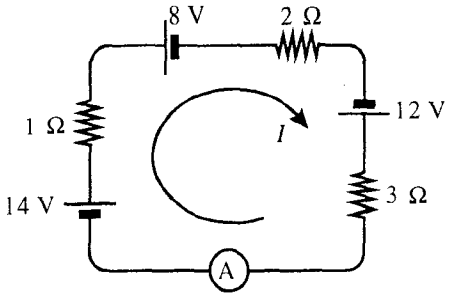
PROBLEMA 02

En el circuito determine la lectura del amperímetro ideal.



RESOLUCION:

* El sentido de la corriente es horaria porque 12 V + 14 V > 8 V



* En la ley de kirchhoff:

$$\Sigma V = I\,\Sigma R$$

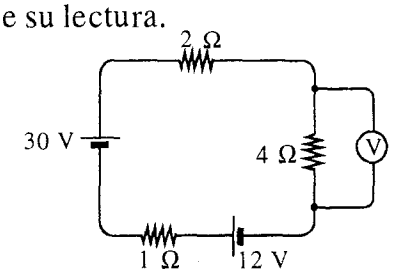
$$(12\text{ V} + 14\text{ V} - 8\text{ V}) = I(3\ \Omega + 1\ \Omega + 2\ \Omega)$$

$$\boxed{I = 3\text{ A}}$$

* Esta corriente es leída por el amperímetro.

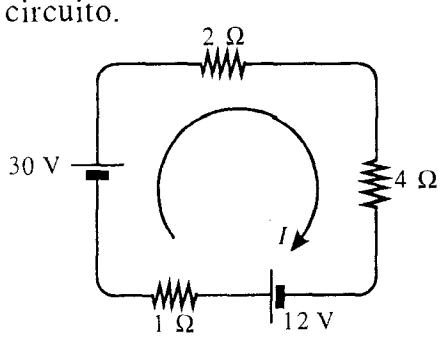
PROBLEMA 03

Un voltímetro ideal se ha instalado en el circuito, halle su lectura.



RESOLUCION:

* El voltímetro ideal es como si no estuviera en el circuito.



$$\Sigma V = I\,\Sigma R$$

$$12\text{ V} + 30\text{ V} = I(1\ \Omega + 2\ \Omega + 4\ \Omega)$$

$$I = 6\text{ A}$$

* El voltímetro leerá la diferencia de potencial (voltaje) entre los puntos extremos de la resistencia de 4 Ω

$$\text{Ⓥ} = IR$$

$$\text{Ⓥ} = (6\text{ A})(4\ \Omega)$$

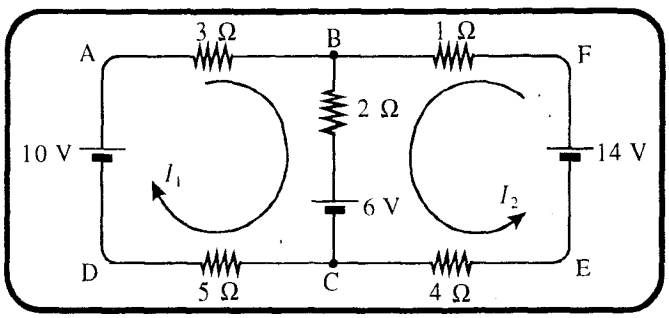
$$\boxed{\text{Ⓥ} = 24\text{ V}}$$

38.4. LEYES DE KIRCHHOFF EN UN CIRCUITO DE DOS MALLAS:

Juntando las dos leyes de Kirchhoff, cuando en el circuito hay dos mallas, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\boxed{\Sigma V = I_P \Sigma R \pm I_S R_C}$$

Esta ecuación deberá emplearse en cada malla pequeña, ejemplo:



En cada malla:

ΣV : Suma algebraica de voltajes

I_P : Corriente principal

ΣR : Suma de resistencias en la malla.

I_S : Corriente secundaria

R_C : Resistencia común a ambas mallas.

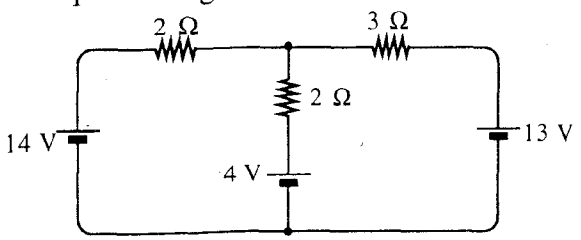
$\pm$: El signo (+) se emplea en el lado común cuando las corrientes pasan en el mismo sentido, el signo (−) cuando pasen en sentidos contrarios.

Para el circuito anteriormente mostrado se cumplirá que:

Malla ABCDA	Malla BCEFB
$\Sigma V = 10\ V - 6\ V = 4\ V$	$\Sigma V = 14\ V - 6\ V = 8\ V$
$I_P = I_1$	$I_P = I_2$
$\Sigma R = 3\ \Omega + 2\ \Omega + 5\ \Omega = 10\ \Omega$	$\Sigma R = 1\ \Omega + 2\ \Omega + 4\ \Omega = 7\ \Omega$
$I_S = I_2$	$I_S = I_1$
$R_C = 2\ \Omega$	$R_C = 2\ \Omega$

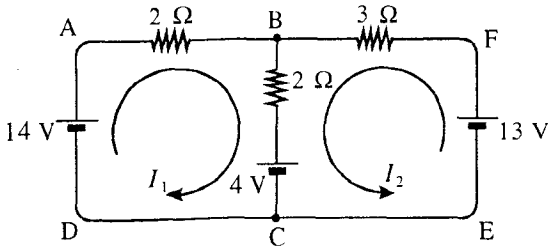
PROBLEMA 04

En el circuito que se muestra calcule las corrientes que entregan las fuentes.



RESOLUCION:

* Representamos las corrientes en cada malla:



* Leyes de Kirchhoff en la malla ABCDA:

$$\Sigma V = I_P \Sigma R \pm I_S R_C$$

$$14 - 4 = I_1(2 + 2) + I_2(2)$$

$$10 = 4I_1 + 2I_2$$

* Despejando: $I_2 = 5 - 2I_1$ ..... (1)

* Leyes de Kirchhoff en la malla BCEFB:

$$\Sigma V = I_P \Sigma R \pm I_S R_C$$

$$13 - 4 = I_2(3 + 2) + I_1(2)$$

$$9 = 5I_2 + 2I_1 \text{ ..... } (2)$$

* Reemplazando (1) en (2):

$$9 = 5(5 - 2I_1) + 2I_1$$

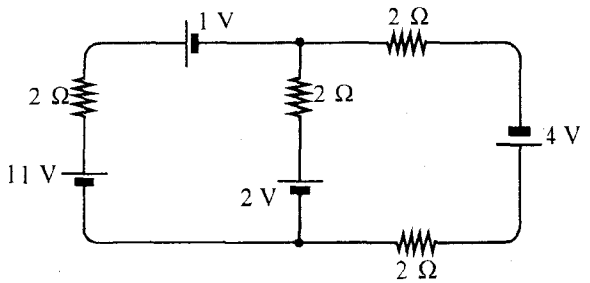
$$9 = 25 - 10I_1 + 2I_1$$

* Resolviendo:

$$I_1 = 2\ A$$
$$I_2 = 1\ A$$

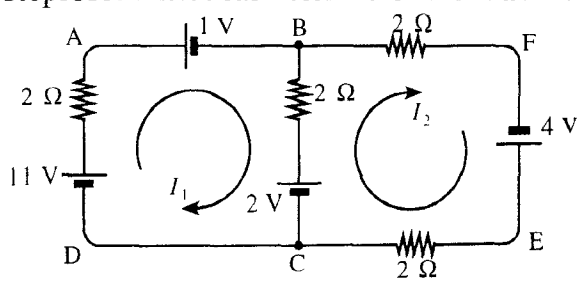
PROBLEMA 05

En la figura adjunta, calcule las corrientes de las redes del circuito:



RESOLUCION:

* Representamos las corrientes en cada malla:



* Leyes de Kirchhoff en la malla ABCDA:

$$\Sigma V = I_P \Sigma R \pm I_S R_C$$

$$11 - 1 - 2 = I_1(2 + 2) - I_2(2)$$

$$8 = 4I_1 - 2I_2$$

* Despejando: $I_2 = 2I_1 - 4$ ..... (1)

* Leyes de Kirchhoff en la malla BCEFB

$$\Sigma V = I_P \Sigma R \pm I_S R_C$$

$$4 + 2 = I_2(2 + 2 + 2) - I_1(2)$$

$$6 = 6I_2 - 2I_1$$

$$3 = 3I_2 - I_1 \text{ ..... } (2)$$

* Reemplazando (1) en (2):

$$3 = 3(2I_1 - 4) - I_1$$

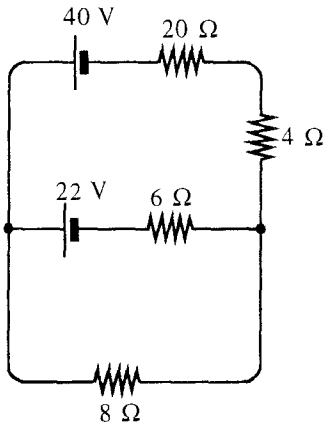
$$3 = 6I_1 - 12 - I_1$$

* Resolviendo:

$$I_1 = 3 \text{ A}$$
$$I_2 = 2 \text{ A}$$

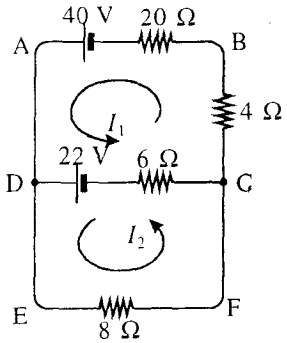
PROBLEMA 06

Calcule las corrientes que se presentan en el circuito:



RESOLUCION:

* Representamos las corrientes en cada malla:



* Leyes de Kirchhoff en la malla ABCDA

$$\Sigma V = I_P \Sigma R \pm I_S R_C$$

$$40 - 22 = I_1(6 + 4 + 20) - I_2(6)$$

$$18 = 30I_1 - 6I_2$$

* Despejando: $I_2 = 5I_1 - 3$ ..... (1)

* Leyes de Kirchhoff en la malla CDEFC:

$$\Sigma V = I_P \Sigma R \pm I_S R_C$$

$$22 = I_2(8 + 6) - I_1(6)$$

$$11 = 7I_2 - 3I_1 \text{ ..... } (2)$$

* Reemplazando (1) en (2):

$$11 = 7(5I_1 - 3) - 3I_1$$

$$11 = 35I_1 - 21 - 3I_1$$

* Resolviendo:

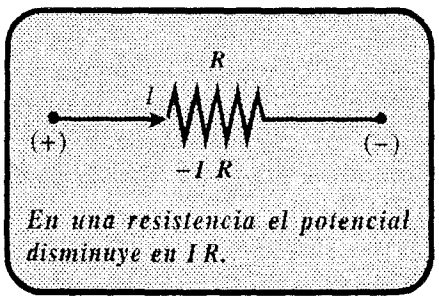
$$I_1 = 1 \text{ A}$$
$$I_2 = 2 \text{ A}$$

38.5. TEOREMA DE LA TRAYECTORIA:

De acuerdo a las leyes de Kirchhoff, las baterías entregan energía al circuito y las resistencias consumen esta energía.

38.5.1. EN UNA RESISTENCIA:

Siguiendo el sentido de la corriente; la energía y el potencial eléctrico disminuyen ($-IR$) en una resitencia.



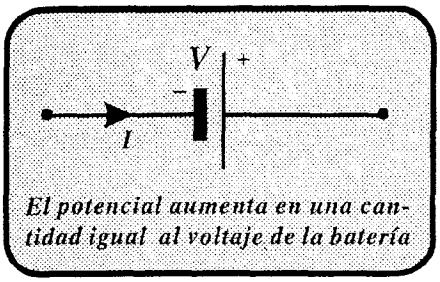
Matematicametne; la caída o disminución de potencial es:

$$V = -IR$$

38.5.2. EN UNA BATERIA:

Siguiendo el sentido de la corriente; en una batería el potencial eléctrico podría aumentar o disminuir, según la polaridad (polos) de la batería.

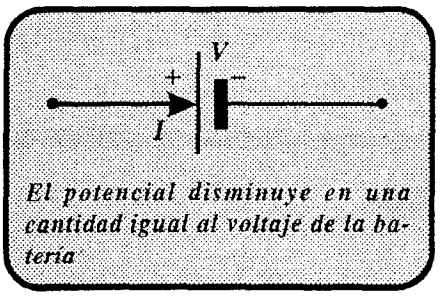
I. Si internamente la corriente, por la batería, pasa desde el polo negativo (−) al polo positivo (+) el potencial de la carga **aumenta.**



El potencial aumenta en una cantidad igual al voltaje de la batería

Matematicamente, para la situación que se muestra, el potencial de la carga aumenta (+V).

II. Si internamente la corriente, por la batería, pasa desde el polo positivo (+) al polo negativo (−) el potencial de la carga **disminuye:**



El potencial disminuye en una cantidad igual al voltaje de la batería

Matematicamente, para la situación que se muestra, el potencial de la carga disminuye (−V)

PROBLEMA 07

En el diagrama se muestra un ramal de un circuito. Halle la diferencia de potencial entre los terminales A y B, si desde A hacia B circula una corriente de 2 A.

RESOLUCION:

* Para usar el teorema de la trayectoria se tendrá en cuenta que:

* En la primera batería el potencial disminuye en −10 V

* En la resistencia el potencial disminuye en $-I\,R = -(2\text{ A})(3\ \Omega) = -6$ V

* En la segunda batería el potencial aumenta en +4 V

* Luego; seguimos la corriente desde A hacia B:

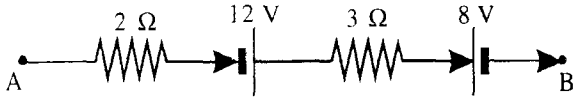
$$V_A - 10\text{ V} - (2\text{ A})(3\ \Omega) + 4\text{ V} = V_B$$

$$V_A - 10\text{ V} - 6\text{ V} + 4\text{ V} = V_B$$

$$\boxed{V_A - V_B = 12\text{ V}}$$

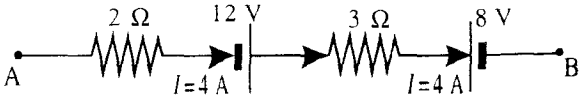
PROBLEMA 08

En el ramal, desde A hacia B fluye una corriente de 4 A. Calcule la disferencia de potencial entre A y B.



RESOLUCION:

* Usamos el teorema de la trayectoria.



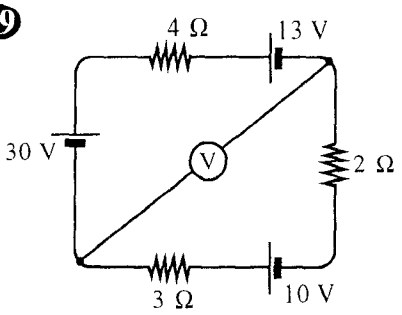
$$V_A - (4\text{ A})(2\ \Omega) + 12\text{ V} - (4\text{ A})(3\ \Omega) - 8\text{ V} = V_B$$

$$V_A - 8\ V + 12\ V - 12\ V - 8\ V = V_B$$

$$\boxed{V_A - V_B = 16\ V}$$

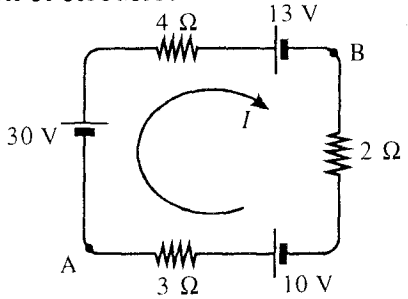
PROBLEMA 09

En el circuito que se muestra a continuación, calcule la lectura del voltímetro ideal.



RESOLUCION:

* Si el voltímetro es ideal es como si no estuviera en el circuito.



* Usamos la ley de Kirchhoff para una malla:

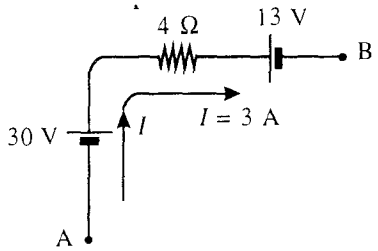
$$\Sigma V = I\Sigma R$$

$$10 + 30 - 13 = I(3 + 4 + 2)$$

$$27 = I(9)$$

$$I = 3\ A \ldots\ldots (1)$$

* Usamos el teorema de la trayectoria en el tramo desde A hacia B:



$$V_A + 30\ V - (3\ A)(4\ \Omega) - 13\ V = V_B$$

* Desarrollando: $\boxed{V_B - V_A = 5\ V}$

* Esta diferencia de potencial es leída por el voltímetro ideal.

AUTOEVALUACION

01 Las leyes de Kirchhoff son una ampliación de la(s) ley(s) de:

a) Newton b) Joule c) Kepler
d) Ohm e) Pouillet

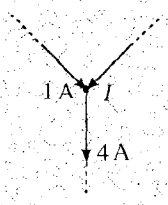
02 La segunda ley de Kirchhoff se basa en:

a) la conservación de la masa
b) la conservación de la carga
c) la conservación de la corriente
d) la conservación de la energía
e) la conservación del movimiento

03 La primera ley de Kirchhoff también es llamada; ley .....

a) de mallas b) de la inercia c) del nudo
d) de Joule e) de Ohm

04 Según el nudo que se muestra en el diagrama, la corriente I debe ser:



a) 0
b) 1 A
c) 2 A
d) 3 A
e) 4 A

05 Señale con verdadero (V) o falso (F):

I. La primera ley de Kirchhoff se deduce de un balance de carga.
II. La segunda ley de Kirchhoff se deduce de un balance de energía.
III. La segunda ley de Kirchhoff también es llamada ley de mallas.

a) VVF b) VFV c) FVV
d) VVV e) VFF

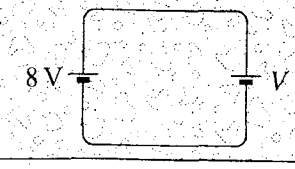
06 Según la segunda ley de Kirchhoff: La energía que suministran las baterías ...

a) se transforma a corriente eléctrica.
b) se transforma a carga eléctrica
c) se disipa en las mismas baterías
d) se disipa en las resistencias
e) no se transforma.

07 En una resistencia el potencial eléctrico de las cargas:

a) aumenta b) no varía c) dimisnuye
d) se hace cero e) puede aumentar

08 Dos baterías ideales se han conectado en paralelo como se muestra en el diagrama. Calcule V.



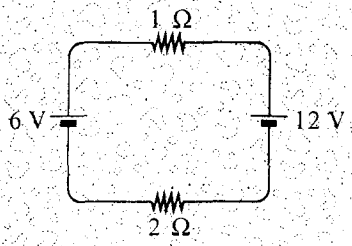
a) igual a 8 V
b) menor que 8 V
c) mayor que 8 V
d) indefinido
e) mayor que cero

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 09

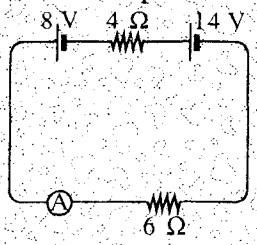
Determine la corriente del circuito:



a) 1 A
b) 2 A
c) 3 A
d) 4 A
e) 5 A

PROBLEMA 10

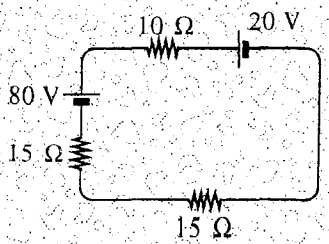
Calcule, usando la segunda ley de Kirchhoff, la lectura del amperímetro ideal.



a) 2,1 A
b) 2,2 A
c) 2,3 A
d) 2,4 A
e) 2,5 A

PROBLEMA 11

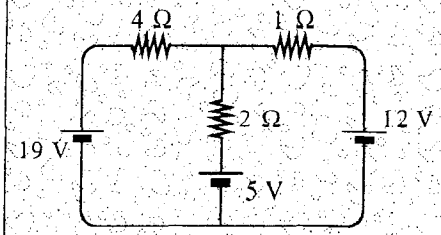
En el circuito de una malla, halle la corriente que fluirá por las resistencias.



a) 0,5 A
b) 1,0 A
c) 1,5 A
d) 2,0 A
e) 2,5 A

PROBLEMA 12

En el circuito, halle la corriente que pasa por la batería de 19 V.

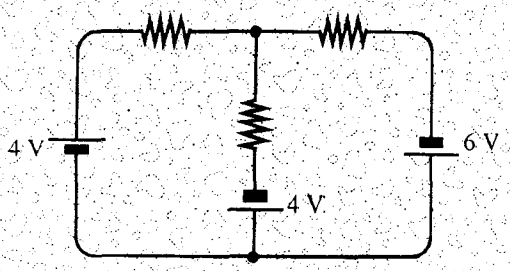


a) 1 A
b) 2 A
c) 3 A
d) 4 A
e) 5 A

PROBLEMA 13

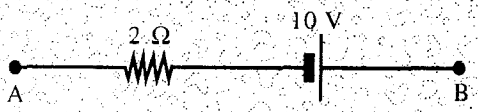
Si cada resistencia del circuito es de 2 Ω. Halle la corriente que fluye por la batería de 6 V

a) 1 A
b) 2 A
c) 3 A
d) 4 A
e) 5 A



PROBLEMA 14

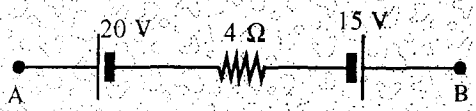
Si desde A hacia B circula una corriente de 3 A, ¿qué diferencia de potencial se establece entre A y B?



a) 4 V b) 8 V c) 12 V d) 16 V e) 20 V

PROBLEMA 15

Halle la diferencia de potencial entre los puntos A y B cuando desde A hacia B circule una corriente de 2 A.



a) 4 V b) 8 V c) 13 V d) 18 V e) 24 V

NIVEL II

PROBLEMA 16

Dos baterías de 10 V y 4 V tienen resistencias internas de 1 Ω y 0,5 Ω respectivamente. Si son conectadas en paralelo, ¿qué corriente circulará por la conexión?

a) 1 A b) 2 A c) 3 A d) 4 A e) 5 A

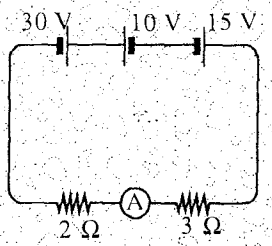
PROBLEMA 17

En el problema anterior, halle la corriente si se conectaran los polos opuestos de ambas baterías formando un circuito..

a) 5,3 A b) 6,3 A c) 7,3 A d) 8,3 A e) 9,3 A

PROBLEMA 18

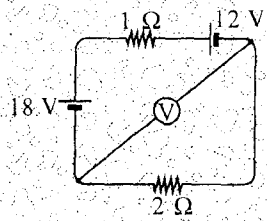
Halle la lectura del amperímetro ideal que se observa en el circuito.



a) 1 A
b) 3 A
c) 5 A
d) 7 A
e) 9 A

PROBLEMA 19

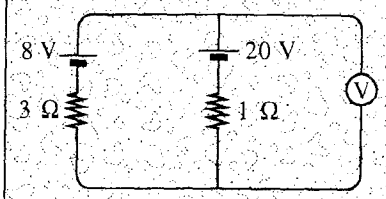
Considerarndo que el voltímetro es ideal, calcule su lectrua.



a) 2 V
b) 4 V
c) 6 V
d) 8 V
e) 10 V

PROBLEMA 20

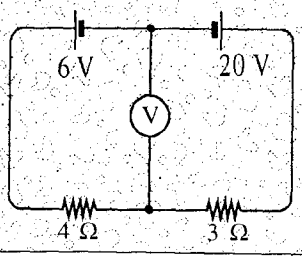
Calcule la lectura del voltímetro ideal que ha sido instalado en el siguiente circuito.



a) 11 V
b) 13 V
c) 15 V
d) 17 V
e) 19 V

PROBLEMA 21

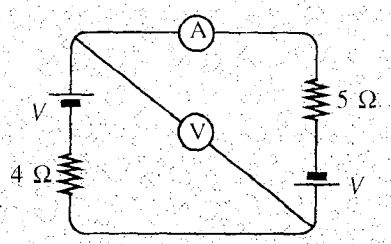
La lectura del voltímetro ideal es:



a) 14 V
b) 15 V
c) 16 V
d) 17 V
e) 18 V

PROBLEMA 22

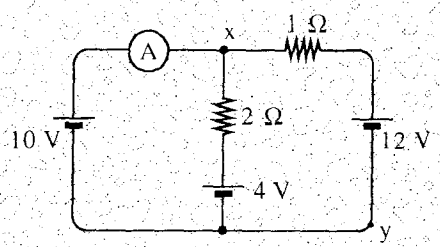
Halle la lectura del voltímetro ideal, si la lectura del amperímetro ideal es 2 A.



a) 1V
b) 2V
c) 3V
d) 4V
e) 5V

PROBLEMA 23

Halle la lectura del amperímetro ideal instalado en el circuito.



a) 1 A
b) 2 A
c) 3 A
d) 4 A
e) 5 A

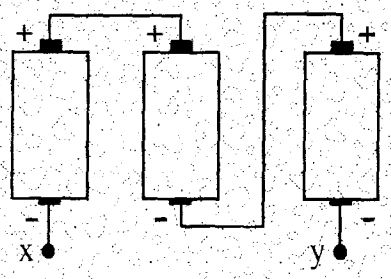
PROBLEMA 24

Si en el problema anterior; instalamos un voltímetro ideal entre los puntos X e Y, ¿qué lectura indicará?

a) 8 V b) 10 V c) 12 V
d) 14 V e) 16 V

PROBLEMA 25

Si cada pila que se muestra en el diagrama es de 2 V, halle la diferencia de potencial entre los terminales X e Y.



a) 0 b) 2 V c) 4 V
d) 6 V e) 8 V

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	C	D	D	D	C	A	B	B	C	B	B	A	C	D	E	D	B	D

21	22	23	24	25
A	A	A	B	B

39 Capítulo

TEORIA DEL MAGNETISMO

OBJETIVOS	
1.	*Analizar las cualidades y comportamiento de los imanes.*
2.	*Estudiar el magnetismo terrestre.*

©DHDV

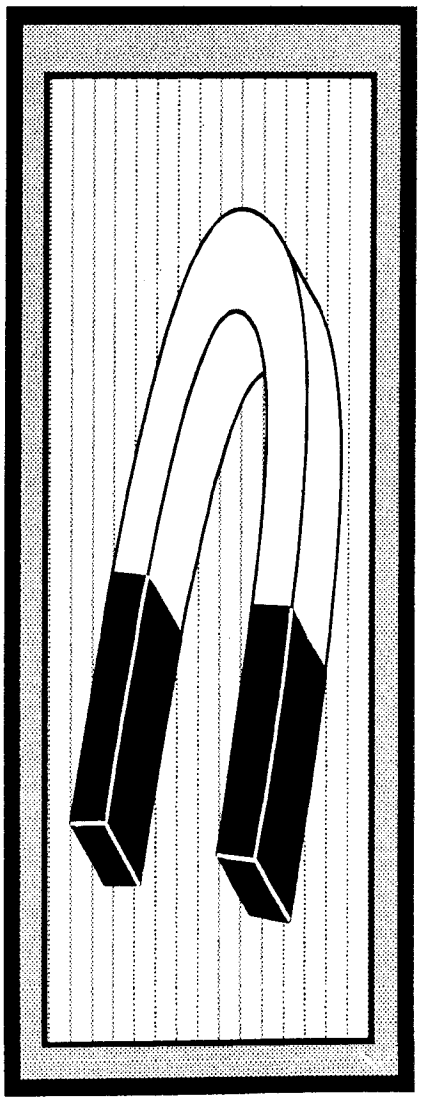
39.1. EL MAGNETISMO:

El magnetismo es una misteriosa fuerza con la que ciertos cuerpos, llamados IMANES atraen limaduras de hierro.

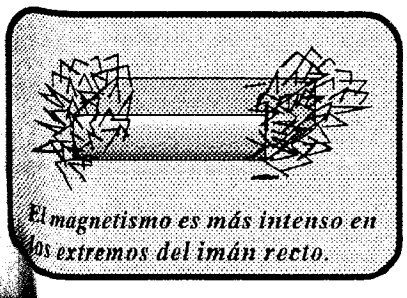
Las primeras observaciones de las propiedades magnéticas fueron realizadas por los griegos, en una ciudad del Asia Menor, llamada MAGNESIA, de allí su nombre magnetismo. Se encontró que algunas "piedras" atraían trozos de hierro, estas piedras están constituidas por un óxido de hierro (Magnetita) y se las llamó **imanes naturales.**

El magnetismo es una propiedad misteriosa que poseen algunos cuerpos para atraer trocitos de hierro.

Con el paso de los años, el hombre aprendió a construir imanes más potentes a los que llamó **imanes artificales.** Un imán artificial muy usado es el iman recto que consta de una barra magnética.



39.2. POLOS MAGNETICOS DE UN IMAN RECTO:



El magnetismo es más intenso en los extremos del imán recto.

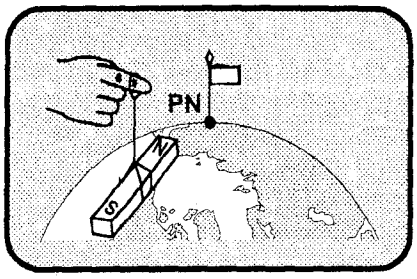
Si una barra magnética se coloca entre limaduras de hierro, las limaduras se adhieren mayormente en los extremos de la barra.

Los puntos en donde el magnetismo es más intenso se llaman

polos del imán. A la línea recta que pasa por estos polos se denomina **eje magnético del imán.**

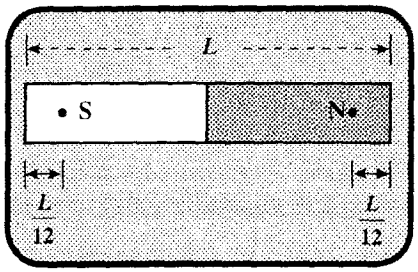
39.2.1. POLO NORTE DE UN IMAN RECTO:

Cuando una barra magnética es suspendida desde su centro por un hilo, su eje magnético oscilará hasta apuntar aproximadamente al polo Norte geográfico (PN) de la Tierra.



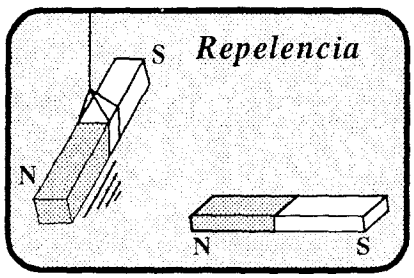
El polo del imán recto que apunta hacia el Norte geográfico de la Tierra es llamado polo Norte del imán. El otro extremo del imán será llamado polo Sur.

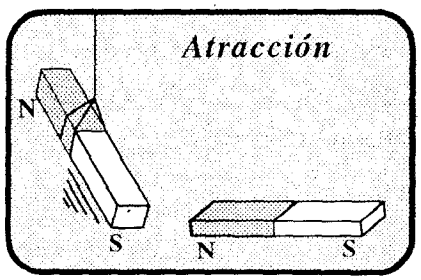
Haciendo medidas cuidadosas se observa que para un imán recto, los polos Norte y Sur se ubican a un doceavo de la longitud del imán, medido desde un extremo del imán.



39.2.2. INTERACCIONES MAGNETICAS:

En los siguientes diagramas se puede observar las interacciones magnéticas que se pueden presentar entre dos polos de un imán.





Polos magnéticos iguales se repelen entre sí, y polos magnéticos diferentes se atraen entre sí.

39.2.3. ¿COMO HACER IMANES?

El material empleado para hacer imanes depende del uso que va a tener:

Si queremos un imán permanente (durable) debemos emplear barras de ACERO.

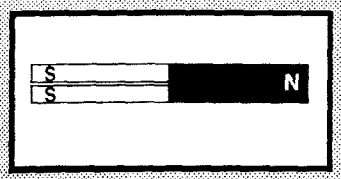
Si queremos un imán de corta duración debemos emplear barras de HIERRO.

IMAN DE 3 POLOS

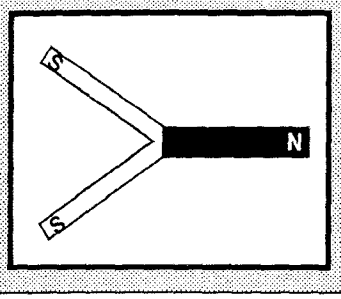
La mayoría de los imánes tienen dos polos, dos lugares donde la fuerza del campo es claramente más fuerte. Un imán puede tener más de dos polos. Con imanes flexibles modernos pueden formarse imánes de muchos polos.

Para hacer un imán de tres polos se procede del siguiente modo.

❶ Se corta a lo largo del imán barra hasta la mitad.



❷ Separar ambos lados dándole la forma de Y tripolar



Existen varios métodos para hacer imanes, pero el más efectivo es el método eléctrico.

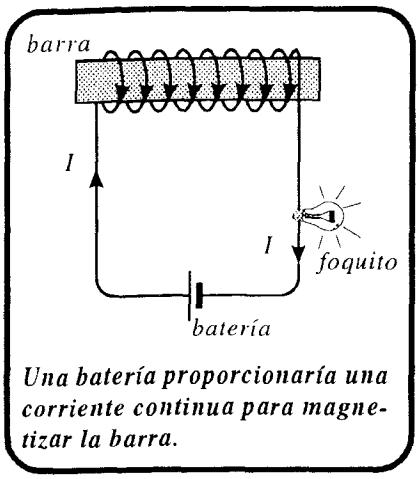
METODO ELECTRICO:

Es el método más efectivo para magnetizar una barra de acero o de hierro.

Procedimiento:

a. Envolver la barra con varios cientos de vueltas de alambre conductor.

b. Hacer pasar por el mencionado alambre una corriente eléctrica continua (de una sola dirección) de fuerte intensidad.



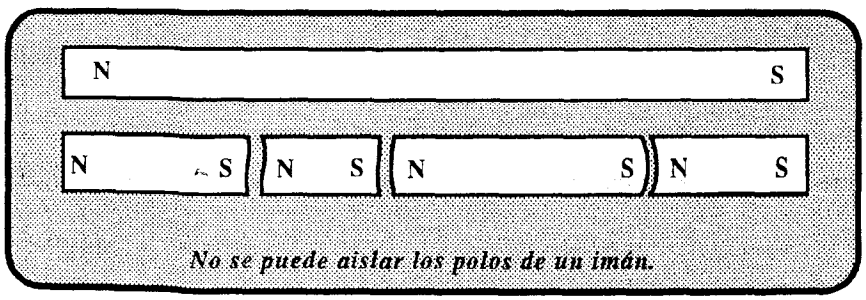
Una batería proporcionaría una corriente continua para magnetizar la barra.

* Si la barra es de hierro se magnetizará rapidamente, si es de acero tomará su tiempo.
* Si se interrumpe la corriente, la barra de hierro se desmagnetizará rapidamente, pero si es de acero tendrá un magnetismo durable (imán permanente)
* La bombilla eléctrica (foquito) se instala en el circuito para protegerlo de un cortocircuito.

39.4. TEORIA DEL MAGNETISMO:

39.4.1. INSEPARABILIDAD DE LOS POLOS DE UN IMAN:

Si una barra magnética de acero es quebrada en varias piezas, cada parte vuelve a tener los polos Norte y Sur siendo imposible obtener un imán de un solo polo:



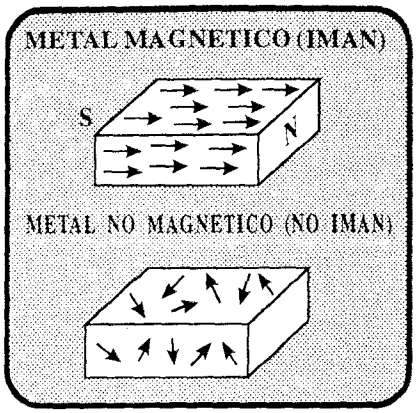
No se puede aislar los polos de un imán.

La barra magnética puede seguir quebrándose en muchísimas piezas y cada proción, por muy pequeña que sea, seguirá siendo un imán, de aquí se deduce que:

> *Los imanes están constituidos por una infinidad de pequeños imanes llamados imanes moleculares* (→)

De acuerdo con esta teoría, un metal es un imán cuando sus imanes moleculares presentan una misma orientación.

Los metales no magnéticos (no imanes) son aquellos cuyos imanes moleculares no están alineados.

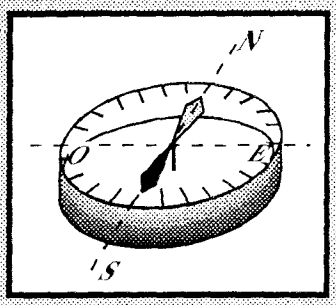


Magnetizar una barra de acero es simplemente alinear su imanes moleculares.

BRUJULA

Si se cuelga un imán barra de un hilo delgado, se verá que uno de sus polos apuntará siempre hacia el norte.

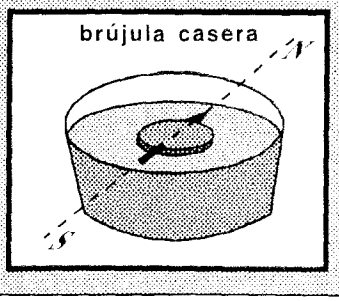
Este es el principio de la brujula. La aguja de la brujula es tan sólo un imán soportado en su centro para que pueda girar libremente.



La aguja de la brújula se orienta según el campo magnético de la Tierra.

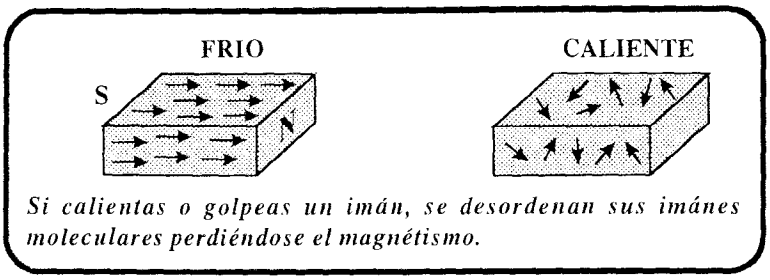
EXPERIMENTO

Atraviese una aguja imantada por una rodaja de corcho. Colocándola a flotar en un vaso con agua verá que un extremo de la aguja siempre apuntará hacia el Norte.



39.4.2. DESMAGNETIZACION:

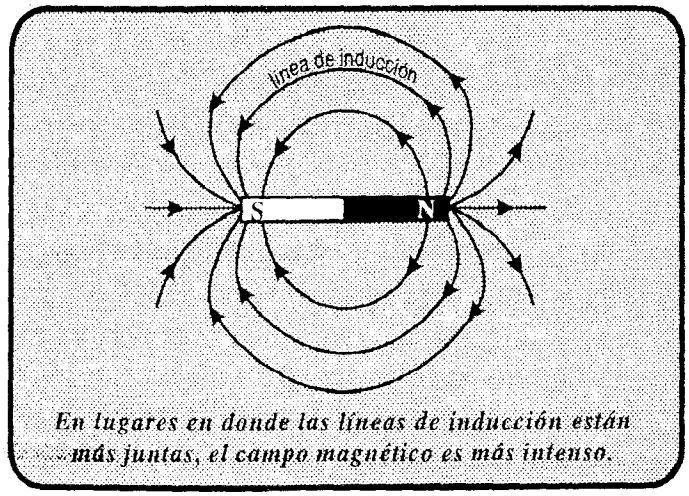
El magnetismo de un imán puede perderse calentando fuertemente el imán debido a que al aumentar la temperatura, aumenta también la vibración de las moléculas perdiéndose la alineación de los imanes moleculares y con ello el magnetismo. A la temperatura en que un imán pierde sus propiedades magnéticas se denomina **temperatura de CURIE.**



Si calientas o golpeas un imán, se desordenan sus imánes moleculares perdiéndose el magnétismo.

39.5. CAMPO MAGNETICO:

El magnetismo de un imán es muy notorio cerca de sus polos, pero la influencia magnética va más allá de sus polos. Para describir el magnetismo en torno a un imán se han imaginado **líneas de inducción** magnéticas las cuales describen graficamente el campo magnético en torno a un imán.

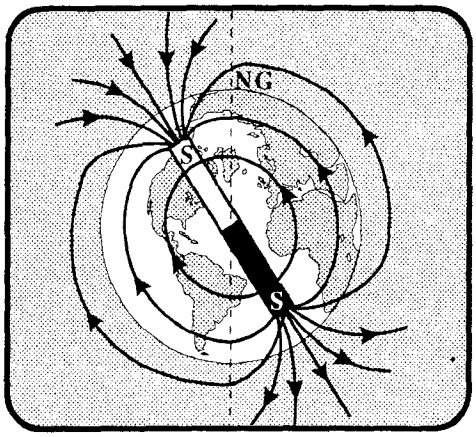


En lugares en donde las líneas de inducción están más juntas, el campo magnético es más intenso.

*Las **líneas de inducción** representan gráficamente el campo magnético en torno a un imán.*

39.6. MAGNETISMO TERRESTRE:

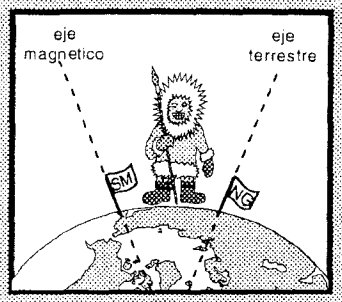
La Tierra posee un campo magnético; no se conoce exactamente la causa de este campo, aunque la Tierra contiene hierro en su centro no puede decirse que el magnetismo terrestre se debe a este hierro ya que en el centro terrestre la temperatura es elevadísima.



Cerca del norte geográfico (NG) se ubica el sur magnético(SM) de la Tierra; del mismo modo, cerca del sur geográfico (SG) se ubica el norte magnético (NM).

Los polos magnéticos de la Tierra no coinciden con los polos geográficos.

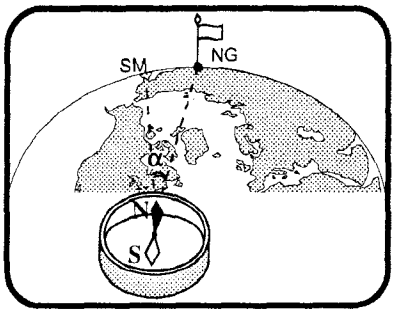
Los polos magnéticos de la Tierra no coinciden con los polos geográficos, ni siquiera están muy cerca. En el hemisferio Norte el polo Sur magnético se encuentra a 1800 km del polo Norte geográfico, en algún lugar de la región de la bahía de *Hudson* en el norte de Canadá.



El otro polo magnético está al sur de Australia. Esto significa que las brújulas en realidad no apuntan exactamente hacia el Norte geográfico, sino en dirección de los polos magnéticos.

39.6.1. ANGULO DE DECLINACION (α):

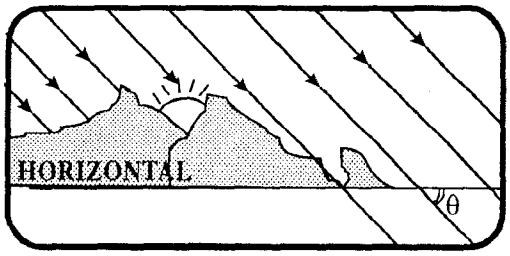
El norte de la aguja de una brújula equilibrada no señala exactamente el Norte geográfico terrestre. El ángulo entre la aguja y el meridiano terrestre es llamado ángulo de declinación o declinación magnética.



El polo sur magnético de la Tierra se encuentra cerca del polo norte geográfico a unos 1800 km.

39.6.2. ANGULO DE INCLINACION (θ):

Las líneas de inducción del campo magnético terrestre son inclinadas con respecto a la horizontal, forman un ángulo llamado **"ángulo de inclinacion"** o inclinación magnética.



Con una brújula, la inclinación magnética se mide equilibrando su aguja en un plano vertical.

AUTOEVALUACION

01 Un objeto posee magnetismo si es capaz de atraer al ...
a) cobre b) oro c) plata
d) hierro e) cualquier metal

02 Seleccione con verdadero (V) o falso (F)
I. Los cuerpos que poseen la propiedad del magnetismo son llamados imanes
II. Los imanes pueden ser naturales o artificiales.
III. La magnetita es un imán natural.
a) VVF b) FVV c) VFV
d) VVV e) FFV

03 Los puntos de un imán en donde el magnetismo es más intenso se denomina:
a) centros b) polos c) extremos
d) orígenes e) no tiene nombre

04 Un imán barra mide 24 cm, ¿a qué distancia de sus extremos se ubican sus polos mangéticos.?
a) 1 cm b) 2 cm c) 3 cm
d) 4 cm e) 6 cm

05 El polo Norte de un imán ..... al polo Sur de otro imán.
a) repele b) repulsa c) rechaza
d) atrae e) N.A.

06 El material empleado para construir imanes permanentes es el:
a) oro b) cobre c) hierro
d) acero e) cualquier metal

07 El material empleado para hacer imanes de corta duración es el:
a) oro b) cobre c) hierro
d) acero e) cualquier metal

08 Con respecto a un imán barra podemos afirmar correctamente que:
I. Es imposible separar sus polos
II. El magnetismo aumenta golpeándolo
III. Quebrándola, cada parte viene a ser un nuevo imán.
a) VFV b) FVV c) VVF
d) VVV e) VFF

09 Si calentamos un imán barra, su magnetismo:
a) no varía b) aumenta c) disminuye
d) es indiferente e) N.A.

10 La temperatura a la cual el magnetismo de un imán se anula se denomina: temperatura de _____
a) Newton b) Coulomb c) Ampere
d) Ohm e) Curie

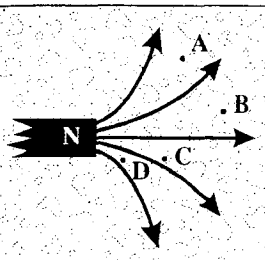
11 Señale las afirmaciones ciertas.
I. Es posible encontrar un imán con un sólo polo.
II. Los imanes rectos tienen dos polos.
III. Polos del mismo nombre se repelen.
a) I y II b) II y III c) I y III
d) Sólo II e) Sólo III

12 Las líneas de inducción se han ideado para:
a) representar un imán
b) graficar los polos de un imán
c) graficar el campo magnético del imán
d) no tiene uso
e) N.A.

13 Los polos de un imán barra se ubican:
a) en el centro de la barra
b) en los extremos de la barra
c) cerca de los extermos de la barra
d) cerca del centro de la barra
e) fuera de la barra.

14 La brújula se orienta debido:
a) al magnetismo local
b) a los polos geográficos
c) al magnetismo de la aguja
d) al magnetismo terrestre
e) a la experiencia del navegante

15 El diagrama muestra el magnetismo que emana el polo Norte de un imán. ¿En qué punto el magnetismo es más intenso?



a) A
b) B
c) C
d) D
e) Ninguno

16 Señale la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. La Tierra se comporta como un gran imán.
II. El Norte magnético de la Tierra está cerca del Norte geográfico.
III. Los polos magnéticos de la Tierra se encuentran sobre el eje geográfico.

a) FVV b) VFV c) VVF
d) VVV e) VFF

17 El Norte geográfico y el Sur magnético de la Tierra; están:

a) lejos b) muy lejos c) cerca
d) coincidiendo e) oponiéndose

18 En cierto lugar; la declinación magnética se mide equilibrando la aguja de la brújula en un plano:

a) inclinado b) vertical c) horizontal
d) cualquiera e) N.A.

19 Para medir la inclinación magnética se debe equilibrar la aguja de la brújula en un plano:

a) inclinado b) vertical c) horizontal
d) cualquiera e) N.A.

20 En los polos magnéticos de la Tierra la inclinación magnética es:

a) 0° b) 60° c) 90°
d) 120° e) 180°

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	B	B	D	D	C	A	C	E	B	C	C	D	D	E	C	C	B	C

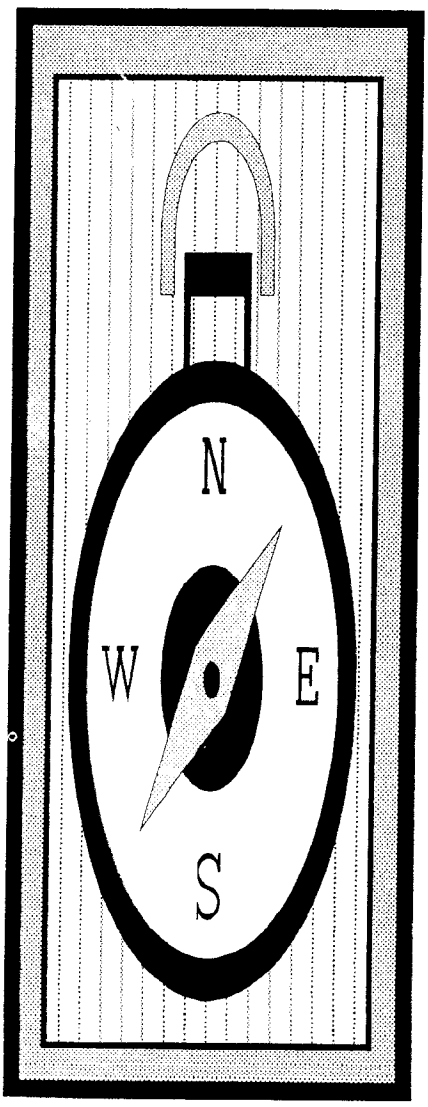
40 Capítulo

ELECTROMAGNETISMO

CAMPO MAGNETICO

OBJETIVOS

1.	*Conocer el efecto magnético de la corriente según la experiencia de Oersted.*
2.	*Estudiar los solenoides y toroides.*



Antiguamente; el magnetismo y la electricidad se consideraban ramas independientes de la física, hasta que un evento casual exigió su ligazón. El electromagnetismo es la rama de la física que estudia la relación entre el magnetismo y la electricidad.

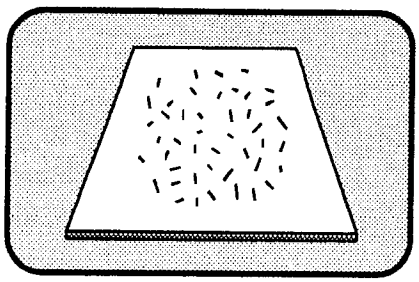
40.1. EFECTO OERSTED:

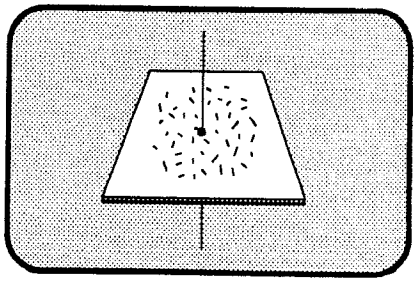
"no solamente los imanes producen magnetismo"

Si una corriente pasa a lo largo de un alambre, en torno a éste se produce un campo magnético. Incrementando la corriente se incrementará también la fuerza del campo magnético.

Una sencilla experiencia se lleva a cabo para detectar el campo magnético alrededor de un alambre conductor:

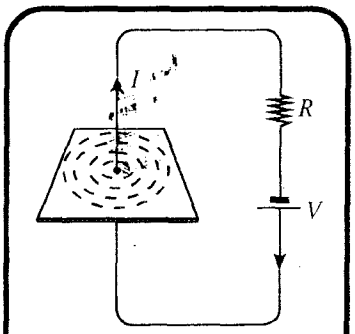
40.1.1. Espolvoreamos limaduras de hierro sobre una carta blanca dispuesta horizontalmente.





40.1.2. Atravesamos perpendicularmente la carta con un alambre conductor de cobre.

40.1.3. Protegiendo la conexión con una resistencia ***R*** (foquito) conectamos el alambre conductor a una batería de corriente continua de manera que por el cable fluya una corriente no menor que 20 A. Observaremos que las limaduras de hierro formarán circunferencias alrededor del alambre.



I ≥ 20 A para que el campo magnético sea detectado por las limaduras.

Luego; el efecto Oersted establece que:

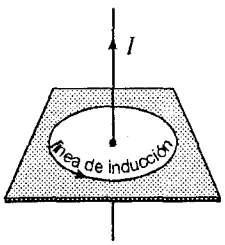
> *Toda corriente que pasa a través de un conductor crea a su alrededor un campo magnético, el cual se representa mediante líneas de inducción circulares por cuyo centro pasa perpendicularmente el conductor.*

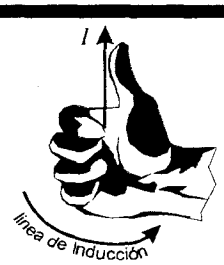
40.2. REGLA DE LA MANO DERECHA:

También llamada; Regla tornillo de Maxwell, se emplea para determinar la dirección de las líneas de inducción del campo magnético que se forma alrededor de un alambre conductor.

REGLA:

> *Coloque el pulgar de la mano derecha sobre la corriente, los demás dedos representan el sentido de las líneas de inducción.*

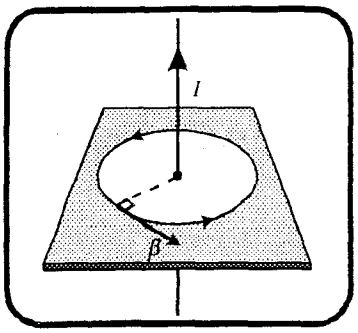




40.3. VECTOR INDUCCION MAGNETICA (β)

Para revelar la existencia de un campo magnético colocamos una brújula en el recinto, la desviación de su aguja mostrará inmediatamente la presencia de un campo magnético.

El vector inducción magnética o campo magnético (β) es tangente a la línea de inducción y tiene su mismo sentido.

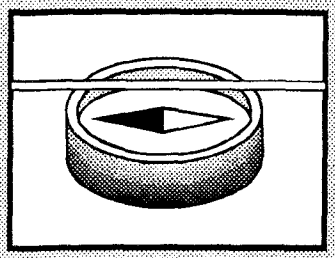


El campo magnético que origina una corriente se representa mediante circunferencias que envuelven al cable. La inducción magnética β es tangente a estas circunferencias.

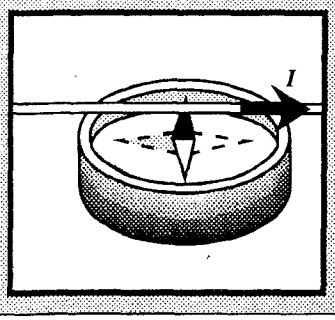
EXPERIMENTO

Oersted demostró el efecto magnético de la corriente usando un hilo que transporta corriente sobre una brújula.

a Si por el hilo no pasa corriente la aguja de la brújula no se desvía.



b Si por el hilo pasa una corriente la aguja de la brújula se orientará según el magnetismo que produce esta corriente.



40.4. CALCULO DE LA INDUCCION MAGNETICA.

Se puede comprobar que el módulo del vector inducción (β) depende de:

40.4.1. MEDIO QUE CIRCUNDA AL CONDUCTOR:

El campo magnético que produce la corriente de un cable depende el medio que rodea a este cable. Generalmente el medio que circunda al cable es aire o vacío para el cual se considera una permeabilidad magnética (μ_o) cuyo valor es:

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

Wb : weber
A : ampere
m : metro

40.4.2. INTENSIDAD DE CORRIENTE (I)

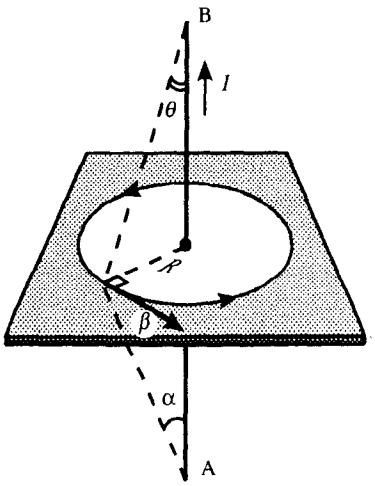
Se ha observado que a mayores intensidades de corriente que transporta el cable, el campo magnético alrededor del cable será mayor, y viceversa.

40.4.3. DISTANCIA AL CONDUCTOR (R)

El campo magnético que produce un cable conductor mengua con la distancia al conductor, aumentando la distancia disminuirá la intensidad del campo magnético.

Teniendo en cuenta estas consideraciones y usando el cálculo integral (que no detallaremos en este libro) se establece una ley que permite calcular la inducción magnética cerca de un conductor finito, esta ley se llama: **Ley de Biot - Savart - Laplace.**

Para un cable rectilíneo fínito AB esta ley será:



$$\beta = \frac{\mu_o I}{4\pi R}[\cos\theta + \cos\alpha]$$

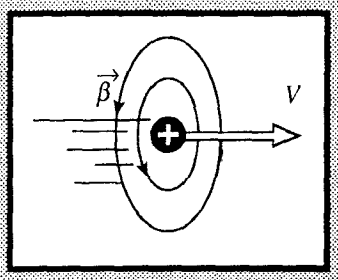
Unidades en el SI:

μ_o	I	R	β
$4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}}$	A	m	$\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = \text{tesla(T)}$

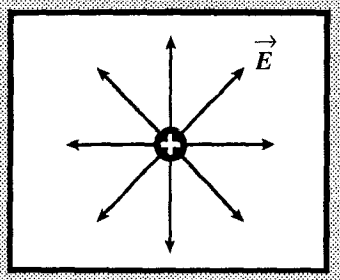
ANALOGIA

En el efecto Oersted estudiamos que toda corriente crea a su alrededor un campo magnético, pero se sabe que en una corriente hay muchas cargas en movimiento, deducimos entonces que; una carga en movimiento produce un campo magnético, luego:

A Las cargas en movimiento producen; campo eléctrico y también campo magnético.



B Las cargas en reposo producen campo eléctrico; mas no campo magnético.

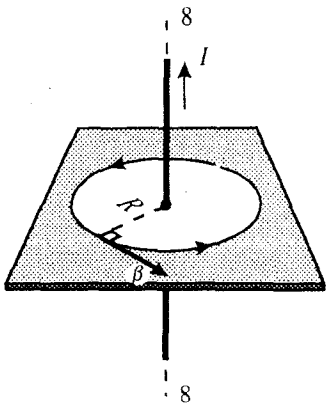


PROBLEMA 01

Usando la ecuación anterior, calcule la inducción magnética para un cable rectilineo infinito.

RESOLUCION:

* En un cable inifinito, tanto se extiende sus extremos que:



$$\theta = \alpha = 0°$$

* Reemplazamos en la ley de Biot - Savart - Laplace

$$\beta = \frac{\mu_o I}{4\pi R}[\cos 0° + \cos 0°]$$

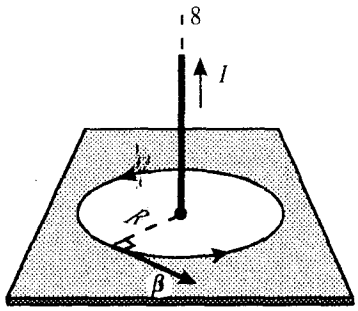
$$\boxed{\beta = \frac{\mu_o I}{2\mu R}}$$

PROBLEMA 02

Usando la ley de Biot - Savart - Laplace, halle la inducción magnética que produce un conductor rectilíneo semi-infinito.

RESOLUCION:

* El conductor semi-infinito es aquel que solamente por uno de sus extremos se extiende hacia el infinito. $\theta = 0°$ y $\alpha = 90°$



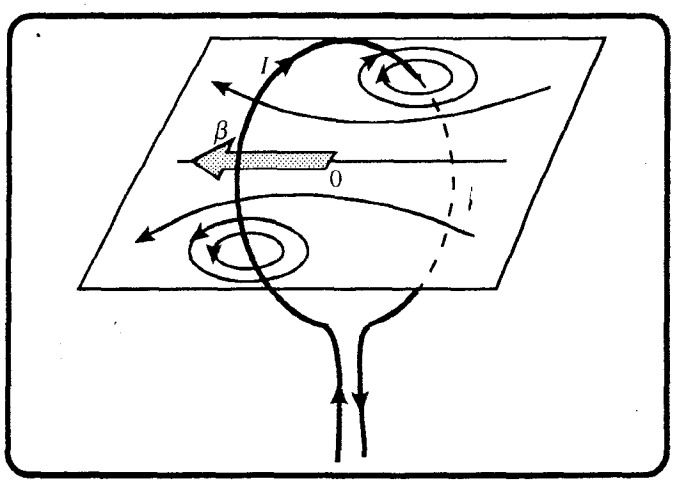
* En la ley de Biot - Savart:

$$\beta = \frac{\mu_o I}{4\pi R}[\cos 0° + \cos 90°]$$

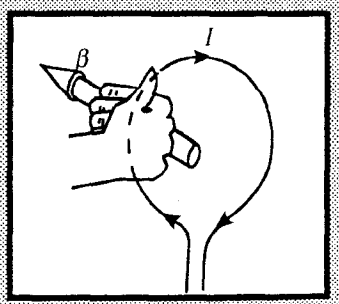
$$\boxed{\beta = \frac{\mu_o I}{4\pi R}}$$

40.5. ESPIRA CIRCULAR:

Si con el cable conductor formamos un lazo y por él fluye cierta corriente, se dice que hemos formado una espira circular. El diagrama muestra el campo magnético que produce una espira circular.



El diagrama muestra como se debe usar la regla de la mano derecha en una espira circular para poder hallar el sentido de la inducción magnética en el centro de esta espira.



En el centro O de la espira la inducción magnética es:

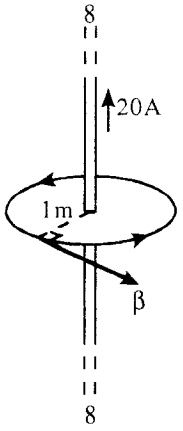
$$\boxed{\beta = \frac{\mu_o I}{2R}}$$

PROBLEMA 03

Halle la inducción magnética a 1 m de un cable infinito que lleva a una corriente de 20 A.

RESOLUCION:

* Representamos el campo magnético (β) a un metro de cable infinito.



Para un cable infinito; la inducción es:

$$\beta = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

$$\beta = \frac{\left(4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Wb}{A \cdot m}\right)(20\,A)}{2\pi(1\,m)}$$

$$\boxed{\beta = 4 \cdot 10^{-6}\ T}$$

PROBLEMA 04

Calcule la corriente que debe fluir por un largo alambre recto y vertical, si deseamos producir un campo magnético de $2 \cdot 10^{-6}$T a 40 cm de este alambre.

RESOLUCION:

* Para un alambre largo y recto (infinito) la inducción magnética es:

$$\beta = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

* Reemplazando:

$$2 \cdot 10^{-6}\,T = \frac{\left(4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Wb}{A \cdot m}\right) I}{2\pi\,(4 \cdot 10^{-1}\,m)}$$

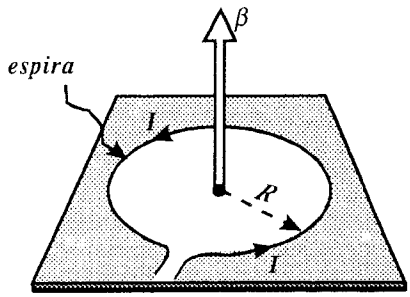
$$\boxed{I = 4\ A}$$

PROBLEMA 05

Una espira circular de alambre con un radio de 10 cm transporta una corriente de 10 A. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en el centro de la espira?

RESOLUCION:

* En el centro de la espira; β es perpendicular al plano de la espira.



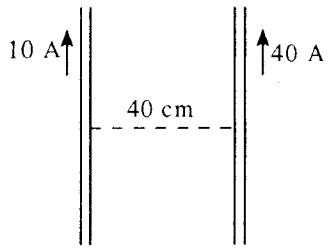
$$\beta = \frac{\mu_o I}{2R}$$

$$\beta = \frac{\left(4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Wb}{A \cdot m}\right)(10\,A)}{2(10^{-1}\,m)}$$

$$\boxed{\beta = 2\pi \cdot 10^{-5}\ T}$$

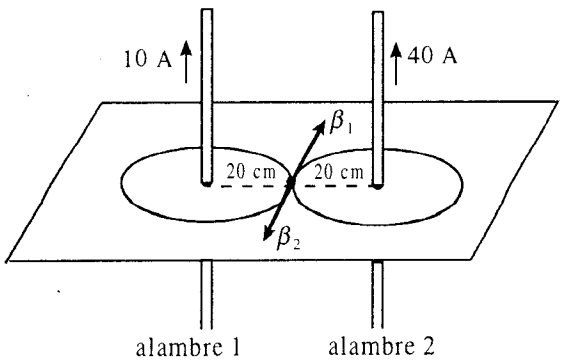
PROBLEMA 06

El diagrama muestra dos cables infinitos que transportan corrientes de 10 A y 40 A. Halle la inducción magnética total en el punto medio de la distancia que las separa.



RESOLUCION:

* Representamos los campos magnéticos que produce cada cable.



* Campo magnético que produce el alambre 1:

$$\beta_1 = \frac{\mu_o I}{2\pi R} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7})(10)}{2\pi(2 \cdot 10^{-1})}$$

$$\beta_1 = 10^{-5}\ T \ldots . (1)$$

* Campo magnético que produce el alambre 2:

$$\beta_2 = \frac{\mu_o I}{2\pi R} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7})(40)}{2\pi(2 \cdot 10^{-1})}$$

$$\beta_2 = 4 \cdot 10^{-5}\ \text{T} \ldots\ (1)$$

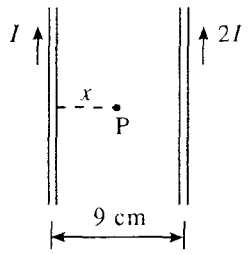
* Como β_1 y β_2 se oponen, el campo magnético total se halla restando.

$$\beta_T = \beta_2 - \beta_1 = 4 \cdot 10^{-5}\text{T} - 10^{-5}\text{T}$$

$$\boxed{\beta_T = 3 \cdot 10^{-5}\ \text{T}}$$

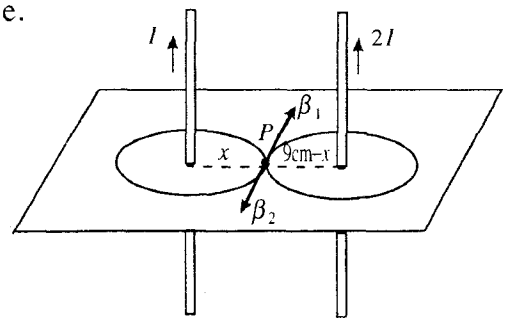
PROBLEMA 07

Dos conductores muy largos están separados en 9 cm. ¿A qué distancia del primer cable se encuentra el punto P, si en dicho punto el campo magnético total es cero?



RESOLUCION:

* Graficamos los campos magnéticos de cada cable.



* Si en P el campo magnético total es cero se cumplirá que:

$$\beta_1 = \beta_2$$

$$\frac{\mu_o I_1}{2\pi R_1} = \frac{\mu_o I_2}{2\pi R_2}$$

$$\frac{I}{x} = \frac{2I}{9\,\text{cm} - x}$$

$$9\ \text{cm} - x = 2x$$

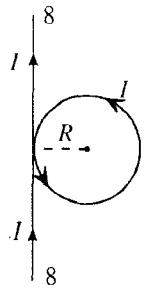
$$\boxed{x = 3\ \text{cm}}$$

PROBLEMA 08

En la mitad de un hilo conductor muy largo, se forma un lazo circular de radio R, si por él circula una corriente I, determine la inducción magnética total en el centro del lazo.

RESOLUCION:

* Representamos el lazo circular de radio R en el punto medio del hilo conductor muy largo (infinito)



* En el centro del lazo actúan dos campos:
* Inducción de la espira:

$$\beta_1 = \frac{\mu_o I}{2R} \quad \ldots\ldots\ (1)$$

* Inducción del conductor recto infinito:

$$\beta_2 = \frac{\mu_o I}{2\pi R} \quad \ldots\ldots (2)$$

* La inducción total en el centro de la espira viene a ser la suma de estas dos inducciones:

$$\beta_T = \beta_1 + \beta_2$$

$$\beta_T = \frac{\mu_o I}{2R} + \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

$$\boxed{\beta_T = \frac{\pi_o I}{2\pi R}(\pi + 1)}$$

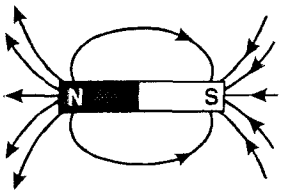
40.6. SOLENOIDE:

Si enrollamos un alambre conductor de manera que forme un tubo cilíndrico de muchas vueltas habremos construido un solenoide, si por este arrollamiento se hace circular una corriente por sus espiras, se establecerá un campo magnético en el interior y exterior del solenoide.

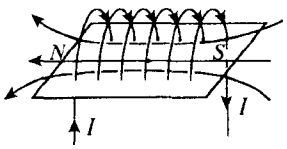
SEMEJANZA

El campo magnético que produce un solenoide es semejante al campo que produce un imán barra. Luego el solenoide también tendrá polos norte y sur determinados con la regla de la mano derecha.

A Campo de un imán

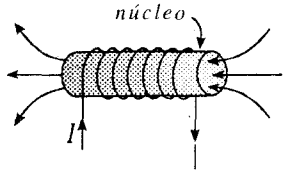


B Campo de un solenoide

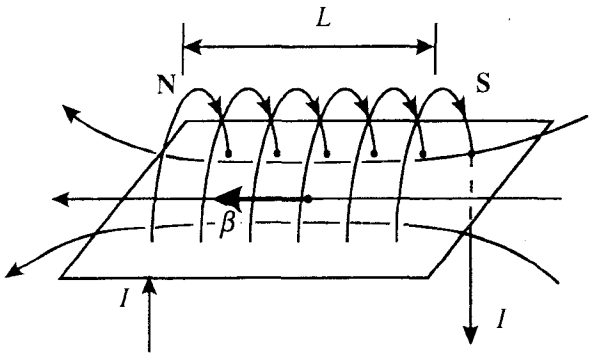


Para aumentar el poder magnético de un solenoide se coloca un nucleo de hierro en su interior, tal solenoide es llamado electroimán.

C Electroimán



Si las espiras están muy juntas, en el interior del solonoide el campo magnético es uniforme, su módulo es:



$$\beta = \frac{N\mu_o I}{L}$$

En donde:

N : número de vueltas o espiras.

μ_o : permeabilidad magnética del aire o vacío, $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Wb}{A \cdot m}$

I : corriente a través de las espiras: en amperes (A)

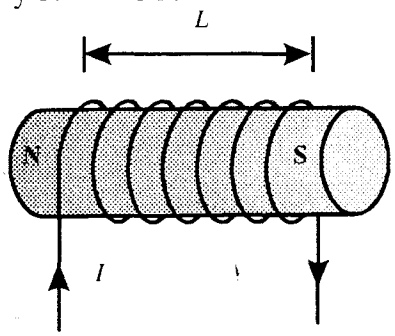
L : longitud del solenoide; en m.

40.7. ELECTROIMAN:

Si en el interior de un solenoide colocamos un nucleo de hierro o de acero obtendremos un electroimán cuyo campo magnético en su interior será también uniforme y su valor será:

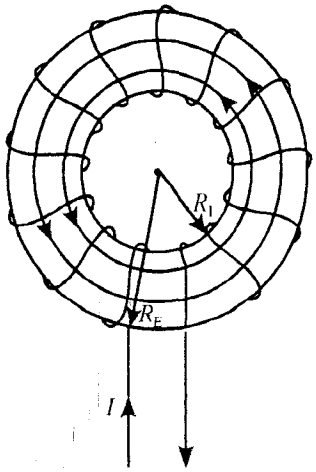
$$\beta = \frac{\mu_r N\mu_o I}{L}$$

μ_r : permeabilidad magnética relativa del nucleo.



40.8. TOROIDE:

Si arrollamos un alambre conductor sobre un anillo de Rowland (Toro) formaremos un solenoide circular o bobina anular llamado **Toroide.** Si por las espiras del Toroide circula una corriente solamente se establece un campo magnético en el interior del Toroide cuyas líneas de inducción son circulares y concéntricas.



En el interior del Toroide el campo es:

$$\beta = \frac{N\mu_o I}{2\pi R_m}$$

El radio medio (R_m) es el promedio de los radios exterior e interior.

$$R_m = \frac{R_E + R_I}{2}$$

PROBLEMA 09

Calcule la inducción magnética en el interior de un solenoide de 1500 vueltas y de 50π cm de longitud , cuando por él circula una corriente de 25 A.

RESOLUCION:

* En el interior de un solenoide la induccción magnética es:

$$\beta = \frac{N\mu_o I}{L}$$

$$\beta = \frac{1500\,(4\pi \cdot 10^{-7})(25)}{50\pi \cdot 10^{-2}}$$

$$\boxed{\beta = 0{,}03\ \text{T}}$$

PROBLEMA 10

Un solenoide de 1 m de largo tiene 500 espiras y la corriente que circula por él es de 6 A. Halle la inducción en su interior, cuando:

ⓐ el solenoide es de aire.
ⓑ se coloca un núcleo de permeabilidad relativa 800.

RESOLUCION:

ⓐ El solenoide de aire es aquel que no lleva núcleo en su interior.

$$\beta = \frac{N\mu_o I}{L} = \frac{500(4\pi \cdot 10^{-7})(6)}{1}$$

$$\boxed{\beta = 0{,}0012\pi\ \text{T}}$$

ⓑ Colocando un núcleo en su interior, de permeabilidad relativa $\mu_r = 800$

$$\beta = \frac{\mu_r N\mu_o I}{L} = \frac{800(500)(4\pi \cdot 10^{-7})(6)}{1}$$

$$\boxed{\beta = 0{,}96\pi\ \text{T}}$$

PROBLEMA 11

Un material de permeabilidad relativa $\mu_r = 400$ sirve de núcleo a un arrollamiento toroidal cuyos radios interno y externo son 30 cm y 40 cm. Si por las 70 espiras del Toroide circula 50 A, halle la inducción magnética en el interior del Toroide.

RESOLUCION:

* Calculamos el radio medio:

$$R_m = \frac{R_E + R_I}{2} = \frac{40\ \text{cm} + 30\ \text{cm}}{2} = 35\ \text{cm}$$

* En el interior del Toroide la inducción magnética será:

$$\beta = \frac{\mu_r N\mu_o I}{2\pi R_m} = \frac{(400)(70)(4\pi \cdot 10^{-7})(50)}{2\pi(0{,}35)}$$

$$\boxed{\beta = 8\ \text{T}}$$

AUTOEVALUACION

01 Señalar con verdadero (V) o falso (F):

I. Toda corriente crea a su alrededor un campo magnético.
II. Las mayores intensidades de corriente producen mayores campos magnéticos.
III. El campo magnético se detecta con limaduras de hierro.

a) VVV b) VVF c) VFV
d) FVV e) FFV

02 La regla de la mano derecha o regla de Maxwell se emplea para:

a) detectar un campo magnético
b) dibujar un campo magnético
c) dibujar las líneas de inducción
d) conocer el sentido de las líneas de inducción
e) comprobar el efecto Oersted.

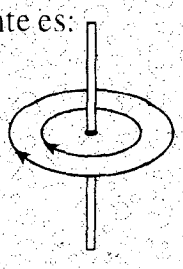
03 El efecto Oersted consiste en que las corrientes eléctricas producen un campo:

a) gravitacional b) eléctrico

c) magnético d) nuclear
e) N.A.

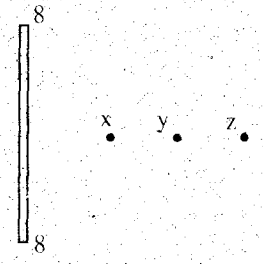
04 Si el conductor de corriente es recto y muy largo, el campo magnético que produce se representa mediante líneas de inducción:
a) rectilínes b) elípticas
c) circulares d) parabólicas
e) N.A.

05 Se muestra un cable y algunas líneas de inducción magnética. En el cable la corriente es:



a) hacia abajo
b) hacia arriba
c) nula
d) grande
e) pequeña

06 Se muestra un cable infinito y tres puntos; x, y, z, señale la relación entre sus respectivas inducciones:



a) $\beta_x > \beta_y = \beta_z$
b) $\beta_x < \beta_y < \beta_z$
c) $\beta_x > \beta_y > \beta_z$
d) $\beta_x = \beta_y = \beta_z = 0$
e) $\beta_x = \beta_y = \beta_z$

07 ¿En qué caso la inducción magnética de un cable recto muy largo será mayor?
I. Aumentando la corriente
II. A menores distancias
III. Disminuyendo la corriente y aumentando la distancia.
a) I y II b) I y III c) II y III
d) Sólo I e) Sólo II

08 Las limaduras de hierro pueden detectar el campo magnético de una corriente cuando ésta es.
a) igual que 20 A b) mayor que 20 A
c) menor que 20 A d) mayor que 0
e) cualquier corriente

09 Sin variar la corriente, se aumenta el radio de una espira, el campo magnético en su centro.
a) no cambiará b) aumenta
c) disminuye d) se hace cero
e) se hace infinito

10 En el interior de un solenoide cuyas espiras están muy juntas; el campo magnético es:
a) variable b) homogéneo c) cero
d) infinito e) grande.

11 ¿Qué sucede con el campo magnético de un solenoide cuando colocamos un núcleo de hierro en su interior?
a) se anula b) disminuye c) aumenta
d) no varía e) se vuelve infinito

12 ¿en qué casos el campo magnético de un Toroide aumentará?
I. aumentando las espiras
II. disminuyendo el radio medio.
III. aumentando la corriente.
a) I y II b) II y III c) I y III
d) Sólo I e) Todos

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 13

Calcule la inducción magnética a 2 m de un cable muy largo, que transporta una corriente de 30 A.
a) $2 \cdot 10^{-6}$T b) $3 \cdot 10^{-6}$T c) $4 \cdot 10^{-6}$T
d) $5 \cdot 10^{-6}$T e) $6 \cdot 10^{-6}$T

PROBLEMA 14

¿Qué corriente fluye por un cable infinito, para que a 20 cm de éste el campo magnético sea de $2 \cdot 10^{-5}$ T?
a) 10 A b) 20 A c) 30 A d) 40 A e) 50 A

PROBLEMA 15

Si duplicamos la corriente que circula por un alambre, la inducción magnética en cualquiera de los puntos que rodea al cable:
a) disminuye b) no varía c) aumenta
d) se duplica e) se reduce a la mitad

PROBLEMA 16

Una espira circular transporta 40A y tiene un radio de 40 cm. Calcule la inducción magnética en su centro.

a) $\pi \cdot 10^{-5}$T b) $2\pi \cdot 10^{-5}$T c) $3\pi \cdot 10^{-5}$T
d) $4\pi \cdot 10^{-5}$T e) $5\pi \cdot 10^{-5}$T

PROBLEMA 17

Determine el radio de una espira circular por la cual fluye 60 A. En el centro de la espira la inducción magnética es de $4\pi \cdot 10^{-5}$T.

a) 10 cm b) 20 cm c) 30 cm d) 40 cm e) 50 cm

PROBLEMA 18

Por un solenoide de aire de 100 vueltas fluye una corriente de 20 A. Calcule la inducción en el interior de un solenoide de 50 cm de longitud, en teslas

a) $0{,}0012\pi$ b) $0{,}0013\pi$ c) $0{,}0014\pi$
d) $0{,}0015\pi$ e) $0{,}0016\pi$

PROBLEMA 19

En el problema anterior, si colocamos un núcleo ferromagnético ($\mu_r = 500$) en el interior del solenoide, halle la nueva inducción magnética.

a) $0{,}7\pi$ b) $0{,}8\pi$ c) $0{,}9\pi$ d) $1{,}0\pi$ e) $1{,}1\pi$

PROBLEMA 20

Halle el radio medio de un Toroide que dispone de 200 espiras y que produce una inducción magnética de $2 \cdot 10^{-3}$T en su interior cuando por sus espiras fluye una corriente de 30 A.

a) 20 cm b) 30 cm c) 40 cm d) 50 cm e) 60 cm

NIVEL II

PROBLEMA 21

Un largo alambre recto y vertical debe producir una inducción de $2 \cdot 10^{-6}$T a 80 cm de este alambre. ¿Qué corriente debe pasar por este alambre?

a) 2 A b) 4 A c) 6 A d) 8 A e) 16 A

PROBLEMA 22

A una distancia R de un cable infinito la inducción es de $4 \cdot 10^{-6}$T, si la distancia se aumenta en 20 cm la nueva inducción será de $3 \cdot 10^{-6}$T. Halle R.

a) 20 cm b) 30 cm c) 40 cm d) 50 cm e) 60 cm

PROBLEMA 23

Dos alambres rectos, largos y paralelos llevan corrientes de 5 A en sentido contrario, si están separados en 40 cm, halle la inducción magnética total en el punto medio de la distancia que los separa.

a) $1 \cdot 10^{-5}$T b) $2 \cdot 10^{-5}$T c) $3 \cdot 10^{-5}$T
d) $3 \cdot 10^{-5}$T e) $5 \cdot 10^{-5}$T

PROBLEMA 24

Cinco espiras adyacentes de 15 cm de radio transportan una corriente de 30 A. Halle el campo magnético en el centro de la bobina.

a) $\pi \cdot 10^{-4}$T b) $2\pi \cdot 10^{-4}$T c) $3\pi \cdot 10^{-4}$T
d) $4\pi \cdot 10^{-4}$T e) $5\pi \cdot 10^{-4}$T

PROBLEMA 25

Se desea construir un solenoide de aire que tenga 16 cm de largo, de modo que una entrada de 20 A de corriente produzca un campo magnético de $5\pi \cdot 10^{-3}$T en su interior. ¿Cuántas vueltas debe tener este solenoide?

a) 60 b) 80 c) 100 d) 120 e) 150

PROBLEMA 26

El campo magnético en el interior de un solenoide es de 0,6 T. Si retiramos el núcleo de su interor el nuevo campo en este lugar es de $1{,}5 \cdot 10^{-3}$T. Calcule la permabilidad relativa del núcleo.

a) 100 b) 200 c) 300 d) 400 e) 500

PROBLEMA 27

Un solenoide tiene 100 vueltas/cm, con un nucleo de hierro de permeabilidad relativa de 8000. Halle la inducción magnética en el núcleo cuando por las espiras circula 2A.

a) 8π T b) 16π T c) 32π T d) 64π T e) 128π T

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	D	C	C	A	C	A	B	C	B	C	E	B	B	D	B	C	E	B	E

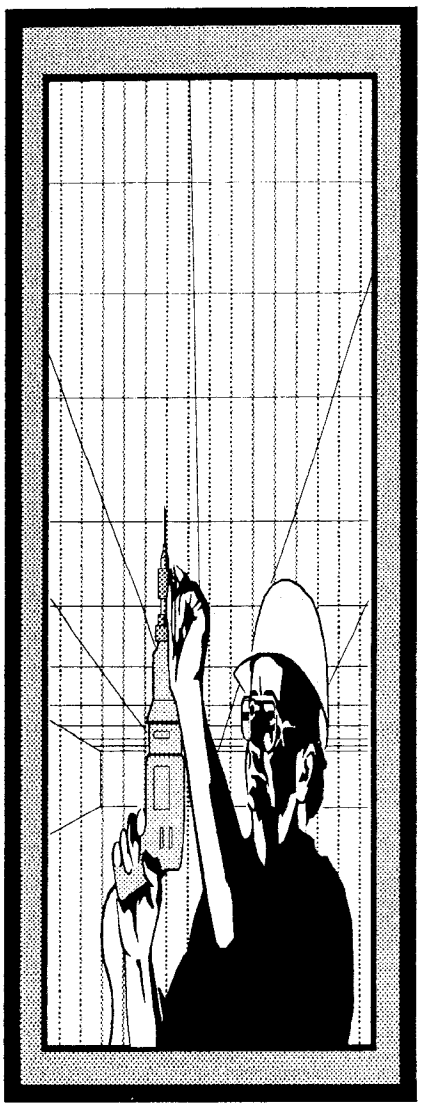
21	22	23	24	25	26	27
D	E	A	B	C	D	D

41 Capítulo

Electromagnetismo
FUERZA MAGNETICA

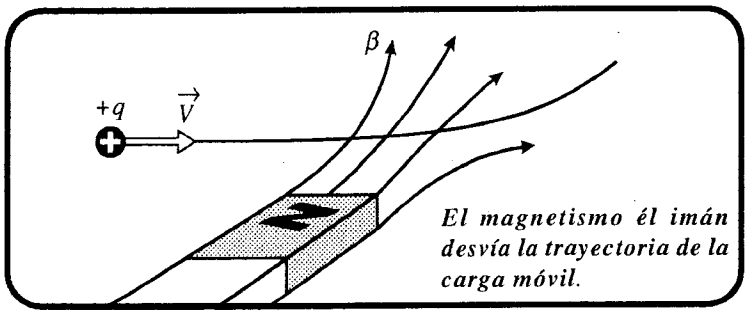
OBJETIVOS

1. *Estudiar las fuerzas magnéticas sobre una carga móvil.*
2. *Conocer la regla de la palma de la mano derecha.*
3. *Calcular las fuerzas magnéticas sobre los conductores de corriente.*



41.1. FUERZA SOBRE UNA CARGA MOVIL:

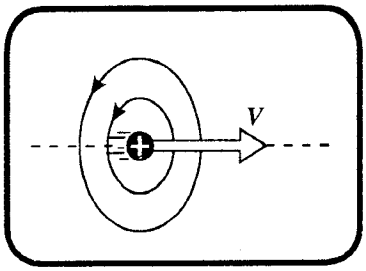
Experimentalmente se comprueba que los campos magnéticos pueden desviar la trayectoria de las partículas cargadas. Los campos magnéticos ejercen cierta fuerza sobre las cargas en movimiento.

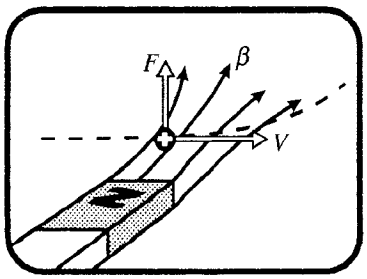


El magnetismo él imán desvía la trayectoria de la carga móvil.

OBSERVACIONES:

41.1.1. La carga $(+q)$ en movimiento produce a su alrededor un campo magnético que viaja junto a la carga.





40.1.2. Cuando la carga pasa cerca del imán; el campo magnético de la carga interactúa con el campo magnético del imán apareciendo la fuerza magnética (F) que desvía la carga.

La fuerza magnética se manifiesta cuando interactúan dos campos magnéticos.

Resumen:

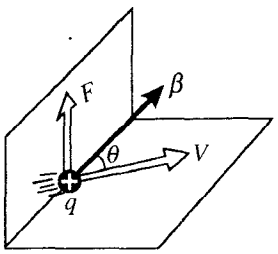
Cuando una carga eléctrica ingresa a un campo magnético exterior, sobre la carga móvil actúa una fuerza magnética llamada fuerza de Lorentz.

41.2. SENTIDO DE LA FUERZA MAGNETICA:

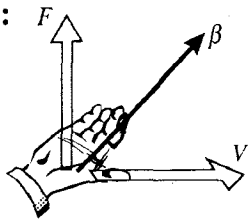
Observando las desviaciones que experimentan las partículas cargadas lanzadas sobre un campo magnético se comprueba que la fuerza magnética (F) es perpendicular tanto a la velocidad (V) como a la inducción exterior (β). Para hallar el sentido de la fuerza magnética podemos usar la regla de la **palma de la mano derecha.**

Regla:

Se extiende la palma de la mano derecha tal que el pulgar quede dirigido según el vector velocidad ($\vec{V}$) y los demás dedos juntos orientados sobre la inducción ($\vec{\beta}$). El sentido de la fuerza magnética ($\vec{F}$) es de aquel vector que sale perpendicularmente de la palma.



Regla:



F es perpendicular a β y a la velocidad V

Mediante cuidadosas mediciones se logró establecer empiricamente el valor de la fuerza magnética sobre una carga móvil.

$$F = q\,v\beta \text{ sen } \theta$$

Unidades en el S.I.

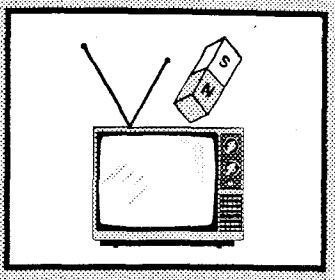
q	v	β	F
coulomb(C)	m/s	tesla(T)	newton(N)

41.3. FUERZA SOBRE UN CONDUCTOR:

Un conductor que transporta una corriente I crea en su entorno un campo magnético que al interactuar con otro campo magnético exterior (β) produce la fuerza magnética (F). El sentido de esta fuerza también se halla con la regla de la palma de la mano derecha.

EXPERIMENTO

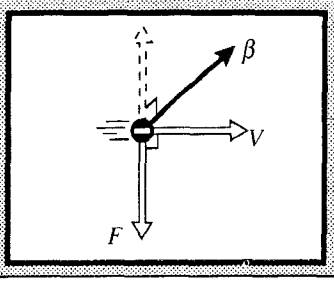
Si acercamos un fuerte imán a un televisor veremos que se distorsiona la imagen de la pantalla. El campo magnético del imán que acercamos desvía de su curso normal a los electrones que forman la imagen.



El mismo fenómeno se observa con una computadora.

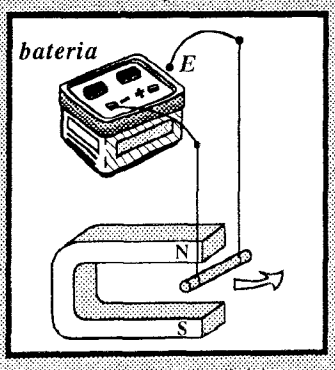
NOTA

Si la carga lanzada es negativa se usa la misma regla, pero finalmente invertimos el sentido de la fuerza hallada.



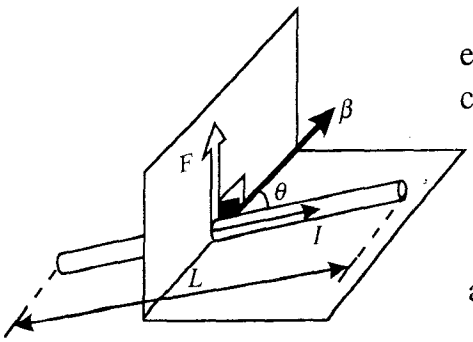
EXPERIMENTO

Usando un imán en forma de U, una barrita, hilos y alambres de metal monte el siguiente esquema:



Cuando el extremo E del alambre toque el polo positivo (+) de la batería observarás que la barrita es impulsada hacia la derecha.

Si inviertes los polos de la batería, la barrita se moverá hacia la izquierda.



Empiricamente se calcula el módulo de la fuerza magnética.

$$F = ILB \operatorname{sen} \theta$$

F es perpendicular a β y a la corriente I.

Unidades en el S.I.

I	L	β	F
ampere (A)	metro (m)	tesla (T)	newton(N)

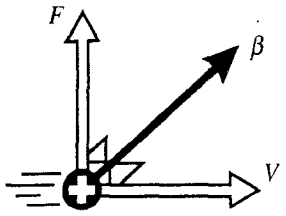
PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 01

Una partícula con una carga de +3 μC se mueve con una rapidez de $4 \cdot 10^3$ m/s e ingresa perpendicularmente a un campo magnético de $2{,}5 \cdot 10^{-4}$T. Halle la fuerza magnética sobre la carga.

RESOLUCION:

* Representamos el ingreso perpendicular de la carga al campo magnético exterior.



* Calculando la fuerza:

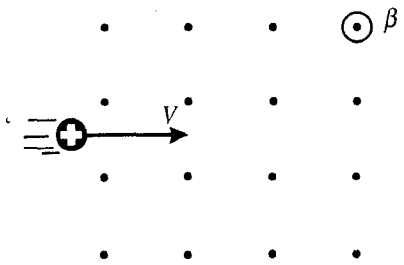
$$F = qv\beta \operatorname{sen} 90°$$

$$F = (3 \cdot 10^{-6}\ \text{C})(4 \cdot 10^3\ \text{m/s})(2{,}5 \cdot 10^{-4}\text{T})(1)$$

$$\boxed{F = 3 \cdot 10^{-6}\ \text{N}}$$

PROBLEMA 02

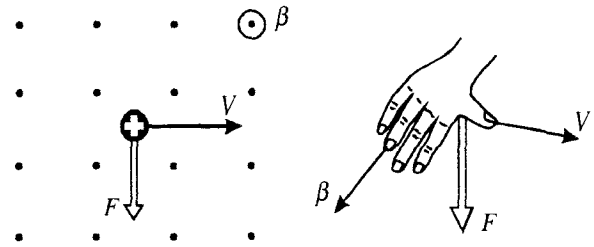
El diagrama muestra el instante en que una carga positiva ingresa a un campo magnético uniforme β que sale perpendicularmente del papel. Grafique la fuerza magnética que actuará sobre la carga.



RESOLUCION:

* Un campo magnético uniforme que sale perpendicularmente del papel siempre se representa mediante puntos igualmente espaciados.

* Con la regla de la palma de la mano derecha se halla el sentido de la fuerza magnética.

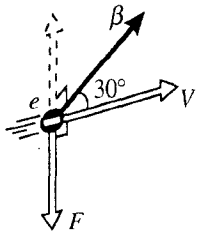


PROBLEMA 03

¿Cuál es la fuerza sobre un electrón que se desplaza con una velocidad de $3 \cdot 10^4$ m/s al ingresar a un campo magnético uniforme de $2 \cdot 10^{-2}$ T, si forma 30° con sus lineas de inducción?

RESOLUCION:

* Graficamos el ingreso del electrón y la fuerza magnética que actúa sobre él.



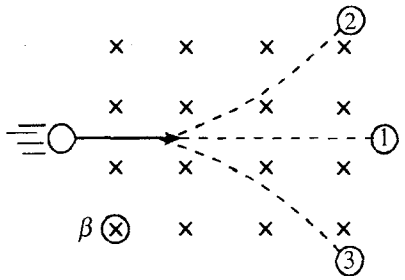
$$F = qv\beta \text{ sen } 30°$$

$$F = (1{,}6\cdot10^{-19}\text{ C})(3\cdot10^{4}\text{ m/s})(2\cdot10^{-2}\text{ T})(1/2)$$

$$\boxed{F = 4{,}8\cdot10^{-17}\text{ N}}$$

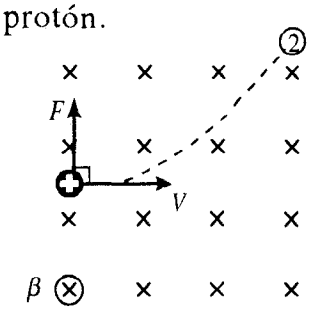
PROBLEMA 04

Un protón, que se mueve hacia la derecha, ingresa a una región de campo magnético entrante al papel, ¿cuál de las trayectorias mostradas siguirá este protón?



RESOLUCION:

* Un campo magnético uniforme entrante siempre se representa mediante aspas igualmente espaciadas.
* Con la regla de la palma de la mano derecha hallamos el sentido de la fuerza magnética sobre el protón.



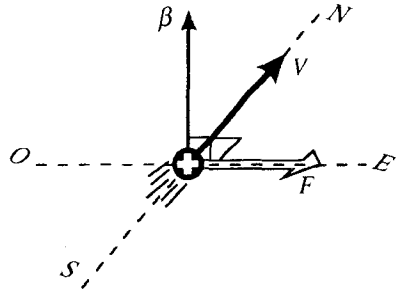
trayectoria ②

PROBLEMA 05

Un protón, que se mueve hacia el norte, llega a una región donde el campo magnético es hacia arriba. ¿ Hacia donde apuntará la fuerza magnética sobre el protón?

RESOLUCION:

* Representando la velocidad del protón hacia el norte y el campo magnético hacia arriba, se emplea la regla de la palma.

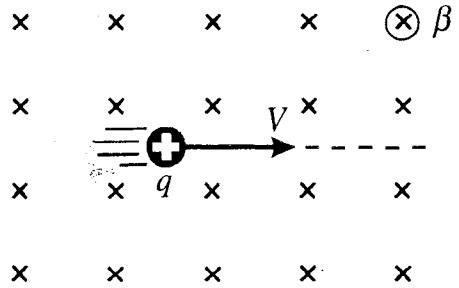


Hacia el este

PROBLEMA 06

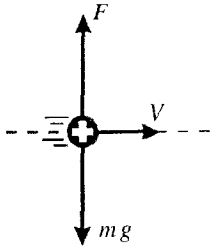
Una carga $+q$ se dispara horizontalmente de manera que sale del campo magnético de inducción β sin desviarse. Halle la velocidad de esta partícula cuya masa es m.

g: aceleración de la gravedad.



RESOLUCION:

* La carga no se desvía porque la fuerza magnética se equilibra con el peso.



$$F = mg$$

$$q\ v\ \beta \text{ sen } 90° = mg$$

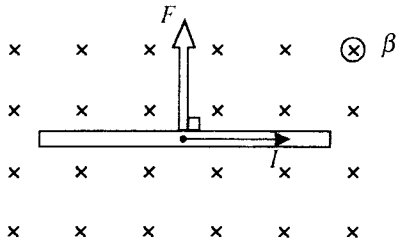
$$\boxed{v = \frac{m\,g}{q\,\beta}}$$

PROBLEMA 07

¿Cuál es la fuerza que se ejerce sobre un alambre de 1 m de longitud cuando está perpendicularmente a un campo magnético de 1,2 T?. La corriente que fluye por el alambre es de 3 A.

RESOLUCION:

* Graficamos el alambre perpendicularmente al campo.



$$F = IL\beta \text{ sen } 90°$$

$$F = (3\text{ A})(1\text{ m})(1{,}2\text{ T})(1)$$

$$\boxed{F = 3{,}6\text{ N}}$$

PROBLEMA 08

¿Cuánta corriente pasa por un alambre 3 m de longitud, si cuando se coloca perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 0,12 T se ejerce sobre él una fuerza de 1,44 N?

RESOLUCION:

* La fuerza sobre un cable es:

$$F = I\,L\,\beta \text{ sen } 90°$$

$$1{,}44\text{ N} = I(3\text{ m})(0{,}12\text{ T})(1)$$

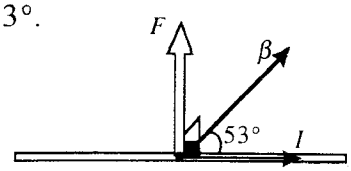
$$\boxed{I = 4\text{ A}}$$

PROBLEMA 09

Calcule la fuerza magnética sobre un tramo de alambre de 180 m de longitud tendido entre dos torres y conduciendo 250 A de corriente. El campo magnetico terrestre es de $5 \cdot 10^{-5}$ T en dicho lugar, y hace un ángulo de 53° con el cable.

RESOLUCION:

* El cable con el campo magnético terrestre forman 53°.



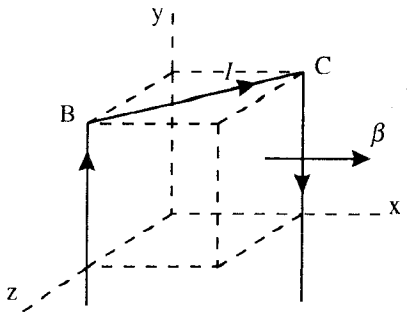
$$F = I\,L\,\beta \text{ sen } 53°$$

$$F = (250\text{ A})(180\text{ m})(5 \cdot 10^{-5}\text{ T})\,(4/5)$$

$$\boxed{F = 1{,}8\text{ N}}$$

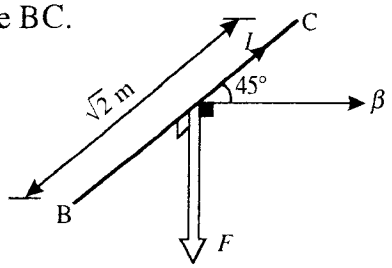
PROBLEMA 10

Un cubo de 1 m de arista se halla en un lugar en donde existe un campo magnético horizontal $\beta = 0{,}5$ T. Calcule la fuerza sobre la porción de alambre BC si por él circulan 2 A.



RESOLUCION:

* Como el lado del cubo es de 1 m, el alambre BC medirá $\sqrt{2}$ m
* Graficamos la fuerza magnética sobre el alambre BC.



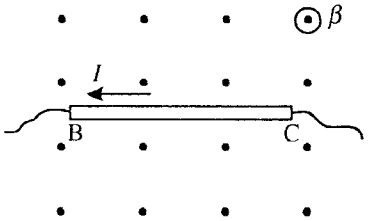
$$F = I\,L\,\beta \text{ sen } 45°$$

$$F = (2\text{ A})\,(\sqrt{2}\text{ m})(0{,}5\text{ T})\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\boxed{F = 1\text{ N}}$$

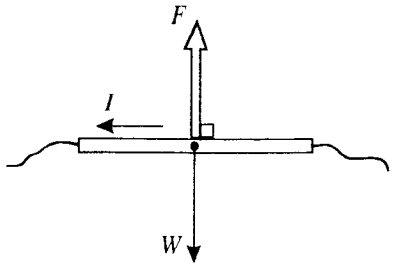
PROBLEMA 11

Calcule la corriente I que debe circular por el alambre BC de 0,6 N de peso de manera que pueda flotar en el interior de un campo magnético uniforme saliente de $\beta = 4 \cdot 10^{-3}$ T. El alambre BC mide 2 m.



RESOLUCION:

* El alambre BC llega a flotar cuano la fuerza magnética sobre este alambre se iguala a su peso.



* Equilibrando:

$$F = W$$

$$I\,L\,\beta \text{ sen } 90° = W$$

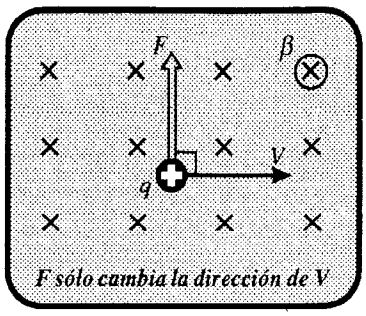
* Reemplazando datos:

$$I\,(2\text{ m})(4\cdot10^{-3}\text{ T}) = 0{,}6\text{ N}$$

$$\boxed{I = 75\text{ A}}$$

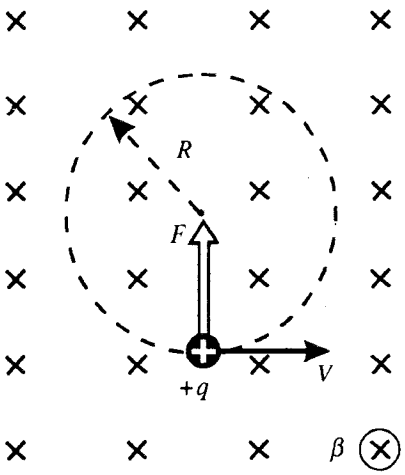
41.4. LANZAMIENTO DE UNA CARGA SOBRE UN CAMPO MAGNETICO:

Cuando una carga se lanza sobre un campo magnético, la fuerza magnética **siempre** es perpendicular a la velocidad de la carga. La fuerza magnética solamente desvía la dirección de la velocidad más no afecta su módulo.



F sólo cambia la dirección de V

Si el lanzamiento sobre el campo magnético uniforme es perpendicular, la fuerza magnética cambiará solamente la dirección de la velocidad produciendo una trayectoria circular.



Si despreciamos el peso de la carga $+q$, la fuerza magnética F será la fuerza centrípeta del movimiento circular uniforme.

$$F = m\frac{v^2}{R}$$

$$q\ v\ \beta \text{ sen } 90° = m\frac{v^2}{R}$$

$$\boxed{R = \frac{m\,v}{q\,\beta}} \quad \ldots\ldots (1)$$

Partiendo de la fórmula anterior, se deduce la velocidad angular (ω) del MCU.

Sabemos que: $v = \omega R$

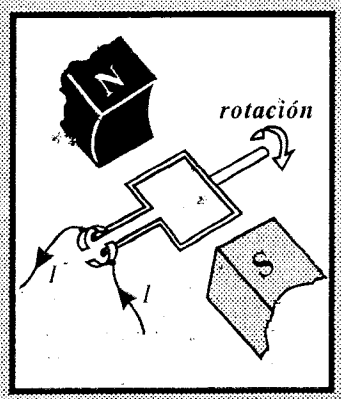
en la fórmula (1) : $$R = \frac{m(\omega R)}{q\,\beta}$$

$$\boxed{\omega = \frac{q\beta}{m}} \quad \ldots\ldots (2)$$

MOTOR ELECTRICO

Se muestra el esquema de un motor sencillo de corriente directa.

Se emplea imanes permanentes para producir un campo magnético en el cual una espira empieza a girar cuando por ella circular una corriente.



El campo magnético de los imanes ejercen fuerzas sobre los cables de la espira (con corriente *I*) haciéndola girar.

En un motor eléctrico la energía eléctrica se transforma a energía mecánica de rotación.

Sabiendo que en el MCU se cumple que $\omega = \frac{2\pi}{T}$ podemos calcular el periodo:

Reemplazando en (2): $\frac{2\pi}{T} = \frac{q\beta}{m}$

$$\boxed{T = \frac{2\pi m}{q\beta}} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

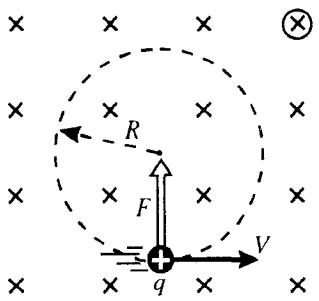
PROBLEMA 12

En un campo magnético uniforme de 0,3 T unos protones siguen una trayectoria circular de 20 cm de radio. Calcule la velocidad de los protones.

Carga del protón: $1{,}6 \cdot 10^{-19}$C
Masa del protón: $1{,}6 \cdot 10^{-27}$kg

RESOLUCION:

* Graficamos la trayectoria circular del protón en el interior del campo magnético uniforme:



* La fuerza magnética es fuerza centrípeta.

$$F = m\frac{v^2}{R}$$

$$q\ v\ \beta \text{ sen } 90° = m\frac{v^2}{R}$$

* despejando: $v = \frac{q\beta R}{m}$

* Reemplazando datos:

$$v = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C})(3 \cdot 10^{-1}\text{T})(2 \cdot 10^{-1}\text{m})}{1{,}6 \cdot 10^{-27}\text{kg}}$$

$$\boxed{v = 6 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}}$$

PROBLEMA 13

Iones con cargas de +4 μC viajan a una velocidad de $2 \cdot 10^{6}$ m/s, y entran en un campo magnético uniforme de 0,02 T, que está dirigido perpendicularmente a la velocidad de los iones, si describen un radio de 40 cm, halle la masa de los iones.

RESOLUCION:

* La fueza magnética es fuerza centrípeta:

$$F = m\frac{v^2}{R}$$

$$q v \beta \text{ sen } 90° = m\frac{v^2}{R}$$

$$q\beta = \frac{mv}{R}$$

$$m = \frac{q\beta R}{v}$$

* Reemplazando datos:

$$m = \frac{(4 \cdot 10^{-6}\text{C})(2 \cdot 10^{-2}\text{T})(4 \cdot 10^{-1}\text{m})}{2 \cdot 10^{6}\text{m/s}}$$

$$\boxed{m = 1{,}6 \cdot 10^{-14}\ \text{kg}}$$

AUTOEVALUACION

01 Un campo magnético ejerce fuerza sobre una carga; cuando esta carga:
a) es positiva b) es negativa
c) es neutra d) se mueve
e) está en reposo

02 La fuerza magnética se debe a:
a) movimiento de una carga.
b) presencia de un imán

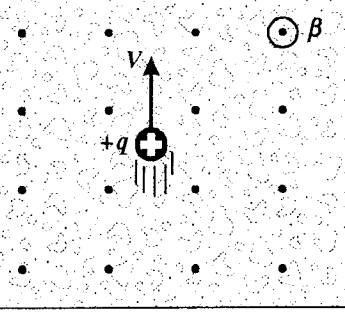
c) una corriente eléctrica.
d) interacción de dos campos magnéticos.
e) interacción de dos cargas.

03 Si a una carga eléctrica en reposo se le acerca el polo norte de un imán, la carga:
a) acelera b) se mueve c) es atraida
d) es repelida e) sigue en reposo

04 La acción de un campo magnético sobre una carga móvil es:
a) frenar la carga
b) aumentar la velocidad de la carga
c) desviar su trayectoria
d) anular la carga
e) no actúa sobre la carga.

05 El campo magnético de una carga eléctrica en reposo es:
a) nulo b) pequeño c) grande
d) infinito e) no es calculable

06 El diagrama muestra un campo magnético saliente del papel y una carga positiva lanzada con velocidad v. Señale el sentido de la fuerza magnética sobre esta carga.



a) ↑
b) →
c) ↓
d) ←
e) N.A.

07 En el problema anterior; si la carga fuera negativa, el sentido de la fuerza será:
a) → b) ← c) ↑ d) ↓ e) N.A.

08 La fuerza sobre una carga eléctrica que se mueve en un campo magnético es:
a) en la misma dirección que el campo
b) en la misma dirección que la velocidad
c) perpendicular al campo magnético
d) perpendicular a la velocidad
e) perpendicular al campo magnético y a la velocidad.

09 Si una carga se lanza en la misma dirección que el campo magnético, la fuerza magnética sobre la carga es:
a) pequeña b) cero c) infinita
d) grande e) depende del signo de la carga.

10 Un cable transporta corriente hacia la derecha y se halla en un campo magnético uniforme cuyas líneas de inducción apuntan hacia arriba. La fuerza magnética sobre el cable apunta hacia:
a) abajo b) adentro c) afuera
d) arriba e) izquierda

11 ¿Qué trayectoria sigue una carga eléctrica cuando es lanzada en forma perpendicular a las líneas de inducción de un campo magnético uniforme?
a) recta b) parábola c) circular
d) helicoidal e) cualquiera

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 12

¿Cuál será el sentido de la fuerza magnética sobre una carga positiva lanzada hacia la izquierda si se considera un campo magnético entrante al papel?
a) arriba b) abajo c) derecha
d) izquierda e) dentro

PROBLEMA 13

Una partícula cargada con +10 μC ingresa a un campo magnético $\beta = 4 \cdot 10^{-2}$ T con una velocidad $v = 2 \cdot 10^{6}$ m/s formando 30° con las líneas de inducción. Calcule la fuerza magnética sobre la carga.
a) 0,1 N b) 0,2 N c) 0,3 N d) 0,4 N e) 0,5 N

PROBLEMA 14

Un electrón, con una velocidad de $5 \cdot 10^{6}$ m/s, ingresa perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0,3 T. Calcule la fuerza sobre el electrón, en N.
a) $2,1 \cdot 10^{-13}$ b) $2,2 \cdot 10^{-13}$ c) $2,3 \cdot 10^{-13}$

d) $2{,}4 \cdot 10^{-13}$ e) $2{,}5 \cdot 10^{-13}$

PROBLEMA 15

Sea una carga $q = 3\ \mu C$, con una velocidad $v = 4 \cdot 10^5$ m/s perpendicular a un campo magnético $\beta = 5$ T. Halle la fuerza magnética sobre esta carga.

a) 2 N b) 4 N c) 6 N
d) 8 N e) 10 N

PROBLEMA 16

En el problema anterior, si la velocidad de la carga formara 37° con las líneas de inducción del campo magnético, la fuerza será:

a) 3,6 N b) 4,0 N c) 4,6 N
d) 5,2 N e) 5,8 N

PROBLEMA 17

Un alambre de 0,1 m de longitud, atravesado por una corriente de 5 A, se encuentra dentro de una campo magnético de 2 T, cuyas líneas de inducción son perpendiculares al alambre. Calcule la fuerza magnética sobre este alambre.

a) 1 N b) 3 N c) 5 N
d) 7 N e) 9 N

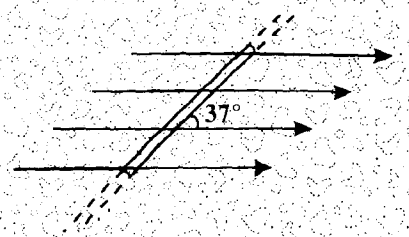
PROBLEMA 18

Entre dos postes tiende un cable de 50 m de longitud por el cual pasa una corriente de 10 A. Determine la fuerza magnética sobre el cable si en ese lugar el campo magnético es de $4 \cdot 10^{-5}$ T y forma 30° con el cable.

a) 0,01 N b) 0,02 N c) 0,03 N
d) 0,04 N e) 0,05 N

PROBLEMA 19

En la figura, el trozo de cable mide 0,50 m, transporta una corriente de 10 A y forma un ángulo de 37° con un campo magnético de 1,2 T. Halle la fuerza magnética sobre el cable.



a) 3,3 N
b) 3,4 N
c) 3,5 N
d) 3,6 N
e) 3,7 N

NIVEL II

PROBLEMA 20

Un electrón se dispara hacia el sur, en un lugar en donde el campo magnético es vertical y hacia arriba. Halle el sentido de la fuerza magnética sobre el electrón.

a) este b) oeste c) norte
d) sur e) abajo

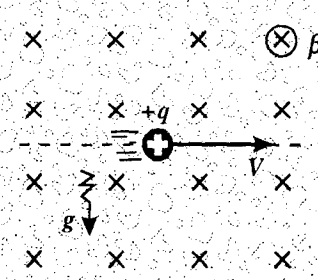
PROBLEMA 21

Un protón tiene una velocidad de $2 \cdot 10^6$ m/s en un punto del espacio donde $\beta = 0{,}01$ T. Halle la fuerza magnética sobre el protón si su velocidad forma 150° con el campo.

a) $1{,}6 \cdot 10^{-15}$ N b) $2{,}6 \cdot 10^{-15}$ N c) $3{,}6 \cdot 10^{-15}$ N
d) $4{,}6 \cdot 10^{-15}$ N e) $5{,}6 \cdot 10^{-15}$ N

PROBLEMA 22

Calcule la velocidad de una partícula con carga $+q$ y masa m, si cuando cruza un campo magnético uniforme β lo hace en forma horizontal y con velocidad constante, como se aprecia en la figura.



a) $\dfrac{mq}{g\beta}$ b) $\dfrac{m\beta}{q}$ c) $\dfrac{m\beta}{qg}$ d) $\dfrac{mg}{q\beta}$ e) 0

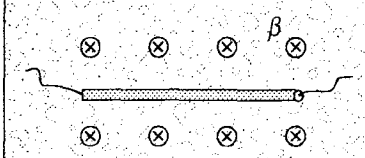
PROBLEMA 23

Una partícula con carga de 20 μC se lanza verticalmente hacia arriba con una rapidez de 4 000 m/s en un lugar en donde el campo $\beta = 0{,}3$ T es horizontal. Calcule la fuerza magnética, en N.

a) 0,012 b) 0,016 c) 0,020
d) 0,024 e) 0,028

PROBLEMA 24

Considere una varilla de peso W y de longitud L. Halle la corriente que debe pasar por esta varilla para que pueda suspenderse en el interior de un campo magnético β.



a) $\frac{LW}{\beta}$ b) $\frac{L\beta}{W}$ c) $\frac{\beta W}{L}$ d) $\frac{W}{L\beta}$ e) $\frac{L\beta}{W}$

PROBLEMA 25

Sobre un alambre recto de 250 mm de longitud, perpendicular a un campo magnético de 240 mT, actúa una fuerza de 0,6 N. Calcule la corriente que pasa por el alambre.

a) 4 A b) 6 A c) 8 A d) 10 A e) 12 A

PROBLEMA 26

Un alambre que conduce una corriente de 20 A se halla frente a la cara polar de un imán cilíndrico cuyo campo magnético es de β = 0,04 T. Determine la fuerza magnética sobre el alambre si el diámetro de la cara polar del imán es de 50 cm.

a) 0,1 N b) 0,2 N c) 0,3 N
d) 0,4 N e) 0,5 N

PROBLEMA 27

En cierto lugar, el campo magnético de la tierra es de $6 \cdot 10^{-5}$ T y forma 37° con un cable de 200 m que transporta una corriente de 30 A. Halle la fuerza magnética sobre el cable, en N.

a) 0,116 b) 0,216 c) 0,316
d) 0,416 e) 0,516

PROBLEMA 28

Calcule la masa de una partícula de carga q que al ser lanzada perpendicularmente a un campo magnético de inducción β gira con un radio R y con rapidez constante v.

a) $\frac{qv\beta}{R}$ b) $\frac{q\beta R}{v}$ c) $\frac{v\beta R}{q}$ d) $\frac{qvR}{\beta}$ e) $\frac{qv}{R\beta}$

PROBLEMA 29

Halle la cantidad de movimiento de un electrón que se halla girando en el interior de un campo magnético uniforme β = 0,5 T con un radio de 10 m, en kg•m/s.

a) $5 \cdot 10^{-19}$ b) $6 \cdot 10^{-19}$ c) $7 \cdot 10^{-19}$
d) $8 \cdot 10^{-19}$ e) $9 \cdot 10^{-19}$

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	E	C	A	B	B	E	B	C	C	B	D	D	C	A	A	A	D	A

21	22	23	24	25	26	27	28	29
A	D	D	D	D	D	B	B	D

42 Capítulo

ELECTROMAGNETISMO
INDUCCION ELECTROMAGNETICA

OBJETIVOS

1.	*Establecer las condiciones necesarias para generar una fem inducida.*
2.	*Usar la ley de Faraday en el cálculo de la fem inducida.*
3.	*Aplicar la ley de Lenz para conocer el sentido de la corriente inducida.*

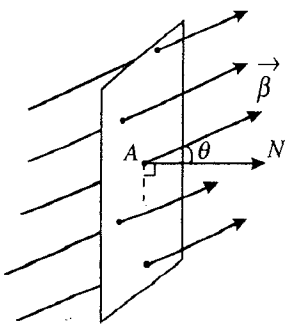
©DHDV

En el año 1820, Oersted descubrió que la corriente eléctrica produce un campo magnético. En aquel tiempo los científicos querían saber si era posible que un campo magnético era capaz de producir una corriente eléctrica. Diez años más tarde, trabajando por separado, el norteamericano Joseph Henry y el inglés Michael Faraday descubrieron que ello era posible. En realidad, Henry realizó primero el descubrimiento, pero Faraday publicó sus resultados antes e investigó el tema con mayor detalle.

> *Asi como la corriente produce un campo magnético, éste también puede producir corriente eléctrica.*

42.1. FLUJO MAGNETICO (ϕ)

El flujo magnético viene a ser la cantidad de magnetismo que pasa a través de una superficie.



N : normal o perpendicular a la superficie.

Matematicamente el flujo magnético se define del siguiente modo:

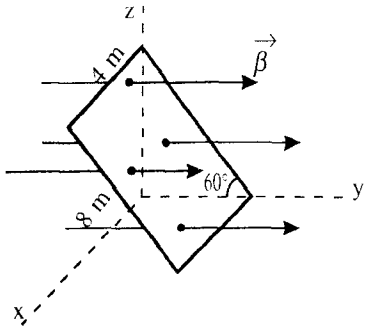
$$\phi = \beta A \cos \theta$$

Unidades en el SI:

β	A	ϕ
tesla(T)	m^2	weber (Wb)

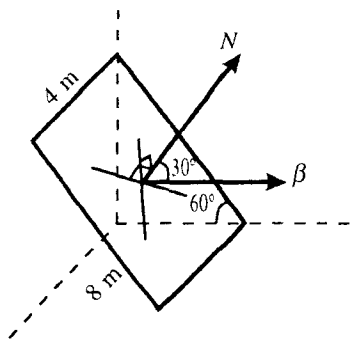
PROBLEMA 01

Un campo magnético uniforme de 0,5 T, paralelo al eje y, cruza una superficie rectangular cuyos lados miden 4 m y 8 m. Calcule el flujo a través de esta superficie.



RESOLUCION:

* El ángulo (θ) entre la normal (N) del rectángulo y las líneas de inducción del campo es 30°.



* El área es: $A = (4\ m)(8\ m)$

$$A = 32\ m^2$$

* Cálculo del flujo:

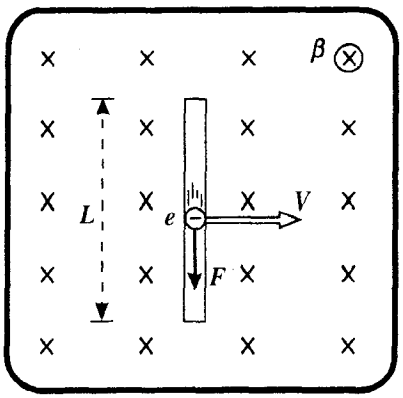
$$\phi = \beta A \cos\theta$$

$$\phi = (0{,}5\ T)(32\ m^2)\cos 30°$$

$$\boxed{\phi = 8\sqrt{3}\ Wb}$$

42.2. FUERZA ELECTROMOTRIZ INDUCIDA (ε) EN UNA BARRA:

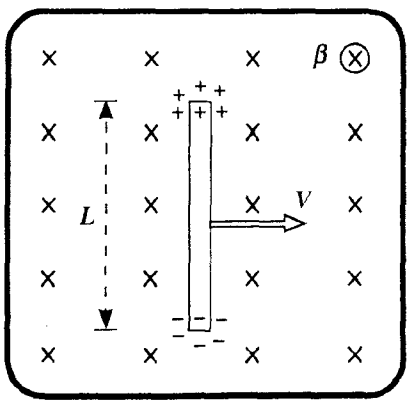
En el diagrama se muestra una barra conductora de longitud L moviéndose con velocidad v en forma perpendicular a un campo magnético β entrante.



Usando la regla de la palma derecha determinamos que la fuerza magnetica (F) sobre los electrones (e) es hacia abajo.

$$F = ev\beta \ldots\ldots (1)$$

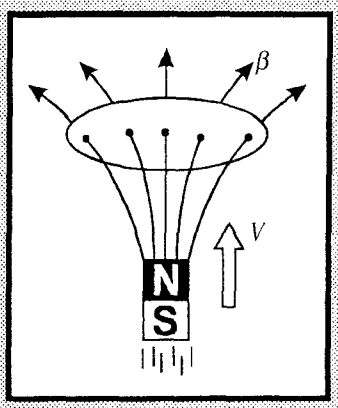
La fuerza magnética (F) trasladará los electrones hacia el extremo inferior de la barra formándose en este lugar un polo negativo, mientras que en el otro extremo quedarán las cargas positivas.



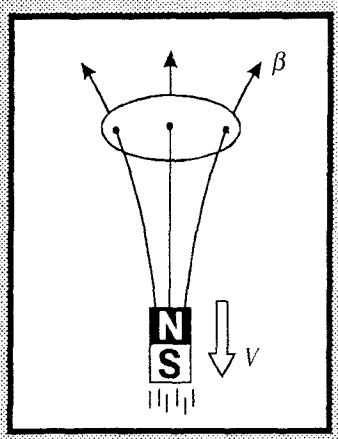
VARIANDO EL FLUJO

El flujo magnético es la cantidad de magnetismo que pasa por el interior de una espira.

A Acercando el imán el flujo magnético a través de la espira aumenta.



B Alejando el imán el flujo magnético a través de la espira disminuye.



Una variación de flujo implica que el número de líneas de inducción que cruza la espira está variando.

Las cargas en los extremos de la barra representan una diferencia de potencial, o sea un polo positivo (+) y el otro negativo (–).

Una barra conductora, que se mueve en el interior de un campo magnético, crea entre sus extremos una diferencia de potencial a la cual llamamos; fuerza electromotriz inducida (ε)

Partiendo de la fuerza de Lorentz:

$$F = e\ v\ \beta$$

multiplicando por L a cada miembro:

$$F \bullet L = ev\beta L$$

Recuerde que fuerza por distancia ($F \bullet L$) equivale al trabajo (W)

$$W = ev\beta L$$

$$\frac{W}{e} = v\beta L$$

El trabajo por unidad carga (W/e) se denomina fuerza electromotriz inducida (ε).

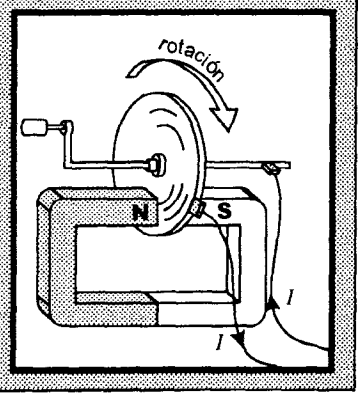
$$\boldsymbol{\varepsilon = v\beta L}$$

Unidades en el S.I.

v	β	L	ε
metro por segundo (m/s)	tesla(m)	metro (m)	volt (V)

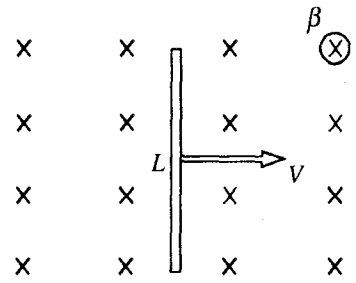
GENERADOR DE FARADAY

En 1831, Michael Faraday diseñó, en base a sus experimentos sobre inducción, el primer generador electromagnético del mundo. Era una cosa en apariencia sencilla; un disco de cobre que se hacía girar mediante una manivela entre los polos de un imán permanente, las cargas se polarizan produciéndose una corriente inducida mientras que el disco giraba.



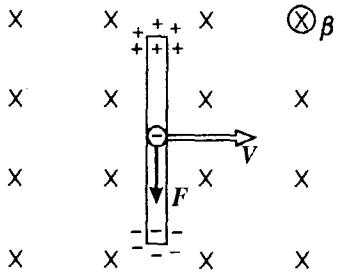
PROBLEMA 02

Una barra conductora de 0,5 m de longitud se mueve hacia la derecha con una rapidez de 20 m/s en presencia de un campo magnético entrante uniforme $\beta = 0{,}2$ T. ¿Qué fuerza electromotriz se induce en sus extremos?



RESOLUCION:

* Usando la palma de la mano derecha se observa que los electrones son empujados hacia abajo:



* La fem inducida entre sus extremos será:

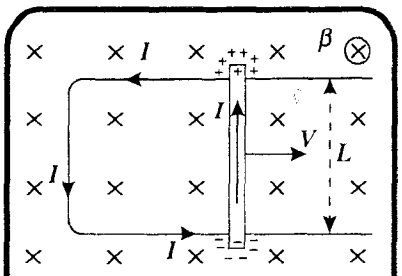
$$\varepsilon = v\beta L$$

$$\varepsilon = (20\ \text{m/s})(0{,}2\ \text{T})(0{,}5\ \text{m})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon = 2\ V}$$

42.3. CORRIENTE INDUCIDA (*I*):

Si una barra conductora se mueve dentro de un campo magnético, entre sus extremos se produce una diferencia de potencial a la cual llamamos **fueza electromotriz inducida**. Deslizando esta barra sobre un alambre en forma de U circulará por éste una **corriente inducida.**



La barra móvil cumple las mismas funciones de una batería.

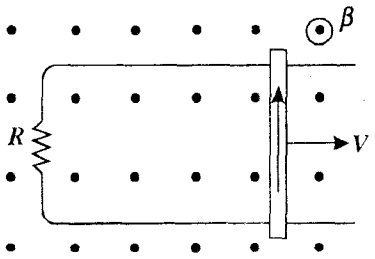
* El voltaje o fuerza electromotriz inducida en la barra se calcula con:

$$\boxed{\varepsilon = v\beta L}$$

este voltaje inducido en la barra produce la corriente inducida *I* en el alambre en U.

PROBLEMA 03

Encuentre la corriente que circula por la resistencia de 2 Ω cuando la barra de 0,25 m desliza pegada a los rieles con una velocidad de 10 m/s. El campo magnético uniforme es $\beta = 0{,}4$ T



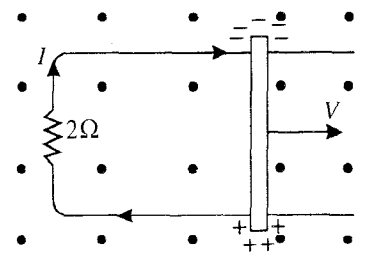
RESOLUCION:

* Calculamos la diferencia de potencial ($\mathcal{E}$) entre los extremos

$$\mathcal{E} = v\beta L$$

$$\mathcal{E} = (10\ \text{m/s})(0{,}4\ \text{T})(0{,}25\ \text{m})$$

$$\mathcal{E} = 1\text{V} \ldots\ldots (1)$$



* Hallamos la corriente inducida con la ley de Ohm:

$$\mathcal{E} = I\,R$$

$$1\text{V} = I(2\ \Omega)$$

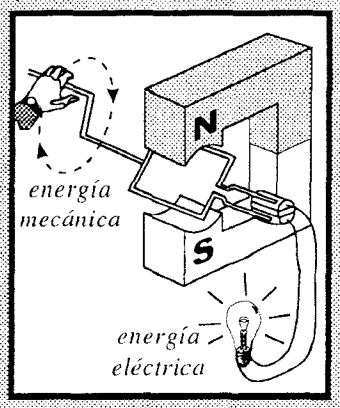
$$\boxed{I = 0{,}5\ \text{A}}$$

42.4. FUERZA ELECTROMOTRIZ INDUCIDA EN UNA ESPIRA:

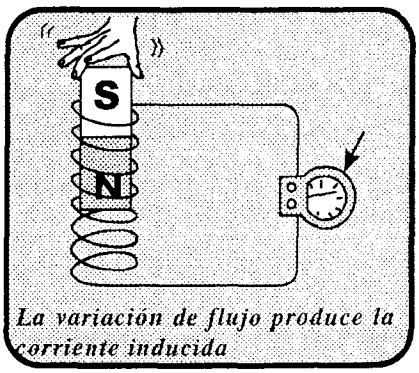
Faraday y Henry descubrieron que se podría generar corriente eléctrica en un alambre con el simple movimiento de meter y sacar un imán de una bobina. No se requería batería ni fuente de voltaje alguna, bastada el movimiento de imán a través de la bobina.

GENERADOR ELECTRICO

Es el revés de un motor. El generador convierte la energía mecánica en energía eléctrica. Al girar la espira cambia el flujo magnético a través de esta espira produciéndose una corriente inducida que enciende la lámpara.



Si giramos la espira con mayor rapidez, la lámpara brillará con más intensidad.



La variación de flujo produce la corriente inducida

Al meter y sacar el imán se produce una **varíación de flujo** magnético a través de la bobina generándose en ésta un voltaje o fuerza electromotriz inducida.

De estas experiencias, Faraday dedujo la siguiente ley:

Ley de Faraday:

> *La fuerza electromotriz inducida es proporcional a la rapidez de variación de flujo magnético que pasa por las espiras.*

Matemáticamente.

$$\mathcal{E} = N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

En donde:

$\mathcal{E}$: fuerza electromotriz inducida, en volts (V)

N : número de espiras en la bobina

$\Delta\phi$: variación de flujo, en webers (Wb)

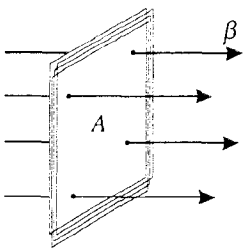
Δt : tiempo que emplea la variación de flujo, en segundos (s).

PROBLEMA 04

Una bobina plana de 20 espiras, de 0,04 m^2 de area, se encuentra perpendicularmente a un campo magnético de 0,5 T. Halle la fuerza electromotriz que se induce si el magnétismo desaparece en 0,05 s.

RESOLUCION:

* Graficamos el plano de la bobina perpendicularmente al campo magnético.



* Hallamos el flujo inicial

$\phi_o = \beta_o A \cos 0° = (0{,}5\ T)(0{,}04\ m^2)(1)$

$\phi_o = 0{,}02\ Wb$ ..... (1)

* Como el magnetismo desaparece, el flujo final será cero. $\phi_F = 0$ ..... (2)

* Calculamos el módulo de la variación de flujo:

$\Delta\phi = |\phi_F - \phi_o| = |0 - 0{,}02\ Wb| = 0{,}02\ Wb$ ..... (3)

* Hallamos la fuerza electromotriz inducida ($\mathcal{E}$):

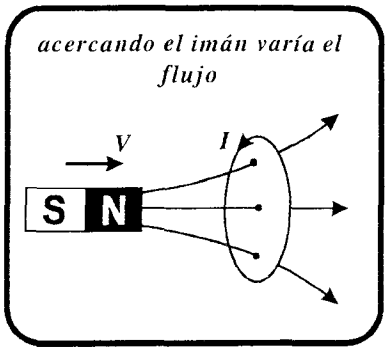
$$\mathcal{E} = N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = (20)\frac{(0{,}02\ \text{Wb})}{0{,}05\ \text{s}}$$

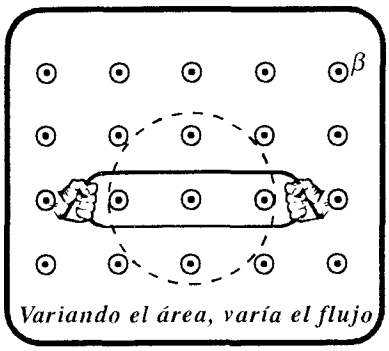
$$\boxed{\mathcal{E} = 8\ \text{V}}$$

42.5. VARIACION DE FLUJO MAGNETICO:

Con las experiencias de Faraday y Henry se comprueba que la corriente inducida aparece en una espira cuando a través de ella varía el flujo magnético. De tres maneras puede variar el flujo magnético a través de una espira.

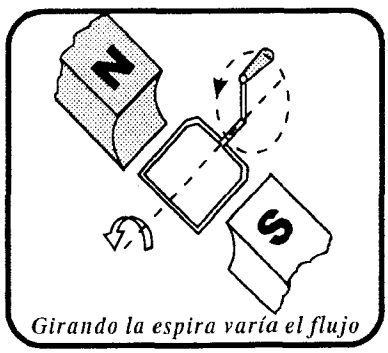
42.5.1. Si acercamos o alejamos, de una espira, uno de los polos de un imán, lograremos que varie el flujo a través de esta espira.





42.5.2. Si estiramos una espira circular cambiará su área y con esto cambiará también el flujo produciéndose en la espira una corriente inducida.

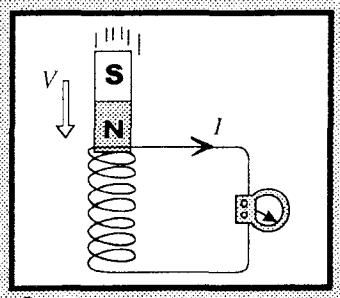
42.5.3. Si giramos la espira, en el interior de un campo magnético, se producirá una variación de flujo; y por la espirá fluirá una corriente inducida. Este principio se emplea en los generadores eléctricos.



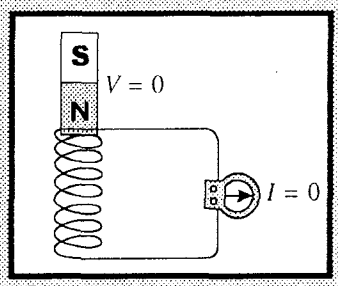
EXPERIMENTO

Un amperímetro se instala en una bobina de alambre para medir la corriente inducida.

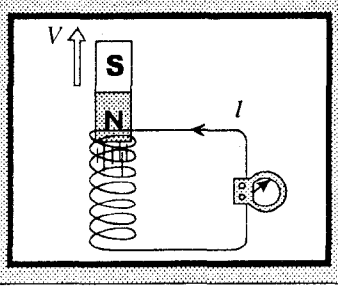
A Si acercamos uno de los polos de un imán a la bobina, en el amperímetro se registrará una corriente inducida.



B Si el imán permanece en reposo la lectura del amperímetro será cero.



C Si alejamos el imán del amperímetro registrara una corriente inducida; pero, en sentido contrario.



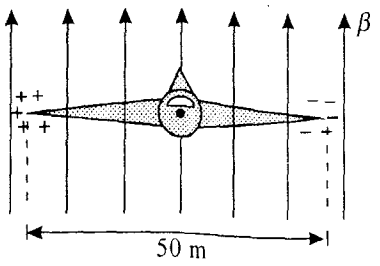
PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 05

Un avión que vuela horizontalmente a 40 m/s pasa por una región en donde el campo magnético terrestre es vertical, hacia arriba y mide $\beta = 6 \cdot 10^{-5}$ T. Halle la fem inducida entre los extremos de sus alas cuya longitud total es de 50 m.

RESOLUCION:

* Graficamos el avión volando perpendicularmente al campo magnético terrestre.



* La fuerza electromotriz inducida será:

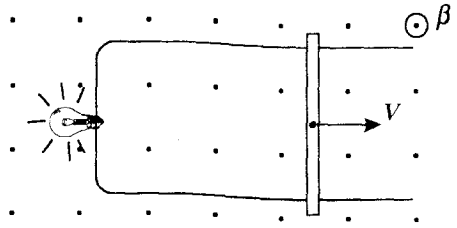
$$\mathcal{E} = v\beta L$$

$$\mathcal{E} = (40\ \text{m/s})(6\cdot10^{-5}\ \text{T})(50\ \text{m})$$

$$\boxed{\mathcal{E} = 0{,}12\ \text{V}}$$

PROBLEMA 06

Calcule la corriente que fluirá por el foquito, cuya resistencia es de 5 Ω, cuando la barra conductora de 1 m de longtiud se mueva hacia la derecha a razón de 10 m/s. El campo magnético uniforme es $\beta = 0{,}4$ T.



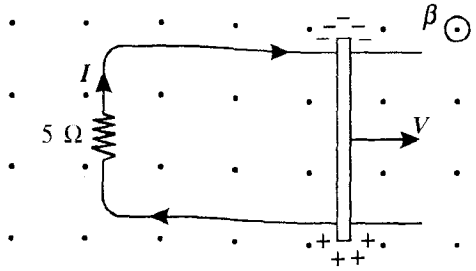
RESOLUCION:

* Hallamos la fuerza electromotriz inducida en la barra.

$$\mathcal{E} = v\beta L = (10\ \text{m/s})(0{,}4\ \text{T})(1\ \text{m})$$

$$\mathcal{E} = 4\ \text{V}$$

* Graficamos la corriente inducida a través del foquito ($R = 5\ \Omega$).



* Para hallar la corriente inducida (I) usamos la ley de Ohm:

$$\mathcal{E} = I\,R$$

$$4\text{V} = I(5\ \Omega)$$

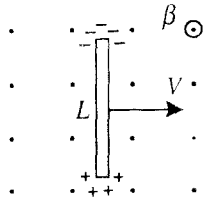
$$\boxed{I = 0{,}8\ \text{A}}$$

PROBLEMA 07

Una barra de 25 cm de longitud se mueve a través de un campo magnético de 0,8 T en forma perpendicular al campo. ¿A qué velocidad debe moverse esta barra para que la fem inducida sea de 0,2 V?

RESOLUCION:

* Graficamos el movimiento perpendicular en la barra:



$$\mathcal{E} = v\beta L$$

$$0{,}2\ \text{V} = v(0{,}8\ \text{T})(0{,}25\ \text{m})$$

$$\boxed{v = 1\ \text{m/s}}$$

PROBLEMA 08

Cuando un imán se acerca a la cara de una espira, en 0,4 s el flujo magnético a través de la espira varía de 0,02 Wb a 0,10 Wb. Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira.

RESOLUCION:

* Usando la ley de Faraday para una espira:

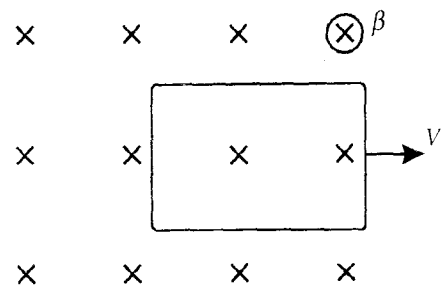
$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\phi_F - \phi_o}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = \frac{0{,}10\ \text{Wb} - 0{,}02\ \text{Wb}}{0{,}4\ \text{s}}$$

$$\boxed{\mathcal{E} = 0{,}2\ \text{V}}$$

PROBLEMA 09

En el diagrama se muestra un campo magnético uniforme de 0,06 T y una espira cuya superficie es perpendicular al campo y tiene un área de 0,5 m^2, si en 0,02 s la espira se retira del campo magnético. Halle la fem inducida.



RESOLUCION:

* Hallamos el flujo inicial:

  $\phi_0 = \beta A = (0{,}06\ \text{T})(0{,}5\ \text{m}^2) = 0{,}03\ \text{Wb}$

* Como la espira se retira del campo magnético, el flujo final será cero:

  $\phi_F = 0$

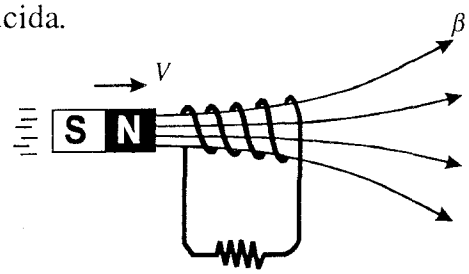
* Usamos la ley de Faraday para una espira.

$$\mathcal{E} = \frac{|\phi_F - \phi_0|}{\Delta t} = \frac{|0 - 0{,}03\ \text{Wb}|}{0{,}02\ \text{s}}$$

$$\boxed{\mathcal{E} = 1{,}5\ \text{V}}$$

PROBLEMA 10

El polo norte de un imán se acerca a un solenoide de 20 espiras de manera que el flujo magnético a través del solenoide pasa de 1,42 a 1,66 Wb en un lapso de 0,2 s. Halle la fem inducida.



RESOLUCION:

* La fem inducida se halla con la ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = N\frac{(\phi_F - \phi_0)}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = 20\frac{(1{,}66\ \text{Wb} - 1{,}42\ \text{Wb})}{0{,}2\ \text{s}}$$

$$\boxed{\mathcal{E} = 24\ \text{V}}$$

42.6. LEY DE LENZ:

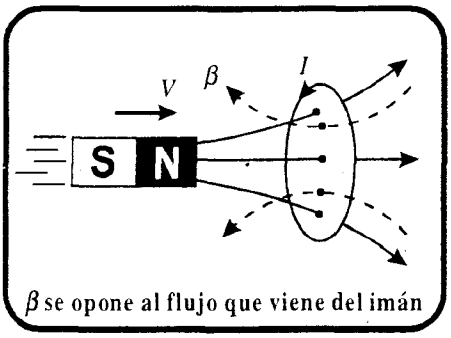
Hallando el sentido de la corriente inducida:

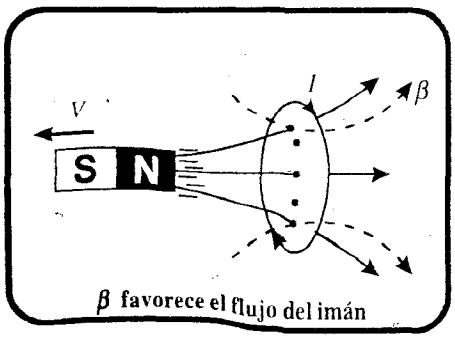
Sabemos que si el flujo magnético a través de una espira es variable, endicha espira se produce una corriente inducida; pero, ¿qué sentido tiene esta corriente? La ley de **Lenz** nos permite hallar este sentido:

> *En una espira el sentido de la corriente inducida es tal que su campo magnético se opone a las variaciones de flujo magnético exterior.*

De esta ley se desprenden dos situaciones:

42.6.1. Si el flujo magnético exterior aumenta, el campo magnético (β) de la corriente inducida (I) se opone al flujo exterior.

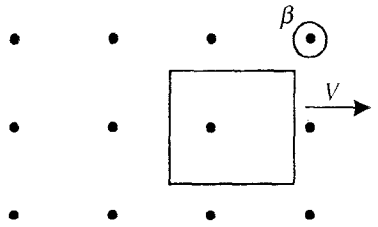




42.6.2. Si el flujo magnético exterior diminuye, el campo magnético (β) de la corriente inducida (I) tiene igual sentido que el flujo exterior.

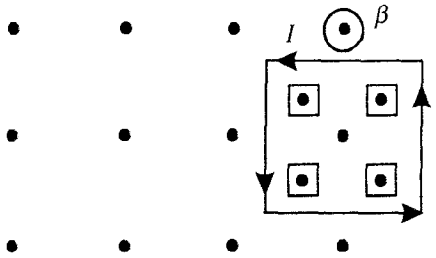
PROBLEMA 11

Señale el sentido de la corriente inducida en la espira cuadrada cuando es retirada del campo magnético.



RESOLUCION:

* Retirando la espira el flujo disminuye y la corriente inducida crea un campo a favor de este flujo.



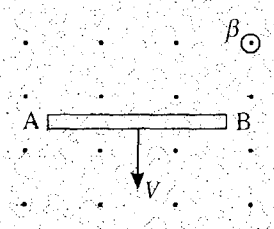
* Observe que ⊡ es el campo magnético a favor del flujo que produce la corriente inducida *I*.

AUTOEVALUACION

01 La unidad del SI empleada para medir el flujo magnético es el:

a) tesla b) ampere c) weber
d) newton e) ohm

02 Una barra conductora AB, al caer verticalmente, pasa por un campo magnético uniforme β. El extremo A de la barra se cargará:



a) positivamente
b) negativamente
c) no se carga
d) depende del módulo *v*
e) N.A.

03 Un avión vuela hacia el oeste, si cruza un campo magnético vertical y hacia arriba, el extremo del ala izquierda del avión se cargará.

a) positivamente b) negativamente
c) no se carga d) F. datos
e) N.A.

04 Una corriente inducida se producirá en una espira cuando a través de ésta:

a) pasa un campo magnético
b) pasa un flujo magnético
c) pasa un flujo magnético variable
d) pasa una corriente
e) pasa una carga.

05 Cuando el polo norte de un imán se acerca a una de las caras de una espira se observará que:

I. El flujo magnético a través de la espira aumenta.
II. Se induce una fem en la espira.
III. Se genera una corriente en la espira

a) I y II b) II y III c) I y III
d) Sólo I e) Todos

06 ¿A quién se le otorga el descubrimiento de la inducción electromagnética?.

a) Ampere b) Volta c) Faraday
d) Einstein e) Joule

07 Si introducimos un imán en una bobina de alambre, en la bobina aparece una fem inducida, ¿cómo será esta fem inducida si la bobina tuviera más vueltas?

a) igual b) mayor c) menor
d) cero e) infinito

08 En un generador eléctrico la energía _____ se transforma a energía. _____

a) eléctrica - mecánica
b) eléctrica - luminosa
c) mecánica - luminosa
d) mecánica - eléctrica
e) magnética - eléctrica

09 Señale con verdadero (V) o falso (F):

I. Un generador eléctrico es lo mismo

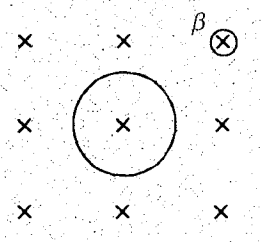
que un motor eléctrico.

II. En un generador eléctrico la corriente se induce girando sus espiras

III. El motor eléctrico transforma la energía eléctrica a energía mecánica.

a) VVV b) FFV c) FVF
d) FVV e) FFV

10 Una espira se halla en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme. Las afirmaciones ciertas son:



I. Si agrandamos la espira el flujo aumenta.

II. Si aumentamos la intensidad del campo magnético se induce una fem en la espira.

III. Una corriente se induce en la espira si es retirada del campo.

a) I b) I y II c) II y III
d) I y III e) Todos

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

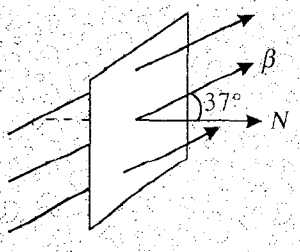
PROBLEMA 11

Una espira circular de 0,06 m^2 de área se halla en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,5 T. Calcule el flujo magnético a través de esta espira, en weber.

a) 0,01 b) 0,02 c) 0,03 d) 0,04 e) 0,05

PROBLEMA 12

Se muestra una espira rectangular de 0,5 m^2 de área, en el interior de un campo magnético de 0,4 T. Calcule el flujo magnético que cruza esta espira.



a) 0,06 Wb
b) 0,16 Wb
c) 0,26 Wb
d) 0,36 Wb
e) 0,46 Wb

PROBLEMA 13

Una barra conductora de 10 cm de longitud se mueve con velocidad $v = 8$ m/s en forma perpendicular a un campo magnético de $\beta = 0{,}4$ T. Halle el voltaje que se induce entre los extremos.

a) 0,30 V b) 0,31 V c) 0,32 V
d) 0,33 V e) 0,34 V

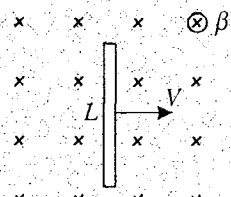
PROBLEMA 14

Las alas de un aeroplano tienen una longitud total de 40 m. Calcule el voltaje inducido entre las puntas de las alas cuando el aeroplano pasa por un campo magnético vertical hacia arriba de $6 \cdot 10^{-5}$ T con una velocidad de 50 m/s

a) 0,02 V b) 0,12 V c) 0,22 V
d) 0,32 V e) 0,42 V

PROBLEMA 15

En el diagrama v = 10 m/s, L = 0,8 m y β = 0,2 T. Calcule la fem inducida entre los extremos de la barra conductora.



a) 1,6 V
b) 1,8 V
c) 2,0 V
d) 2,2 V
e) 2,4 V

PROBLEMA 16

En el problema anterior, el extremo A se cargará ....

a) negativamente b) positivamente
c) no se carga d) depende de v
e) depende de L

PROBLEMA 17

El flujo magnético a través de una espira es de 0,06 Wb, si en 0,4 s desaparece el flujo, el voltaje inducido en la espira es:

a) 0,13 V b) 0,14 V c) 0,15 V
d) 0,16 V e) 0,17 V

PROBLEMA 18

En 0,2 s, el flujo magnético por una bobina de 60 vueltas varía de 0,04 a 0,10 Wb. Calcule el voltaje inducido en la bobina.

a) 18 V b) 20 V c) 22 V
d) 24 V e) 26 V

PROBLEMA 19

En flujo magnético a través de una bobina varía en $1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Wb en 2s. Halle el número de espiras de la bobina en la cual se induce un voltaje de 0,36 V.

a) 30 b) 40 c) 50 d) 60 e) 70

PROBLEMA 20

En una bobina de alambre hay 20 vueltas, halle la fem inducida cuando en 0,12 s el flujo a través de esta bobina varía en 0,036 Wb

a) 4 V b) 6 V c) 8 V d) 10 V e) 12 V

NIVEL II

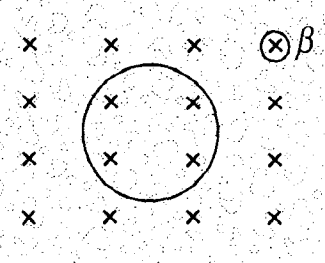
PROBLEMA 21

Las dimensiones de una espira rectangular de alambre son 20 y 30 cm, si se halla en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,5 T. Calcule el flujo magnético a través de la espira.

a) 0,02 Wb b) 0,03 Wb c) 0,04 Wb
d) 0,05 Wb e) 0,06 Wb

PROBLEMA 22

En la figura, determine el flujo magnético a través de la espira circular de radio R.



a) $2\pi\beta R$
b) $\pi\beta R$
c) $\pi\beta^2 R$
d) $\pi\beta R^2$
e) βR^2

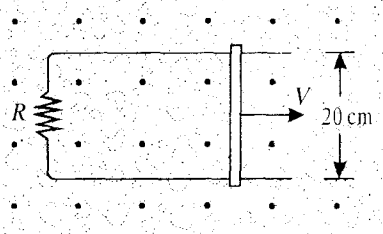
PROBLEMA 23

Un ferrocarril de 3 m de ancho corre con una velocidad de 20 m/s. ¿Qué fem se induce entre sus costados cuando pasa por un campo magnético vertical de $5 \cdot 10^{-5}$ T?

a) 0,001 V b) 0,002 V c) 0,003 V
d) 0,004 V e) 0,005 V

PROBLEMA 24

En el circuito la velocidad del alambre deslizante es v = 8 m/s. Halle la corriente que circula por la resistencia R = 4 Ω. El campo magnético uniforme es de 0,6 T.



a) 0,14 A
b) 0,24 A
c) 0,34 A
d) 0,44 A
e) 0,54 A

PROBLEMA 25

Una varilla de metal de 12 cm de longitud se mueve perpendicularmente a un campo magnético de 0,8 T con una velocidad de 5 m/s. Calcule la fem desarrollada, en volts.

a) 0,40 b) 0,42 c) 0,44
d) 0,46 e) 0,48

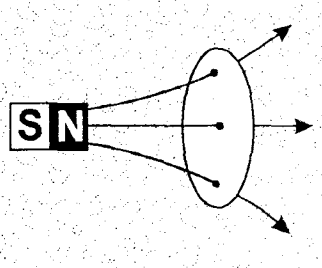
PROBLEMA 26

Una espira cuadrada de 20 cm de lado se encuentra en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,6 T. Halle la fem que se induce si la espira se saca del campo en 0,1 s.

a) 0,20 V b) 0,22 V c) 0,24 V
d) 0,26 V e) 0,28 V

PROBLEMA 27

En el diagrama se muestra un imán cerca de una espira, ¿en qué caso se inducirá una corriente en la espira?



I. Acercando el imán a la espira
II. Alejando el imán de la espira.
III. Si el imán permanece en reposo.

a) I y II b) I c) II
d) III e) Ninguno

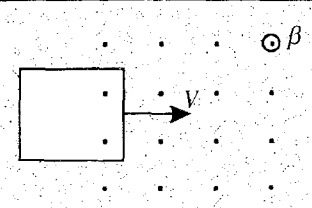
PROBLEMA 28

Una espira rectangular cuyas dimensiones son de 0,4 m y 0,1 m pasa en 0,2 s desde una región sin campo magnético hasta otra región cuyo campo magnético es de 0,5 T. Calcule la fem que se induce en esta espira.

a) 0,1 V b) 0,2 V c) 0,3 V
d) 0,4 V e) 0,5 V

PROBLEMA 29

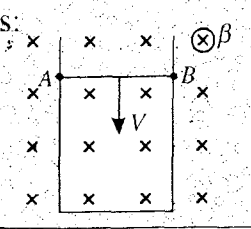
Se muestra una espira de alambre entrando a un campo magnético, la corriente inducida en la espira es:



a) horaria
b) antihoraria
c) cero
d) pequeña
e) infinita

PROBLEMA 30

Un alambre conductor AB baja pegado a otro alambre en U. La corriente inducida en el circuito es:



a) horaria
b) antihoraria
c) cero
d) pequeña
e) infinita

CLAVES

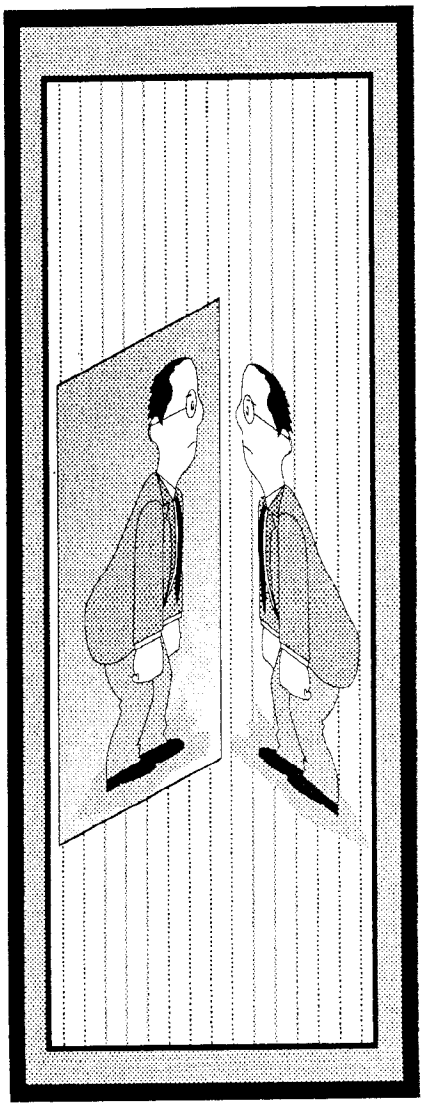
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	B	C	E	C	B	D	D	E	C	B	C	B	A	B	C	A	D	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30										
B	D	C	C	E	C	A	A	A	A										

43 Capítulo

OPTICA GEOMETRICA

Reflexión DE LA LUZ

OBJETIVOS	
1.	*Estudiar la naturaleza de la luz y la reflexión en los espejos planos*
2.	*Construir imágenes usando espejos esféricos.*
3.	*Usar la ecuación de Descartes.*



43.1. NATURALEZA DE LA LUZ:

Durante miles de años, la naturaleza de la luz ha sido un tema de estudio y discusión. Los antiguos creían que la luz viajaba de nuestros ojos a los objetos que vemos, y no de los objetos a nuestros ojos.

Algunos antiguos, como los pitagóricos de Grecia creían que la luz viajaba de los objetos luminosos al ojo en forma de diminutas partículas. Otro sabio, Empédocles, enseñaba que la luz se propagaba en forma de ondas. A consecuencia de estas divergencias surgieron ciertas teorías:

43.1.1. TEORIA CORPUSCULAR:

En gran Newton defendió una teoría corpuscular de la luz que gozó de gran aceptación entre los científicos, se establecía que la luz era una emisión de pequeños corpúsculos, que salen de los cuerpos luminosos, rebotan en los objetos y al llegar a nuestros ojos se tiene la sensación de verlos.

43.1.2. TEORIA ONDULATORIA:

Uno de los contemporaneos de Newton; Christian Huygens, afirmaba que la luz era una onda semejante a la del sonido. Apoyaba su teoría con pruebas de que en ciertas condiciones la

luz, viajando en línea recta, podría extenderse hacia los costados (difracción).

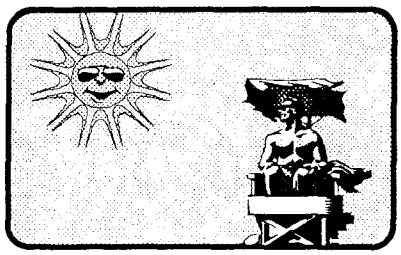
43.1.3. TEORIA ACTUAL:

Con el paso de los años, otros científicos encontraron más evidencias en favor de la teoría ondulatoria, del mismo modo se encontró respaldo a la teoría corpuscular de Newton, como sucedió en el año 1905 cuando Einstein publicó una teoría acerca del llamado efecto fotoeléctrico. Según dicha teoría, la luz está hecha de partículas llamadas fotones. Hoy día se acepta que:

> *La luz tiene una naturaleza dual: a veces se comporta como una partícula y otras veces se manifiesta como onda.*

43.2. CUERPOS LUMINOSOS:

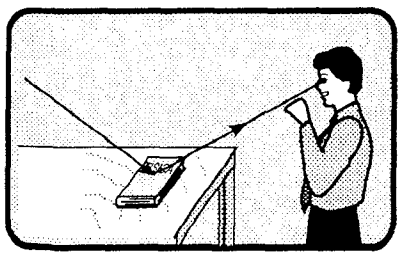
Son aquellos cuerpos que emiten luz sin haberla recibido de otros. El sol, una bujía, una vela encendida; son cuerpos luminosos.



El Sol es el cuerpo luminoso más grande que conocemos, en él se produce grandes transformaciones de energía de donde se produce la luz.

43.3. CUERPOS ILUMINADOS:

Son aquellos que se hacen visibles porque reflejan la luz proveniente del Sol.



Logramos ver el libro porque la luz que refleja llega a nuestros ojos. El libro; es pues, un cuerpo iluminado porque refleja la luz que recibe.

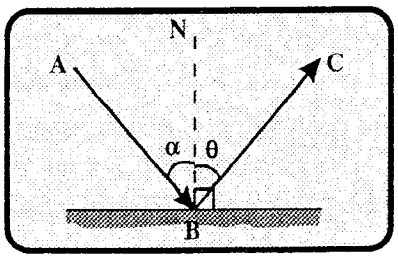
43.4. LA LUZ ES DETECTADO POR EL OJO HUMANO:

Los objetos que a diario observamos están emitiendo o reflejando muchos tipos de radiación, mas algunas de estas radiaciones como; las ultravioletas e infrarrojas, no son detectables por el ojo humano.

> *La luz es el nombre que se da al rango de radiaciones que nuestros ojos pueden detectar.*

43.5. REFLEXION DE LA LUZ:

Es el cambio de dirección que experimentan los rayos luminosos cuando encuentran una superficie pulida.

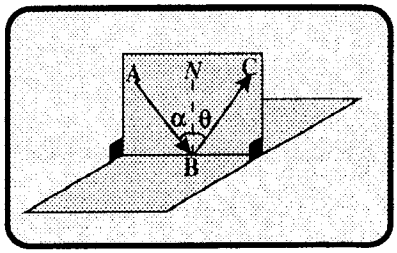


$\vec{AB}$: Rayo incidente
$\vec{BC}$: Rayo reflejado
α : Angulo de incidencia
θ : Angulo de reflexión
B : punto de incidencia
BN : Recta normal a la superficie

43.5.1. LEYES DE LA REFLEXION:

PRIMERA LEY:

El rayo incidente, el rayo reflejado y la recta normal se encuentra en el mismo semiplano perpendicular a la superficie pulida.



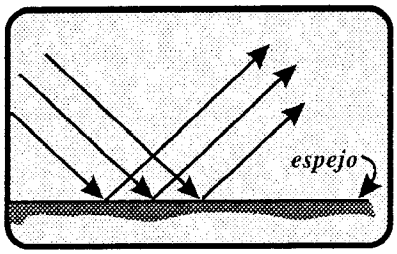
SEGUNDA LEY:

El ángulo de incidencia (α) es igual al ángulo de reflexión(θ):

$$\alpha = \theta$$

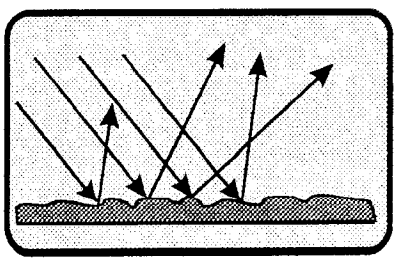
43.5.2. REFLEXION REGULAR:

Se denomina reflexión regular de la luz cuando los rayos inc identes paralelos se reflejan también paralelos. Esto sucede en superficies planas pulidas a las cuales llamamos **espejos.**

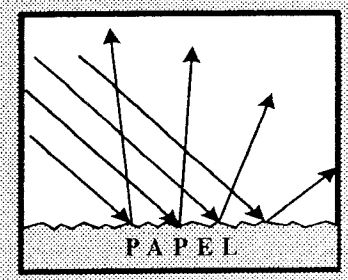


43.5.3. DIFUSION O REFLEXION IRREGULAR:

Se llama difusión de la luz cuando los rayos incidentes paralelos reflejan en diferentes direcciones como consecuencia de la aspereza de la superficie.

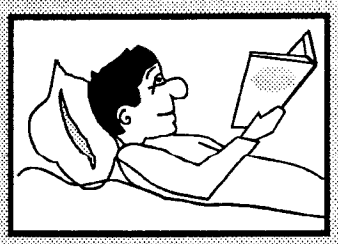


Si en el aula de clases el profesor nos muestra una hoja de papel, todos podremos ver esta hoja porque en ella la luz se refleja difusamente debido a su aspereza.



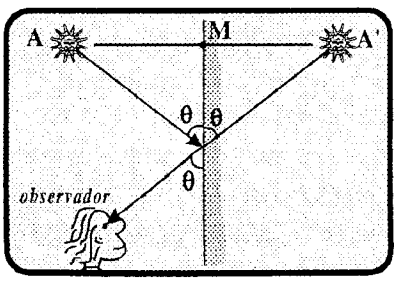
En el papel la luz se refleja difusamente debido a su aspereza, por esto, podemos ver el papel desde cualquier dirección.

Lo mismo sucede cuando, encendiendo la lámpara de noche, leemos nuetro libro de cabecera; podemos leer desde cualquier dirección.



43.6. IMAGEN DE UN PUNTO EN UN ESPEJO PLANO:

En el diagrama se muestra como el observador aprecia la imagen (A') de un punto luminoso a través de un espejo plano:

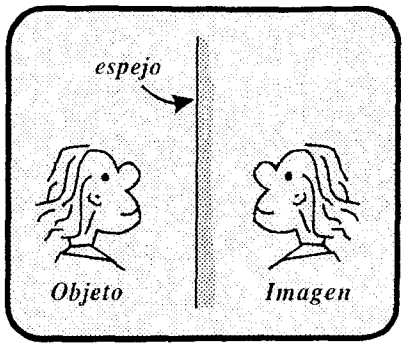


La distancia de la imagen (A') a la superficie del espejo es igual a la del punto luminoso (A) al espejo.

$$A'M = AM$$

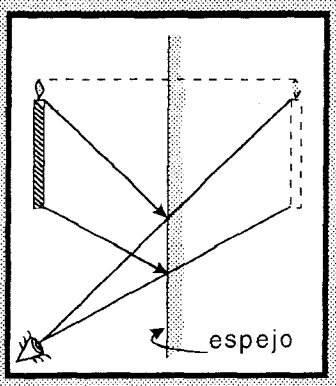
43.7. IMAGEN DE UN OBJETO EN UN ESPEJO PLANO.

La imagen de un objeto es el conjunto de las imágenes de todos los puntos que lo constituyen.



- El objeto y la imagen equidistan de la superficie lisa del espejo.
- La imagen tiene el mismo tamaño del objeto.
- La imagen es simétrica, o sea la derecha es izquierda y viceversa.

En el siguiente diagrama se muestra como, a través de un espejo plano, se observa un objeto luminoso.



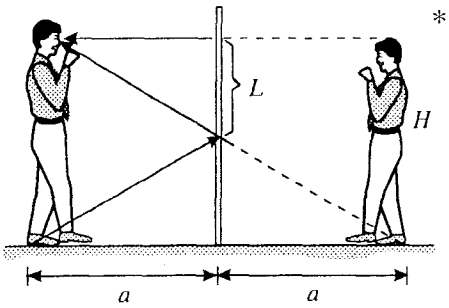
Como la imagen de la vela se forma detrás del espejo se denomina imagen virtual, imaginaria o ficticia.

PROBLEMA 01

Para que una persona de estatura H pueda verse el cuerpo en un espejo plano vertical, es necesario que la longitud mínima del espejo sea:

RESOLUCION:

* En la figura se muestra como la persona, mediante la reflexión de los rayos en el espejo, puede verse de pie a cabeza.



* L: longitud mínima

Por semejanza:

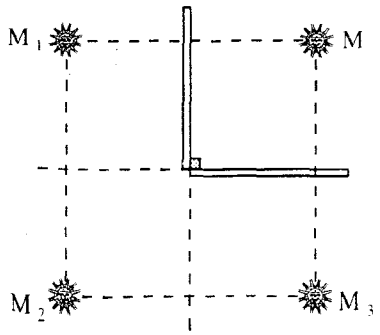
$$\frac{L}{a}=\frac{H}{2a}$$

$$\boxed{L=\frac{H}{2}}$$

43.8. IMAGENES PRODUCIDAS POR ESPEJOS ANGULARES:

Colocando un objeto entre dos espejos planos que forman cierto ángulo θ, se observa que el sistema de espejos da varias imágenes del mismo objeto. Variando el ángulo θ se observa que el número de imágenes puede cambiar.

El diagrama muestra el número de imágenes que dan dos espejos que forman 90°.



* Sea M el objeto; M_1 , M_2 y M_3 serán sus imágenes

Dos espejos planos que forman un ángulo de 90° siempre formarán 3 imágenes.

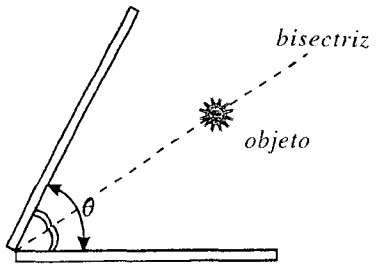
En la tabla se muestra el número de imágenes (*N*) que dan dos espejos angulares para el ángulo respectivo que están formando.

θ	*N*
180º	1
120°	2
90°	3
72°	4
60°	5
51,43°	6
45°	7
40°	8
36	9
32,76	10
0°	∞

Experimentalmente se comprueba que cuando colocamos el objeto en la bisectriz entre dos espejos angulares que forman un

ángulo θ el número de imágenes (N) que se forma se halla con:

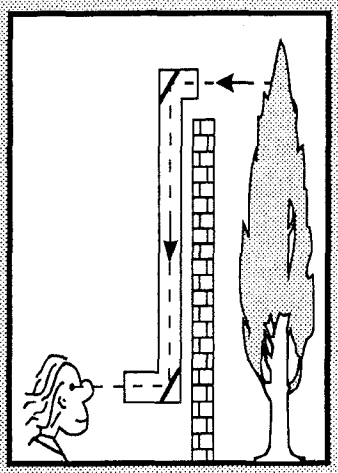
$$\frac{360^\circ}{\theta} - 1 \leq N < \frac{360^\circ}{\theta}$$



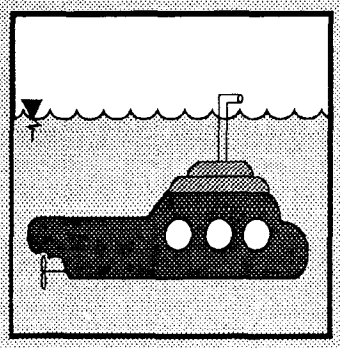
En donde N es un entero.

PERISCOPIO

Con el siguiente aparato, llamado periscopio, podemos ver sobre los muros. Consta de dos espejos planos colocados en el interior de un tubo.



Los periscopios se emplean ampliamente en los submarinos cuando se encuentran sumergidos, a fin de observar objetos en la superficie del agua.



PROBLEMA 02

Calcule el número de imágenes que se forma cuando un objeto se coloca entre dos espejos planos que forman un ángulo de 70°.

RESOLUCION:

* Empleamos la ecuación experimental (empírica):

$$\frac{360^\circ}{\theta} - 1 \leq N < \frac{360^\circ}{\theta}$$

$$\frac{360^\circ}{70^\circ} - 1 \leq N < \frac{360^\circ}{70^\circ}$$

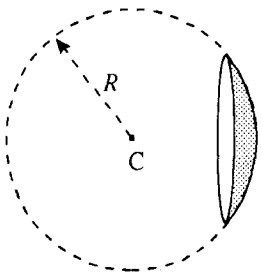
$$4{,}14 \leq N < 5{,}14$$

* Escogemos el N entero del intervalo:

$$\boxed{N = 5}$$

43.9. ESPEJOS ESFERICOS:

Son porciones esféricas de superficie que reflejan la luz. Se construyen pulimentando una porción de superficie esférica.



Si el pulido es interior el espejo se denomina **concavo**; pero, si el pulido es exterior viene a llamarse **convexo.**

43.9.1. ELEMENTOS:

a. Centro de curvatura (C):

Es el centro de la esfera de donde se ha obtenido el espejo esférico.

b. Vértice (V):

Es el polo o cima del espejo esférico.

c. Eje principal:

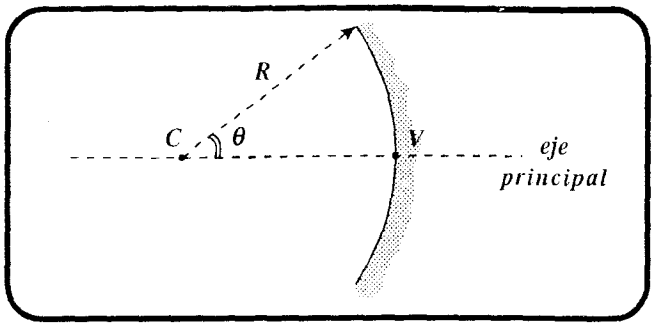
Es la recta que pasa por el centro de curvatura (C) y el vértice (V).

d. Radio de curvatura (R):

Es el radio de la esfera a la cual pertenece el espejo. $R = CV$.

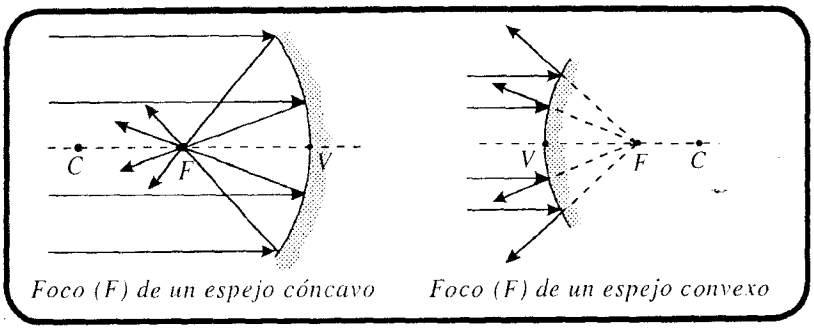
e. Abertura (θ)

Es el ángulo formado por el eje principal y un radio extremo. Para imágenes claras es necesario que la abertura no sea mayor que 10°.



43.9.2. FOCO DE UN ESPEJO ESFERICO (F)

Es el punto por donde pasan todos los rayos reflejados que llegan paralelamente al eje principal.



Para pequeñas aberturas se observa que el foco (F) se ubica en el punto medio entre el centro (C) y el vertice (V)

$$CF = FV = f = \frac{R}{2}$$

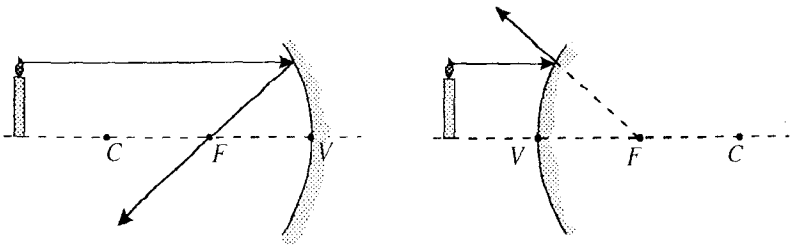
f: distancia focal del espejo.

43.9.3. RAYOS PRINCIPALES

Para construir la imagen de un objeto es necesario trazar dos de los siguientes rayos principales:

Primer rayo:

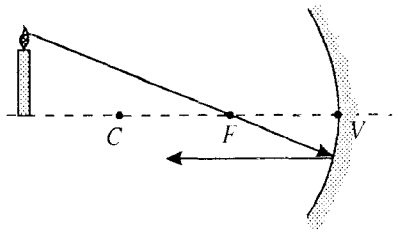
Todo rayo que llega al espejo esférico paralelamente al eje principal se refleja pasando por el foco.



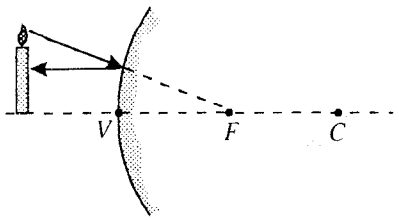
En un espejo cóncavo *En un espejo convexo*

Segundo rayo:

Todo rayo que llega al espejo esférico pasando por el foco se refleja paralelamente al eje principal.



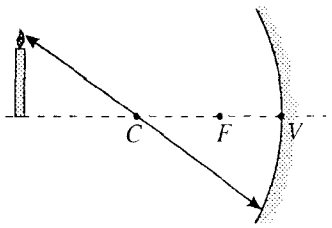
En un espejo cóncavo



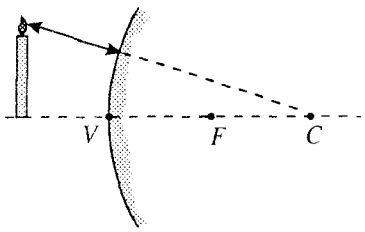
En un espejo convexo

Tercer rayo:

Todo rayo que llega al espejo pasando por el centro de curvatura (C) se refleja sobre si mismo.



En un espejo cóncavo



En un espejo convexo

43.9.4. FORMACION DE IMAGENES:

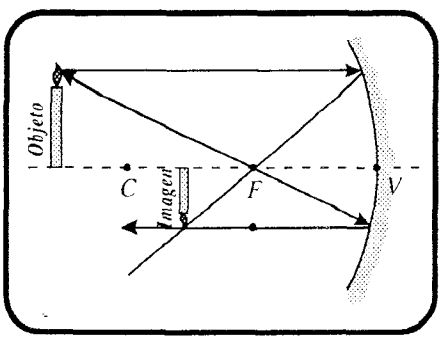
Para construir la imágen de un objeto solamente es necesario trazar dos rayos principales.

PROBLEMA 04

Construir la imagen de un objeto que se encuentra antes del centro de curvatura de un espejo concavo.

RESOLUCION:

* Trazamos el primer y segundo rayos principales:



* La imagen se obtiene con la intersección de los rayos reflejados.

Cuando la imagen se obtiene con la intersección de los rayos reflejados se dice que la imagen es **real.**

En la figura se observa que la imagen es real, invertida (cabeza abajo) y de menor tamaño que el objeto.

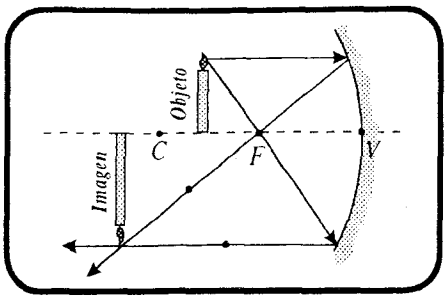
PROBLEMA 05

Contruya la imagen de un objeto que se coloca entre el centro (*C*)

y el foco (F) de un espejo concavo.

RESOLUCION:

* Trazamos el primer y segundo rayos principales:



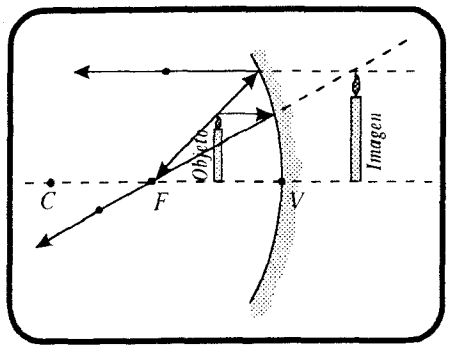
* La imágen es real, invertida (cabeza abajo) y de mayor tamaño que el objeto.

PROBLEMA 06

¿Qué tipo de imagen se observará en un espejo concavo cuando colocamos el objeto entre el foco (F) y el vértice (V) del espejo?

RESOLUCION:

* Trazamos el primer y segundo rayos principales:



* La imagen se forma interceptando la "prolongación" de los rayos reflejado.

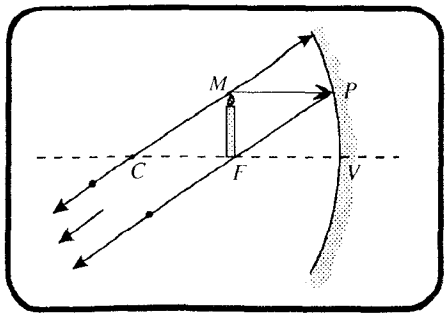
Cuando la imagen se obtiene con la intersección de las **prolongaciones** de los rayos reflejados se dice que la imagen es **virtual, imaginaria o ficticia.**

PROBLEMA 07

Construya la imagen de un objeto que se coloca en el foco (F) de un espejo concavo.

RESOLUCION:

* Trazamos el primer y segundo rayos principales:



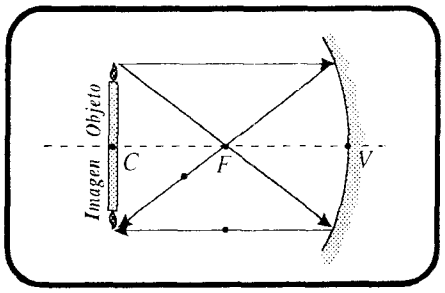
* En un espejo de poca abertura se cumple que $MP = CF$, luego los rayos reflejados MC y PF son paralelos y al no interceptarse no se **formará la imagen.**

PROBLEMA 08

¿Qué forma tiene la imagen de un objeto que se coloca en el centro de curvatura (C) de un espejo concavo?

RESOLUCION:

* Trazamos el primer y segundo rayos principales:



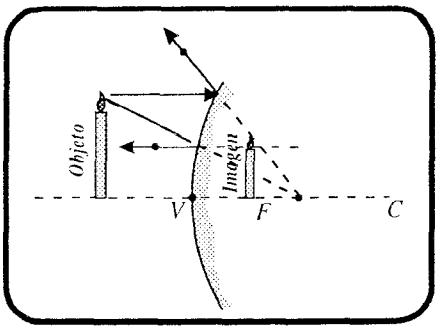
* La imagen es real, invertida (cabeza abajo) y de igual tamaño que el objeto.

PROBLEMA 09

¿Qué tipo de imágenes se obtienen usando espejos convexos?

RESOLUCION:

* Trazamos el primer y segundo rayos principales en un espejo convexo.



* La imagen se obtiene interceptando la prolongación de los rayos reflejados.

En un espejo convexo la imagen siempre será virtual, derecha (cabeza arriba) y de menor tamaño que el objeto.

OBSERVACIONES:

De las imágenes construídas anteriormente se concluye que para **espejos:**

a Las imágenes **virtuales** siempre se forman detrás del espejo. La zona detrás del espejo se denomina **zona virtual** (ZV)

b Las imágenes **reales** siempre se forman delante del espejo. La zona delante del espejo se denomina **zona real** (ZR)

c Las imágenes **virtuales** siempre son derechas (cabeza arriba)

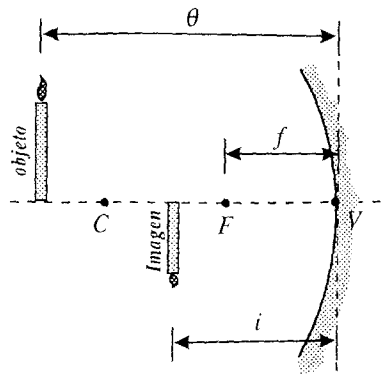
d Las imágenes **reales** siempre son invertidas (cabeza abajo)

e Entre un objeto y su respectiva imagen, siempre es de mayor altura aquel que está más lejos del espejo.

f Solamente los espejos concavos pueden dar imágenes más grandes que el objeto.

43.9.5. FORMULA DE DESCARTES:

En el diagrama se muestra la imagen de un objeto cuando éste se coloca delante de un espejo concavo.



En donde:

θ: distancia del objeto al espejo.

i : distancia de la imagen al espejo.

f : distancia focal.

La fórmula de Descartes relaciona estas tres distancias.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

En esta fórmula se debe emplear la siguiente convención:

- Para la distancia focal (f):
  (+) si el espejo es concavo.
  (–) si el espejo es convexo.
- Para la distancia a la imagen (i):
  (+) si la imagen es real.
  (–) si la imagen es virtual
- Para la distancia al objeto (θ):
  Siempre es positiva (+)

PROBLEMA 10

Calcule la distancia focal (f) de un espejo esférico sabiendo que cuando un objeto se coloca a 20 cm del espejo se produce una imagen virtual a 60 cm del mismo.

RESOLUCION:

* La distancia al objeto siempre es positiva: $\theta = 20$ cm

* Para una imagen virtual, la distancia a la imagen se considera negativa: $i = -60$ cm

* Usamos la fórmula de Descartes.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-60} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{60}$$

$$\boxed{f = 30 \text{ cm}}$$ Es espejo concavo

PROBLEMA 11

Un objeto se halla a 40 cm de un espejo convexo de 120 cm de distancia focal. ¿A que distancia del espejo se formará la imagen?

RESOLUCION:

* La distancia al objeto siempre es positiva $\theta = 40$ cm
* Para un espejo convexo la distancia focal (f) es negativa $f = -120$ cm
* Usamos la fórmula de Descartes.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{-120} = \frac{1}{i} + \frac{1}{0}$$

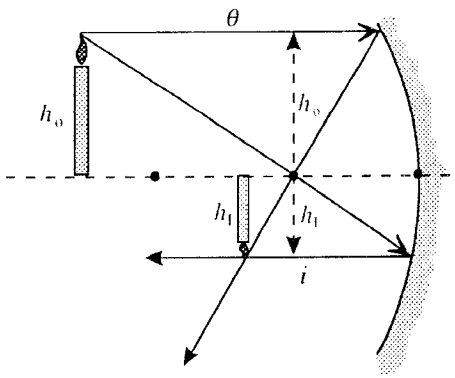
$$-\frac{1}{120} - \frac{1}{40} = \frac{1}{i}$$

$$\frac{-4}{120} = \frac{1}{i}$$

$\boxed{i = -30 \text{ cm}}$ La imagen es virtual

43.9.6. AUMENTO (A) DE UN ESPEJO:

Se llama aumento (A) a la relación existente entre el tamaño de la imagen y el tamaño del objeto.



$$A = \frac{\text{Tamaño de la imagen}}{\text{Tamaño del objeto}}$$

Usando la semejanza de los triángulos se demuestra que:

$$\boxed{A = \frac{h_I}{h_o} = -\frac{i}{\theta}}$$

- **Para la altura de la imagen (h_I):**
  (+) si la imagen es derecha (cabeza arriba)
  (−) si la imagen es invertida (cabeza abajo)
- **Para la altura del objeto (h_o)**
  siempre es positiva (+)

PROBLEMA 12

En un espejo convexo de 50 cm de distancia focal la imagen virtual se observa a 20 cm del espejo. Calcule el aumento (A) del espejo en esta situación.

RESOLUCION:

* Para un espejo convexo : $f = -50$ cm
* Si la imagen es virtual: $i = -20$ cm
* Usamos la fórmula de Descartes.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{-50} = \frac{1}{-20} + \frac{1}{\theta}$$

$$-\frac{1}{50} + \frac{1}{20} = \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{3}{100} = \frac{1}{\theta}$$

$$\theta = \frac{100}{3} \text{ cm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* Hallamos el aumento en esta posición.

$$A = -\frac{i}{\theta}$$

$$A = -\frac{(-20)}{100/3}$$

$$\boxed{A = 0{,}6}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 13

Una imagen virtual se forma a 30 cm de un espejo esférico cuando el objeto está a 40 cm. Halle la distancia focal del espejo.

RESOLUCION:

* Si la imagen es virtual: $i = -30$ cm
* La distancia al objeto siempre es positiva $\theta = 40$ cm
* Usando la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-30} + \frac{1}{40}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{-1}{120}$$

$$\boxed{f = -120 \text{ cm}}$$ **espejo convexo**

PROBLEMA 14

La imagen de un objeto vista en un espejo convexo de 50 cm de distancia focal, está a 20 cm detrás del espejo. ¿A qué distancia de este espejo se halla el objeto?.

RESOLUCION:

* Para un espejo convexo: $f = -50$ cm
* Las imágenes que se forman detrás del espejo son virtuales: $i = -20$ cm
* Usamos la fórmula de Descartes.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{-50} = \frac{1}{-20} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{3}{100} = \frac{1}{\theta}$$

$\theta = 33{,}3$ cm

PROBLEMA 15

Un espejo cóncavo tiene un radio de curvatura de 80 cm. ¿Cuál es la distancia del objeto cuando el aumento es 2,5?

RESOLUCION:

* En el espejo cóncavo: $f = \frac{R}{2} = \frac{80}{2} = 40$ cm

* Usamos el aumento:

$$A = -\frac{i}{\theta}$$

$$2{,}5 = -\frac{i}{\theta}$$

$$i = -\frac{5}{2}\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

* En la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{1}{-\frac{5}{2}\theta} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{2}{-5\theta} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{3}{5\theta}$$

$\theta = 24$ cm

PROBLEMA 16

Si un objeto se coloca a 60 cm de un espejo esférico, la imagen tiene un aumento de +1,5. Halle la distancia focal del espejo.

RESOLUCION:

* La distancia al objeto siempre es positiva: $\theta = 60$ cm.

* Usamos el aumento:

$$A = 1{,}5$$

$$-\frac{i}{\theta} = 1{,}5$$

$$-\frac{i}{60} = 1{,}5$$

$$i = -90 \text{ cm}$$

* Usamos la fórmula de Descartes.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-90} + \frac{1}{60}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{180}$$

$f = 180$ cm **espejo cóncavo**

PROBLEMA 17

Un objeto se coloca a 30 cm frente a un espejo esférico. La imagen que se forma es de doble tamaño que el objeto y derecha (cabeza arriba). Halle el radio de curvatura del espejo).

RESOLUCION:

* La distancia al objeto siempre es positiva

  $\theta = 30$ cm ..... (1)

* Usamos el aumento.

$$A = \frac{h_1}{h_o} = -\frac{i}{\theta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

* Si la imagen es derecha y de doble tamaño:

  $h_1 = 2h_o$ ..... (3)

* reemplazando (3) y (1) en (2):

$$\frac{(2h_o)}{h_o} = -\frac{i}{30}$$

$$i = -60 \text{ cm} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

* Usamos la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-60} + \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{60}$$

$f = 60$ cm espejo cónvaco

* El radio de curvatura (R) equivale al doble de la distancia focal.

$$R = 2f = 2(60 \text{ cm})$$

$R = 120$ cm

AUTOEVALUACION

01 De las afirmaciones siguientes; son verdaderas:

I. Newton defendió la teoría corpuscular de la luz.

II. Huygens afirmaba que la luz era una onda.

III. Actualmente se acepta una naturaleza dual de la luz.

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Todas e) Ninguna

02 Seleccione la afirmación falsa;

a) El Sol es un cuerpo luminoso
b) La Luna es un cuerpo iluminado
c) Una vela encendida emite luz propia
d) Los cuerpos iluminados sólo reflejan la luz que reciben
e) Un espejo es un objeto luminoso.

03 La imagen de un objeto en un espejo plano:

I. Es de igual tamaño que el objeto.

II. es simétrica

III. se forma detrás del espejo.

Las afirmaciones ciertas son:

a) I y II b) II y III c) I y III
d) sólo I e) todas

04 En un espejo plano la imagen es:

a) invertida b) derecha c) más grande
d) más pequeña e) N.A.

05 El radio de curvatura de un espejo esférico es de 50 cm. Su distancia focal es de:

a) 25 cm b) 50 cm c) 75 cm
d) 100 cm e) 0

06 En un espejo convexo la imagen de un objeto siempre es:

a) invertida b) real
c) derecha d) más grande
e) No hay imagen

07 Las imágenes virtuales siempre:

I. son invertidas

II. se forman delante del espejo

III. son derechas

a) I b) II c) III
d) I y II e) II y III

08 ¿En qué tipo de espejo la imagen siempre será más pequeña que el objeto?

a) esférico cóncavo
b) plano
c) cualquiera
d) esférico convexo
e) N.A.

09 Seleccione con verdadero (V) o falso(F) con respecto a las imágenes formadas en un espejo esférico.

I. Las imágenes virtuales siempre son derechas

II. Las imágenes reales siempre son invertidas

III. Los imágenes reales siempre se forman delante del espejo.

a) VVV b) VVF c) VFV
d) FVV e) FFV

10 Todo rayo paralelo al eje principal, al reflejar en el espejo esférico, pasa por el:

a) vértice b) foco c) centro
d) eje e) N.A.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

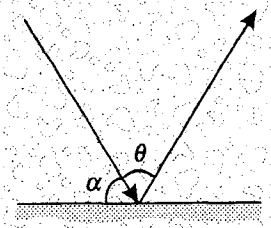
PROBLEMA 11

¿Qué altura mínima debe tener un espejo plano para que una persona de 1,64 m de altura, parada frente a él, pueda verse de cuerpo entero?

a) 0,82 m b) 0,92 m c) 1,02 m
d) 1,12 m e) 1,22 m

PROBLEMA 12

En el diagrama se muestra la reflexión de un rayo en un espejo plano. La relación correcta es:



a) $\theta = \alpha$
b) $\theta = 90 - \alpha$
c) $\theta = 180 - 2\alpha$
d) $\theta = 90 + \alpha$
e) $\theta = 90 - 2\alpha$

PROBLEMA 13

Un objeto se coloca exactamente entre dos espejos angulares que forman 20°. Calcule el número de imágenes que brindarán los espejos.

a) 17 b) 18 c) 19 d) 20 e) 21

PROBLEMA 14

La imagen virtual de un objeto se forma a 60 cm de un espejo convexo cuya distancia focal es de 90 cm. ¿A qué distancia del espejo se colocó el objeto?

a) 120 cm b) 140 cm c) 150 cm
d) 180 m e) 200 cm

PROBLEMA 15

Calcule la distancia focal de un espejo esférico conociéndose que, si colocamos un objeto a 30 cm de espejo su imagen real se coloca a 20 cm.

a) 10 cm b) 12 cm c) 14 cm
d) 16 m e) 18 cm

PROBLEMA 16

Un espejo concavo tiene un radio de 80 cm, ¿a qué distancia del espejo se formará la imagen colocando el objeto a 60 cm de su vértice?

a) 100 cm b) 120 cm c) 140 cm
d) 160 cm e) 180 cm

PROBLEMA 17

Se dispone de un espejo esférico cóncavo, con una distancia focal de 20 cm. ¿A qué distancia del vértice del espejo se debe colocar un objeto para que su imagen real se forme a 60 cm del vértice?

a) 10 cm b) 20 cm c) 30 cm
d) 40 cm e) 50 cm

PROBLEMA 18

Halle el aumento de un espejo cóncavo en el instante en que la imagen virtual se forma a 80 cm cuando el objeto se ha colocado a 40 cm.

a) 1 b) –1 c) –2 d) 2 e) 0

PROBLEMA 19

Calcule el aumento de un espejo cóncavo, de 45 cm de distancia focal, cuando colocamos un objeto a 15 cm de su vertice.

a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

PROBLEMA 20

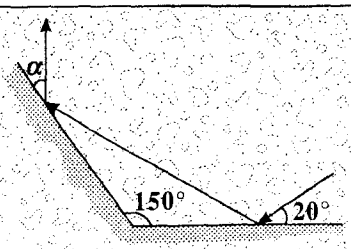
Un observador se ubica a 120 cm de un espejo concavo de 60 cm de distancia focal. ¿A qué distancia del espejo se formará la imagen del observador?, en cm.

a) 80 b) 90 c) 100 d) 110 e) 120

NIVEL II

PROBLEMA 21

En el diagrama se muestra la reflexión de un rayo en dos superficies reflectoras. Halle el ángulo α.



a) 10°
b) 15°
c) 20°
d) 25°
e) 30°

PROBLEMA 22

Calcule el aumento que se produce cuando observamos que la imagen de un objeto es real y de triple tamaño.

a) 2 b) –2 c) 3 d) –3 e) –4

PROBLEMA 23

Cuando un objeto se coloca frente y a 50 cm de un espejo convexo, la imagen es virtual y mide la mitad del tamaño del objeto. Halle la distancia focal del espejo.

a) 30 cm b) –30 cm c) 50 cm
d) –50 cm e) 60 cm

PROBLEMA 24

Determine la distancia focal, en cm, de un espejo esférico conociéndose que cuando el objeto se coloca a 40 cm del espejo la imagen invertida también se forma a 40 cm.

a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50

PROBLEMA 25

Un objeto se coloca a 40 cm de un espejo cóncavo, cuyo radio de curvatura es 50 cm. La imagen es:

a) real, derecha y aumentada
b) real, derecha y reducida
c) real, invertida y aumentada
d) real, invertida y reducida
e) ninguna de las anteriores

PROBLEMA 26

Un estudiante empleando espejos esféricos convexos siempre obtendrá imágenes:

a) reales e invertidas
b) reales y aumentadas
c) posiblemente reales
d) virtuales y reducidas
e) virtuales y aumentadas

PROBLEMA 27

Un objeto se coloca a 5 cm al frente de un espejo esférico. La imagen del objeto es dos veces más grande y está derecha. La distancia focal es:

a) 5 cm b) 10 cm c) 15 cm
d) 20 cm e) 25 cm

PROBLEMA 28

Un objeto se debe colocar frente a un espejo cóncavo cuya distancia focal es de 60 cm, para dar una imagen derecha y aumentada en tres veces. Halle la distancia al objeto

a) 10 cm b) 20 cm c) 30 cm
d) 40 cm e) 50 cm

PROBLEMA 29

Un espejo convexo tiene 80 cm de radio de curvatura, ¿a qué distancia al frente debe colocarse un objeto para que imagen sea la cuarta pate de su tamaño?

a) 100 cm b) 120 cm c) 140 cm
d) 160 cm e) 180 cm

PROBLEMA 30

Seleccione con verdadero (V) o falso (F)

I. Los espejos convexos siempre dan imágenes derechas.
II. Los espejos cóncavos siempre dan imágenes agrandadas.
III. Las imágenes reales siempre se forman delante del espejo.

a) VVV b) VVF c) VFV
d) FFV e) VFF

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	E	E	B	A	C	C	D	A	B	A	C	A	D	B	B	C	D	B	E

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	D	D	B	C	D	B	D	B	C

44 Capítulo

Optica Geométrica

REFRACCION DE LA LUZ

OBJETIVOS

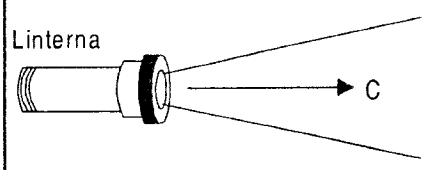
1. Estudiar la velocidad de la luz en los diferentes medios transparentes y aplicar la ley de Snell.
2. Construir imágenes usando lentes delgadas.
3. Usar la ecuación de Descartes.

44.1. INDICE DE REFRACCION DE UN MEDIO (n)

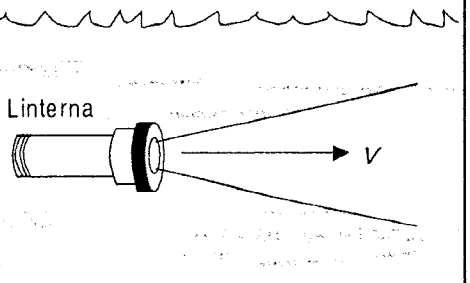
En el aire o vacío; la luz se propaga con una velocidad de:

$$C = 300\ 000\ km/s$$

Esta es la máxima velocidad que hasta hoy ha observado el hombre .



En el aire o vacío la luz presenta su máxima velocidad.

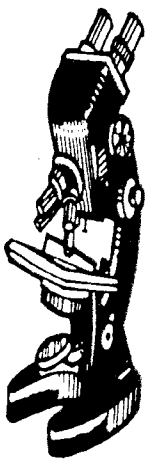


En el agua la velocidad la luz es de V = 225 000 km/s y es menor que en el aire o vacío.

Si la luz se propaga en un medio transparente (agua, aceite, vidrio,...etc), su velocidad es menor que en el aire o vacío.

$$V < C$$

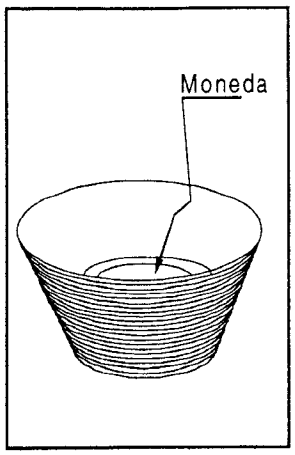
MICROSCOPIO



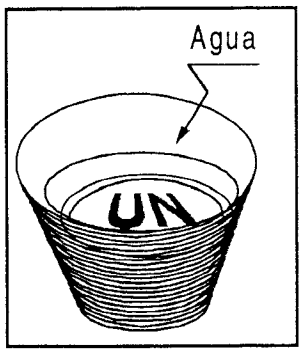
La velocidad de la luz depende del medio transparente en el cual se propaga. En el aire o vacío presenta su máxima velocidad (C = 300 000 km/s)

EXPERIMENTO

Coloquemos una moneda en el fondo de un deposito de metal de manera que solamente posamos ver el borde de esta moneda.



Si llenamos el depósito lentamente con agua notaremos que, sin que nos acerquemos, la moneda irá asomándose.



De acuerdo a esto; el índice de refracción de un medio (n) se define como:

$$n = \frac{c}{V}$$

En donde:
n : Indice de refracción del medio
v : Velocidad de la luz en dicho medio
c : velocidad de la luz en el aire o vacío

PROBLEMA 01

La velocidad de la luz en el agua es de 225 000 km/s; con esto, determine el índice de refracción del agua.

RESOLUCIÓN:

El índice de refracción del agua relaciona la velocidad de la luz en el aire o vacío (c) y la velocidad de la luz en el agua (v)

$$n = \frac{\text{velocidad de la luz en el aire o vacío } (c)}{\text{velocidad de la luz en el agua } (v)}$$

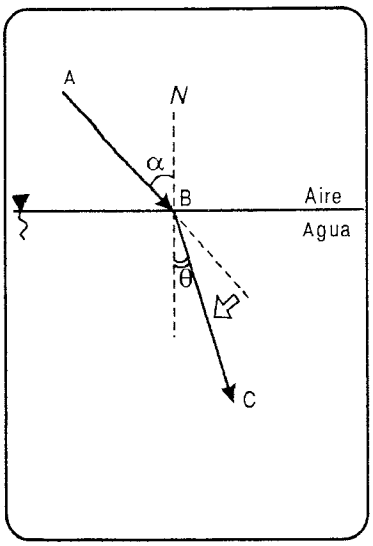
$$n = \frac{300\,000\ \text{km/s}}{225\ 000\ \text{km/s}}$$

$$\boxed{n = 1{,}33}$$

El índice de refracción siempre es mayor o igual que la unidad $(n \geq 1)$

4.4.2. REFRACCION DE LA LUZ:

Cuando la luz se transmite de un medio a otro, la luz se refracta o sea se desvía de su dirección original.



El rayo luminoso se refracta (desvía) cuando se transmite desde el aire hacia el agua. Esto se debe a que la velocidad de la luz en el aire es diferente a la velocidad de la luz en el agua.

$\overrightarrow{AB}$: rayo incidente

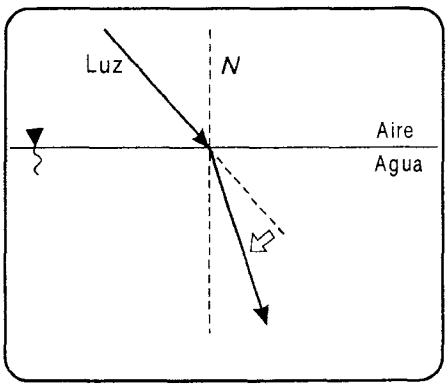
$\overrightarrow{BC}$: rayo refractado

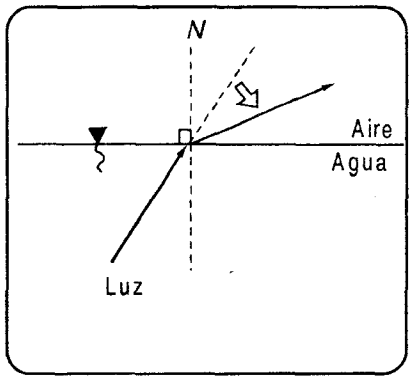
α : ángulo de incidencia

θ : ángulo de refracción

OBSERVACIONES :

Un rayo de luz que se transmite de un medio menos denso a otro medio mas denso se refracta (se desvía) hacia la normal *N*.



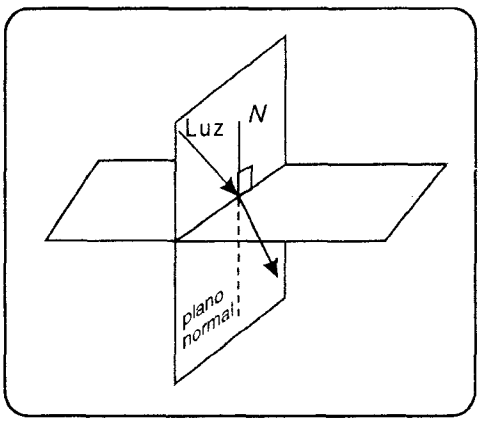


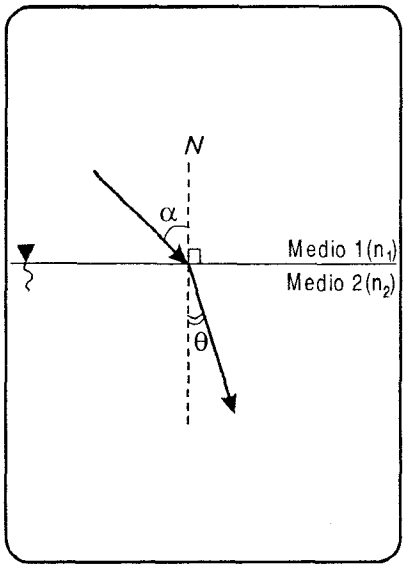
Cuando un rayo de luz se transmite de un medio ópticamente más denso hacia otro medio menos denso se refracta alejándose de la normal *N*.

44.3. LEYES DE LA REFRACCION:

44.3.1. PRIMERA LEY:

El rayo incidente, el rayo reflejado y la recta normal (N) pertenecen a un mismo plano





44.3.2. SEGUNDA LEY :

El ángulo de incidencia (α) y el ángulo de refracción (θ) se relaciona mediante una expresión llamada **ley de Snell**:

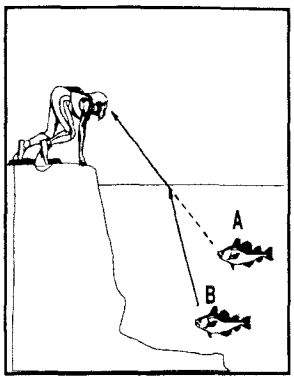
$$n_1 \operatorname{sen} \alpha = n_2 \operatorname{sen} \theta$$

n_1 : índice de refracción del medio 1

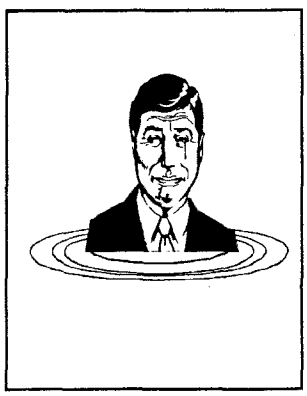
n_2 : índice de refracción del medio 2

PROFUNDIDAD APARENTE

Debido a la refracción el pez parece estar más cerca de la superficie del agua. El observador cree ver el pez en el punto A; pero en realidad, se halla en el punto B.



Del mismo modo; si queremos cruzar un riachuelo de agua cristalina no debemos confiarnos de la profundidad que vemos porque realmente son mas profundas de lo que parecen.



PROBLEMA (02)

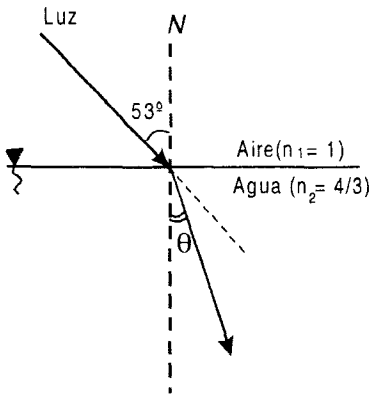
Un rayo de luz que viaja en el aire, incide sobre la superficie tranquila de un lago con un ángulo de 53°. Calcule el ángulo de refracción

Indice de refracción del aire : 1

Indice de refracción del agua : 4/3

RESOLUCION:

Graficamos la refracción del rayo de luz que incide desde el aire:



* Usamos la ley de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen}\alpha = n_2 \operatorname{sen}\theta$$

$$(1)\operatorname{sen}53° = \left(\frac{4}{3}\right)\operatorname{sen}\theta$$

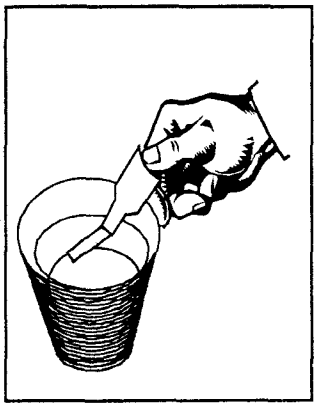
$$\frac{4}{5} = \frac{4\operatorname{sen}\theta}{3}$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{3}{5}$$

$$\boxed{\theta = 37°}$$

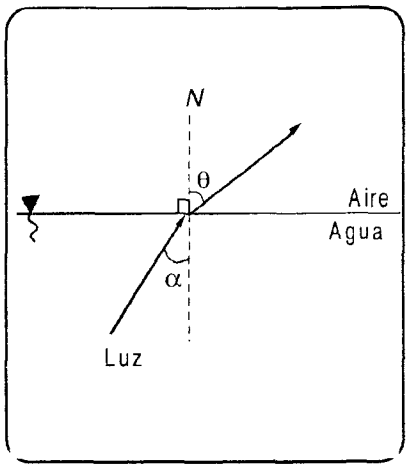
EXPERIMENTO

Si sumergimos parcialmente una cuchara en un vaso con agua observaremos una aparente quebradura debido al cambio en la dirección de la luz cuando pasa del agua hacia el aire.



44.4. ANGULO LIMITE DE REFRACCION

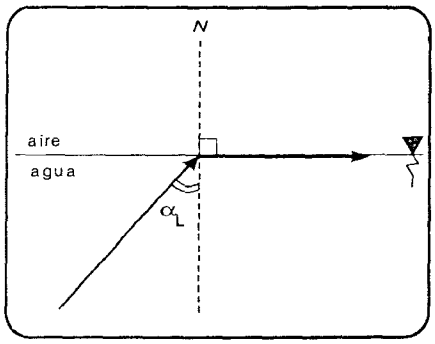
Cuando un rayo de luz pasa de un medio ópticamente más denso hacia otro menor denso como el aire, se refracta alejándose de la normal, dicho de otro modo, el ángulo de refracción es mayor que el ángulo de incidencia.

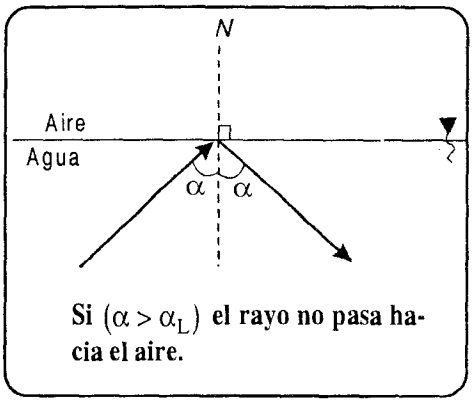


Observe que cuando el rayo de luz pasa del agua hacia el aire se refracta alejándose de la normal; o sea:

$$\boxed{\theta > \alpha}$$

Para cierto ángulo de incidencia (α_L) el rayo de luz se refractará paralelamente a la superficie del agua. α_L es llamado ángulo límite de refracción.



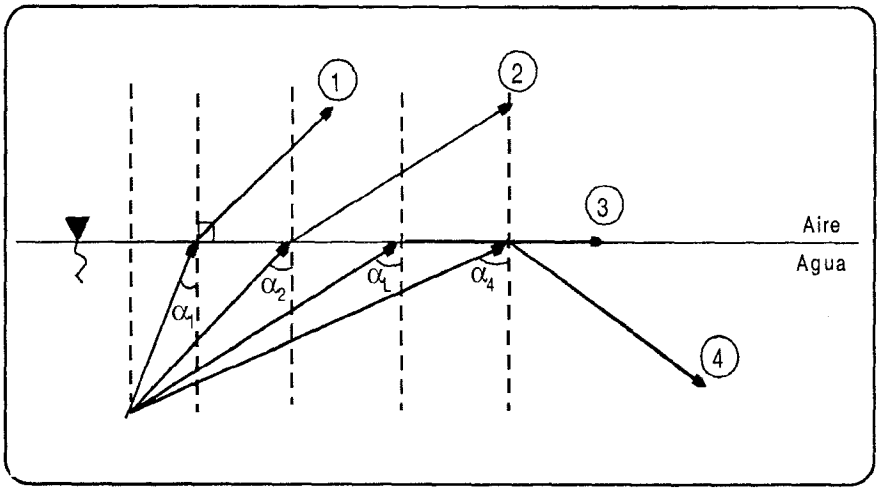


Si ($\alpha > \alpha_L$) el rayo no pasa hacia el aire.

Si el ángulo de incidencia (α) es mayor que el ángulo limite de refracción ($\alpha > \alpha_L$), el rayo de luz no se refractará no pasará hacia el otro medio sino que se reflejará volviendo el mismo medio.

RESUMEN

En el siguiente diagrama se muestran rayos de luz que provienen de un medio ópticamente más denso hacia otro menos denso.



OBSERVACIONES

I. Los rayos (1) y (2) refractan (pasan hacia el otro medio) porque sus ángulos de incidencia son menores que el ángulo límite.

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_L$$

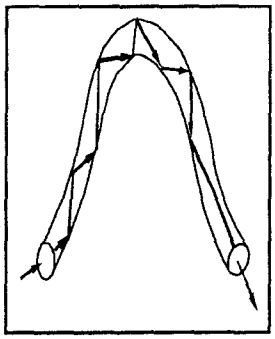
II. El rayo 4 se refleja totalmente, o sea no pasa hacia el otro medio, porque su ángulo de incidencia (α_4) es mayor que el ángulo límite.

$$\alpha_4 > \alpha_L$$

III. El ángulo limite de refracción (α_L) divide los rayos que refractan y los rayos que reflejan totalmente.

FIBRAS OPTICAS

Llamadas también «tubos de luz», estas fibras transparentes de vidrio transportan luz de un lugar a otro como las tuberías de agua. La luz en su interior sufre varias reflexiones internas totales, como si una bala rebotará dentro de una tubería de acero.



Las fibras ópticas sirven para llevar la luz a lugares inaccesibles. Los mecánicos los emplean para ver el interior de los motores, y los médicos se valen de ellas para ver el interior del cuerpo de sus pacientes.

PROBLEMA 03

El diamante tiene un índice de refracción 2,5. Halle la velocidad de propagación de la luz en el interior del diamante.

RESOLUCION:

El índice de refracción del diamante es:

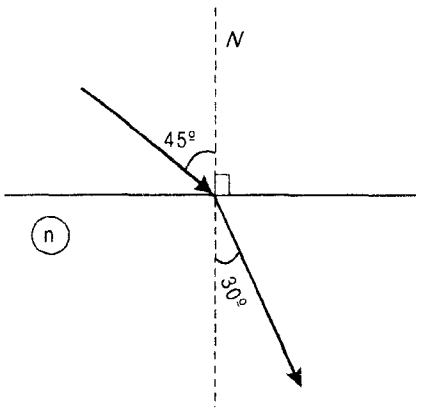
$$n = \frac{\text{Velocidad de la luz en el vacío } (C)}{\text{Velocidad de la luz en el diamante } (V)}$$

$$2{,}5 = \frac{300\ 000\ \text{km/s}}{V}$$

$$\boxed{V = 120\ 000\ \text{km/s}}$$

PROBLEMA 04

Se muestra un rayo de luz que ingresa y se refracta en un bloque de cristal. Halle el índice la refracción del cristal.



RESOLUCION:

Usamos la ley de Snell en el punto de refracción.

$$n_{aire}\,\text{sen}\,45^\circ = n_{vidrio}\,\text{sen}\,30^\circ$$

$$(1)\frac{\sqrt{2}}{2} = n\left(\frac{1}{2}\right)$$

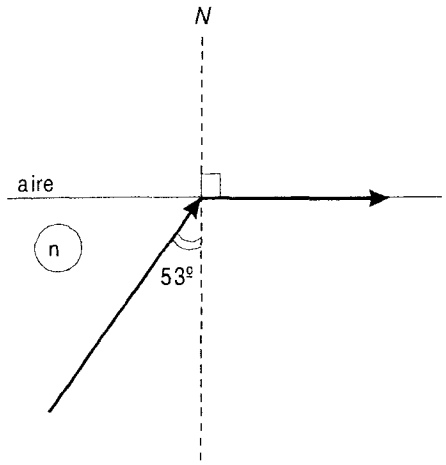
$$\boxed{n = \sqrt{2}}$$

PROBLEMA 5

El ángulo limite de refracción de cierto vidrio especial es de 53°, halle el índice de refracción de esta calidad de vidrio.

RESOLUCION:

Graficamos el ángulo limite de refracción (53°)



* Usamos la ley de Snell:

$$n\,\text{sen}\,53^\circ = n_{aire}\,\text{sen}\,90^\circ$$

$$n\left(\frac{4}{5}\right) = (1)(1)$$

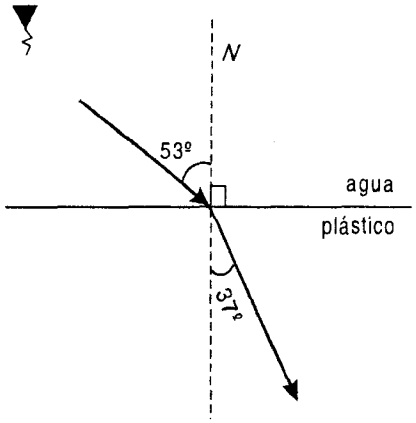
$$\boxed{n = 1{,}25}$$

PROBLEMA 06

Un rayo de luz pasa del agua hacia un plástico transparente con un ángulo de incidencia de 53° y se refracta con un ángulo de 37°. Calcule el índice de refracción de este plástico si el del agua es 4/3.

RESOLUCION:

Graficamos la refracción de un rayo de luz del agua hacia el plástico.



Usamos la ley de Snell:

$$n_{agua}\text{sen}53^{o} = n_{plástico}\text{sen}37^{o}$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = n_p\left(\frac{3}{5}\right)$$

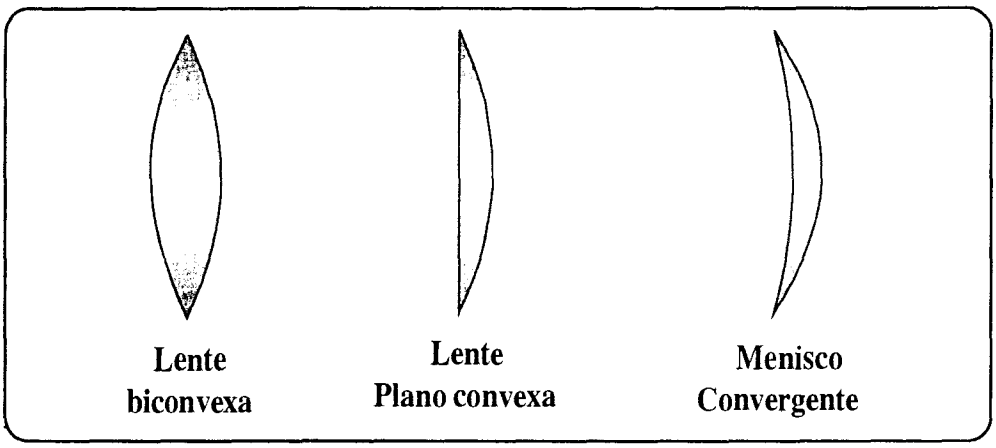
$$n_p = \frac{16}{9}$$

$$\boxed{n_p = 1{,}77}$$

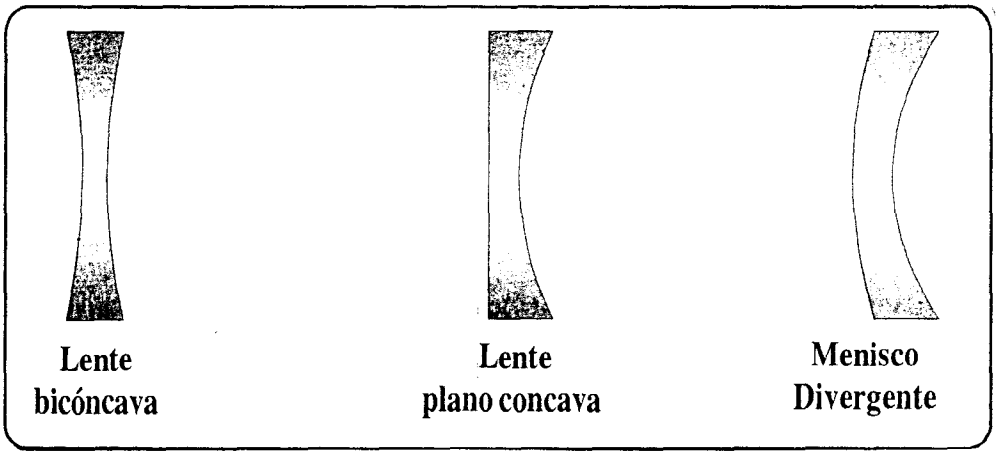
4.4.5. LENTES ESFERICOS DELGADOS:

Una **lente** se hace de material transparente, como vidrio o plástico, con un índice de refracción mayor que el del aire, limitadas por caras esféricas o una de ellas es plana y la otra es esférica. Las lentes pueden ser convergentes o divergentes:

Una lente es **convergente** si es más gruesa en el centro que en sus bordes. Se muestran 3 tipos de lentes convergentes:



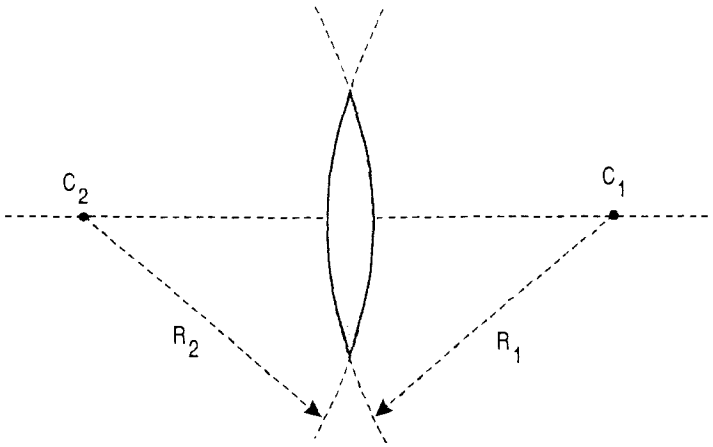
Una lente es **divergente** cuando es más delgada en el centro que en sus extremos. Se muestra 3 tipos de lentes divergentes:



44.6. ELEMENTOS DE UNA LENTE:

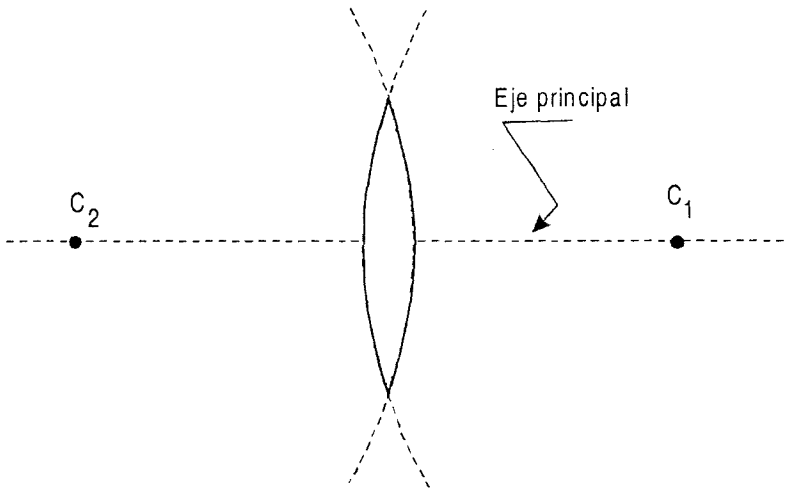
44.6.1. CENTROS DE CURVATURA:

Las lentes esféricas están formadas por caras esféricas de radios R_1 Y R_2 que corresponden a **centros de curvaturas** C_1 Y C_2



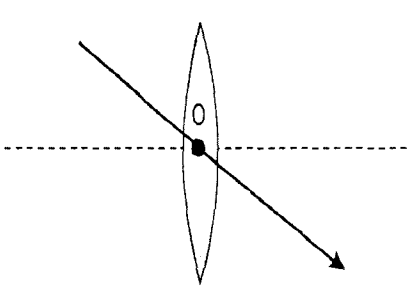
44.6.2 EJE PRINCIPAL:

Es la recta que pasa por los centros de curvaturas, es también llamado eje óptico.

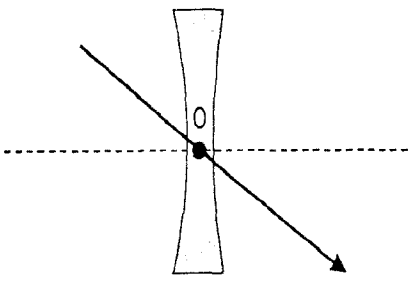


44.6.3. CENTRO OPTICO (O)

En una lente delgada el centro óptico (O) es el punto de la lente en donde el rayo incidente no se desvía.



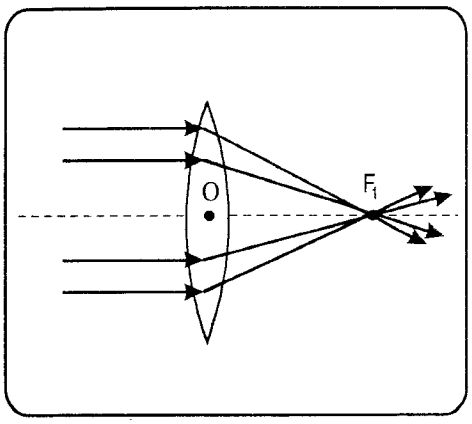
Lente convergente



lente divergente

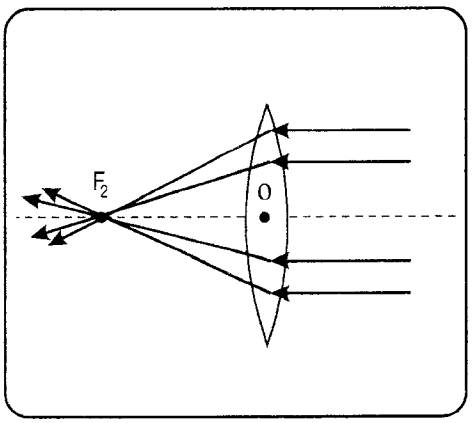
44.6.4. FOCOS PRINCIPALES:

Cuando rayos paralelos al eje principal llegan a una lente, emergen por la otra cara concurriendo en un punto "F" del eje principal, este punto F es llamado **foco principal**.

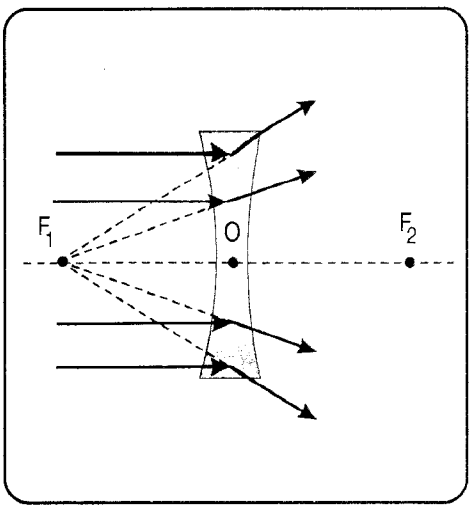


Los rayos paralelos pasan hacia el otro lado de la lente concurriendo en el punto F_1, éste es el primer foco **principal** de la lente.

Si los rayos paralelos llegan por el otro lado de la lente o sea en sentido contrario, se observa que concurren en otro punto F_2, éste es el **segundo** foco principal de la lente.



Toda lente tiene dos focos principales, que independientemente de la forma de la lente, equidistan de ella. $OF_1 = OF_2$

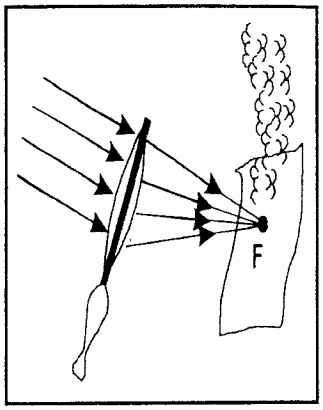


De la misma manera se puede determinar los dos focos principales de una lente divergentes. Estos focos también equidistan de la lente

$$OF_1 = OF_2$$

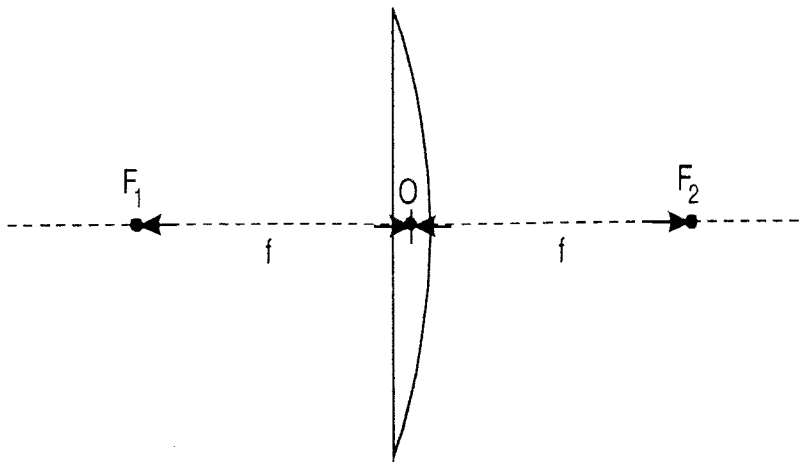
QUEMANDO PAPEL

Usando una lupa, orientándola correctamente ante los rayos solares, podemos concentrar los rayos y quemar una hoja de papel si ésta es colocada en el foco (F) de la lente.



44.6.5. DISTANCIA FOCAL (f):

Haciendo las medidas respectivas de los focos F_1 y F_2 a la lente (delgada) se comprueba que son iguales a pesar de que las caras de la lente puedan ser muy diferentes. La **distancia focal** es la medida de uno de los focos a la lente delgada.



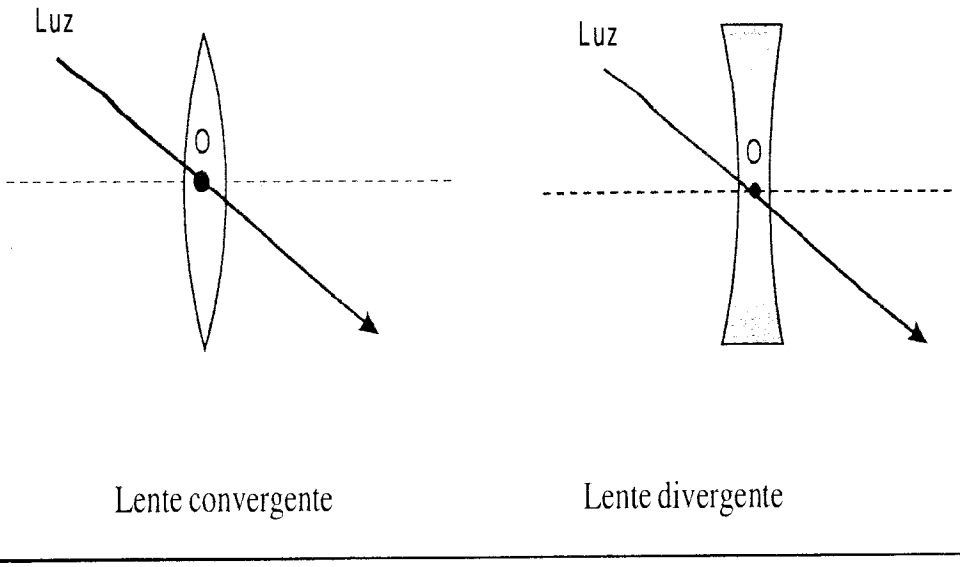
A pesar que las caras de la lente son diferentes, los focos principales F_1 y F_2 equidistan de la lente. $f = OF_1 = OF_2$

44.7. RAYOS PRINCIPALES:

Con la finalidad de construir imágenes debemos resaltar 3 tipos de rayos:

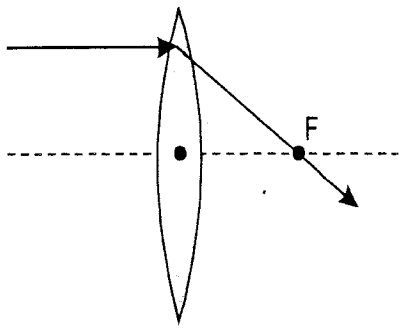
PRIMER RAYO

Todo rayo que pasa por el centro óptico (o) de la lente no se desvía, emerge en la misma dirección.

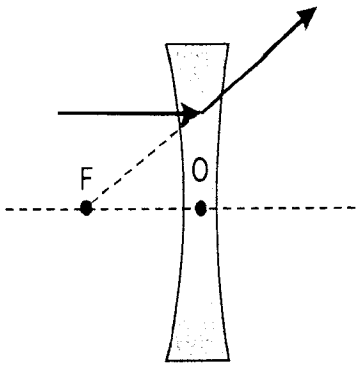


SEGUNDO RAYO

Todo rayo que llega a la lente paralelamente al eje principal se refracta pasando por su foco principal.



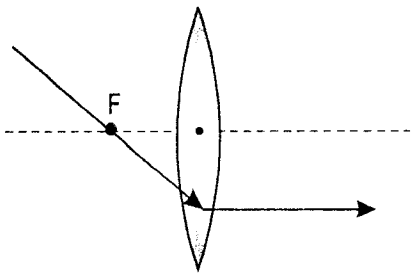
Lente convergente



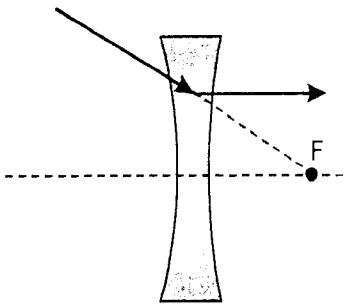
Lente divergente

TERCER RAYO

Todo rayo que, pasando por uno de los focos, llega a una lente se refracta paralelamente al eje principal.



Lente convergente



Lente divergente

44.8. CONSTRUCCION DE IMAGENES:

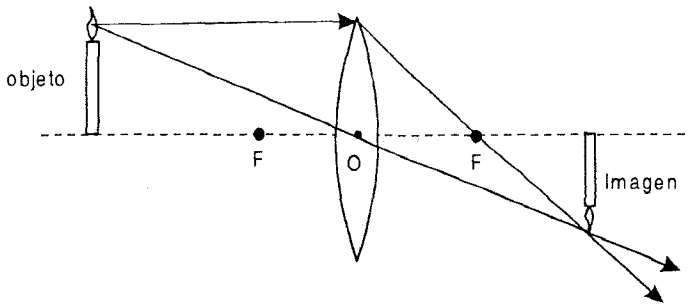
Para formar la imagen de un objeto cuando es colocado delante de una lente solamente es suficiente trazar dos rayos principales.

PROBLEMA ⑦

¿Que tipo de imagen se obtiene cuando un objeto se coloca mucho antes del foco de una lente delgada convergente?

RESOLUCION:

Colocamos el objeto antes del foco:



* La imagen es **real** porque se forma con la intersección de los rayos refractados y como está cabeza abajo se dice que es **invertida**.

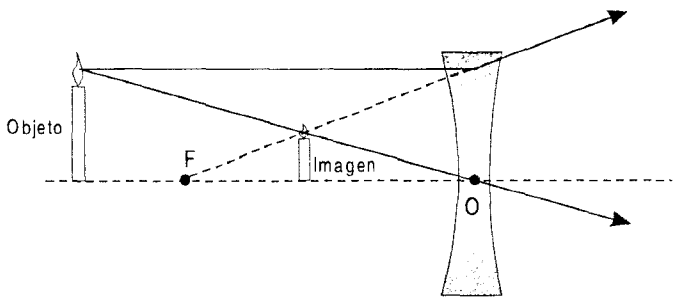
> Las imágenes reales se forman detrás de la lente y siempre son invertidas.

PROBLEMA 08

¿Cómo son las imágenes obtenidas empleando lentes divergentes?

RESOLUCION:

* Trazamos los dos primeros rayos:



* La imagen es **virtual** porque se forma con la intersección de las prolongaciones de los rayos refractados y como está cabeza arriba se dice que es derecha.

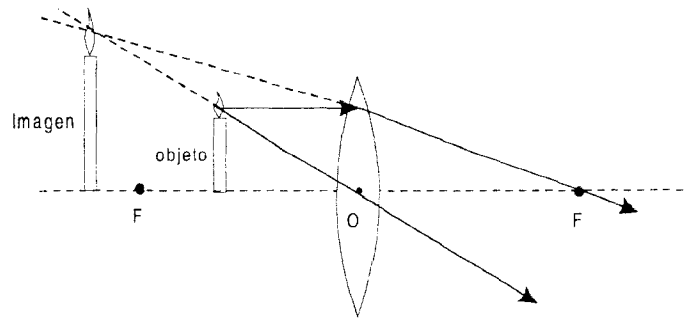
> Las imágenes virtuales se forman delante de la lente y siempre son derechas.

PROBLEMA 09

Usando una lente convergente, un objeto se coloca entre uno de sus focos y la lente. ¿Qué tipo de imagen se obtendrá?

RESOLUCION:

Colocamos el objeto entre uno de los focos y la lente:



* La imagen es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.

OBSERVACIONES:

De las imágenes construidas anteriormente se concluye que para lentes:

(a) Las imágenes **virtuales** siempre se forman delante de la lente. La zona delante de la lente se denomina **zona virtual** (ZV).

(b) Las imágenes **reales** siempre se forman detrás de la lente. La zona detrás de la lente se denomina zona real (ZR).

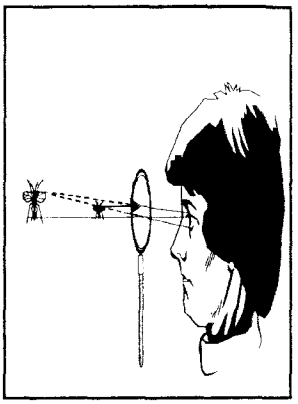
(c) Las imágenes virtuales siempre son derechas (cabeza arriba)

(d) Las imágenes reales siempre son invertidas (cabeza abajo)

(e) Las lentes divergentes siempre dan imágenes más pequeñas y derechas.

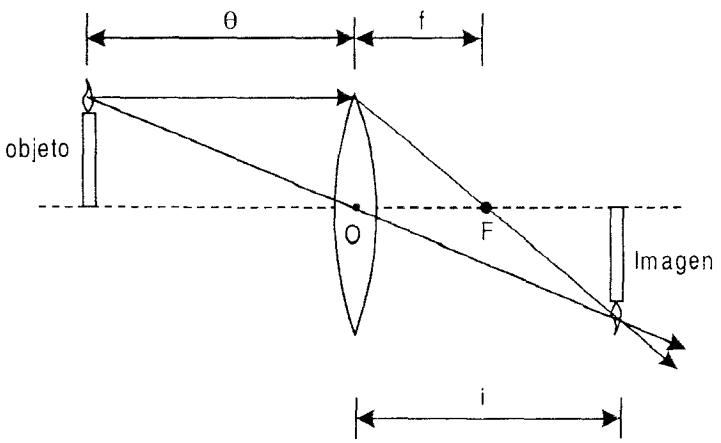
LUPA

En el esquema se muestra como mediante una lupa podemos ver las imágenes agrandadas y derechas de los diminutos insectos.



44.9. FORMULA DE DESCARTES:

Representamos nuevamente la imagen de un objeto que se coloca mucho antes del foco de una lente.



θ : distancia del objeto a la lente.
i : distancia de la imagen a la lente.
f : distancia focal
La fórmula de Descartes relaciona estas tres distancias.

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}}$$

En esta fórmula se debe emplear la siguiente convención:

- Para la distancia focal (f):

  (+) si la lente es convergente.

  (–) si la lente es divergente.

- Para la distancia a la imagen (i):

  (+) si la imagen es real

  (–) si la imagen es virtual

- Para la distancia al objeto (O)

  siempre es positiva (+)

PROBLEMA 10

Un objeto está a 40 cm de una lente convergente de 8 cm de distancia focal. ¿A qué distancia de la lente se formará la imagen?

RESOLUCION:

* La distancia al objeto siempre es positiva: $\theta = 40$ cm

* Para una lente convergente: $f = 8$ cm

* Usamos la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{i} + \frac{1}{40}$$

$$\boxed{i = 10 \text{ cm}}$$

Como **i** es positivo la imagen es **real**.

PROBLEMA 11

Se necesita una lente para crear una imagen derecha a 18 cm de ésta cuando el objeto se coloca a 9 cm de la lente. Halle el tipo de lente y su respectiva distancia focal.

RESOLUCIÓN:

* Las imágenes derechas siempre son virtuales: $i = -18$ cm
* Las distancias al objeto siempre son positivas: $\theta = 9$ cm
* Usamos la fórmula de Descartes:

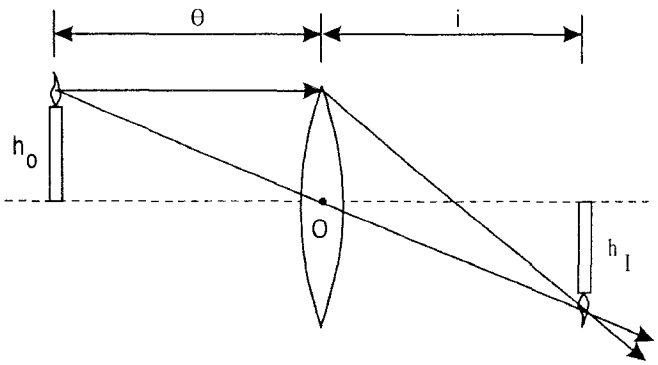
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-18} + \frac{1}{9}$$

f = 18 cm La lente es convergente.

44.10. AUMENTO (A) DE UNA LENTE:

El aumento (A) de una lente es la relación entre el tamaño de la imagen y el tamaño del objeto.



$$A = \frac{\text{Tamaño de la imagen}}{\text{Tamaño del objeto}}$$

* Usando la semejanza de los triángulos se demuestra que:

$$A = \frac{h_I}{h_o} = -\frac{i}{\theta}$$

* En esta fórmula se debe emplear la siguiente convención:

- **Para la altura de la imagen (h_I):**

  (+) si la imagen es derecha (cabeza arriba)

  (–) si la imagen es invertida (cabeza abajo)

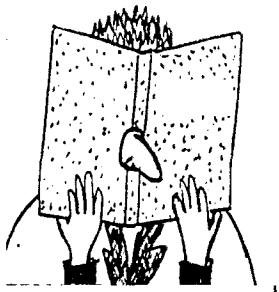
- **Para la altura del objeto (h_o)**

  siempre es positiva (+)

DEFECTOS DE LA VISTA

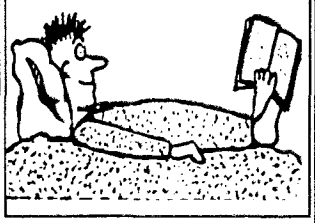
Las personas con vista normal pueden ver claramente desde los 25 cm hasta puntos muy lejanos. Una persona miope pueden ver claramente los objetos cercanos, pero no los objetos lejanos de manera que tiene que acercar en demasía los objetos para poder verlos bien.

MIOPE



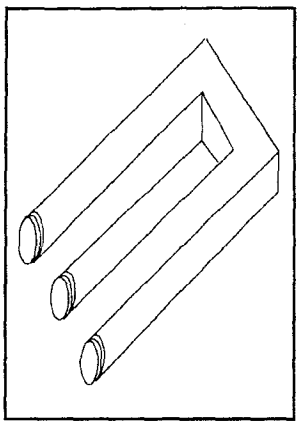
Una persona hipermétrope tiene que sostener los objetos más alejados de lo normal (a más de 25 cm) para poder verlos bien.

HIPERMÉTROPE



ILUSIONES OPTICAS

Muchos estímulos visuales afectando nuestra sensibilidad pueden lograr engañarnos mostrándonos estructuras aparentemente reales. Podrías fabricar la siguiente pieza en un taller.



Aguzando la vista notaremos que la pieza no es reproducible porque no existe.

PROBLEMA 12

Un objeto de 6 mm de alto está a 15 cm de una lente convergente de 5 cm de distancia focal. Encuentre:

(a) La distancia a la que se formará la imagen

(b) La altura de la imagen.

RESOLUCION:

* Usamos la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{i} + \frac{1}{15}$$

$$\boxed{i = \frac{15}{2}\ \text{cm}}$$

* Usamos la fórmula del aumento:

$$A = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{i}{\theta}$$

$$\frac{h_i}{6} = -\frac{\frac{15}{2}}{15}$$

$$\boxed{h_i = -3\ \text{mm}}$$

* El signo(-) indica que la imagen es invertida (cabeza abajo)

PROBLEMA 13

Se mantiene un cerillo a 6 cm de una lente convergente de 18 cm de distancia focal. Encuentre la distancia de la imagen.

RESOLUCION:

* Lente convergente: $f = 18$ cm
* θ siempre es positivo: $\theta = 6$ cm
* Usamos la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{18} = \frac{1}{i} + \frac{1}{6}$$

$$\boxed{i = -9\ \text{cm}}$$

* El signo (-) indica que la imagen es virtual.

PROBLEMA 14

Un objeto se encuentra a 4 cm de una lente divergente de 6 cm de distancia focal.

(a) Localice su imagen

(b) ¿Qué clase de imagen se forma?

RESOLUCION

* Lente divergente: f = – 6 cm

* θ siempre es positivo: θ = 4 cm

* Usamos la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{-6} = \frac{1}{i} + \frac{1}{4}$$

i = –2,4 cm

* El signo (–) indica que la imagen es virtual.

PROBLEMA 15

Colocando una vela a 120 cm de una lente delgada se obtiene una imagen virtual 40 cm de ésta. Halle la distancia focal y el tipo de lente.

RESOLUCION:

* θ siempre es positivo: θ = 120 cm

* Si la imagen es virtual: i = –40 cm

* En la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{120} + \frac{1}{-40}$$

f = –60 cm

* El signo (–) indica que la lente es **divergente**.

PROBLEMA 16

Una lente divergente, cuya distancia focal es de 40 cm, debe producir una imagen virtual a 30 cm de la lente. ¿A qué distancia de esta lente debe colocarse el objeto?

RESOLUCIÓN:

* Lente divergente: f = – 40 cm.

* Imagen virtual : i = – 30 cm

* En la fórmula de Descartes.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{-40} = \frac{1}{-30} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{\theta} = \frac{1}{30} - \frac{1}{40}$$

θ = 120 cm

PROBLEMA 17

Un objeto de 15 cm de altura se coloca a 30 cm de una lente delgada. La imagen formada es invertida y de 5 cm de altura.

Calcular:

A) la distancia a la imagen

B) la distancia focal de la lente.

RESOLUCION:

* Imagen invertida: $h_I = -5$ cm

* h_o siempre es positiva: h_o = 15 cm

* Usamos la definición del aumento

$$A = \frac{h_I}{h_o} = -\frac{i}{\theta}$$

Reemplazando en:

$$\frac{h_I}{h_o} = -\frac{i}{\theta}$$

$$\frac{-5}{15} = -\frac{i}{\theta}$$

i = 10 cm

En la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$$

f = 7,5 cm

PROBLEMA 18

Una lente forma una imagen derecha de un objeto, al doble de su tamaño. La imagen se forma a 60 cm de la lente.

Calcular:

A) la distancia del objeto

B) la distancia focal de la lente

RESOLUCION:

* Si la imagen es derecha y de doble tamaño que el objeto tendremos:

$$h_I = 2h_o ...(1)$$

* Las imágenes derechas son virtuales, luego:

$$i = -60 \text{ cm}$$

* Usamos la definición del aumento

$$A = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{i}{\theta}$$

Reemplazando:

$$\frac{2h_o}{h_o} = -\frac{-60 \text{ cm}}{\theta}$$

θ = 30 cm

* Usamos la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-60} + \frac{1}{30}$$

f = 60 cm

PROBLEMA 19

¿A qué distancia de una lente convergente (f =15 cm) debe colocarse un objeto para obtener una imagen real y de triple tamaño que el objeto?

RESOLUCION:

* Las imágenes reales son invertidas y por ser de triple tamaño tendremos:

$$h_I = -3h_o \ ... \ (1)$$

* En la definición del aumento:

$$A = \frac{h_I}{h_o} = -\frac{i}{\theta}$$

$$\frac{-3h_o}{h_o} = -\frac{i}{\theta}$$

$$i = 3\theta \quad .... (2)$$

* Usando la fórmula de Descartes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{\theta}$$

Reemplazando:

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{3\theta} + \frac{1}{\theta}$$

$$\boxed{\theta = 20 \text{ m}}$$

AUTOEVALUACION

01 ¿En qué medio la luz presenta menor velocidad de propagación?

A) En el aire
B) En el vacío
C) En el agua
D) En el aire o vacío
E) N.A.

02 En el vidrio la velocidad de la luz es:

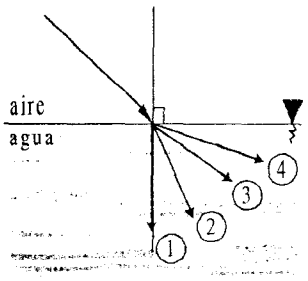
A) igual a c
B) menor que c
C) mayor que c
D) cero
E) N.A.

03 Seleccione con verdadero (V) o falso (F):

I. La velocidad de la luz depende del medio en donde se propaga.
II. La máxima velocidad de la luz se observa en el vacío.
III. En el aceite la velocidad de la luz es igual a 300 000 km/s.

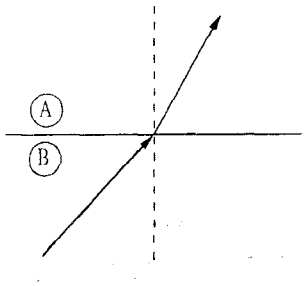
A) VVV B) VFF C) FVV
D) VVF E) VFV

04 En el diagrama se muestra un rayo de luz que pasa desde el aire hacia el agua, ¿Cuál es el rayo que corresponde a la refracción?



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) N.A.

05 Se muestra un rayo que pasa de un medio A hacia otro medio B. ¿Cuál es el medio ópticamente más denso?



A) El medio A B) El medio B
C) Ambos D) F.datos
E) N.A.

06 Seleccione las afirmaciones correctas:

I. Las lentes pueden fabricarse con materiales opacos.
II. Las lentes convergentes con mas gruesas en el centro.
III. Las lentes bicóncavas son divergentes.

A) I y II B) II y III C) I y III
D) sólo II E) sólo III

07 Las imágenes reales siempre:

I. Se forman detrás de la lente.
II. Son invertidas.
III. Son más pequeñas que el objeto.

A) I y II B) II y III
C) I y III D) I
E) II

08 Una imagen derecha siempre será:

A) real B) virtual C) no se sabe
D) no hay derechas E) N.A.

09 ¿Qué tipo de imágenes se obtiene con lentes divergentes?

A) reales y más grandes que el objeto.
B) reales y más pequeñas que el objeto.
C) virtuales y más grandes que el objeto.
D) virtuales y más pequeñas que el objeto.
E) no forman imágenes.

10 Seleccione con verdadero (V) o falso (F):

I. Toda lente tiene dos focos principales

II. Las lentes divergentes son más angostas en el centro.

III. En las lentes divergentes siempre se obtienen imágenes más pequeñas que el objeto.

A) VFV B) FVV C) VVF
D) VFF E) VVV

11 ¿Cuál es el punto de la lente tal que cuando un rayo de luz pasa a través de él no se desvía.

A) el primer foco principal

B) el segundo foco principal

C) cualquiera de sus focos principales

D) el centro óptico

E) N.A.

12 Con respecto a las lentes esféricas podemos afirmar que:

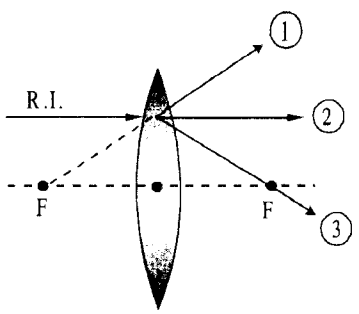
I. La zona virtual se ubica detrás de la lente.

II. Pueden ser convergentes o divergentes.

III. Se fabrican de material transparente.

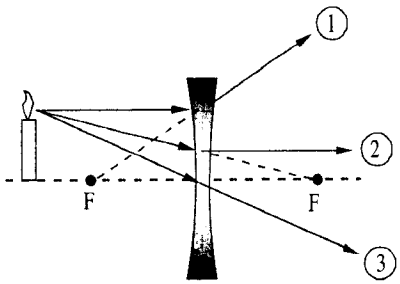
A) I y II B) II y III C) I y III
D) sólo I E) sólo III

13 Un rayo incide a una lente convergente paralelamente al eje principal, ¿Cuál de los siguientes es el rayo refractado?



A) 1 B) 2 C) 3
D) 2 ó 3 E) 1 ó 2

14 ¿Cuál de los siguientes no representa una refracción correcta en una lente divergente?



A) 1 B) 2
C) 3 D) ninguno
E) todos

15 Si al observar la profundidad de una piscina con agua nos parece que su profundidad es de 2 m, su profundidad real será:

A) mayor que 2 m

B) igual a 2 m

C) menor que 2 m

D) mucho menor que 2 m

E) no se puede predecir

16 Con lentes divergentes nunca se obtienen imágenes:

I. Más grandes que el objeto

II. Virtuales

III. Invertidas.

A) I B) II C) III
D) I y III E) I y II

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 17

Calcule la velocidad de la luz en un plástico transparente cuyo índice de refracción es 1,5.

A) 100 000 km/s B) 150 000 km/s
C) 200 000 km/s D) 250 000 km/s
E) 300 000 km/s

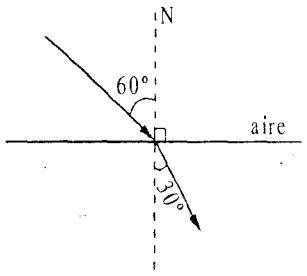
PROBLEMA 18

La velocidad de la luz en el diamante es de 125 000 km/s, halle su índice de refracción.

A) 2,0 B) 2.1 C) 2.2 D) 2.3 E) 2.4

PROBLEMA 19

Un rayo de luz entra en una pieza rectangular de vidrio como mostramos en la figura. Halle el índice de refracción del vidrio.



A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 3

PROBLEMA 20

Un bloque de vidrio tiene un ángulo crítico (límite de refracción) de 45°. ¿Cuál es su índice de refracción?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 3

PROBLEMA 21

Un rayo de luz tiene un ángulo de incidencia de 53° sobre el agua, halle el ángulo de refracción. El índice de refracción del agua es 4/3.

A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) 60°

PROBLEMA 22

La imagen obtenida en un lente resulta ser virtual y ubicada a 120 cm de la lente, si el objeto fue colocado a 40 cm, halle la distancia focal de esta lente.

A) 20 cm B) 30 cm C) 40 cm
D) 50 cm E) 60 cm

PROBLEMA 23

La distancia focal de una lente convergente es de 17 cm.
Una vela se coloca a 34 cm en frente de la lente. Determine el tipo de imagen que se forma y a que distancia.

A) real a 17 cm B) virtual a 17 cm
C) real a 34 cm D) virtual a 34 cm
E) no hay imagen

PROBLEMA 24

Una fotocopiadora tiene una lente divergente cuya distancia focal es de 30 cm. Una carta que se desea copiar se coloca a 40 cm de la lente. ¿A que distancia de la lente se ubicará el papel copia?

A) 11,1 cm B) 13,1 cm
C) 15,1 cm D) 17,1 cm
E) 19,1 cm

PROBLEMA 25

Una muestra se coloca a 15 mm de la lente convergente de un microscopio. La distancia focal de la lente es de 10 mm. ¿A qué distancia se forma la imagen?

A) 20 mm B) 25 mm C) 30 mm
D) 35 mm E) 40 mm

PROBLEMA 26

Un relojero examina una pieza colocándola a 9 cm de una lente convergente de 6 cm de distancia focal. Halle la distancia a la que se forma la imagen.

A) 18 cm B) 20 cm C) 22 cm D) 24 cm E) 26 cm

NIVEL II

PROBLEMA 27

Para cubrir cierta distancia en el aire, un rayo de luz tarda 0,3 s, ¿Cuánto tardará en el agua para cubrir la misma distancia? El índice de refracción del agua es 4/3.

A) 0,1 s B) 0,2 s C) 0,3 s D) 0,4 s E) 0,5 s

PROBLEMA 28

Un rayo de luz llega desde el aire, con un ángulo de incidencia de 37°, sobre un líquido en el cual al refractarse se desvía en 7°. Halle el índice de refracción de este líquido.

A) 1,2 B) 1,3 C) 1,4 D) 1,5 E) 1,6

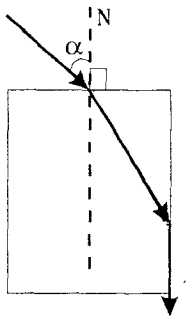
PROBLEMA 29

Un buceador sumergido en un lago de agua dulce (n = 4/3) contempla el sol cuando se oculta en el horizonte. ¿Cuál es el ángulo de incidencia con que debe mirar este buzo?

A) arc sen 1/2 B) arc sen 2/3
C) arc sen 3/4 D) arc sen 4/5
E) arc sen 5/6

PROBLEMA 30

Un rayo de luz atraviesa un cubo de vidrio ($n=\sqrt{7}/2$) como se muestra en el diagrama. Calcule el ángulo de incidencia α.



A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) 60°

PROBLEMA 31

Un objeto se coloca a 10 cm de una lente convergente de 20 cm de distancia focal. ¿Cómo es la imagen y a que distancia de la lente se forma?

A) real, derecha 20 cm
B) real, invertida a 20 cm
C) virtual, derecha a 20 cm
D) virtual, invertida a 20 cm
E) no se forma imagen.

PROBLEMA 32

Un objeto se coloca a una distancia 1,5 f, si f es la distancia focal de la lente convergente. ¿Cómo es la imagen?

A) real y derecha B) real e invertida
C) virtual y derecha D) virtual e invertida
E) N.A.

PROBLEMA 33

Halle el aumento de una lente divergente de 20 cm de distancia focal, cuando un objeto se coloca a 30 cm de esta lente.

A) 0,3 B) 0,4 C) 0,5
D) 0,6 E) 0,7

PROBLEMA 34

Una vela de 15 cm de altura se coloca a 30 cm de una lente convergente de 20 cm de distancia focal. Halle la altura de la imagen.

A) 15 cm B) 20 cm C) 25 cm D) 30 cm E) 35 cm

PROBLEMA 35

¿A qué distancia de una lente divergente, de 7 cm, de distancia focal, debe colocarse un objeto para que su imagen sea derecha y de un tercio de altura?

A) 14 cm B) 16 cm C) 18 cm
D) 20 cm E) 22 cm

PROBLEMA 36

Si debemos obtener una imagen virtual y cuatro veces más grande que el objeto, ¿a qué distancia de la lente convergente (f = 8 cm) debemos colocar el objeto?

A) 3 cm B) 4 cm C) 5 cm D) 6 cm E) 7 cm

CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	D	B	A	B	A	B	D	E	D	B	C	D	A	D	C	E	C	B
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**				
B	E	C	D	C	A	D	A	C	E	C	B	B	D	A	D				

PROBLEMA 37

Un rayo luminoso atraviesa un prisma de vidrio. Determine $\text{sen}\alpha / \text{sen}\beta$.

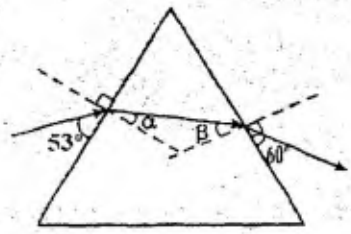
a) 1/2

b) 2/5

c) 3/5

d) 6/5

e) 7/5



PROBLEMA 38

Un rayo de luz atraviesa los medios 1,2 y 3 como se muestra. Halle el índice n_3.

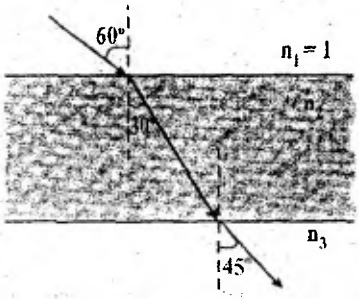
a) 2

b) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

c) $\sqrt{2}$

d) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

e) $\sqrt{3}$



PROBLEMA 39

Se tiene una lupa de 60 cm de distancia focal. Halle la distancia a la cual se debe colocar un objeto para obtener una imagen de 3 veces el tamaño del objeto.

a) 10 cm
b) 20 cm
c) 30 cm
d) 40 cm
e) 50 cm

PROBLEMA 40

Un rayo incide sobre un prisma óptico. Determine el índice de refracción del prisma.

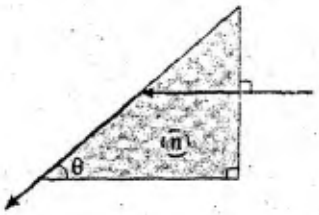
a) sen θ

b) cos θ

c) tan θ

d) sec θ

e) csc θ



Cuadro de Claves

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	D	B	A	B	A	B	D	E	D	B	C	D	A	D	C	E	C	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	E	C	D	C	A	D	A	C	E	C	B	B	D	A	D	D	B	D	D

FÍSICA MODERNA

Teoría Especial de la Relatividad

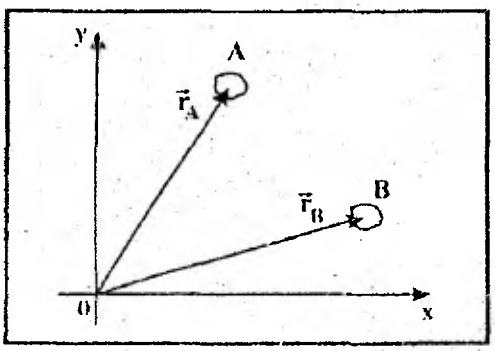
Capítulo 45

OBJETIVOS

- Conocer el movimiento relativo
- Aplicar las transformadas de Lorentz

1. RELATIVIDAD NEWTONEANA

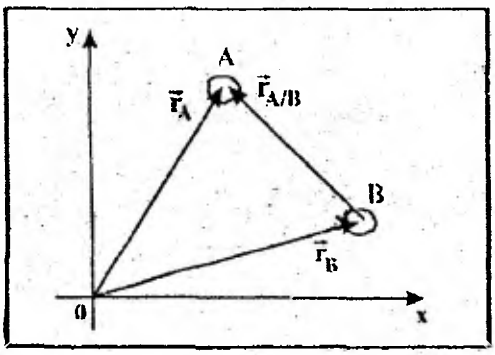
Representemos las posiciones (r) de dos móviles A y B, con respecto a un sistema de referencia en reposo con respecto de la tierra.



$\vec{r}_A$: vector posición del móvil A

$\vec{r}_B$: vector posición del móvil B

Si trazamos un vector desde el móvil B hacia el móvil A éste será llamado vector posición del móvil A respecto de B.



$\vec{r}_A$: vector posición del móvil A

$\vec{r}_B$: vector posición del móvil B

$\vec{r}_{A/B}$: vector posición del móvil A respecto de B

En el triángulo formado se puede relacionar los vectores posición:

$$\vec{r}_B + \vec{r}_{A/B} = \vec{r}_A$$

$$\boxed{\vec{r}_{A/B} = \vec{r}_A - \vec{r}_B}$$

La posición relativa de un móvil respecto de otro equivale a la diferencia de sus posiciones.

Derivando esta ecuación con respecto al tiempo se obtiene la velocidad relativa de un móvil A respecto del móvil B.

$$\frac{\partial(\vec{r}_{A/B})}{\partial t} = \frac{\partial(\vec{r}_A)}{\partial t} - \frac{\partial(\vec{r}_B)}{\partial t}$$

$$\boxed{\vec{V}_{A/B} = \vec{V}_A - \vec{V}_B}$$

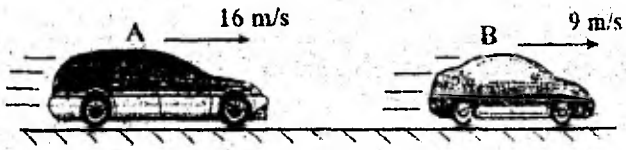
$\vec{V}_A$: velocidad del móvil A

$\vec{V}_B$: velocidad del móvil B

$\vec{V}_{A/B}$: velocidad del móvil A respecto de B

PROBLEMA 01

Se muestra las velocidades de dos autos, calcule la velocidad relativa del auto A respecto de B.



a) $-7\hat{i}$ m/s b) $7\hat{i}$ m/s c) $16\hat{i}$ m/s

d) $25\hat{i}$ m/s e) -25 m/s

RESOLUCIÓN:

Las velocidades de los móviles son:

$\vec{V}_A = 16\hat{i}$ m/s

$\vec{V}_B = 9\hat{i}$ m/s

La velocidad relativa del auto A respecto de B equivale a la diferencia de velocidades:

$$\vec{V}_{A/B} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$$

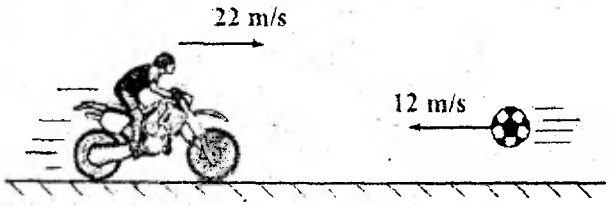
$$\vec{V}_{A/B} = (16\hat{i}) - (9\hat{i})$$

$$\boxed{\vec{V}_{A/B} = 7\hat{i}\ m/s}$$

El móvil B observa que el móvil A se le acerca con una rapidez de 7 m/s.

PROBLEMA 02

A un motociclista cuya rapidez es de 22 m/s se le acerca una pelota con una rapidez de 12 m/s. Calcule la velocidad de la pelota respecto del motociclista.



a) $12\hat{i}$ m/s b) $22\hat{i}$ m/s c) $-34\hat{i}$ m/s

d) $-10\hat{i}$ m/s e) $10\hat{i}$ m/s

RESOLUCIÓN:

La velocidad del motociclista es:

$$\vec{V}_P = 22\hat{i}\ m/s$$

La velocidad de la pelota es:

$$\vec{V}_P = -12\hat{i}\ m/s$$

La velocidad relativa de la pelota respecto del motociclista será:

$$\vec{V}_{P/M} = \vec{V}_P - \vec{V}_M$$

$$\vec{V}_{P/M} = (-12\hat{i}) - (22\hat{i})$$

$$\boxed{\vec{V}_{P/M} = -34\hat{i}\ m/s}$$

2. LIMITACIONES DE LA RELATIVIDAD NEWTONEANA

La relatividad Newtoneana da buenos resultados para móviles cuyas velocidades son pequeñas comparadas con la velocidad de la luz (c = 300 000 km/s), pero falla para velocidades mayores que el 10% de la velocidad de la luz.

La relatividad newtoneana trabaja bien para velocidades cotidianas.

La relatividad newtoneana no concuerda con los resultados experimentales para velocidades cercanas a la de la luz.

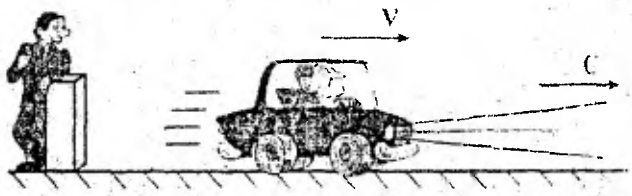
3. EXPERIMENTO DE MICHELSON - MORLEY

Según los experimentos realizados por los norteamericanos Albert A. Michelson y Edward W. Morley se llegó a la conclusión de que la velocidad de la luz «c» no depende del sistema de referencia.

La velocidad de la luz (c) no depende de la velocidad de la fuente y es igual para cualquier observador.

Ejemplo ilustrativo:

Supongamos que la velocidad de un coche es V y que el piloto enciende los faros. Halle la velocidad de la luz de los faros para un observador en tierra.



Según la relatividad newtoneana la velocidad de la luz de los faros para el observador fijo en la tierra será:

$$V_L = C + V$$

Pero según los experiemntos de Michelson - Morley la velocidad de la luz para el observador en tierra solo es:

$$\boxed{V_L = C}$$

La relatividad newtoneana no se cumple para velocidades grandes.

Michelson - Morley demostraron que no existe velocidad relativa mayor que C.

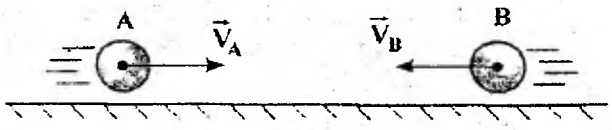
4. TRANSFORMACIÓN DE LORENTZ

El eminente científico holándes, Hendrick Antoon Lorentz desarrollo una ecuación la cual resultó ser una extensión de la relatividad newtoneana.

Recordemos que la relatividad newtoneana solamente puede aplicarse a velocidades pequeñas, mien-

tras que la transformada de Lorentz se puede aplicar a velocidades grandes comparables a la de la luz.

Según Lorentz, para dos móviles con velocidades $\vec{V}_A$ y $\vec{V}_B$:



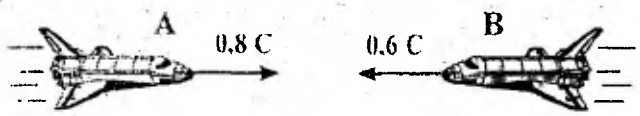
La velocidad relativa del móvil A respecto de B será:

$$\vec{V}_{A/B} = \frac{\vec{V}_A - \vec{V}_B}{1 - \frac{\vec{V}_A \cdot \vec{V}_B}{C^2}}$$

PROBLEMA 03

Se muestra las velocidades de dos cohetes A y B. Determine la velocidad relativa del cohete A respecto de B.

c : velocidad de la luz.



a) $1,4\ C\hat{i}$ b) $C\hat{i}$ c) $-1,4\ C\hat{i}$

d) $0,95\ C\hat{i}$ e) $-0,95\ C\hat{i}$

RESOLUCIÓN:

Para velocidades grandes la velocidad relativa se calcula con la transformada de Lorentz.

$$\vec{V}_{A/B} = \frac{\vec{V}_A - \vec{V}_B}{1 - \frac{\vec{V}_A \cdot \vec{V}_B}{C^2}}$$

$$\vec{V}_{A/B} = \frac{(0,8c\hat{i}) - (-0,6c\hat{i})}{1 - \frac{(0,8c\hat{i})(-0,6c\hat{i})}{C^2}}$$

$$\boxed{\vec{V}_{A/B} = 0,95c\hat{i}}$$

PROBLEMA 04

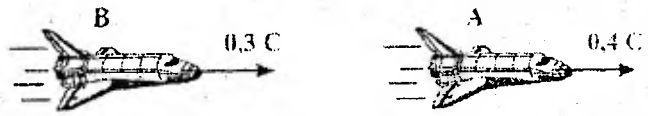
Dos naves espaciales viajan en la misma dirección con velocidades de 0,4 C y 0,3 C .Calcule el módulo de la velocidad relativa de las naves.

a) 0,10 C b) 0,11 C c) 0,12 C

d) 0,13 C e) 0,14 C

RESOLUCIÓN:

Representamos las naves y sus respectivas velocidades:



Calculamos la velocidad relativa de la nave A respecto de B:

$$\vec{V}_{A/B} = \frac{\vec{V}_A - \vec{V}_B}{1 - \frac{\vec{V}_A \cdot \vec{V}_B}{C^2}}$$

$$\vec{V}_{A/B} = \frac{(0,4c) - (0,3c)}{1 - \frac{(0,4c)(0,3c)}{c^2}}$$

$$\boxed{\vec{V}_{A/B} = 0,11\,c\hat{i}}$$

PROBLEMA 05

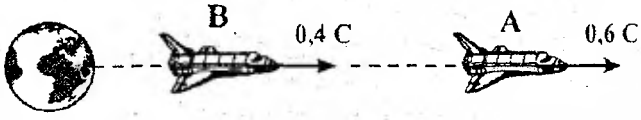
Una nave se mueve alejándose de la Tierra con una velocidad de 0,4 C, mientras que otra también se aleja con una velocidad de 0,6 C. Calcule la velocidad de una nave respecto de la otra.

a) 0,20 C b) 0,22 C c) 0,24 C

d) 0,26 C e) 0,28 C

RESOLUCIÓN:

Graficamos las velocidades de las naves alejándose de la Tierra:



Hallamos la velocidad de la nave A respecto de B:

$$\vec{V}_{A/B} = \frac{\vec{V}_A - \vec{V}_B}{1 - \frac{\vec{V}_A \cdot \vec{V}_B}{C^2}}$$

$$\vec{V}_{A/B} = \frac{(0,6c\hat{i}) - (0,4c\hat{i})}{1 - \frac{(0,6c\hat{i})(0,4c\hat{i})}{C^2}}$$

$$\boxed{\vec{V}_{A/B} = 0,26\,C\hat{i})}$$

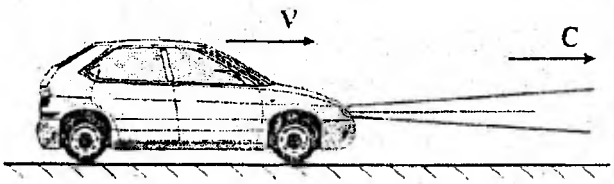
PROBLEMA 06

Un coche se desplaza con una velocidad constante «V», si el chofer enciende los faros. ¿Qué velocidad tendrá la luz que sale de los faros con respecto a tierra?

a) C + V b) C – V c) C
d) V e) Faltan datos

RESOLUCIÓN:

Graficamos la velocidad «V» del coche y la velocidad de la luz «C» que sale de los faros:



La velocidad del coche es:

$$V_C = V \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

La velocidad de la luz con respecto al coche es:

$$V_{L/C} = C \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Calcularemos la velocidad de la luz con respcto a tierra (V_L)

$$\vec{V}_{L/C} = \frac{\vec{V}_L - \vec{V}_C}{1 - \frac{\vec{V}_L \cdot \vec{V}_C}{C^2}}$$

Reemplazando datos:

$$C = \frac{(V_L) - (V)}{1 - \frac{(V_L)(V)}{C^2}}$$

$$C - \frac{V_L \cdot V}{C} = V_L - V$$

$$C + V = V_L\left(1 + \frac{V}{C}\right)$$

$$C(C + V) = V_L(C + V)$$

$$\boxed{V_L = C}$$

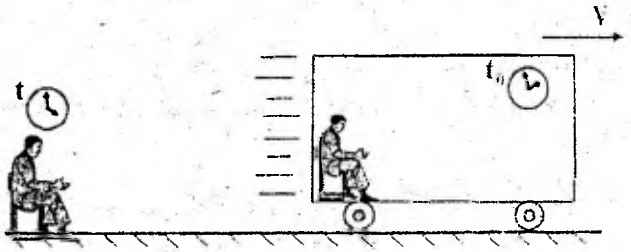
Se demuestra que:

La velocidad de la luz (c) no depende de la velocidad de la fuente y es igual para cualquier observador.

4. DILATACIÓN DEL TIEMPO

Una de las consecuencias de la transformación de Lorentz es que el tiempo para un mismo evento no transcurre igual para diferentes observadores o marcos de referencia.

Para un observador en reposo el tiempo no transcurre igual que para un observador en movimiento.



El tiempo (t_0) medido por el reloj en movimiento es diferente al tiempo (t) medido por el reloj en reposo.

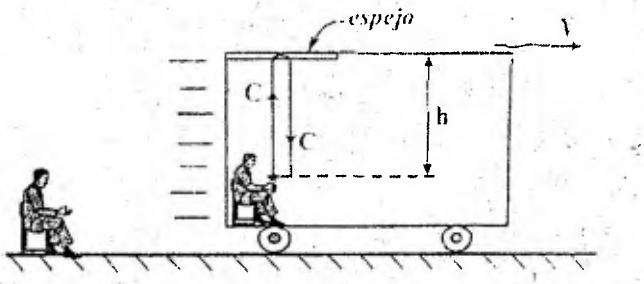
Según Lorentz $t_0 < t$

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$$

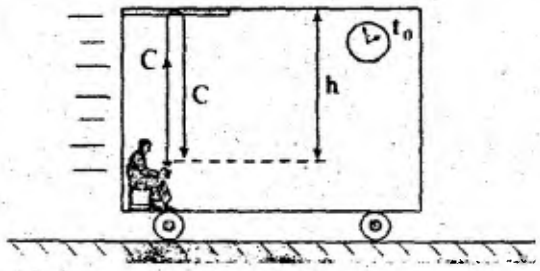
V : velocidad de la nave
C : velocidad de la luz en el aire o vacío

5. DEMOSTRACIÓN DE LA DILATACIÓN DEL TIEMPO

Consideremos un espejo en el techo del carro y una linterna que envia un rayo de luz hacia el espejo y regresa:



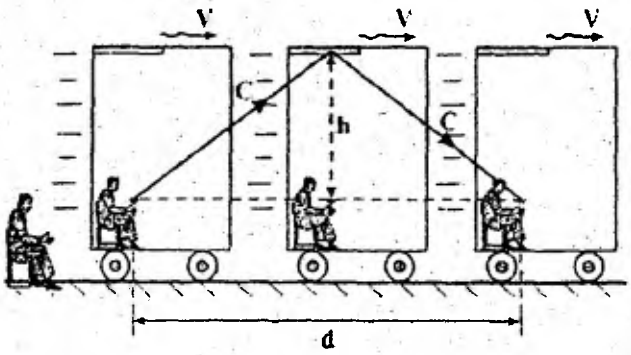
Calculamos el tiempo (t_0) que tarda la luz en ir y volver del espejo para el observador en movimiento:



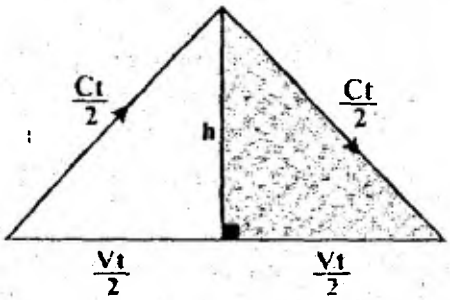
$$t_o = \frac{2h}{C}$$

$$h = \frac{Ct_o}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Calculamos el tiempo (t) que tarda la luz en ir y volver del espejo para el observador en reposo:



Mientras la luz va y regresa del espejo el observador en reposo ve que el carro avanza una distancia d = Vt



Usamos el teorema de pitágoras:

$$\left(\frac{Ct}{2}\right)^2 = h^2 + \left(\frac{Vt}{2}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\left(\frac{Ct}{2}\right)^2 = \left(\frac{Ct_o}{2}\right)^2 + \left(\frac{Vt}{2}\right)^2$$

$$t^2(C^2 - V^2) = C^2 t_o^2$$

$$\boxed{t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}}$$

Observe que para velocidades cotidianas los tiempos son prácticamente iguales por eso no notamos la diferencia.

PROBLEMA 07

Una nave se aleja de nuestro planeta con una velocidad de 0,6 C con respecto a un observador en la Tierra, si en la nave transcurre 4h, ¿cuántas horas habrá transcurrido para el observador en la Tierra?

a) 3 h b) 4 h c) 5 h
d) 6 h e) 8 h

RESOLUCIÓN:

El tiempo transcurrido en la nave es 4 h:

$$t_o = 4h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Hallamos el tiempo transcurrido en la Tierra:

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$$

$$t = \frac{4}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,6C}{C}\right)^2}}$$

$$t = \frac{4}{0,8}$$

$$\boxed{t = 5h}$$

PROBLEMA 08

¿A qué velocidad debe volar una nave para que el tiempo transcurrido dentro de ella sea la mitad del tiempo transcurrido en la Tierra?

a) $\frac{C}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}C$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}C$

d) $\frac{3}{4}C$ e) N.A.

RESOLUCIÓN:

El tiempo transcurrido en la nave es la mitad del tiempo transcurrido en la Tierra:

$$t_o = \frac{t}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

En la transformada de Lorentz:

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$$

$$t = \frac{\left(\frac{t}{2}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{V = \frac{\sqrt{3}}{2}C}$$

PROBLEMA 09

Un austronauta viaja a un planeta lejano localizado a 6 años luz de nuestro planeta. La nave se desplaza con una rapidez de 0,6 C. ¿Cuántos años dura el viaje?:

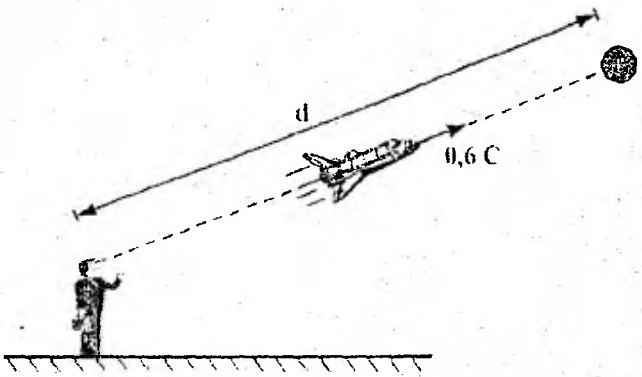
a. Para un observador en reposo en la Tierra.

b. Para el austronauta.

a) 6 y 4 b) 10 y 6 c) 10 y 8
d) 8 y 6 e) F. datos

RESOLUCIÓN:

El año luz es la distancia que recorre la luz en un año.



La distancia de 6 años luz es:

$$d = 6C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

a. Tiempo que dura el viaje para el observador en reposo

$$t = \frac{d}{V}$$

$$t = \frac{6C}{0,6C}$$

$$\boxed{t = 10 \text{ años}}$$

b. Tiempo (t_o) para el astronauta.

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$$

$$10 = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,6C}{C}\right)^2}}$$

$$\boxed{t_o = 8 \text{ años}}$$

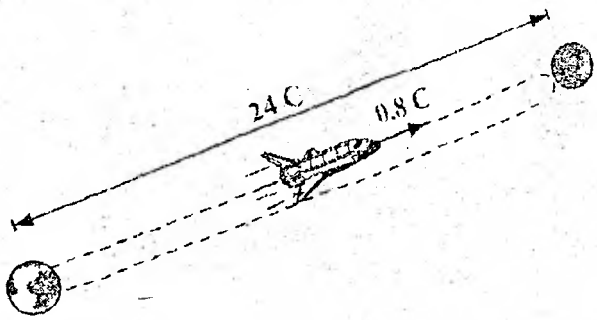
PROBLEMA 10

Cuando 2 gemelos tenían 21 años, uno de ellos viaja a un planeta ubicado a 24 años luz de la Tierra en una nave espacial cuya velocidad es 0,8 C mientras que el otro se queda en la Tierra. ¿Qué edad tendrá cada gemelo cuando el gemelo astronauta regrese?

a) 81 y 57 b) 81 y 60 c) 60 y 57
d) 48 y 32 e) N.A.

RESOLUCIÓN:

El planeta se halla a una distancia de 24 años luz. La distancia de ida y vuelta es d = 48 C



a. Años transcurridos para el gemelo que se queda en la Tierra

$$t = \frac{d}{V}$$

$$t = \frac{48C}{0{,}8C}$$

$$t = 60 \text{ años}$$

Edad del gemelo que se queda:

$$E_1 = 21 + 60$$

$$\boxed{E_1 = 81 \text{ años}}$$

b. Años transcurridos para el gemelo astronauta:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$$

$$60 = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8C}{C}\right)^2}}$$

$$t_0 = 36 \text{ años}$$

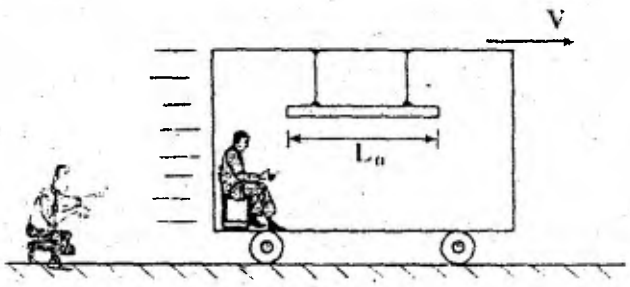
Edad del gemelo astronauta:

$$E_2 = 21 + 36$$

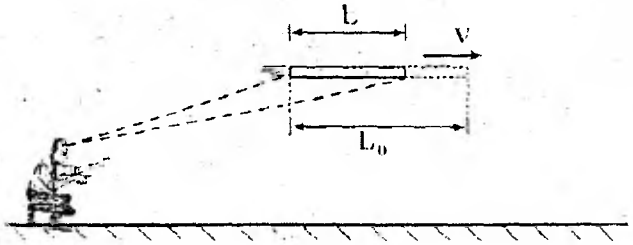
$$\boxed{E_2 = 57 \text{ años}}$$

6. CONTRACCIÓN DE LA LONGITUD

Otra consecuencia de la transformación de Lorentz es la contracción de los cuerpos en la dirección en la que se mueven.



El observador en movimiento ve que la barra mide L_0, pero el observador en reposo ve la barra contraída, es decir más pequeña.

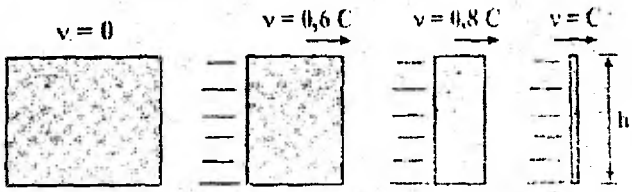


Los observadores en reposo ven que los cuerpos se contraen debido al movimiento.

Se puede demostrar que:

$$\boxed{L = L_0\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$$

Hay que recordar que los cuerpos se contraen solo en la dirección del movimiento mas no en la dirección transversal.



Observe que la altura **h** no se contrae.

PROBLEMA 11

Si un tren de 50 m de largo viaja con una rapidez v = 0,8 C, ¿Cuál será su longitud para un observador en reposo?

a) 20 m b) 25 m c) 30 m
d) 35 m e) 40 m

RESOLUCIÓN:

Para un observador en reposo el tren se verá más pequeño a causa del movimiento:

$$L = L_0\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

$$L = 50\sqrt{1 - \left(\frac{0{,}8C}{C}\right)^2}$$

$$\boxed{L = 30\text{m}}$$

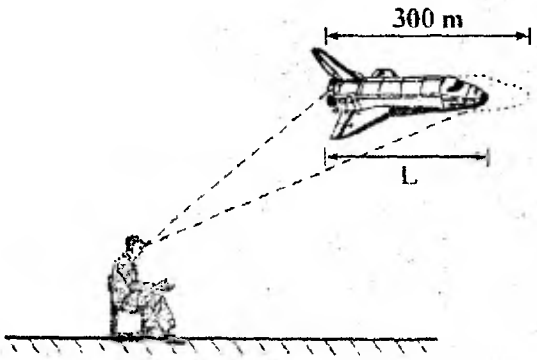
PROBLEMA 12

Una nave espacial en reposo mide 300 m. Si la nave adquiere una velocidad de $2{,}4 \cdot 10^8$ m/s, ¿Cuánto medirá para un observador en reposo?

a) 160 m b) 180 m c) 200 m
d) 220 m e) 240 m

RESOLUCIÓN:

Para un observador en movimiento la nave se contrae:



$$L = L_o\sqrt{1-\left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

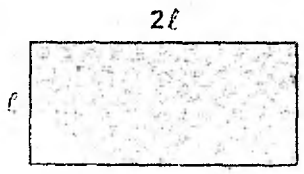
$$L = 300\sqrt{1-\left(\frac{2,4\cdot10^8\ m/s}{3\cdot10^8\ m/s}\right)^2}$$

$$L = 300(0,6)$$

$$\boxed{L = 180\ m}$$

PROBLEMA 13

Se muestra una lámina rectangular de dimensiones ℓ y 2ℓ, ¿con qué velocidad se debe mover el rectángulo hacia la derecha tal que un observador en reposo lo aprecie como un cuadrado?

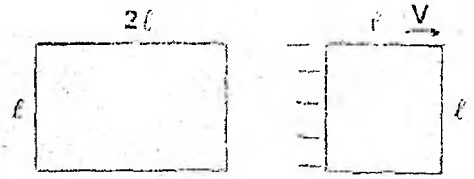


a) c b) $\frac{\sqrt{2}}{2}c$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}c$

d) c/2 e) $\frac{\sqrt{3}}{4}c$

RESOLUCIÓN:

El rectángulo debe contraerse hasta la mitad debido a la velocidad.



En la contracción de Lorentz.

$$L = L_o\sqrt{1-\left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

$$\ell = 2\ell\sqrt{1-\left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

$$\left(\frac{V}{C}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{V = \frac{\sqrt{3}}{2}C}$$

PROBLEMA 14

¿A qué velocidad debe volar una nave espacial para que un observador en reposo en la tierra la vea 20% contraída?

a) 0,3 C b) 0,4 C c) 0,5 C
d) 0,6 C e) 0,7 C

RESOLUCIÓN:

Por dato $L = 80\%\ L_o$

$L = 0,8\ L_o$

En la contracción de Lorentz:

$$L = L_o\sqrt{1-\left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

$$(0,8L_o) = L_o\sqrt{1-\left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

$$0,64 = 1-\left(\frac{V}{C}\right)^2$$

$$\left(\frac{V}{C}\right)^2 = 0,36$$

$$\boxed{V = 0,6\ C}$$

AUTOEVALUACIÓN

01. Seleccione con verdadero (V) o falso (F)?

I. La relatividad newtoneana es correcta para velocidades cercanas a la de la luz.
II. La velocidad de la luz no depende de la velocidad de la fuente.
III. La velocidad de la luz es igual para cualquier observador.

a) VVV b) FVV c) VFV
d) FVF e) FFV

02. A través de la experiencia Michelson-Morley demostraron que la velocidad relativa:

a) puede ser mayor que c
b) siempre es igual a c
c) no puede ser mayor que c
d) siempre es menor que c
e) N.a.

03. Se tiene un observador en reposo y un chofer que conduce un coche a velocidad constante «V». Si el chofer enciende los faros, halle la velocidad de la luz de los faros para el chofer y también para el observador en reposo.

a) c; c-v b) c; c+v c) c; c
d) c-v; c e) c-v ; c+v

04. Con respecto a la velocidad de la luz se puede afirmar que:

I. Su valor es C = 300000 km/s
II. Es igual para cualquier observador
III. El movimiento de la fuente afecta la velocidad de la luz.

Son ciertas:

a) I y II b) I y III c) II y III
d) sólo I e) sólo II

05. Un mismo evento para un observador en reposo dura un tiempo «t» mientras que para un observador en movimiento dura «t_0», se puede afirmar correctamente que:

a) $t = t_0$ b) $t < t_0$ c) $t > t_0$
d) F. datos e) N.a.

06. Para un astronauta que viaja en una nave con una velocidad cercana a la de la luz se puede afirmar que para él el tiempo transcurre:

a) más rápido b) igual c) más lento
d) no transcurre e) N.a.

07. Si un tren que estaba en reposo empieza a moverse con una velocidad cercana a la de la luz, para los observadores en reposo, el tren se verá:

a) más alargado b) contraído
c) de igual tamaño d) F. datos
e) N.a.

08. Una lámina es cuadrada si está en reposo, pero si se moviera con una gran velocidad en forma paralela a su base se verá como ....

a) un cuadrado b) un triángulo
c) un trapecio d) un rectángulo
e) N.a.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 09

Dos caballos corren en la misma dirección con velocidades de 6 m/s y 4 m/s. Halle la rapidez de un caballo con respecto al otro.

a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s
d) 4 m/s e) 5 m/s

PROBLEMA 10

En una pista ancha un coche adelanta a otro, las rapideces de los coches son de 40 km/h y 70 km/h. Calcule la velocidad relativa de un coche respecto del otro.

a) 20 km/h b) 30 km/h c) 40 km/h
d) 50 km/h e) 60 km/h

PROBLEMA 11

Dos atletas se cruzan con velocidades de 6 m/s y 9 m/s. Determine la velocidad de un atleta respecto del otro.

a) 3 m/s b) 6 m/s c) 9 m/s
d) 15 m/s e) 18 m/s

PROBLEMA 12

Dos cohetes se cruzan con velocidades de $0,5\ c\hat{i}$ y $-0,4\ c\hat{i}$. Calcule la velocidad del primer cohete respecto del segundo.

a) 0,70 c b) 0,75 c c) 0,80 c
d) 0,85 c e) 0,90 c

PROBLEMA 13

El diagrama muestra dos naves A y B. Calcule la velocidad de A respecto de B.

a) -0,207 c b) -0,217 c c) -0,227 c
d) -0,237 c e) -0,247 c

PROBLEMA 14

Dos naves alineadas se alejan de la tierra con velocidades de 0,8 C y 0,5 C. Determine la velocidad relativa de las naves.

a) 0,3 c b) 0,4 c c) 0,5 c
d) 0,6 c e) 0,7 c

PROBLEMA 15

Si en una nave espacial, que se aleja de la Tierra con una velocidad de 0,8 C, ha transcurrido 42 h. ¿Cuántas horas habrá transcurrido para un observador en reposo en la Tierra?

a) 50 h b) 60 h c) 70 h
d) 80 h e) 90 h

PROBLEMA 16

Si luego de un largo viaje una nave retorna a la Tierra al cabo de 15 años, ¿cuántos años transcurrió para los tripulantes si la velocidad de la nave es 0,6 C?

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

PROBLEMA 17

Para una estación terrestre una nave espacial, cuya velocidad es de 0,5 C, registró 17,3 h de vuelo. ¿cuánto tiempo habrán registrado los tripulantes?

a) 12 h b) 13 h c) 14 h
d) 15 h e) 16 h

PROBLEMA 18

Un tren de 400 m se mueve con una velocidad de 0,6 C. ¿Cuál será su longitud para un observador en reposo?

a) 320 m b) 330 m c) 340 m
d) 350 m e) 360 m

PROBLEMA 19

¿A qué velocidad se debe mover una regla de 100 cm de modo que se pueda ver de 80 cm?

a) 0,4 c b) 0,5 c c) 0,6 c
d) 0,7 c e) 0,8 c

PROBLEMA 20

Una nave tiene una longitud de 500 m y viaja con una velocidad de $1,8 \bullet 10^8 m/s$. ¿Qué longitud tendrá para un observador en reposo?

a) 250 m b) 300 m c) 350 m
d) 400 m e) 450 m

NIVEL II

PROBLEMA 21

Dos naves espaciales se cruzan, cada una con velocidad C. Determine la velocidad de una nave respecto de la otra.

a) 0 b) $\frac{C}{2}$ c) C

d) 2 C e) N.a.

PROBLEMA 22

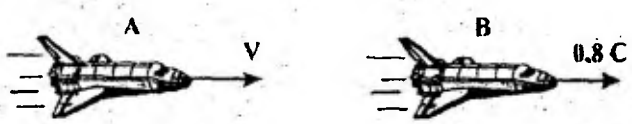
Una nave cuya velocidad es 0,8 C es perseguida por un rayo laser, ¿con qué velocidad el rayo laser se va acercando a la nave?

a) 0,2 C b) 0,4 C c) 0,6 C

d) 0,8 C e) C

PROBLEMA 23

Determine la velocidad «V» si la velocidad relativa de la nave A respecto de B es 0,3 C.



a) 0,36 C b) 0,46 C c) 0,56 C

d) 0,66 C e) 0,77 C

PROBLEMA 24

¿A qué velocidad debe volar una nave para que el tiempo transcurrido dentro de ella sea la cuarta parte del tiempo transcurrido en la Tierra?

a) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ C b) $\frac{\sqrt{11}}{4}$ C c) $\frac{\sqrt{13}}{4}$ C

d) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ C e) $\frac{C}{4}$

PROBLEMA 25

Si dentro de una nave espacial, que se aleja de la Tierra, el tiempo transcurrido es 40% menor que el tiempo transcurrido en la Tierra. Calcule la velocidad de la nave.

a) 0,5 C b) 0,6 C c) 0,7 C

d) 0,8 C e) 0,9 C

PROBLEMA 26

Mientras que en la Tierra transcurre 9 h, dentro de una nave espacial ha transcurrido 6 h. ¿A qué velocidad viaja la nave?

a) $\frac{C}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$C c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$C

d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$C e) $\frac{\sqrt{5}}{3}$C

PROBLEMA 27

¿A qué velocidad debe volar una nave, alejándose de la Tierra para que podamos apreciar que se contrae en un quinto de su longitud?

a) 0,2 C b) 0,4 C c) 0,6 C

d) 0,7 C e) 0,8 C

PROBLEMA 28

Si debido a la velocidad, un observador en reposo ve una nave contraida hasta la mitad. ¿A qué velocidad viaja la nave?

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$C b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$C c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$C

d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$C e) $\frac{\sqrt{3}}{4}$C

PROBLEMA 29

Una nave en reposo mide 650 m, ¿a qué velocidad debe volar para que un observador en reposo la pueda apreciar de 390 m?

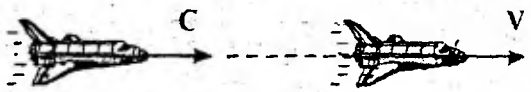
a) 0,4 C b) 0,5 C c) 0,6 C

d) 0,7 C e) 0,8 C

NIVEL III

PROBLEMA 30

Se muestra las velocidades de dos naves espaciales. Calcule la velocidad relativa entre ellas.

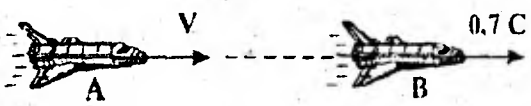


a) 0,6 C b) 0,7 C c) 0,8 C

d) C e) Falta conocer V

PROBLEMA 31

Calcule la velocidad de la nave A sabiendo que se acerca a la nave B con una velocidad relativa de 0,3 C.

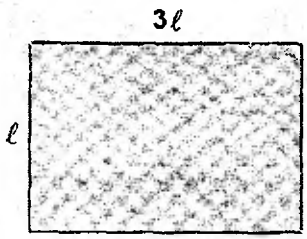


a) 0,81 C b) 0,83 C c) 0,85 C

d) 0,87 C e) 0,89 C

PROBLEMA 32

¿Con qué velocidad se debe mover el siguiente rectángulo, en forma paralela a su base, para que un observador lo aprecie como un cuadrado?

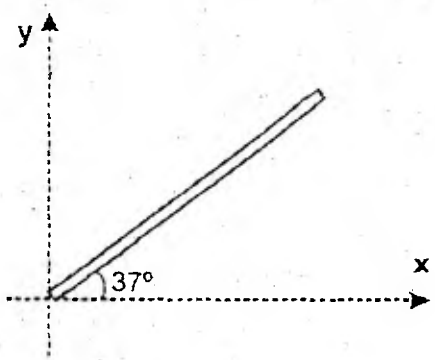


a) $\frac{\sqrt{2}}{2}C$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}C$ c) $\frac{\sqrt{3}}{3}C$

d) $\frac{2\sqrt{2}}{3}C$ e) $\frac{2\sqrt{3}}{5}C$

PROBLEMA 33

El diagrama muestra una regla en reposo. ¿A qué velocidad, paralela al eje x, se debe mover la regla para que un observador en reposo vea que la regla forma un ángulo de 45º con el eje x?



a) $\frac{\sqrt{2}}{2}C$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}C$ c) $\frac{\sqrt{5}}{3}C$

d) $\frac{\sqrt{7}}{4}C$ e) $\frac{\sqrt{11}}{4}C$

PROBLEMA 34

Un astronautra viaja hacia una galaxia lejana ubicada a 24 años luz en una nave cuya velocidad es de 0,8 C. ¿Cuántos años dura el viaje?.

a) Para un observador en reposo en la Tierra
b) Para el astronauta

a) 30 y 24 b) 30 y 18 c) 24 y 18
d) 18 y 12 e) 12 y 10

PROBLEMA 35

Cuando dos gemelos tenían 24 años, uno de ellos viaja a un planeta ubicado a 12 años luz de la Tierra en una nave cuya velocidad es de 0,6 C mientras que el otro se queda en la Tierra. Calcule la edad de cada gemelo cuando el gemelo astronauta regrese.

a) 48 y 32 b) 54 y 42 c) 60 y 40
d) 64 y 56 e) 64 y 48

CUADRO DE CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
B	C	C	A	C	C	B	D	B	B	D	B	B	C	C
16	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
E	D	A	C	D	C	E	D	D	D	E	C	C	E	D
31	**32**	**33**	**34**	**35**										
B	D	D	B	D										

FÍSICA MODERNA

Radiación del Cuerpo Negro

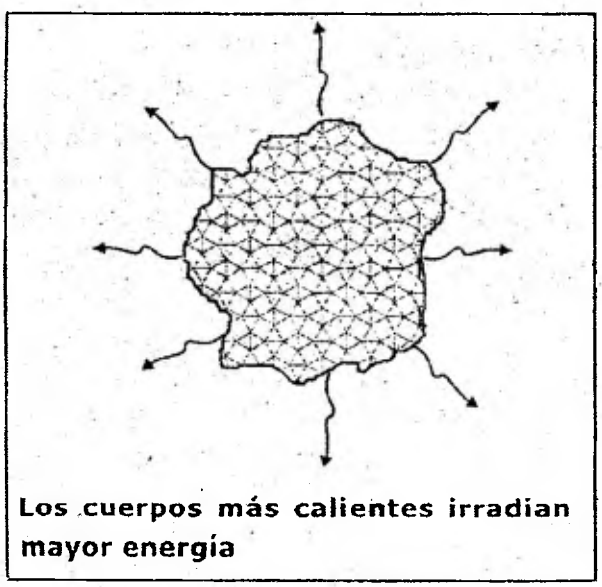
Capítulo 46

OBJETIVOS

- Estudiar la radiación térmica
- Aplicar la luz de Stefan-Boltzman

46.1. RADIACIÓN TÉRMICA

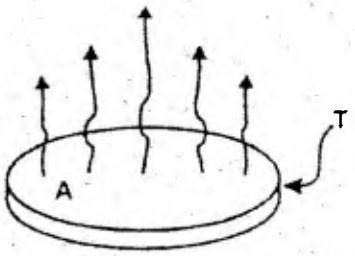
Es la energía electromagnética que emite un cuerpo a causa de su temperatura.



Los cuerpos más calientes irradian mayor energía

46.2. LEY DE STEFAN-BOLTZMANN

La rapidez con la cual un cuerpo irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.



$$I = \frac{E}{A \bullet t} = \frac{P}{A} = e\sigma T^4$$

I : Rapidez o intensidad de radiación: $\frac{W}{m^2}$

E : Energía radiante: **J**

A : Área radiante: $\mathbf{m^2}$

P : Potencia emitida : **W**

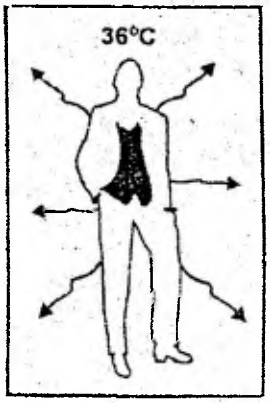
t : tiempo de radiación : **s**

T : temperatura absoluta : **K**

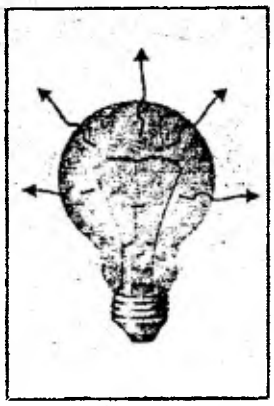
e : emisividad : adimensional

σ : constante universal de Stefan-Boltzmann

$$\sigma = 5{,}67 \bullet 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 \bullet K^4}$$



Nuestro cuerpo en virtud a su temperatura (36°C) emite radiación infrarroja la cual es invisible a nuestros ojos.



Un foco, debido a su filamento caliente, emite radiación visible a la cual llamamos **luz.** No toda radiación es visible.

La emisividad (e), toma valores entre 0 y 1 y expresa la capacidad que tiene un cuerpo para absorber o emitir radiación.

Los espejos reflejan toda la luz que reciben, por lo tanto, son malos absorbedores del calor. **e = 0**

4.3. CONCEPTO DE CUERPO NEGRO

Un cuerpo negro se define como aquel que absorbe toda la energía que incide en su superficie, por lo tanto por ser un absorbedor ideal tiene **e = 1.**

La experiencia demuestra que un buen absorbedor también es un buen emisor, por lo tanto

Un cuerpo que es absorbedor ideal o emisor ideal se le conoce como cuerpo negro (e = 1).

PROBLEMA 01

Determine la rapidez de radiación para un cuerpo negro cuya temperatura es -73°C, en W/m^2.

a) 90,72 b) 100,72 c) 110,72
d) 120,72 e) 130,72

RESOLUCIÓN:

Todo cuerpo emite radiación debido a su temperatura:

Según la ley de Stefan - Boltzmann

$$I = e\sigma T^4 \quad .... (1)$$

Para un cuerpo negro: e = 1

Constante de Stefan - Boltzmann:

$$\sigma = 5,67 \bullet 10^{-8} \frac{W}{m^2 \bullet K^4}$$

Temperatura absoluta:

$$T = -73 + 273 = 200\ K$$

Reemplazando en (1)

$$I = (1)(5,67 \bullet 10^{-8})(200)^4$$

$$\boxed{I = 90,72 \frac{W}{m^2}}$$

PROBLEMA 02

Calcule la energía que irradia un hombre desnudo durante 1 min, la temperatura de su cuerpo es 37°C. La emisividad de su piel es 0,8 y su cuerpo presenta un área de 0,9 m^2.

a) 22 521 J b) 22 621 J c) 22 721 J
d) 22 821 J e) 22 921 J

RESOLUCIÓN:

Según la ley de Stefan-Boltzman

$$I = \frac{E}{A \bullet t} = e\sigma T^4$$

Despejando E:

$$E = e\sigma A t T^4$$

Reemplazando datos:

$$E = (0,8)(5,67 \bullet 10^{-8})(0,9)(60)(37 + 273)^4$$

$$\boxed{E = 22\,621\ J}$$

PROBLEMA 03

Una plancha, cuya área es de 200 cm^2, está a 127°C, ¿qué potencia irradia la plancha? Considerar una emisividad de 0,2.

a) 5,0 W b) 5,2 W c) 5,4 w
d) 5,6 W e) 5,8 W

RESOLUCIÓN:

Área : $A = 200 \bullet 10^{-4} m^2 = 2 \bullet 10^{-2} m^2$

Temperatura : $T = 127 + 273 = 400\ K$

Según la ley de Stefan-Boltzman.

$$I = \frac{P}{A} = e\sigma T^4$$

$$P = e\sigma A T^4$$

Reemplazando datos:

$$P = (0,2)(5,67 \bullet 10^{-8})(2 \bullet 10^{-2})(400)^4$$

$$\boxed{P = 5,8\ W}$$

PROBLEMA 04

El radio de una esfera es de 20 cm y se encuentra a 27°C. Calcule la potencia que irradia esta esfera. La emisividad de la superficie de la esfera es 0,3.

a) 67,3 W b) 69,3 W c) 71,3 W
d) 73,3 W e) 75,3 W

RESOLUCIÓN:

Hallamos el área de la superficie de la esfera.

$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4\pi(2 \bullet 10^{-1}m)^2$$

$$A = 16\pi \bullet 10^{-2}m^2 \quad .... (1)$$

La esfera irradia potencia a través de su superficie:

$$I = \frac{P}{A} = e\sigma T^4$$

$$P = e\sigma A T^4$$

Reemplazando datos:

$$P = (0,3)(5,67 \bullet 10^{-8})(16\pi \bullet 10^{-2})(27 + 273)^4$$

$$\boxed{P = 69,3\ W}$$

PROBLEMA 05

La temperatura en la superficie de una estrella es de 4000 K. Determine la energía que irradia en cada minuto, el radio de la estrella es de $5 \square 10^8$ m. Considere que la estrella se comporta como cuerpo negro.

a) $1,1 \bullet 10^{25}$ J b) $1,3 \bullet 10^{25}$ J
c) $1,5 \bullet 10^{25}$ J d) $1,7 \bullet 10^{25}$ J
e) $1,8 \bullet 10^{25}$ J

RESOLUCIÓN:

Calculamos el área de la superficie de la estrella:

$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4\pi(5 \bullet 10^8 m)^2$$

$$A = \pi \bullet 10^{18}m^2 \quad .... (1)$$

Calculamos la energía que irradia la estrella en cada minuto:

$$E = e\sigma A t T^4$$

$$E = (1)(5,67 \bullet 10^{-8})(\pi \bullet 10^{18})(60)(4000)^4$$

$$\boxed{E = 1,1 \bullet 10^{25}\ J}$$

PROBLEMA 06

Una esfera caliente irradia una potencia de 40 W. Calcule la nueva potencia si se duplica la temperatura absoluta.

a) 640 W b) 630 W c) 620 W
d) 610 W e) 600 W

RESOLUCIÓN:

La potencia que irradia la esfera es:

$$P_1 = e\sigma T^4 \quad ..... (1)$$

Si se duplica la temperatura la nueva potencia será:

$$P_2 = e\sigma(2T)^4$$

$$P_2 = 16e\sigma T^4$$

$$P_2 = 16P_1$$

$$P_2 = 16(40W)$$

$$\boxed{P_2 = 640W}$$

PROBLEMA 07

Una persona desnuda está en una habitación a 17°C. La temperatura de la persona es 37°C. Calcule el calor neto que pierde la persona cada 10 s.
Emisividad de la piel: 0,7
Área superficial del cuerpo: 0,8 m^2.

a) 607 J b) 627 J c) 647 J
d) 667 J e) 687 J

RESOLUCIÓN:

Así como la persona irradia calor hacia el medio ambiente, también absorbe calor del medio ambiente.

El calor neto que pierde el hombre es:

$$E = e\sigma A\, t(T_1^4 - T_2^4)$$

T_1 : temperatura del cuerpo de la persona

T_2 : temperatura del ambiente.

Reemplazando datos:

$$E = (0,7)(5,67 \bullet 10^{-8})(0,8)(10)(310^4 - 290^4)$$

$$\boxed{E = 687\ J}$$

AUTOEVALUACIÓN

01. Seleccione con verdadero (V) o falso (F)?

I. El cuerpo humano emite radiación infrarroja.
II. Todo tipo de radiación es visible al ojo humano.
III. Los cuerpos frios no irradian calor.

a) VFF b) VVF c) FVV
d) VFV e) VVV

02. Si un cuerpo duplica su temperatura absoluta, la potencia radiante:

a) no varía b) se duplica
c) se triplica d) se octuplica
e) N.a.

03. Si un cuerpo se halla a 0ºC, ¿irradiará energía térmica?

a) Si b) No
c) no se sabe d) podría irradiar
e) N.a.

04. Seleccione con verdadero (V) o falso (F):

I. Todo cuerpo que irradia energía se hace visible.
II. El cuerpo humano es visible porque irradia energía.
III. El cuerpo humano no emite radiación.

a) FFF b) VVV c) VFV
d) FVV e) FFF

05. Con respecto a un cuerpo negro podemos afirmar que:

I. Su emisividad es 1.
II. Es un absorbedor ideal.
III. Es un emisor ideal.

a) VVF b) VFV c) FVV
d) VVV e) FVV

06. La rapidez con la cual un cuerpo irradia energía térmica depende de:

a) La primera potencia de la temperatura absoluta.
b) La segunda potencia de la temperatura absoluta.
c) La tercera potencia de la temperatura absoluta
d) La cuarta potencia de la temperatura absoluta.
e) La quinta potencia de la temperatura absoluta

07. De las siguientes afirmaciones, son ciertas::

I. Todo cuerpo emite radiación térmica.
II. Los cuerpos más calientes emiten más radiación térmica.
III. En la naturaleza no existe un cuerpo negro.

a) I y II b) I y III c) II y III
d) Ninguna e) Todas

08. Con respecto a la radiación térmica podemos afirmar:

I. Solamente los cuerpos calientes irradian energía.
II. Un cuerpo buen emisor de energía radiante también es un buen absorbedor.
III. A temperaturas ordinarias los cuerpos emiten radiación infrarroja.

a) I y II b) I y III c) II y III
d) sólo II e) sólo III

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 09

Halle la intensidad de radiación que emite un cuerpo negro que está a 27°C, en W/m^2.

a) 419,3 b) 439,3 c) 459,3
d) 479,3 e) 499,3

PROBLEMA 10

El área de una plancha es de $4 \bullet 10^{-2} m^2$ y se halla a 1000 K, si su emisividad es 0,6. Calcule la potencia que irradia.

a) 1361 W b) 1461 W c) 1561 W
d) 1661 W e) 1761 W

PROBLEMA 11

Calcule la rapidez de radiación (en W/m^2) que emite un hombre desnudo cuya temperatura es 37°C. La emisividad de su piel es 0,8.

a) 379 b) 389 c) 399
d) 409 e) 419

PROBLEMA 12

Una esfera se extrae de un horno que está a 2000K. ¿Con qué intensidad irradia en ese momento? Considere que la esfera es un cuerpo negro.

a) 897,2 kW/m^2 b) 907,2 kW/m^2
c) 917,2 kW/m^2 d) 927,2 kW/m^2
e) 937,2 kW/m^2

PROBLEMA 13

El área superficial de una estrella es de $4 \bullet 10^{18} m^2$ y se halla a 3000 K, considerando que la estrella es un cuerpo negro, calcule la energía que irradia en cada minuto, en 10^{27} J.

a) 1,1 b) 1,3 c) 1,5
d) 1,7 e) 1,9

PROBLEMA 14

Determine la rapidez con que irradia una estrella si tiene en su superficie una temperatura de 2000 K y su emisividad es 0,2.

a) 151 kW/m^2 b) 161 kW/m^2
c) 171 kW/m^2 d) 181 kW/m^2
e) 191 kW/m^2

NIVEL II

PROBLEMA 15

Calcule la potencia térmica que irradia una esfera cuya temperatura es de 227°C. Además se sabe que:
Radio de la esfera : 10 cm
Emisividad de su superficie: 0,2

a) 81 W b) 83 W c) 85 W
d) 87 W e) 89 W

PROBLEMA 16

Un cuerpo caliente irradia con una potencia de 320W. Calcule su nueva potencia de radiación si su temperatura absoluta se reduce a la mitad.

a) 10 W b) 20 W c) 30 W
d) 40 W e) 50 W

PROBLEMA 17

Si para el Sol se tienen los siguientes datos:
Temperatura superficial : 6000 K
Radio solar : $7 \bullet 10^8$ m
Emisividad como de cuerpo negro.

Calcule aproximádamente la energía (en 10^{28} J) que irradia en cada minuto.

a) 2,3 b) 2,5 c) 2,7
d) 2,9 e) 3,1

PROBLEMA 18

La temperatura de una pieza de metal es de 500 K y tiene un área radiante de 400 cm^2. Calcule la potencia que irradia la pieza si su emisividad es de 0,4.

a) 55,7 W b) 56,7 W c) 57,7 W
d) 58,7 W e) 59,7 W

PROBLEMA 19

El cuerpo humano emite radiación:

a) visible b) ultravioleta c) infrarroja
d) de alta frecuencia e) no emite radiación

PROBLEMA 20

Una esfera de 1 m de radio se comporta como cuerpo negro y halla a 1000 K. Calcule la potencia que irradia.

a) 712,5 kW b) 722,5 kW c) 732,5 kW
d) 742,5 kW e) 752,5 kW

NIVEL III

PROBLEMA 21

Una pieza de metal irradia energía con una potencia de radiación «P», calcule su nueva potencia de radiación si su temperatura absoluta se triplica.

a) 3 P b) 6 P c) 9 P
d) 27 P e) 81 P

PROBLEMA 22

Un cuerpo irradia una potencia térmica de 20W, pero si su temperatura se incrementa en 400K irradiaría una potencia térmica de 320 W.
Halle la temperatura inicial del cuerpo.

a) 27 °C b) 127 °C c) 227 °C
d) 327 °C e) 427 °C

PROBLEMA 23

Calcule el calor neto que pierde el hombre en cada minuto en una habitación a 27°C.
Temperatura del hombre : 37°C
Emisividad de la piel : 0,6
Área superficial del cuerpo : 0,9 m^2.

a) 2085 J b) 2185 J c) 2285 J
d) 2385 J e) 2485 J

PROBLEMA 24

Calcule la potencia que debe consumir una plancha para mantenerla a 127°C en una habitación que está a 27°C.

Área de la plancha : 300 cm^2.
Emisividad de la plancha : 0,3

a) 4,93 W b) 5,93 W c) 6,93 W
d) 7,93 W e) 8,93 W

CUADRO DE CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
A	E	A	E	D	D	E	C	C	A	E	B	A	D	E

16	17	18	19	20	21	22	23	24
B	C	B	C	A	E	B	A	E

FÍSICA MODERNA

Hipótesis de PLANCK

Capítulo 47

OBJETIVOS

- Entender el carácter corpuscular de la radiación
- Aplicar la ley de PLANCK a la radiación

47.1. RADIACIÓN DE CUERPO NEGRO E HIPÓTESIS DE PLANCK

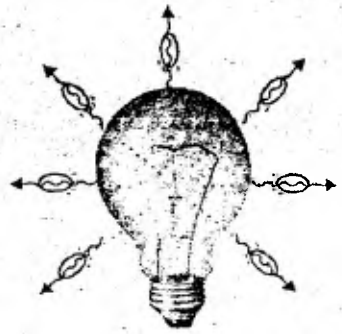
Un cuerpo a cualquier temperatura emite energía radiante debido a la vibración de sus átomos en la superficie del cuerpo.

La vibración de los átomos en la superficie del cuerpo hace que éste irradie energía hacia el medio ambiente.

47.2. PLANTEAMIENTO DE PLANCK:

Planck hizo las siguientes suposiciones:

1. *Los átomos al vibrar emiten energía radiante en paquetes discretos llamados fotones.*



Los cuerpos calientes emiten energía radiante en forma de partículas llamadas cuantos o fotones.

2. *La energía de un fotón es directamente proporcional a la frecuencia de vibración del átomo.*

$$E = hf$$

En donde **h** se denomina constante de Planck cuyo valor es:

$$h = 6,63 \bullet 10^{-34}\ J \cdot s$$

De este modo Planck suponía que:

- La energía radiante está cuantizada, es decir está constituida por pequeñas partículas llamadas cuantos o fotones.
- De ese modo Max Planck plantea que la radiación electromagnética tiene naturaleza corpuscular.
- La energía de un fotón es proporcional a su frecuencia.

$$E = hf$$

Si expresamos la frecuencia en función de la longitud de onda ($f = C/\lambda$) tendremos:

$$E = h\left(\frac{C}{\lambda}\right)$$

$$E = \frac{hC}{\lambda}$$

Para varios fotones:

$$E = \frac{nhC}{\lambda}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el aire o vacío: $3 \bullet 10^8$ m/s

λ : longitud de onda de la radiación.

PROBLEMA 01

Calcule la energía de un fotón cuya frecuencia es $5 \bullet 10^{15}$ Hz.

a) $3,015 \bullet 10^{-18}$ J b) $3,115 \bullet 10^{-18}$ J

c) $3,215 \bullet 10^{-18}$ J d) $3,315 \bullet 10^{-18}$ J

e) $3,415 \bullet 10^{-18}$ J

RESOLUCIÓN:

La energía de un fotón es:

$$E = h f$$

$$E = (6,63 \bullet 10^{-34})(5 \bullet 10^{15})$$

$$\boxed{E = 3,315 \bullet 10^{-18} \text{ J}}$$

PROBLEMA 02

Halle la energía de un fotón (en eV) cuya frecuencia es $4 \bullet 10^{15}$ Hz. $1eV = 1,6 \bullet 10^{-19}$ J

a) 8,58 b) 10,58 c) 12,58
d) 14,58 e) 16,58

RESOLUCIÓN:

La energía de un fotón es:

$$E = hf$$

$$E = (6,63 \bullet 10^{-34})(4 \bullet 10^{15})$$

$$E = 26,52 \bullet 10^{-19} \text{ J}$$

Convirtiendo a electronvoltios: (eV)

$$E = 26,52 \bullet 10^{-19} \text{ J} \left(\frac{1eV}{1,6 \bullet 10^{-19} \text{ eV}} \right)$$

$$\boxed{E = 16,58 \text{ eV}}$$

PROBLEMA 03

Calcule la energía de un cuanto cuya longitud de onda es 4 000 $\mathring{A}$.

a) $3,57 \bullet 10^{-19}$ J b) $3,67 \bullet 10^{-19}$ J

c) $3,77 \bullet 10^{-19}$ J d) $4,87 \bullet 10^{-19}$ J

e) $4,97 \bullet 10^{-19}$ J

RESOLUCIÓN:

Pasamos la longitud de onda a metros:

$$\lambda = 4000 \mathring{A} = 4000(10^{-10} \text{m}) = 4 \bullet 10^{-7} \text{m}$$

La energía del cuanto será:

$$E = \frac{hC}{\lambda}$$

$$E = \frac{(6,63 \bullet 10^{-34})(3 \bullet 10^8)}{4 \bullet 10^{-7}}$$

$$\boxed{E = 4,97 \bullet 10^{-19} \text{ J}}$$

PROBLEMA 04

Una fuente luminosa emite $4 \bullet 10^{20}$ fotones con una longitud de onda de 300 nm. Calcule la energía de esta radiación.

a) 265,2 J b) 255,2 J c) 245,2 J
d) 235,2 J e) 225,2 J

RESOLUCIÓN:

La energía para varios fotones es:

$$E = \frac{nhC}{\lambda}$$

Reemplazando datos:

$$E = \frac{(4 \bullet 10^{20})(6,63 \bullet 10^{-34})(3 \bullet 10^8)}{300 \bullet 10^{-9}}$$

$$\boxed{E = 265{,}2\ J}$$

PROBLEMA 05

El ojo humano puede detectar hasta 10^{-15} J de energía electromagnética. ¿Cuántos fotones de 4000 $\mathring{A}$ representa aproximadamente?

a) 1971 b) 1981 c) 1991
d) 2011 e) 2021

RESOLUCIÓN:

La energía para varios fotones es:

$$E = \frac{nhC}{\lambda}$$

Despejamos el número (n) de fotones:

$$n = \frac{E\lambda}{hC}$$

Reemplazando datos:

$$n = \frac{(10^{-15})(4000 \bullet 10^{-10})}{(6{,}63 \bullet 10^{-34})(3 \bullet 10^{8})}$$

$$\boxed{n = 2011}$$

PROBLEMA 06

Si la potencia de un laser es de 80 mW emitiendo $8 \bullet 10^{10}$ fotones en cada segundo. Halle la frecuencia de la radiación.

a) $1{,}1 \bullet 10^{21}$ Hz b) $1{,}2 \bullet 10^{21}$ Hz
c) $1{,}3 \bullet 10^{21}$ Hz d) $1{,}4 \bullet 10^{21}$ Hz e) $1{,}5 \bullet 10^{21}$ Hz

RESOLUCIÓN:

La potencia es la energía por unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{t}$$

$$P = \frac{nhf}{t}$$

Despejando la frecuencia:

$$f = \frac{Pt}{nh}$$

$$f = \frac{(80 \bullet 10^{-3})(1)}{(8 \bullet 10^{10})(6{,}63 \bullet 10^{-34})}$$

$$\boxed{f = 1{,}5 \bullet 10^{21}\ Hz}$$

PROBLEMA 07

Una fuente de luz de longitud de onda $\lambda = 4000\ \mathring{A}$, emite 16W de potencia radiante. Calcule el número de fotones emitidos por segundo.

a) $3{,}1 \bullet 10^{19}$ b) $3{,}2 \bullet 10^{19}$ c) $3{,}3 \bullet 10^{19}$
d) $3{,}4 \bullet 10^{19}$ e) $3{,}5 \bullet 10^{19}$

RESOLUCIÓN:

La potencia radiante es:

$$P = \frac{E}{t}$$

$$P = \frac{\frac{nhC}{\lambda}}{t}$$

$$P = \frac{nhC}{\lambda t}$$

Despejamos el número de fotones:

$$n = \frac{P\lambda t}{hC}$$

$$n = \frac{16(4000 \bullet 10^{-10})(1)}{(6{,}63 \bullet 10^{-34})(3 \bullet 10^{8})}$$

$$\boxed{n = 3{,}2 \bullet 10^{19}}$$

PROBLEMA 08

Una lámpara emite luz con una longitud de onda de 400 nm y una potencia de 2 W. Calcule el número de fotones que emite la lámpara en cada minuto.

a) $2{,}1 \bullet 10^{20}$ b) $2{,}2 \bullet 10^{20}$ c) $2{,}3 \bullet 10^{20}$
d) $2{,}4 \bullet 10^{20}$ e) $2{,}5 \bullet 10^{20}$

RESOLUCIÓN:
La potencia es:

$$P = \frac{E}{t}$$

$$P = \frac{\frac{nhC}{\lambda}}{t}$$

$$P = \frac{nhC}{\lambda t}$$

Despejamos el número de fotones:

$$n = \frac{P\lambda t}{hC}$$

$$n = \frac{(2)(400 \bullet 10^{-9})(60)}{(6,63 \bullet 10^{-34})(3 \bullet 10^{8})}$$

$$\boxed{n = 2,4 \square 10^{20}}$$

PROBLEMA 09

Un transmisor de radiofrecuencia emite 10^{30} fotones por segundo. Si la frecuencia del transmisor es de 2 MHz. Halle la potencia del transmisor en kW.

a) 1,30 b) 1,31 c) 1,32
d) 1,33 e) 1,34

RESOLUCIÓN:
La potencia del transmisor es:

$$P = \frac{E}{t}$$

$$P = \frac{nhf}{t}$$

Reemplazando datos:

$$P = \frac{(10^{30})(6,63 \bullet 10^{-34})(2 \bullet 10^{6})}{(1)}$$

$$P = 13,26 \bullet 10^{2}$$

$$\boxed{P = 1,33 \text{ kW}}$$

PROBLEMA 10

Una estación de radio de frecuencia modulada transmite a 120 MHz con una potencia de salida de 66,3 kW. ¿Cuántos fotones emite durante una canción que dura 4 min?

a) 10^{32} b) $2 \square 10^{32}$ c) $3 \square 10^{32}$
d) $4 \square 10^{32}$ e) $5 \square 10^{32}$

RESOLUCIÓN:
La potencia de salida es:

$$P = \frac{E}{t}$$

$$P = \frac{nhf}{t}$$

Despejando el número de fotones:

$$n = \frac{Pt}{hf}$$

$$n = \frac{(66300)(4 \bullet 60)}{(6,63 \bullet 10^{-34})(120 \bullet 10^{6})}$$

$$\boxed{n = 2 \bullet 10^{32}}$$

AUTOEVALUACIÓN

01. Según Max Planck la luz o cualquier otra energía radiante está compuesta por:

a) ondas b) fotones c) cuantos
d) hay dos respuestas e) N.a.

02. La energía de un fotón es directamente proporcional a la:

a) frecuencia b) velocidad
c) periodo d) longitud de la onda
e) N.a.

03. La constante de Planck (h) tiene el siguiente valor?

a) $6,23 \bullet 10^{-34}$ J.s b) $6,33 \bullet 10^{-34}$ J.s
c) $6,43 \bullet 10^{-34}$ J.s d) $6,53 \bullet 10^{-34}$ J.s
e) $6,63 \bullet 10^{-34}$ J.s

04. Un cuerpo caliente emite radiación porque en su superficie vibran los:

a) electrones b) átomos
c) protones d) neutrones
e) N.a.

05. Seleccione con verdadero (V) o falso (F) con respecto a la hipótesis de Planck?

I. Los cuerpos calientes irradian energía en forma de ondas.
II. La energía radiante está cuantizada.
III. La energía de un fotón es proporcional a la frecuencia de radiación.

a) FVF b) VFV c) FFV
d) VVV e) FVV

06. Si la longitud de onda de un radiación aumenta, entonces la energía de sus fotones:

a) aumenta b) disminuye c) no varía
d) se hace cero e) N.a.

07. Según Max Planck podemos decir que la luz tiene naturaleza:

a) ondular
b) corpúscular
c) ondular o corpuscular
d) ondular y corpuscular
e) N.a.

08. El modelo sugerido por Max Planck?

I. Explica la radiación de cuerpo negro.
II. Establece que la energía térmica es radiada en paquetes llamados cuantos.
III. Establece que la energía está cuantizada.

Las afirmaciones ciertas son:

a) I y II b) I y III c) II y III
d) sólo III e) todas

09. Seleccione con verdadero (V) o falso (F) según el modelo de Max Planck:

I. Los cuerpos calientes emiten energía radiante en paquetes discretos.
II. La energía de los cuantos es proporcional a la longitud de onda de la radiación.
III. La radiación electromagnética tiene naturaleza corpuscular.

a) FVV b) VVF c) FFV
d) VFV e) VFF

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 10

Halle la energía de un fotón cuya frecuencia es de $5 \bullet 10^{14}$ Hz.

a) $3,1 \bullet 10^{-20}$ J b) $3,2 \bullet 10^{-20}$ J
c) $3,3 \bullet 10^{-20}$ J d) $3,4 \bullet 10^{-20}$ J
e) $3,5 \bullet 10^{-20}$ J

PROBLEMA 11

Calcule la energía (en eV) de un cuanto si se irradia con una frecuencia de $6 \bullet 10^{15}$ Hz.

a) 24,86 b) 25,86 c) 26,86
d) 27,86 e) 28,86

PROBLEMA 12

Un fotón es radiado con una longitud de onda de 6630 $\mathring{A}$, calcule su energía radiante:

a) $2 \bullet 10^{-16}$ J b) $3 \bullet 10^{-16}$ J c) $4 \bullet 10^{-16}$ J
d) $5 \bullet 10^{-16}$ J e) $6 \bullet 10^{-16}$ J

PROBLEMA 13

Determine la energía (en eV) de un fotón si la fuente los irradia con una longitud de onda de 3000 Å.

a) 4,14 b) 4,34 c) 4,54
d) 4,74 e) 4,94

PROBLEMA 14

Una fuente láser emite $8 \bullet 10^{16}$ fotones con una frecuencia de $4 \bullet 10^{17}$ Hz. Halle la energía radiante para esta emisión:

a) 25,2 J b) 24,2 J c) 23,2 J
d) 22,2 J e) 21,2 J

PROBLEMA 15

En cada minuto un transmisor de radio emite $6 \bullet 10^{21}$ fotones con una longitud de onda de 3000 Å. Halle la potencia de esta radiación.

a) 62,3 W b) 64,3 W c) 66,3 W
d) 68,3 W e) 70,3 W

NIVEL II

PROBLEMA 16

La energía de un fotón es de 4 eV, pero si se duplica su longitud de onda la nueva energía del fotón será de:

a) 1 eV b) 2 eV c) 4 eV
d) 6 eV e) 8 eV

PROBLEMA 17

En cada minuto una fuente luminosa emite $2 \bullet 10^{20}$ fotonescon una longitud de onda de 5000 Å. Calcule la potencia radiante.

a) 1,3 W b) 1,5 W c) 1,7 W
d) 1,9 W e) 2,1 W

PROBLEMA 18

Un transmisor de radio de 10 kW emite señales con una frecuencia de 1500 kHz. Calcule la cantidad de fotones emitidos en cada segundo.

a) 10^{31} b) $2 \bullet 10^{31}$ c) $3 \bullet 10^{31}$
d) $4 \bullet 10^{31}$ e) $5 \bullet 10^{31}$

PROBLEMA 19

Si el ojo humano detecta una energía de 10^{-15} J, ¿cuántos fotones de 6000 Å de longitud de onda llegarán aproximádamente?

a) 3008 b) 3018 c) 3028
d) 3038 e) 3048

PROBLEMA 20

Una lectora óptica detecta señales cuya energía es de $4 \bullet 10^{-14}$ J correspondientes a 2000 fotones. Determine la frecuencia de la radiación.

a) $5 \bullet 10^{16}$ Hz b) $6 \bullet 10^{16}$ Hz
c) $2 \bullet 10^{16}$ Hz d) $3 \bullet 10^{16}$ Hz
e) $4 \bullet 10^{16}$ Hz

PROBLEMA 21

Un tubo de neón, en cada minuto, irradia $1,8 \bullet 10^{22}$ fotones correspondiente a una longitud de onda 6000 Å. Determine su potencia.

a) 100 W b) 120 W c) 140 W
d) 160 W e) 180 W

PROBLEMA 22

Una bombilla de luz verde de 100 W y de 0,5 µm de longitud de onda, ¿cuántos fotones por segundo emitirá?

a) $2,1 \bullet 10^{20}$ b) $2,3 \bullet 10^{20}$ c) $2,5 \bullet 10^{20}$
d) $2,7 \bullet 10^{20}$ e) $2,9 \bullet 10^{20}$

NIVEL III

PROBLEMA 23

Estime la longitud de onda de un fotón cuya energía radiante es 2 eV.

a) 612 nm b) 622 nm c) 632 nm
d) 642 nm e) 652 nm

PROBLEMA 24

Seleccione con verdadero (V) o falso (F):

I. La radiación electromagnética está cuantizada.
II. Las fuentes de luz emiten energía en valores discretos.
III. La mínima energía que puede emitir un radiador es hf.

a) FFV b) FVV c) VFV
d) VVF e) VVV

PROBLEMA 25

En cada minuto, una fuente de luz emite $4 \bullet 10^{20}$ fotones con una longitud de onda de 2000 $\mathring{A}$, con respecto a estos datos las afirmaciones ciertas son:

I. La frecuencia de la radiación es de $3 \bullet 10^{15}$ Hz.
II. La energía de cada fotón es de 6,22 eV aproximádamente.
III. La potencia radiante corresponde a 6,63 W.

a) FVF b) VFV c) FFV
d) FVV e) VVV

PROBLEMA 26

Cierto dispositivo emite radiación con una longitud de onda de 500 nm a una potencia de 10 kW. Halle el número de fotones (en 10^4 fotones) que emite por minuto.

a) 1,50 b) 3,70 c) 5,20
d) 2,51 e) 4,22

PROBLEMA 27

Un fotón de 500 nm transmite la milésima parte de su energía a un electrón que se hallaba en reposo. Calcule la velocidad que adquiere el electrón.

Masa del electrón : $9,11 \bullet 10^{-31}$ kg

Constante de Planck : $6,6 \bullet 10^{-34}$ J.s

a) 29,5 km/s b) 27,5 km/s c) 25,5 km/s
d) 23,5 km/s e) 21,5 km/s

CUADRO DE CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
D	A	E	B	E	B	B	E	D	C	A	B	A	D	C
16	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**			
B	A	A	B	D	A	C	B	E	D	A	A			

FÍSICA MODERNA

Efecto Fotoeléctrico

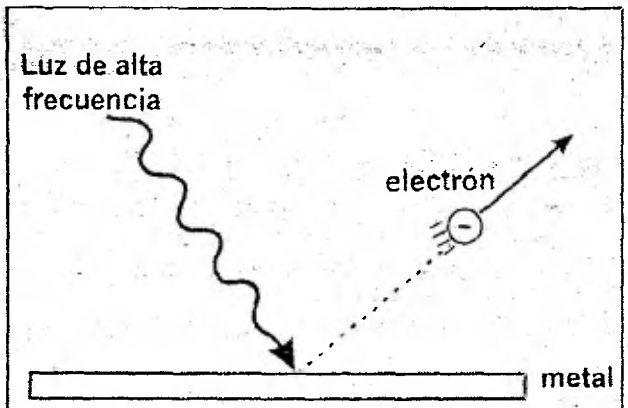
Capítulo 48

OBJETIVOS

- Entender las características del efecto fotoeléctrico.
- Utilizar la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico

48.1. EFECTO FOTOELÉCTRICO

El alemán Heinrich Hertz observó de manera casual que cuando una lámina de metal era irradiada con luz de alta frecuencia emitía electrones.



De la lámina se desprenden electrones cuando es iluminada con luz de alta frecuencia.

Se puede concluir que:

El efecto fotoeléctrico es la emisión de electrones cuando sobre una lámina de metal incide un haz de luz de alta frecuencia.

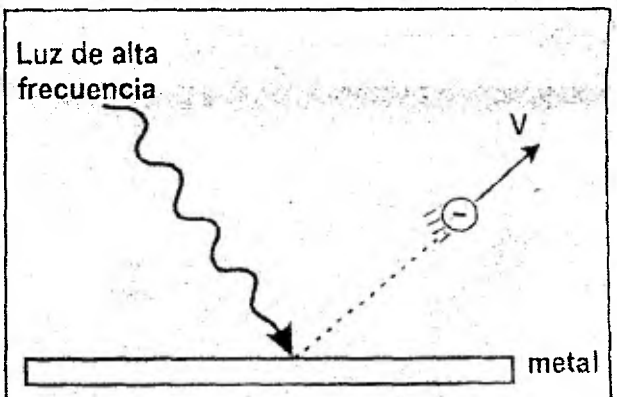
48.2. CARACTERÍSTICAS DEL EFECTO

Experimentalmente se comprueba que el efecto fotoeléctrico tiene las siguientes características:

48.2.1. El efecto fotoeléctrico se produce a partir de cierta frecuencia mínima, la cual es llamada frecuencia umbral (f_0). Si la luz tiene una frecuencia menor que la umbral no produce efecto fotoeléctrico.

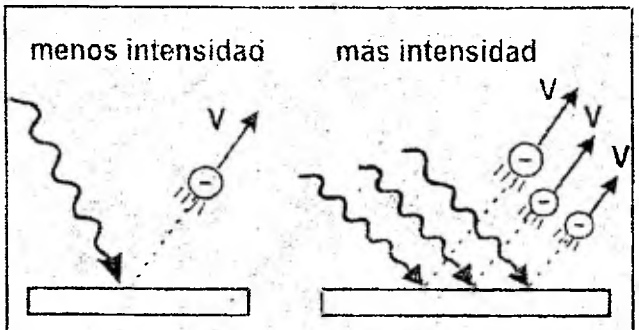
La lámina de metal no emite electrones si recibe una luz de baja frecuencia.

48.2.2. La energía cinética de los electrones aumenta con la frecuencia de la radiación incidente.



Los electrones emitidos son más veloces si la lámina recibe una luz con mayor frecuencia.

48.2.3. La energía cinética de los electrones que emite la lámina metálica es independiente de la intensidad de la radiación.



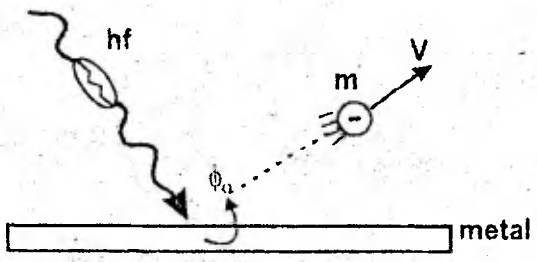
A mayor intensidad, hay más fotoelectrones emitidos, pero con la misma velocidad (V).

48.3. EFECTO FOTOELÉCTRICO SEGÚN ALBERT EINSTEIN

En el año 1905, Albert Einstein, usando la teoría cuántica de Max Planck, logra explicar el efecto fotoeléctrico por el cual se le otorgó el premio Nobel de Física el año 1921.

Según Einstein:

Los fotones de la radiación al incidir sobre la lámina transfieren toda su energía a los electrones superficiales del metal excitándolos de modo que se liberan de la lámina y la energía sobrante le queda al electrón como energía cinética.



$$\begin{pmatrix}\text{energía}\\ \text{del fotón}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{trabajo para}\\ \text{liberar al}\\ \text{electrón}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{energía}\\ \text{cinética del}\\ \text{electrón}\end{pmatrix}$$

$$hf = \phi_o + \frac{1}{2}mV^2$$

h : constante de Planck

f : frecuencia de la radiación

ϕ_o : función trabajo o trabajo de extracción

m : masa del electrón

V : velocidad del electrón emitido.

La función trabajo (ϕ_o) es la energía que se gasta para liberar al electrón de la lámina.

PROBLEMA 01

La función trabajo de una lámina de sodio es $3,7 \cdot 10^{-19}$J, si esta lámina se ilumina con una luz de $3 \cdot 10^{15}$Hz . Calcule la energía cinética de los fotoelectrones emitidos.

a) $1,62 \cdot 10^{-18}$J b) $1,72 \cdot 10^{-18}$J

c) $1,82 \cdot 10^{-18}$J d) $1,92 \cdot 10^{-18}$J

e) $2,02 \cdot 10^{-18}$J

RESOLUCIÓN:

Según la ecuación de Einstein:

$$hf = \phi_o + E_K$$

$$(6,63 \cdot 10^{-34})(3 \cdot 10^{15}) = (3,7 \cdot 10^{-19}) + E_K$$

$$E_K = 16,19 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

$$E_K = 1,62 \cdot 10^{-18}\text{J}$$

PROBLEMA 02

Se irradia una luz de $2 \cdot 10^{15}$Hz de frecuencia sobre una lámina de la cual se desprenden electrones con una energía cinética de 5 eV.

Calcule la función trabajo de la lámina en eV.

a) 3,09 eV b) 3,19 eV c) 3,29 eV
d) 3,39 eV e) 3,49 eV

RESOLUCIÓN:

En la ecuación de Einstein:

$$hf = \phi_o + E_K$$

$$(6,63 \bullet 10^{-34})(2 \bullet 10^{15})\left(\frac{1eV}{1,6 \bullet 10^{-19}}\right) = \phi_o + 5eV$$

$$\boxed{\phi_o = 3,29\ eV}$$

PROBLEMA 03

Una superficie de metal cuya función trabajo es de $4 \bullet 10^{-19}$ J se ilumina con una luz de 200 nm de longitud de onda. Calcule la energía cinética de los electrones emitidos.

a) $5,55 \bullet 10^{-19}$ J b) $5,65 \bullet 10^{-19}$ J
c) $5,75 \bullet 10^{-19}$ J d) $5,85 \bullet 10^{-19}$ J
e) $5,95 \bullet 10^{-19}$ J

RESOLUCIÓN:

Según la ecuación de Einstein:

$$hf = \phi_o + E_K$$

$$\frac{hC}{\lambda} = \phi_o + E_K$$

$$\frac{6,63 \bullet 10^{-34}(3 \bullet 10^{8})}{200 \bullet 10^{-9}} = 4 \bullet 10^{-19} + E_K$$

$$\boxed{E_K = 5,95 \bullet 10^{-19}\ J}$$

PROBLEMA 04

Una radiación electromagnética de 2000 $\mathring{A}$ de longitud de onda ilumina una superficie metálica cuya función trabajo es de 2,21 eV. Calcule la energía cinética de los fotoelectrones emitidos.

a) 1 eV b) 2 eV c) 3 eV
d) 4 eV e) 5 eV

RESOLUCIÓN:

Según Einstein:

$$hf = \phi_o + E_K$$

$$\frac{hC}{\lambda} = \phi_o + E_K$$

$$\frac{6,63 \bullet 10^{-34}(3 \bullet 10^{8})}{2000 \bullet 10^{-10}}\left(\frac{1eV}{1,6 \bullet 10^{-19}}\right) = 2,21eV + E_K$$

$$\boxed{E_K = 4\ eV}$$

PROBLEMA 05

En un efecto fotoeléctrico los electrones emitidos tienen una energía cinética de 4,23 eV y la función trabajo del metal es de 2,4 eV. Calcule la frecuencia de la radiación.

a) $1,3 \bullet 10^{15}$ Hz b) $1,4 \bullet 10^{15}$ Hz
c) $1,5 \bullet 10^{15}$ Hz d) $1,6 \bullet 10^{15}$ Hz
e) $1,7 \bullet 10^{15}$ Hz

RESOLUCIÓN:

En la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$hf = \phi_o + E_K$$

$$(6,63 \bullet 10^{-34})f = 2,4eV + 4,23eV$$

$$(6,63 \bullet 10^{-34})f = 6,63eV\left(\frac{1,6 \bullet 10^{-19}}{1ev}\right)$$

$$\boxed{f = 1,6 \bullet 10^{15}\ Hz}$$

48.4. FRECUENCIA UMBRAL (f_o)

La frecuencia umbral es la mínima frecuencia que debe tener una radiación tal que al incidir sobre una superficie metálica produzca efecto fotoeléctrico.

Para cada metal existe una frecuencia umbral (f_o) debajo de la cual no se produce efecto fotoeléctrico.

48.5. CALCULO DE LA FRECUENCIA UMBRAL (f_o)

La frecuencia umbral (f_o) se calcula con la ecuación de Einstein, considerando que la energía cinética de los electrones es cero.

$$hf = \phi_o + E_K$$

$$hf_o = \phi_o + (0)$$

$$\boxed{f_o = \frac{\phi_o}{h}}$$

Con la frecuencia umbral (f_o) se puede calcular la longitud de onda umbral (λ_o) de la radiación:

$$\boxed{\lambda_o = \frac{C}{f_o}}$$

PROBLEMA 06

Determine la frecuencia umbral para un metal cuya función trabajo es de 3 eV.

a) $7,1 \bullet 10^{14}$Hz b) $7,2 \bullet 10^{14}$Hz
c) $7,3 \bullet 10^{14}$Hz d) $7,4 \bullet 10^{14}$Hz
e) $7,5 \bullet 10^{14}$Hz

RESOLUCIÓN:

$$hf_o = \phi_o$$

$$6,63 \bullet 10^{-34} f_o = 3(1,6 \bullet 10^{-19})$$

$$\boxed{f_o = 7,2 \bullet 10^{14}\text{Hz}}$$

PROBLEMA 07

Halle la longitud de onda umbral (λ_o) de una lámina metálica cuya función trabajo es de 6 eV.

a) 197 nm b) 207 nm c) 217 nm
d) 227 nm e) 237 nm

RESOLUCIÓN:

$$\frac{hC}{\lambda_o} = \phi_o$$

$$\lambda_o = \frac{hC}{\phi_o}$$

$$\lambda_o = \frac{(6,63 \bullet 10^{-34})(3 \bullet 10^8)}{6(1,6 \bullet 10^{-19})}$$

$$\lambda_o = 2,071 \bullet 10^{-7}\text{m}$$

$$\boxed{\lambda_o = 207\text{nm}}$$

PROBLEMA 08

Halle la energía cinética de los fotoelectrones que emite una lámina de sodio cuando recibe una radiación de 3000 $\mathring{A}$ de longitud de onda.
Función trabajo del Sodio: 2,3 eV

a) 1,44 eV b) 1,54 eV c) 1,64 eV
d) 1,74 eV e) 1,84 eV

RESOLUCIÓN:

En la ecuación de Einstein:

$$\frac{hC}{\lambda} = \phi_o + E_K$$

$$\frac{6,63 \bullet 10^{-34}(3 \bullet 10^8)}{3000 \bullet 10^{-10}}\left(\frac{1\text{ev}}{1,6 \bullet 10^{-19}}\right) = 2,3\text{eV} + E_K$$

$$\boxed{E_K = 1,84\text{eV}}$$

PROBLEMA 09

La frecuencia umbral de una lámina de metal es de $2 \bullet 10^{15}$Hz. Calcule la energía cinética de los fotoelectrones que se desprenden de la lámina si recibe una radiación de $5 \bullet 10^{15}$Hz de frecuencia.

a) $1,19 \bullet 10^{-18}$ J b) $1,39 \bullet 10^{-18}$ J
c) $1,59 \bullet 10^{-18}$ J d) $1,79 \bullet 10^{-18}$ J
e) $1,99 \bullet 10^{-18}$ J

RESOLUCIÓN:

En la ecuación de Einstein:

$$hf = \phi_o + E_K$$
$$hf = hf_o + E_K$$
$$E_K = hf - hf_o$$
$$E_K = h(f - f_o)$$

Reemplazando datos:

$$E_K = 6,63 \bullet 10^{-34}(5 \bullet 10^{15} - 2 \bullet 10^{15})$$

$$\boxed{E_K = 1,99 \bullet 10^{-18}\ J}$$

PROBLEMA 10

Calcule la función trabajo para una lámina si la longitud de onda umbral para dicho metal es 0,45 µm.

a) $4,42 \bullet 10^{-19}$ J b) $4,52 \bullet 10^{-19}$ J
c) $4,62 \bullet 10^{-19}$ J d) $4,72 \bullet 10^{-19}$ J
e) $4,82 \bullet 10^{-19}$ J

RESOLUCIÓN:

Para la longitud de onda umbral (λ_o) tendremos:

$$\frac{hC}{\lambda_o} = \phi_o$$
$$\phi_o = \frac{hC}{\lambda_o}$$
$$\phi_o = \frac{6,63 \bullet 10^{-34}(3 \bullet 10^8)}{0,45 \bullet 10^{-6}}$$

$$\boxed{\phi_o = 4,42 \bullet 10^{-19}\ J}$$

PROBLEMA 11

Al irradiar luz sobre una lámina se observa que el efecto fotoeléctrico empieza cuando la longitud de onda de la radiación es de 600 nm. Si luego se irradia con una longitud de onda de 420 nm. Halle la energía cinética de los fotoelectrones emitidos, en 10^{-19} J.

a) 1,12 b) 1,22 c) 1,32
d) 1,42 e) 1,52

RESOLUCIÓN:

La longitud de onda umbral es de:

$$\lambda_o = 600\ nm$$

En la Ecuación de Einstein:

$$hf = \phi_o + E_K$$
$$hf = hf_o + E_K$$
$$\frac{hC}{\lambda} = \frac{hC}{\lambda_o} + E_K$$
$$E_K = hC\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_o}\right)$$

Reemplazando datos:

$$E_K = 6,63 \bullet 10^{-34}(3 \bullet 10^8)\left(\frac{1}{420 \bullet 10^{-9}} - \frac{1}{600 \bullet 10^{-9}}\right)$$

$$\boxed{E_K = 1,42 \bullet 10^{-19}\ J}$$

PROBLEMA 12

Una lámina de sodio se somete a una radiación de $2 \bullet 10^{15}$Hz de frecuencia. Determine la velocidad de los fotoelectrones desprendidos.

La función trabajo del Sodio es 2,3 eV.

a) 1250 km/s b) 1450 km/s c) 1650 km/s
d) 1850 km/s e) 2050 km/s

RESOLUCIÓN

Calculamos la energía cinética de los fotoelectrones:

$$hf = \phi_o + E_K$$

$$6,63 \bullet 10^{-34}(2 \bullet 10^{15}) = 2,3(1,6 \bullet 10^{-19}) + E_K$$

$$E_K = 9,58 \bullet 10^{-19} J$$

Con esta energía cinética se calcula la velocidad del electrón.

$$\frac{1}{2}mV^2 = E_K$$

$$\frac{1}{2}(9,1 \bullet 10^{-31})V^2 = 9,58 \bullet 10^{-19}$$

$$V^2 = 2,1 \bullet 10^{12}$$

$$V = 1,45 \bullet 10^6$$

$$\boxed{V = 1450 \text{ km/s}}$$

AUTOEVALUACIÓN

01. El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de ..... cuando sobre una lámina incide ..... de alta frecuencia:

a) protones - luz
b) electrones - luz
c) neutrones - particulas
d) electrones - protones
e) N.a.

02. La mínima frecuencia de rádiación a la cual se produce el efecto fotoeléctrico se denomina:

a) frecuencia estandar
b) frecuencia térmica
c) frecuencia umbral
d) frecuencia angular
e) frecuencia radiante

03. Si sobre una lámina de metal se irradia una luz de muy baja frecuencia observaremos que:

I. Los fotones de la radiación tienen baja energía.
II. La lámina no emite electrones.
III. La longitud de onda de la radiación es muy pequeña.

a) VVV b) VFF c) FFF
d) FVF e) VVF

04. Consideremos que para cierto metal la longitud de onda umbral es λ_o, si una radiación de longitud de onda λ debe producir efecto fotoeléctrico se debe cumplir que:

a) $\lambda \leq \lambda_o$ b) $\lambda > \lambda_o$ c) $\lambda \neq \lambda_o$
d) f. datos e) N.a.

05. La energía cinética de los fotoelectrones en un efecto fotoeléctrico aumenta con:

a) intensidad de la radiación
b) frecuencia de la radiación
c) tipo de lámina que se emplea
d) longitud de onda de la radiación
e) cantidad de luz que recibe la lámina

06. Si en un experimento de efecto fotoeléctrico se incrementa la intensidad de la radiación, veremos que:

I. Llega mayor cantidad de luz sobre la lámina.
II. La lámina emite mayor cantidad de electrones.
III. Los electrones emitidos son más veloces.

Son ciertas:

a) I y II b) I y III c) II y III
d) sólo I e) sólo II

07. En el efecto fotoeléctrico la energía del fotón:

I. Se transforma integramente en energía cinética del electrón.
II. Se emplea integramente para extraer al electrón de la lámina.
III. Se emplea en parte para liberar al electrón.

a) I b) II c) III
d) I y II e) Ninguna

08. La velocidad de los fotoelectrones en un efecto fotoeléctrico depende de:

a) frecuencia umbral
b) longitud de onda umbral
c) masa del electrón
d) frecuencia de la radiación
e) función trabajo de la lámina.

PROBLEMAS PROPUESTOS

NIVEL I

PROBLEMA 09

La función trabajo de una lámina de metal es $3 \bullet 10^{-19}$ J, si una radiación de $3,2 \bullet 10^{15}$ Hz llega a esta lámina. Calcule la energía cinética de los fotoelectrones emitidos (en 10^{-18} J).

a) 1,82 b) 1,72 c) 1,62
d) 1,52 e) 1,42

PROBLEMA 10

Cada fotón de una radiación que llega a una lámina tiene una energía térmica de 4,3 eV, si la función trabajo de la lámina es de 3,1 eV. Calcule la energía cinética de los fotoelectrones emitidos.

a) 0,8 eV b) 0,9 eV c) 1,0 eV
d) 1,1 eV e) 1,2 eV

PROBLEMA 11

Calcule la frecuencia umbral para una lámina de metal cuya función trabajo es ϕ_o.

a) $h\phi_o$ b) $\frac{h}{\phi_o}$ c) $\frac{\phi_o}{h}$

d) ϕ_o e) N.a.

PROBLEMA 12

Calcule la longitud de onda umbral para una lámina metálica cuya función trabajo es ϕ_o.

a) $\frac{hC}{\phi_o}$ b) $\frac{\phi_o}{hC}$ c) $\frac{h\phi_o}{C}$

d) $\frac{\phi_o C}{h}$ e) N.a.

PROBLEMA 13

Si la longitud de onda umbral para el efecto fotoeléctrico de un metal es 3000 $\mathring{A}$. Determine la función trabajo para dicho metal.

a) 4,14 eV b) 4,24 eV c) 4,34 eV
d) 4,44 eV e) 4,54 eV

PROBLEMA 14

Sobre una lámina cuya función trabajo es de 6 eV, incide una radiación electromagnética de $5 \bullet 10^{15}$ Hz de frecuencia. Halle la energía cinética de los fotoelectrones emitidos.

a) 6,7 eV b) 8,7 eV c) 10,7 eV
d) 12,7 eV e) 14,7 eV

NIVEL II

PROBLEMA 15

Determine la frecuencia umbral de una lámina de metal sabiendo que si sobre ella incide una radiación electromagnética de frecuencia «f» el 20% de la energía fotónica se emplea para liberar al electrón de la lámina.

a) f b) f/2 c) f/3
d) f/4 e) f/5

PROBLEMA 16

Respecto del efecto fotoeléctrico, señale con verdadero (V) o falso (F):

I. Comprueba la naturaleza ondulatoria de la luz.
II. La cantidad de fotoelectrones depende de la intensidad de la luz.
III. La energía de los fotoelectrones depende de la constante de Planck.

a) FFF b) FVF c) FVV
d) VVF e) VVV

PROBLEMA 17

Al irradiar un haz de longitud de onda de 2400 $\mathring{A}$ sobre una superficie metálica se liberan electrones con una energía cinética de $2 \bullet 10^{20}$ J. Determine la frecuencia umbral (en 10^{14} Hz).

a) 7,9 b) 9,6 c) 12,2
d) 14,4 e) 18,5

PROBLEMA 18

En un efecto fotoeléctrico la función trabajo de la lámina es de 3 eV y los fotoelectrones son emitidos con una energía cinética de 5 eV. Calcule la frecuencia de la radiación que llegó a la lámina, en 10^{15} Hz .

a) 1,93 b) 1,83 c) 1,73
d) 1,63 e) 1,53

PROBLEMA 19

Sobre una lámina cuya función trabajo es de 2,4 eV incide una radiación con una longitud de onda de 6000 $\mathring{A}$, con respecto a esto se puede afirmar:

I. La frecuencia umbral es 6000 $\mathring{A}$.
II. La energía cinética de los fotoelectrones es de 0,33 eV.
III. No se produce efecto fotoeléctrico.

a) I b) II c) III
d) I y II e) N.a.

NIVEL III

PROBLEMA 20

Una radiación electromagnética de 400 nm de longitud de onda se irradia sobre una lámina de potasio $\phi_0 = 2,24\,eV$. Calcule la energía cinética de los fotoelectrones.

a) 0,86 eV b) 0,76 eV c) 0,66 eV
d) 0,56 eV e) 0,46 eV

PROBLEMA 21

Seleccione con verdadero (V) o falso (F) con respecto al efecto fotoeléctrico:

I. Toda radiación electromagnética que llega a un metal puede producir efecto fotoeléctrico.
II. Consiste en la emisión de radiación cuando se bombardean sobre el metal electrones energéticos.
III. A mayor función trabajo, mayor será la energía cinética de los fotoelectrones emitidos.

a)VVF b) VFF c) FVF
d) FFV e) FFF

PROBLEMA 22

Calcule la función trabajo de un metal si al iluminarla con luz de 2536 $\mathring{A}$ los fotoelectrones son emitidos con una energía cinética de 0,11 eV.

a) 4,79 eV b) 3,78 eV c) 1,45 eV
d) 6,07 eV e) 5,17 eV

PROBLEMA 23

Una lámina metálica se ilumina con luz de $3000\ \mathring{A}$ de longitud de onda. Si la función trabajo de este metal es 2,46 eV, indique con verdadero (V) o falso (F) las siguientes afirmaciones.

I. No se produce el efecto fotoeléctrico.

II. La energía de los fotoelectrones emitidos es de 1,68 eV.

III. la longitud de onda umbral para el metal es $4050\ \mathring{A}$.

a) FVV b) VVV c) FVF

d) FFV e) VVF

CUADRO DE CLAVES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
B	C	E	A	B	A	C	D	A	E	C	A	A	E	E

16	17	18	19	20	21	22	23
B	C	A	C	A	E	A	A

El tropiezo que encuentra la educación en la actualidad es brindar la base científica fundamental que requiere la sociedad juvenil en el mercado de trabajo, además del adiestramiento y habilidad necesarios. El presente texto insinúa cumplir con estas exigencias modernas de modo que pueda dar claridad a este dilema. La pedagogía experimental del autor, su esfuerzo diario, y la confianza en nuestros jóvenes permitirá que esto suceda.

El autor